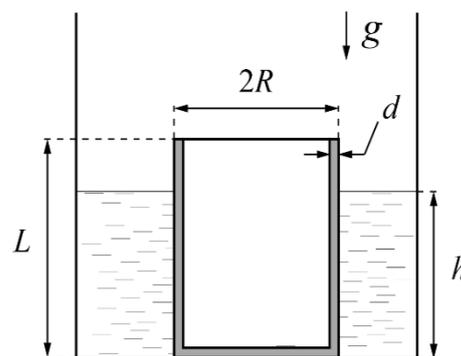


**Задача 1.9.1. Леопольд атакует (10 баллов).** Кот Леопольд, находясь на крыше дома, два раза выстрелил в противоположных направлениях с одинаковыми скоростями камушками из рогатки. Перед падением на землю скорости камушков были направлены перпендикулярно друг другу. Определите высоту  $h$  дома, если известно, что суммарное время полёта камушков  $t_0 = 3$  с, а времена их движения отличаются в два раза. С какой скоростью  $v$  камушки были выпущены из рогатки? Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.

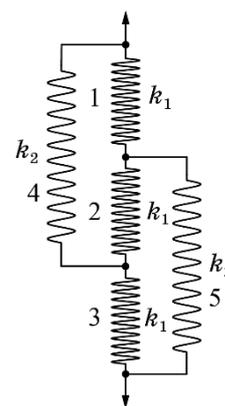
**Задача 1.9.2. Тяжелый стакан (10 баллов).** Внешний радиус цилиндрического стакана, находящегося в высоком аквариуме с шероховатым дном, равен  $R$ , высота  $L$ , толщина стенок и дна  $d$  (см. рис.). Сверху стакан герметично закрыт тонким легким диском радиуса  $R$ . Плотность жидкости в аквариуме  $\rho$ , плотность материала стакана  $20\rho$ .



1. Получите зависимость силы реакции  $N$ , с которой стакан действует на дно аквариума, от уровня  $h$  налитой в аквариум жидкости. Постройте график зависимости  $N(h)$ . Укажите на графике характерные точки, выразив их через величины, заданные в условии.
2. При каком соотношении между  $d$  и  $L$  стакан может всплыть? Считайте, что  $R$  фиксировано и выполняется условие  $0 < d \leq 0,040R$ .

**Задача 1.9.3. Пять пружинок (10 баллов).** Пять пружинок соединены так, как показано на рисунке, и в исходном состоянии ни одна из них не деформирована. Коэффициенты жесткости трех пружин равны  $k_1$ , а двух оставшихся –  $k_2$ .

- 1) Чему равен эффективный коэффициент жесткости системы пружин?
- 2) Систему растягивают, прикладывая к ее концам одинаковые силы. При каком соотношении  $k_1$  и  $k_2$  пружина 2 окажется сжатой?



24 января на портале <http://abitu.net/vseros> будет проведён онлайн-разбор решений задач первого тура. Начало разбора (по московскому времени):

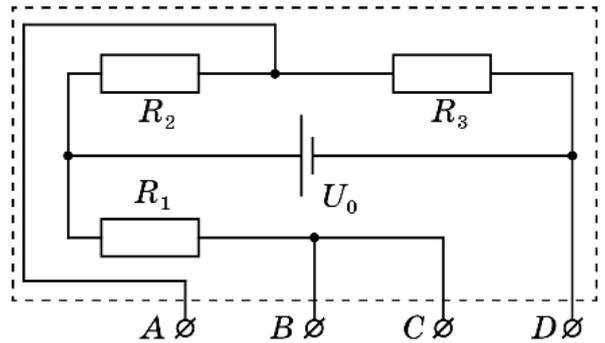
7 класс – 11.00; 8 класс – 10.00; 9 класс – 12.00; 10 класс – 13.30; 11 класс – 15.00.

26 января состоится онлайн-разбор решений заданий второго тура. Начало разбора:

7 класс – 11.00; 8 класс – 10.00; 9 класс – 12.00; 10 класс – 13.30; 11 класс – 15.00.

**Задача 1.9.4. «Серый ящик» (20 баллов).**

В «сером» ящике собрана электрическая цепь схема которой приведена на рисунке. К клеммам  $AB$  ящика подключают идеальный вольтметр, а к клеммам  $CD$  – различные резисторы, сопротивления которых в  $n$  раз больше, чем у резистора  $R_1$ . Зависимость показаний вольтметра  $U$  от  $n$  представлена в таблице.



$U, \text{В}$	2,2	3,9	5,0	5,4	6,2	6,5	6,9
$n$	1	2	3	4	5	7	8

**Задание:**

1. Выведите формулу теоретической зависимости  $U(n)$ .
2. Постройте график зависимости  $U(n)$  по данным таблицы.
3. Определите напряжение  $U_0$  источника и отношение  $k = R_3 / R_2$ . Для этого можете либо:
  - осуществить линейризацию зависимости  $U(n)$ , т.е. найти такую функцию  $z(n)$ , для которой зависимость  $U(z)$  является линейной и построить её график, по которому определить  $U_0$  и  $k$ . (За такой вариант решения этого пункта вы получите до 12 баллов).
  - использовать две пары значений из таблицы и уравнение, полученное в пункте 1 задания. Выбор значений  $U$  и  $n$  для расчета необходимо обосновать с помощью графика, построенного в пункте 2 задания. (За такой вариант решения этого пункта вы получите до 8 баллов).

**Примечание:** баллы за разные способы решения пункта 3 не суммируются!

**24 января** на портале <http://abit.net/vseros> будет проведён онлайн-разбор решений задач первого тура. Начало разбора (по московскому времени):

7 класс – 11.00; 8 класс – 10.00; 9 класс – 12.00; 10 класс – 13.30; 11 класс – 15.00.

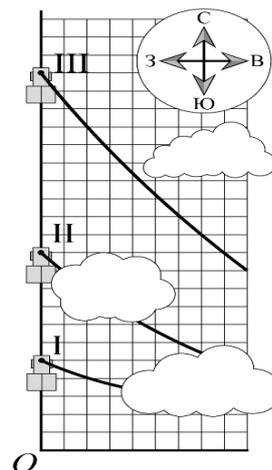
**26 января** состоится онлайн-разбор решений заданий второго тура. Начало разбора:

7 класс – 11.00; 8 класс – 10.00; 9 класс – 12.00; 10 класс – 13.30; 11 класс – 15.00.

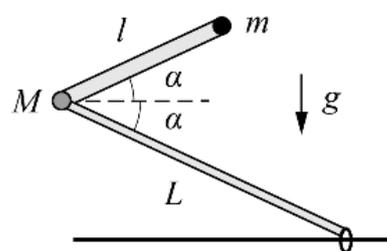
**Задача 1.10.1. Разгон паровоза (15 баллов).** На трех фотоснимках одного участка местности, сделанных с равными интервалами времени  $\tau$ , запечатлен игрушечный паровоз и фрагменты шлейфа дыма от него. Наложенные друг на друга фотографии приведены на рисунке.

Зная, что, тронувшись с места, паровоз поехал на север с постоянным ускорением  $a = 0,4 \text{ м/с}^2$ , и что в этот день дул западный ветер со скоростью  $u = 4 \text{ м/с}$ , найдите интервал времени  $\tau$  и на каком расстоянии от точки  $O$  находилась труба неподвижного паровоза.

Цены делений шкал сетки по вертикали и горизонтали равны.



**Задача 1.10.2. Шарнир и колечко (15 баллов).** В вертикальной плоскости находятся два невесомых стержня, соединённых шарниром массы  $M$ . На свободном конце верхнего стержня закреплён груз массы  $m$ , а на свободном конце нижнего стержня закреплено лёгкое колечко, которое может скользить по гладкой горизонтальной закреплённой спице. Длина верхнего стержня  $l$ , длина нижнего стержня  $L > l$ . Изначально стержни составляют углы  $\alpha$  с горизонтом и удерживаются неподвижно. Затем их отпускают.



Найдите:

- 1) Ускорения шарнира  $a_{ш0}$  и грузика  $a_{г0}$  сразу после начала движения.
- 2) Ускорение колечка  $a_k$  в момент времени, когда шарнир, груз и колечко окажутся на одной прямой.

Считайте, что стержни и спица тонкие и все тела могут пролетать мимо друг друга не соударяясь. Ускорение свободного падения  $g$ .

**Задача 1.10.3. Воздушный шар (10 баллов).** Оболочка воздушного шара изготовлена из нерастяжимой плотной ткани с массовой поверхностной плотностью  $\sigma$  (масса  $1 \text{ м}^2$  поверхности оболочки численно равна  $\sigma$ ). Если оболочку полностью заполнить газом, то она приобретает форму сферы радиусом  $r$ . В пустую оболочку закачивают некоторое количество гелия.

- 1) При каких значениях массы  $m$  гелия шар будет подниматься?
- 2) Какому соотношению должны удовлетворять параметры шара, чтобы его подъём был возможен?

Молярная масса гелия  $M_{\text{He}}$ , воздуха –  $M_{\text{В}}$ , атмосферное давление  $p_0$ , температура –  $T$ .

Объем шара  $V = 4\pi r^3 / 3$ , площадь сферы  $S = 4\pi r^2$ .

24 января на портале <http://abitu.net/vseros> будет проведён онлайн-разбор решений задач первого тура. Начало разбора (по московскому времени):

7 класс – 11.00; 8 класс – 10.00; 9 класс – 12.00; 10 класс – 13.30; 11 класс – 15.00.

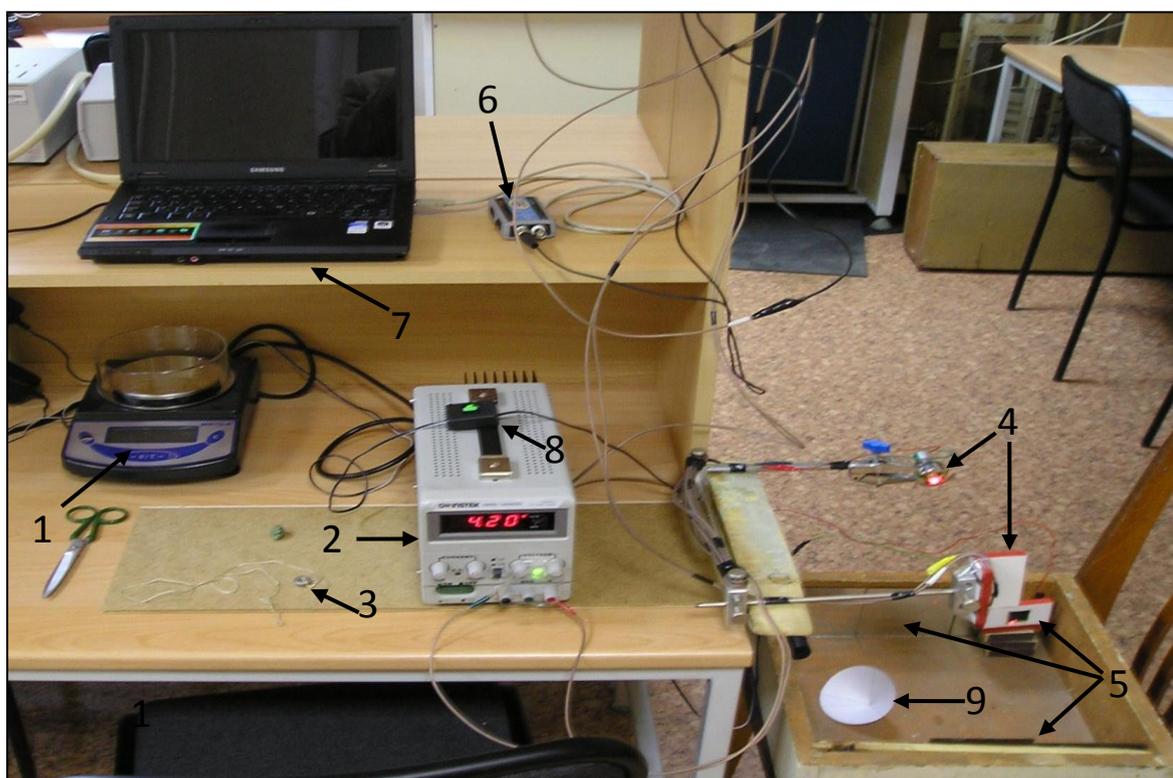
26 января состоится онлайн-разбор решений заданий второго тура. Начало разбора:

7 класс – 11.00; 8 класс – 10.00; 9 класс – 12.00; 10 класс – 13.30; 11 класс – 15.00.

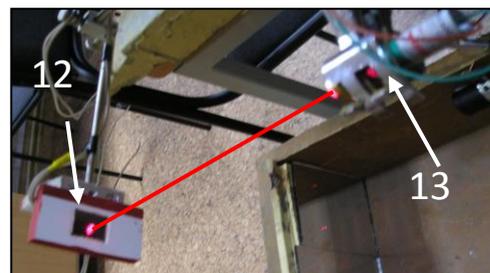
**Задача 1.10.4. Псевдоэксперимент «Вязкое трение» (10 баллов).** Известно, что при падении бумажного конуса на него действует сила  $F_{\text{сопр}}$  вязкого трения о воздух, зависящая от скорости движения конуса:  $F_{\text{сопр}} = kv^n$ . Изучите падение бумажного конуса при его разных массах и определите значения коэффициента  $n$ . Погрешность оценивать не нужно. *Примечание: в математике часто используется функция логарифма, которая является обратной к функции возведения в степень. По свойствам данной функции если  $F_{\text{сопр}} = kv^n$ , то  $\ln(F_{\text{сопр}}) = \ln(k) + n \ln(v)$ . Значение логарифма от некоторого числа можно вычислить на калькуляторе.*

**Оборудование.** Два сборных фотодатчика, блок питания, электронные весы, USB-осциллограф, ноутбук, отвес, линейка, ножницы, клей, выкройка для конуса, пластилин, салфетка, миллиметровка для построения графиков.

#### Описание установки



Установка позволяет с большой точностью определять время свободного падения бумажного конуса на участке, где движение конуса является равномерным. Для измерения времени движения конуса используется система из двух сборных фотодатчиков (верхнего 4 и нижнего 5), сигнал с которых через USB-осциллограф 6 поступает в ноутбук 7.



24 января на портале <http://abitu.net/vseros> будет проведён онлайн-разбор решений задач первого тура. Начало разбора (по московскому времени):

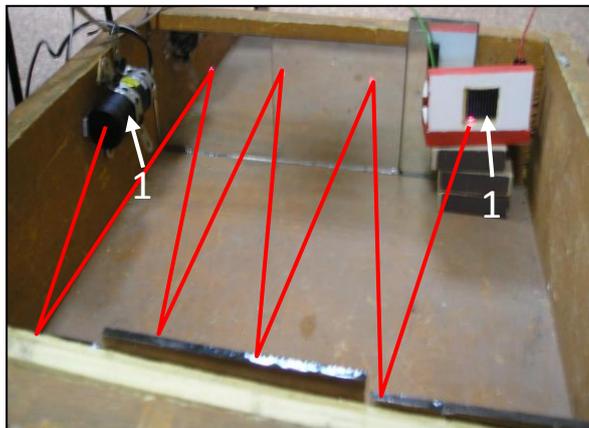
7 класс – 11.00; 8 класс – 10.00; 9 класс – 12.00; 10 класс – 13.30; 11 класс – 15.00.

26 января состоится онлайн-разбор решений заданий второго тура. Начало разбора:

7 класс – 11.00; 8 класс – 10.00; 9 класс – 12.00; 10 класс – 13.30; 11 класс – 15.00.

Верхний сборный фотодатчик состоит из лазера 13 и фотоэлемента 12. При пересечении конусом луча лазера напряжение на фотоэлементе изменяется.

Нижний сборный фотодатчик представляет собой квадратный ящик, две противоположные стенки которого изнутри обклеены плоскими зеркалами. На боковой стенке ящика закреплен лазер 10, луч которого, многократно отразившись от зеркал, попадает на фотоэлемент 11, двигаясь все время в одной горизонтальной плоскости. При падении конуса внутрь ящика луч лазера гарантированно перекрывается и напряжение на фотоэлементе изменяется.



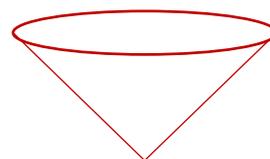
Расстояние от луча верхнего лазера, до плоскости, образуемой лучами нижнего лазера, равно  $(23,0 \pm 0,5)$  см.

Фотоэлементы 11 и 12 соединены в электрическую цепь последовательно друг с другом и подключены к USB-осциллографу, который преобразует значение суммарного напряжения на фотоэлементах в цифровой вид и передает в ноутбук 7. На ноутбуке установлена специальная программа, отображающая график зависимости напряжения от времени с точностью до 0,5 мс. С помощью полученного графика можно определить время движения конуса между двумя пересечениями лучей лазеров.

Для определения массы конуса 9 используются электронные весы 1. Для изменения массы конуса внутрь него помещают небольшие кусочки пластилина.

### Порядок проведения измерений

1. Внутри конуса помещается некоторое количество пластилина и на электронных весах определяется общая масса конуса с пластилином.
2. Конус размещается острием вниз на расстоянии примерно 60-70 см над верхним лазером и отпускается. Расстояние в 60-70 см гарантирует, что при подлете конуса к верхнему лазеру его движение будет практически равномерным.
3. В окне программы по зависимости суммарного напряжения от времени определяются и заносятся в таблицу 7 параметров:
  - $T_1, T_2$  – времена начала и окончания первого провала;
  - $T_3, T_4$  - времена начала и окончания второго провала;
  - $U_0$  – постоянный уровень напряжения;



**24 января** на портале <http://abitu.net/vseros> будет проведён онлайн-разбор решений задач первого тура. Начало разбора (по московскому времени):

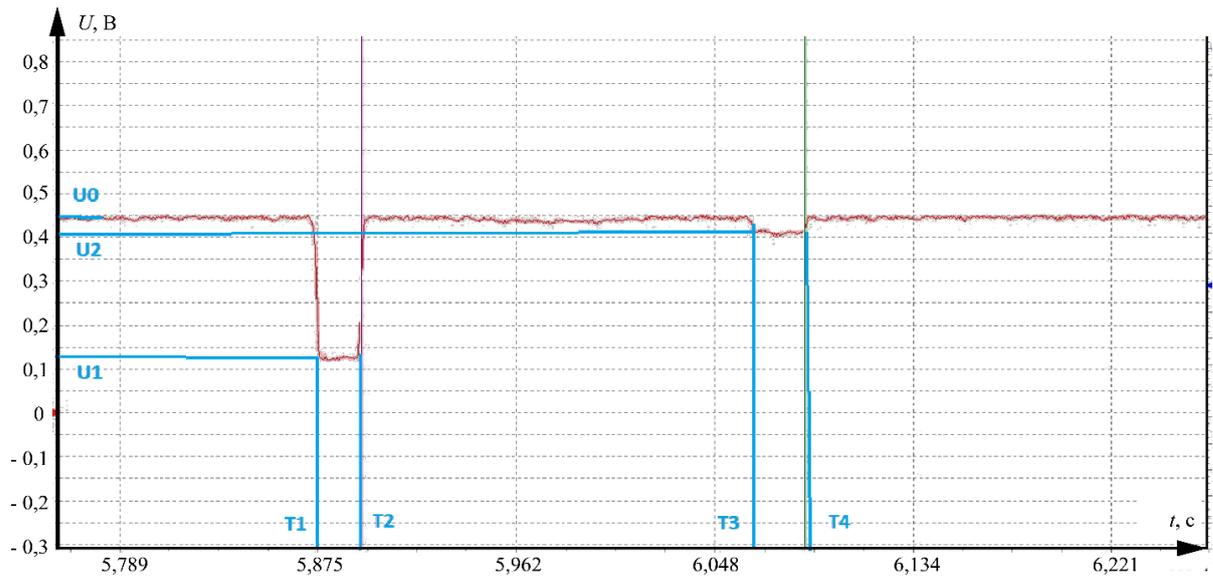
7 класс – 11.00; 8 класс – 10.00; 9 класс – 12.00; 10 класс – 13.30; 11 класс – 15.00.

**26 января** состоится онлайн-разбор решений заданий второго тура. Начало разбора:

7 класс – 11.00; 8 класс – 10.00; 9 класс – 12.00; 10 класс – 13.30; 11 класс – 15.00.

LV Всероссийская олимпиада школьников по физике. Региональный этап.  
Первый тур. 23 января 2021 г.

-  $U_1, U_2$  – уровни напряжений, соответствующие первому и второму провалам.



4. Опыты повторяются с другой массой пластилина внутри конуса.

Полученные данные:

масса конуса с пластином, мг	$T_1$ , мс	$T_2$ , мс	$T_3$ , мс	$T_4$ , мс	$U_0$ , В	$U_1$ , В	$U_2$ , В
533	161	181	372	386	0,450	0,123	0,406
600	128	143	331	341	0,450	0,136	0,407
700	192	198	372	381	0,450	0,127	0,402
790	546	552	715	723	0,450	0,123	0,410
894	133	149	289	301	0,450	0,126	0,402
990	120	131	257	277	0,450	0,122	0,392
1125	570	576	694	709	0,450	0,122	0,403

**24 января** на портале <http://abitu.net/vseros> будет проведён онлайн-разбор решений задач первого тура. Начало разбора (по московскому времени):

7 класс – 11.00; 8 класс – 10.00; 9 класс – 12.00; 10 класс – 13.30; 11 класс – 15.00.

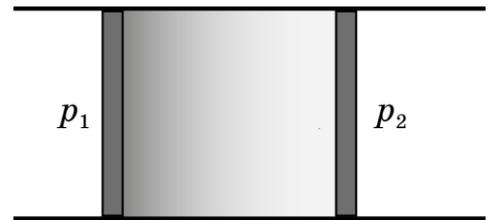
**26 января** состоится онлайн-разбор решений заданий второго тура. Начало разбора:

7 класс – 11.00; 8 класс – 10.00; 9 класс – 12.00; 10 класс – 13.30; 11 класс – 15.00.

**Задача 1.11.1. Переправа (12 баллов).** Лодка переплывает реку по прямой, перпендикулярной берегам. Её скорость относительно воды равна  $v_0$ . До середины реки скорость течения изменяется по закону  $u = \alpha x$  от нуля до  $v_0/2$  – скорости воды на середине реки, где  $\alpha$  – известный коэффициент,  $x$  – расстояние от берега. После середины реки скорость уменьшается до нуля у другого берега по тому же закону.

Определите зависимость от времени угла между вектором скорости лодки относительно воды и направлением движения относительно берега. Через какое время лодка окажется на другом берегу?

**Задача 1.11.2. Доставка воды пневмопочтой (12 баллов).** Где-то в Космосе, вдали от звезд, движется по инерции фабрика-звездолет. В технологических процессах используется вода, которая доставляется к нужному месту порциями с массой  $m = 288$  г по гладким трубам, площадь поперечного сечения которых постоянна и равна  $S = 50$  см<sup>2</sup>. Каждая порция содержится между двумя одинаковыми поршнями, масса каждого из которых тоже равна  $m$ . Температура порции  $T$  при движении в установившемся режиме (колебания поршней относительно друг друга отсутствуют) остается неизменной. Движение поршней и порции воды по трубе обеспечивается давлением сжатого газа: «позади» них давление газа  $p_1$  всегда в 1,5 раза больше, а «перед» ними ( $p_2$ ) – в два раза меньше, чем давление насыщенного водяного пара при температуре  $T$ .

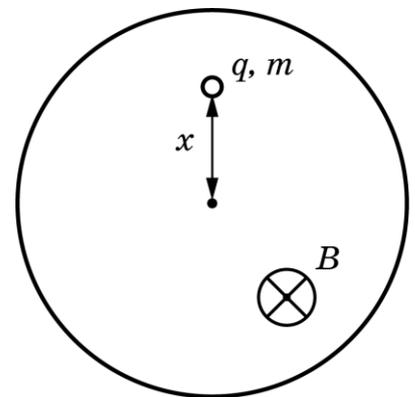


Какая часть массы воды в порции при движении в установившемся режиме находится в жидком состоянии? Каково в этом режиме расстояние между поршнями?

Плотность насыщенного водяного пара при температуре  $T$  составляет  $\varepsilon = 6\%$  от плотности жидкой воды, которая при этой температуре равна  $\rho \approx 0,72$  г/см<sup>3</sup>.

В вычислениях для простоты можно считать воду совершенно несжимаемой, а водяной пар – почти идеальным газом. Ответ для расстояния между поршнями выразите в см с точностью до целого значения.

**Задача 1.11.3. Полетели (12 баллов).** В вакууме в невесомости между круглыми полюсами электромагнита на расстоянии  $x$  от оси магнита покоится частица массы  $m$  и заряда  $q$ . Сначала магнитное поле равно нулю. Затем, за малый промежуток времени, индукция магнитного поля увеличивается до значения  $B_0$  и поддерживается постоянной в течение времени  $\tau < \pi m / (qB_0)$ , после чего очень быстро уменьшается до нуля.



1) Почему частица приходит в движение? Опишите качественно траекторию частицы.

2) С какой скоростью движется частица после включения магнитного поля?

24 января на портале <http://abitu.net/vseros> будет проведён онлайн-разбор решений задач первого тура. Начало разбора (по московскому времени):

7 класс – 11.00; 8 класс – 10.00; 9 класс – 12.00; 10 класс – 13.30; 11 класс – 15.00.

26 января состоится онлайн-разбор решений заданий второго тура. Начало разбора:

7 класс – 11.00; 8 класс – 10.00; 9 класс – 12.00; 10 класс – 13.30; 11 класс – 15.00.

- 3) С какой скоростью движется частица после выключения магнитного поля?
- 4) На каком минимальном расстоянии от оси магнита проходит траектория частицы?
- 5) Через какое время от момента включения поля частица окажется на минимальном расстоянии от оси магнита?

Магнитное поле в пределах полюсов можно считать однородным. Перемещением частицы за время включения и выключения поля можно пренебречь.

**Задача 1.11.4. Эффект Холла (14 баллов).** Электроны являются носителями тока в металлах и полупроводниках  $n$ -типа. Если образец с током (в данном случае прямоугольный кусочек плёнки полупроводника  $n$ -типа) помещён в магнитное поле и через него протекает электрический ток, то на движущиеся электроны действует сила Лоренца  $F = e\vec{v}B$ , перпендикулярная скорости  $\vec{v}$  электрона и вектору  $\vec{B}$  магнитной индукции (рис. 1).

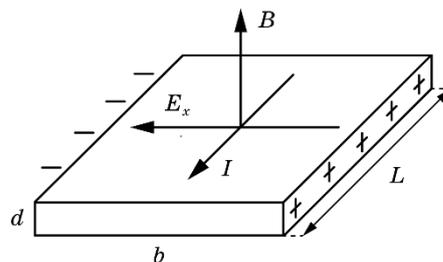


Рис. 1

Здесь  $v$  – средняя скорость дрейфа электронов, связанная с проходящим током  $I$  и прямо пропорциональная напряженности электрического поля  $\vec{E}$  в направлении этого тока:  $v = \mu E$ , где коэффициент пропорциональности  $\mu$  называется подвижностью электронов.

Из-за действия на электроны силы Лоренца (на рисунке она направлена в сторону левой грани), происходит разделение зарядов и появляется поперечное электрическое поле с напряженностью  $E_x$ . Возникновению этого поля при протекании тока в образце, помещенном в магнитное поле, называют эффектом Холла. Перемещение электронов в направлении левой грани прекращается, когда силу Лоренца уравнивает электрическая сила  $eE_x$ :

$$e\vec{v}B = eE_x.$$

В установившемся режиме напряжённость поперечного электрического поля  $E_x = vB$ .

Ниже описан эксперимент, в котором эффект Холла используется для исследования свойств полупроводника.

Ток создаёт источник с ЭДС  $\mathcal{E} = 10$  В и малым внутренним сопротивлением. Величина магнитной индукции  $B = 1,0$  Тл. Для изменения тока применяют переменный резистор, а вольтметром измеряют напряжение  $U_x$  между боковыми гранями в направлении, перпендикулярном магнитному полю и направлению протекающего тока.

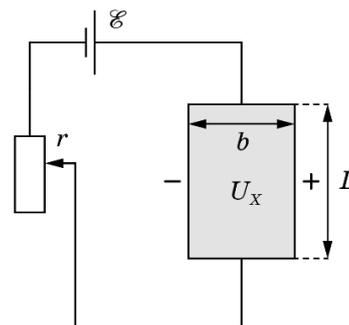


Рис. 2

Размеры полупроводникового образца: толщина  $d = 1,0$  мкм, ширина  $b = 5,0$  мм, длина  $L = 1,0$  см. Заряд электрона  $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл.

В таблице представлена зависимость  $U_x$  от сопротивления  $r$  переменного резистора.

$r$ , кОм	2,5	2,0	1,5	1,0	0,5	0,0
$U_x$ , В	1,2	1,4	1,6	1,8	2,1	2,5

24 января на портале <http://abitu.net/vseros> будет проведён онлайн-разбор решений задач первого тура. Начало разбора (по московскому времени):

7 класс – 11.00; 8 класс – 10.00; 9 класс – 12.00; 10 класс – 13.30; 11 класс – 15.00.

26 января состоится онлайн-разбор решений заданий второго тура. Начало разбора:

7 класс – 11.00; 8 класс – 10.00; 9 класс – 12.00; 10 класс – 13.30; 11 класс – 15.00.

### Задание

1. Выразите  $U_x$  через силу тока  $I$  в образце, концентрацию  $n$  электронов проводимости и физические величины, приведенные в описании эксперимента ( $\mathcal{E}$ ,  $B$ ,  $d$ ,  $b$ ,  $L$ ,  $e$ ).
2. Выразите сопротивление  $R$  и удельное сопротивление  $\rho$  образца через его размеры, подвижность  $\mu$  и концентрацию  $n$  электронов проводимости.
3. Используя уравнения, полученные в п.п. 1, 2, выразите  $U_x$  через концентрацию  $n$  и подвижность  $\mu$  электронов проводимости, сопротивление  $r$  и физические величины, приведенные в описании эксперимента.
4. Используя выражение, полученное в п. 3, при помощи графического анализа экспериментальных данных определите для исследуемого полупроводника:
  - а) концентрацию  $n$  электронов проводимости;
  - б) их подвижность  $\mu$ ;
  - в) удельное сопротивление  $\rho$ .Опишите выбранный для этого способ обработки данных.

**Внимание!** Из-за ограниченного времени выполнения задания погрешность определения  $n$ ,  $\mu$  и  $\rho$  оценивать не требуется, однако точность полученных вами промежуточных и конечных результатов будет учитываться при выставлении баллов.

24 января на портале <http://abitu.net/vseros> будет проведён онлайн-разбор решений задач первого тура. Начало разбора (по московскому времени):

7 класс – 11.00; 8 класс – 10.00; 9 класс – 12.00; 10 класс – 13.30; 11 класс – 15.00.

26 января состоится онлайн-разбор решений заданий второго тура. Начало разбора:

7 класс – 11.00; 8 класс – 10.00; 9 класс – 12.00; 10 класс – 13.30; 11 класс – 15.00.

**Задача 1.9.1. Леопольд атакует (10 баллов).** Кот Леопольд, находясь на крыше дома, два раза выстрелил в противоположных направлениях с одинаковыми скоростями камушками из рогатки. Перед падением на землю скорости камушков были направлены перпендикулярно друг другу. Определите высоту  $h$  дома, если известно, что суммарное время полёта камушков  $t_0 = 3$  с, а времена их движения отличаются в два раза. С какой скоростью  $v$  камушки были выпущены из рогатки? Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.

**Возможное решение (фольклор).** Скорости камушков при падении на землю одинаковы (это следует, например, из закона сохранения энергии) и равны  $u$ . Суммарная траектория камушков представляет собой параболу из симметрии которой следует, что они упали на землю под углом  $45^\circ$  к горизонту.

Суммарное время полёта камушков

$$t_0 = \frac{2u \sin 45^\circ}{g}. \quad (1)$$

Время полёта камушка, двигавшегося меньшее время  $t_1 = t_0/3$ , а его вертикальное перемещение

$$h = ut_1 \sin 45^\circ - \frac{gt_1^2}{2}. \quad (2)$$

Подставляя  $u$  из (1), получим

$$h = \frac{gt_0^2}{9} = 10 \text{ м.}$$

Из кинематики равноускоренного движения следует

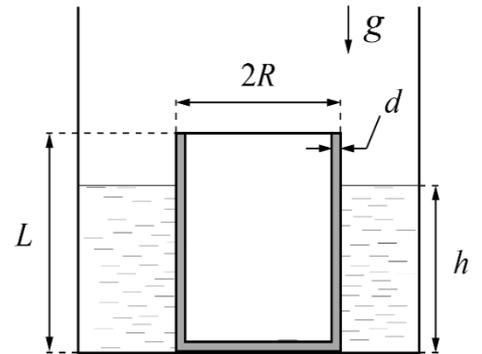
$$u^2 = v^2 + 2gh,$$

Откуда следует  $v = gt_0 \sqrt{\frac{5}{18}} \approx 15,8$  м/с.

№	Задача 1.9.1. Критерии оценивания (10 баллов)	Баллы
1	Обосновано, что камушки упали на землю под углом $45^\circ$ к горизонту	2
2	Формула для суммарного времени полёта камушков	2
3	Формула для высоты дома	2
4	Дан числовой ответ для $h$	1
5	Формула для начальной скорости	2
6	Дан числовой ответ для $v$	1



**Задача 1.9.2. Тяжелый стакан (10 баллов).** Внешний радиус цилиндрического стакана, находящегося в высоком аквариуме с шероховатым дном, равен  $R$ , высота  $L$ , толщина стенок и дна  $d$  (см. рис.). Сверху стакан герметично закрыт тонким легким диском радиуса  $R$ . Плотность жидкости в аквариуме  $\rho$ , плотность материала стакана  $20\rho$ .



1. Получите зависимость силы реакции  $N$ , с которой стакан действует на дно аквариума, от уровня  $h$  налитой в аквариум жидкости. Постройте график зависимости  $N(h)$ . Укажите на графике характерные точки, выразив их через величины, заданные в условии.
2. При каком соотношении между  $d$  и  $L$  стакан может всплыть? Считайте, что  $R$  фиксировано и выполняется условие  $0 < d \leq 0,040R$ .

**Возможное решение (С. Кармазин).** На стакан массы  $m$  вниз действует сила тяжести, а вверх – сила Архимеда  $F_A = \rho g \pi h R^2$  и сила реакции опоры, равная силе  $N$ , с которой стакан давит на дно аквариума. Следовательно,  $N = mg - F_A$ .

1. Учитывая, что толщина стенки мала по сравнению с радиусом стакана, вычислим ее объем упрощенно – как объем листа, из которого свернут цилиндр высотой  $L$ . Объем дна также запишем упрощенно – как произведение внешней площади дна стакана на его толщину. При этом мы дважды учтем тонкое кольцо квадратного сечения  $d \cdot d$  и радиуса  $R$ , которое находится на стыке дна и стенки. Однако, оценка показывает, что при самой толстой из допустимых по условию стенок стакана объем этого кольца не превысит 8% от объема дна, рассчитанного точно с использованием площади внутреннего сечения стакана. С учетом суммарного объема стенок и дна стакана вносимая указанными упрощениями погрешность будет заметно меньше 8%.

Итак, 
$$N = 20\pi\rho g d R(2L + R) - (\pi\rho g R^2)h. \quad (1)$$

2. График зависимости  $N(h)$  приведён на рисунке.

Проанализируем равенство (1) и график.

Угловой коэффициент  $\frac{\Delta N}{\Delta h} = \pi\rho g R^2$  прямой на графике

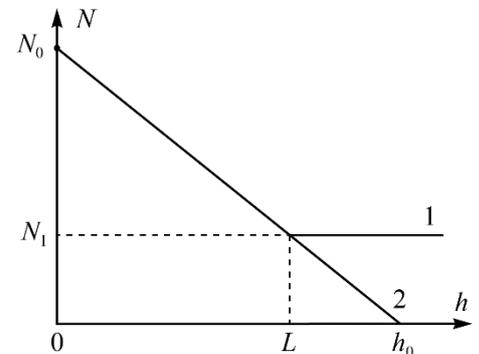
не зависит ни от  $d$ , ни от  $L$ .

Обозначения на графике:

$$N_0 = 20\pi\rho g d R(2L + R)$$

$$h_0 = \frac{20d(2L+R)}{R} \quad (2)$$

$$N_1 = \pi g R \rho (40dL + 20dR - RL).$$



Если уровень воды в аквариуме достигает верха стакана, а стакан к этому моменту еще не всплыл, то зависимость изображается на графике линией 1. Условие реализации такого сценария  $L < h_0$ . Казалось бы, что для всплытия стакана (прямая 2 на графике) достаточно увеличивать  $L$ . Но при этом будут возрастать и  $N_0$  и  $h_0$ , т. к. как угловой коэффициент прямой остаётся постоянным. Возможность всплытия стакана будет определяться тем, какая величина,  $L$  или  $h_0$ , при увеличении  $L$  будет быстрее смещаться вправо по оси  $h$ . Стакан всплывет, если  $L$  превысит  $h_0$ . Для этого должно выполняться условие

$$L \geq h_0 \text{ или } L \geq \frac{20d(2L+R)}{R}$$

Окончательно, после преобразований, условие плавания стакана примет вид:

$$L \geq \frac{20dR}{R-40d}. \quad (3)$$

Из (3) следует, что если второе слагаемое в знаменателе равно или больше  $R$ , то не существует такого  $L$ , при котором стакан мог бы всплыть. При увеличении  $L$  всплытие возможно лишь в том случае, если

$$d < \frac{R}{40} \text{ или } d < 0,025R \quad (4)$$

Данное неравенство подтверждает допустимость сделанных в начале решения упрощений.

Ответы по пунктам:

1.  $N = 20\pi\rho g d R(2L + R) - (\pi\rho g R^2)h$

Характерные точки:

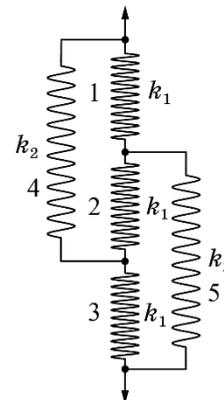
- $N_0 = 20\pi\rho g d R(2L + R)$
- $h_0 = \frac{20d(2L+R)}{R}$ ,
- $N_1 = \pi g R \rho(40dL + 20dR - RL)$ .

График 1 реализуется в случае, если  $L < h_0$ , или  $L < \frac{20dR}{R-40d}$  т.е. для не очень высоких стаканов.

3. Всплытие стакана может произойти, если  $L \geq \frac{20dR}{R-40d}$ , но это возможно лишь при достаточно тонких стенках стакана  $d < 0,025R$ .

№	Задача 1.9.2. Критерии оценивания (10 баллов)	Баллы
1	Получена зависимость $N(h)$	2
2	Представлен график (по 1 баллу за каждую ветвь из двух возможных)	2
3	Указаны значения характерных точек (по 1 баллу за каждую из 3 точек $(N_0, N_1, h_0)$ , равенства (2))	3
4	Сформулировано условие плавания стакана (3)	1
5	Указано, что плавание стакана возможно лишь при выполнении условия (4)	2

**Задача 1.9.3. Пять пружинок (10 баллов).** Пять пружинок соединены так, как показано на рисунке, и в исходном состоянии ни одна из них не деформирована. Коэффициенты жесткости трех пружин равны  $k_1$ , а двух оставшихся –  $k_2$ .



- 1) Чему равен эффективный коэффициент жесткости системы пружин?
- 2) Систему растягивают, прикладывая к ее концам одинаковые силы. При каком соотношении  $k_1$  и  $k_2$  пружина 2 окажется сжатой?

**Возможное решение.** Пусть удлинение пружин 1 и 3 равно  $x$  (из симметрии следует, что удлинения одинаковы), а пружины 2, соответственно,  $y$ . Тогда пружины 4 и 5 растянуты на  $x + y$ . Рассмотрим силы, приложенных к точке соединения пружин 1, 2 и 5:

$$F_1 = F_2 + F_5; \text{ или } k_1 x = k_1 y + k_2 (x + y). \quad (1)$$

Отсюда

$$y = \frac{k_1 - k_2}{k_1 + k_2} x. \quad (2)$$

Если при положительных  $x$  удлинение  $y < 0$ , то это означают, что пружина 2 сжата. Это возможно при  $k_2 > k_1$ . Если  $k_2 < k_1$ , то пружина 2 растянута. При  $k_2 = k_1$  пружина не деформирована.

Общее увеличение длины системы пружин  $\Delta l = 2x + y = \frac{3k_1 + k_2}{k_1 + k_2} x$ .

Приложенная к концам системы сила

$$F = F_1 + F_4 = k_1 x + k_2 (x + y) = k_1 x + k_2 \frac{2k_1}{k_1 + k_2} x = k_1 \frac{k_1 + 3k_2}{k_1 + k_2} x.$$

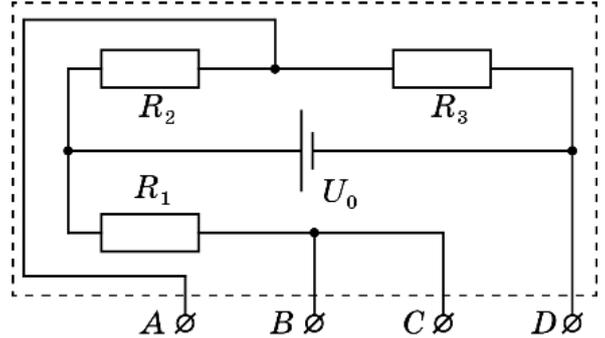
Эффективный коэффициент жесткости

$$k = \frac{F}{\Delta l} = k_1 \frac{k_1 + 3k_2}{3k_1 + k_2}.$$

№	Задача 1.9.3. Критерии оценивания (10 баллов)	Баллы
1	Отмечено, что удлинение пружин 1 и 3 одинаково	1
2	Условия равновесия точек соединения трёх пружин	2
3	Связь удлинений крайних и пружины 2 – уравнение (2)	2
4	Сделан вывод о соотношении $k_1$ и $k_2$ при котором пружина 2 сжата	2
5	Определен коэффициент жесткости всей системы	3
	Записано условие $F = F_1 + F_4$ (1 балл)	
	Учтена кинематическая связь $\Delta l = 2x + y$ (1 балл)	
	Записан ответ (1 балл)	

**Задача 1.9.4. «Серый ящик» (20 баллов).**

В «сером» ящике собрана электрическая цепь схема которой приведена на рисунке. К клеммам  $AB$  ящика подключают идеальный вольтметр, а к клеммам  $CD$  – различные резисторы, сопротивления которых в  $n$  раз больше, чем у резистора  $R_1$ . Зависимость показаний вольтметра  $U$  от  $n$  представлена в таблице.



$U, \text{В}$	2,2	3,9	5,0	5,4	6,2	6,5	6,9
$n$	1	2	3	4	5	7	8

**Задание:**

1. Выведите формулу теоретической зависимости  $U(n)$ .
2. Постройте график зависимости  $U(n)$  по данным таблицы.
3. Определите напряжение  $U_0$  источника и отношение  $k = R_3 / R_2$ . Для этого можете либо:
  - осуществить линеаризацию зависимости  $U(n)$ , т.е. найти такую функцию  $z(n)$ , для которой зависимость  $U(z)$  является линейной и построить её график, по которому определить  $U_0$  и  $k$ . (За такой вариант решения этого пункта вы получите до 12 баллов).
  - использовать две пары значений из таблицы и уравнение, полученное в пункте 1 задания. Выбор значений  $U$  и  $n$  для расчета необходимо обосновать с помощью графика, построенного в пункте 2 задания. (За такой вариант решения этого пункта вы получите до 8 баллов).

Примечание: баллы за разные способы решения пункта 3 не суммируются!

**Возможное решение (С. Кармазин).**

Сила тока через резисторы  $R_2$  и  $R_3$  равна  $I_1 = U_0 / (R_2 + R_3)$ . Напряжение на резисторе  $R_3$  (напряжение между точками 0 и 1) равно

$$(1) \quad U_{01} = I_1 R_3 = \frac{U_0 R_3}{R_2 + R_3} = \frac{k U_0}{1+k}.$$

Аналогично, напряжение на резисторе  $nR_1$  (между точками 0 и 2) равно

$$(2) \quad U_{02} = \frac{nR_1 U_0}{R_1 + nR_1} = \frac{n U_0}{1+n}.$$

Показание  $U$  вольтметр (напряжение между точками 1 и 2), равно разности  $U_{02}$  и  $U_{01}$ . Знак этой разности не имеет значения (всегда можно поменять полярность подключения вольтметра).

$$(3) \quad U = \frac{n U_0}{1+n} - \frac{k U_0}{1+k}.$$

1. График зависимости  $U(n)$  представлен на рис.2.

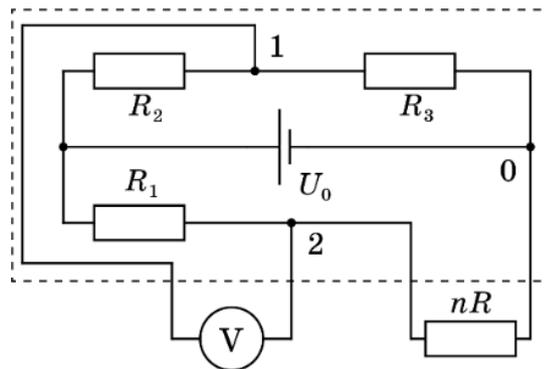


Рис. 1

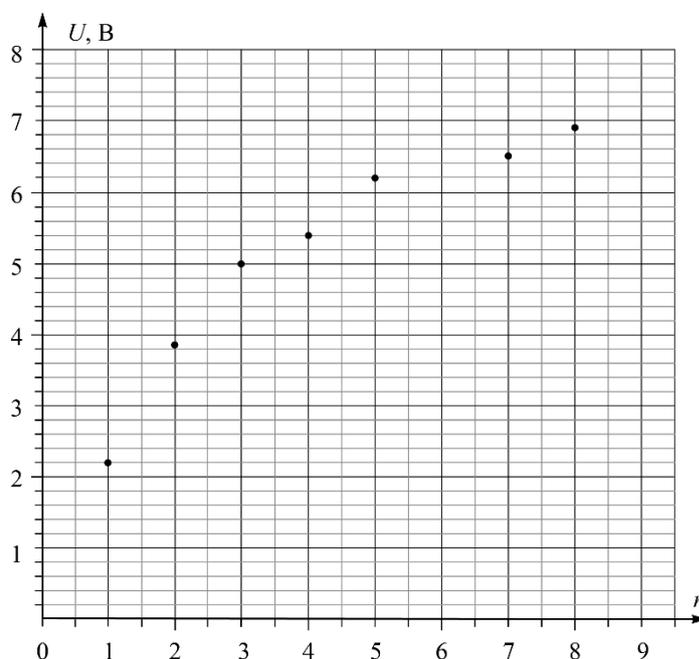


Рис. 2

2. Визуальный анализ графика на рис. 2 позволяет предположить, что точки при  $n = 4$  и  $n = 7$  лежат несколько ниже общего тренда зависимости  $U(n)$ . Вычислим искомые величины, используя, например, значения  $U$  для  $n = 2$  и  $n = 5$ .

С помощью (3) и табл.1 получаем 2 линейных уравнения с двумя неизвестными:

$$(4) \quad 3,85 \text{ В} = \frac{2}{3} U_0 - \frac{k U_0}{1+k}.$$

$$(5) \quad 6,20 \text{ В} = \frac{5}{6} U_0 - \frac{k U_0}{1+k}.$$

Решая совместно уравнения (4) и (5) находим:  $U_0 \approx 14 \text{ В}; k \approx 0,7$ .

3. Проводить сложные математические преобразования для линеаризации зависимости  $U(n)$  нет необходимости. Из (3) видно, что функция  $z(n)$  имеет вид  $z = n / (1+n)$ .

Для построения зависимости  $U(z)$  дополним таблицу в условии значениями  $n / (1+n)$ .

$U, \text{В}$	2,20	3,85	5,00	5,40	6,20	6,50	6,90
$n$	1	2	3	4	5	7	8
$\frac{n}{1+n}$	0,5	0,67	0,75	0,8	0,83	0,88	0,89

4.

строим график  $U\left(\frac{n}{1+n}\right)$ .

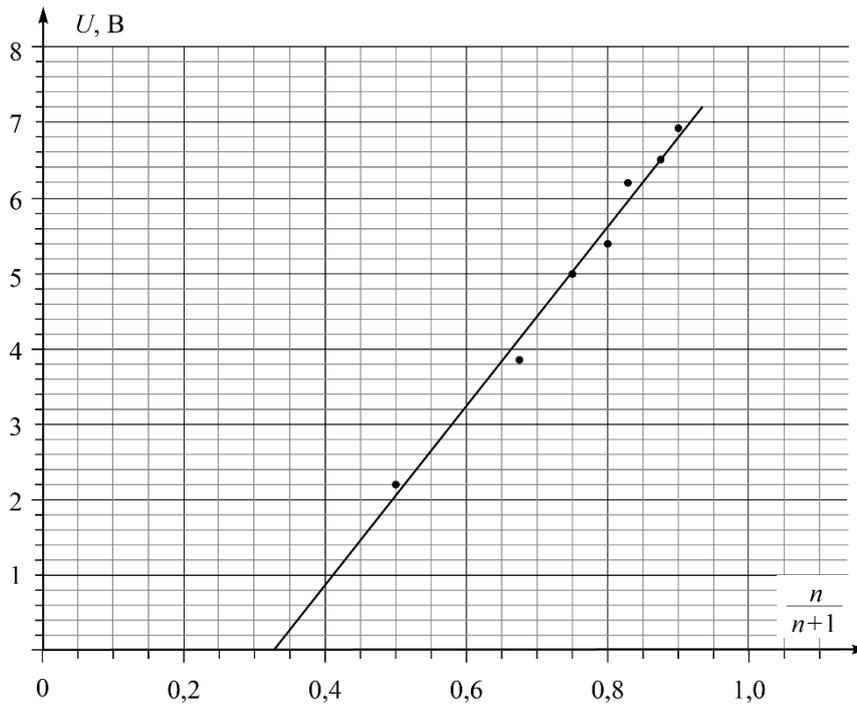


Рис. 3

5. Возьмем две «хорошие» точки на графике, в которых прямая линия проходит через перекрестия линий графической бумаги. Например,  $\frac{n}{1+n} = 0,38$ ;  $U = 0,6 \text{ В}$  и

$$\frac{n}{1+n} = 0,88; U = 6,6 \text{ В.} \quad \text{Тогда } U_0 = \frac{\Delta U}{\Delta\left(\frac{n}{1+n}\right)} = 12 \text{ В.}$$

График зависимости  $U\left(\frac{n}{1+n}\right)$  пересекает горизонтальную ось в точке  $\frac{n}{1+n} = 0,33$ .

В этой точке  $U = 0$ , следовательно  $\frac{k}{1+k} = 0,33$  и  $k = 0,5$ .

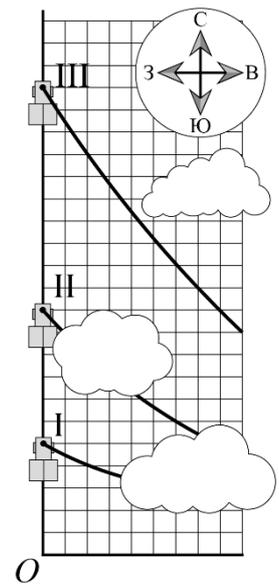
№	Задача 1.9.4. Критерии оценивания (20 баллов)	Баллы
1	Вывод уравнения (3)	5
2	Построен график зависимости $U(n)$	3
	Указаны единицы измерения по осям (0,5 балла)	
	Выбран разумный масштаб (0,5 балла)	
	Оцифрованы оси (0,5 балла)	
	Нанесены экспериментальные точки (0,5 балла)	
	Через экспериментальные точки проведена линия (1 балл)	
3а	Осуществлена линеаризация зависимости $U(n)$	5
	Получена функция $z = n / (1 + n)$ (2 балла)	
	Указание на то, что $U\left(\frac{n}{1+n}\right)$ – линейная функция (2 балла)	
	Таблица дополнена значениями $z = n / (1 + n)$ (1 балл)	
4а	Построен график $U\left(\frac{n}{1+n}\right)$	3
	Указаны единицы измерения по осям (0,5 балла)	
	Выбран разумный масштаб (0,5 балла)	
	Оцифрованы оси (0,5 балла)	
	Нанесены экспериментальные точки (0,5 балла)	
	Через экспериментальные точки проведена прямая линия (1 балл)	
3б	Обоснование выбора точек для расчета (использование для расчёта точек, лежащих на кривой) (2 балла)	4
	Решение системы уравнений и получение значений $U_0$ и $k$ (2 балла)	
5	Численные значения $U_0$ и $k$	4
	Результат $U_0 = (12 \pm 1)$ В (узкие ворота) (2 балла)	
	Результат $U_0 = (12 \pm 2)$ В (широкие ворота) (1 балл)	
	Результат $k = (0,50 \pm 0,05)$ (узкие ворота) (2 балла)	
	Результат $k = (0,5 \pm 0,1)$ (широкие ворота) (1 балл)	

Примечание: баллы за пункт 3б не суммируются с баллами пунктов 3а и 3б (и наоборот)

**Задача 1.10.1. Разгон паровоза (15 баллов).** На трех фотоснимках одного участка местности, сделанных с равными интервалами времени  $\tau$ , запечатлен игрушечный паровоз и фрагменты шлейфа дыма от него. Наложенные друг на друга фотографии приведены на рисунке.

Зная, что, тронувшись с места, паровоз поехал на север с постоянным ускорением  $a = 0,4 \text{ м/с}^2$ , и что в этот день дул западный ветер со скоростью  $u = 4 \text{ м/с}$ , найдите интервал времени  $\tau$  и на каком расстоянии от точки  $O$  находилась труба неподвижного паровоза.

Цены делений шкал сетки по вертикали и горизонтали равны.



**Возможное решение (М. Замятнин).** Пусть цена деления шкалы расстояний равна  $s$ . Далее возможны разные варианты рассуждений.

**Вариант №1.**

Обозначим скорость в конце первого участка (от начала движения до первого снимка) за  $v_1$ , в конце второго (от первого снимка до второго) -  $v_2$  и в конце третьего -  $v_3$ . Так как снимки делались через равные промежутки времени  $\tau$ , то  $v_2 = v_1 + a\tau$ ;  $v_3 = v_1 + 2a\tau$ .

Найдём средние скорости на втором и третьем участках. С одной стороны, их можно выразить как среднее арифметическое скоростей в начале и в конце участка, с другой – как отношение пройденного пути ко времени.

$$\begin{cases} v_{2cp} = \frac{v_1 + v_2}{2} = v_1 + \frac{1}{2}a\tau = \frac{6s}{\tau}; \\ v_{3cp} = \frac{v_2 + v_3}{2} = v_1 + \frac{3}{2}a\tau = \frac{10s}{\tau}. \end{cases}$$

Отсюда  $a\tau = \frac{4s}{\tau}$ ;  $v_1 = \frac{4s}{\tau}$ ;  $\Rightarrow v_1 = a\tau$ . Это означает, что паровоз начал движение за  $\tau$  секунд до того, как был сделан первый снимок. Тогда путь, пройденный им на первом участке, равен  $v_{1cp}\tau = \frac{0+v_1}{2}\tau = \frac{2s}{\tau}\tau = 2s$ . Значит паровоз начал движение из точки, расположенной на  $3s$  выше точки  $O$ .

Рассмотрим третий участок движения паровоза.  $v_{3cp} = v_1 + \frac{3}{2}a\tau = \frac{5}{2}a\tau = \frac{10s}{\tau} \Rightarrow a\tau^2 = 4s$ .

Из рисунка видно, что пока паровоз проезжал третий отрезок дым, выпущенный в самом конце второго отрезка, сдвинулся на восток на расстояние  $8s = u\tau$ . Тогда

$$u\tau = 2a\tau^2; \Rightarrow \tau = \frac{u}{2a} = 5 \text{ с.}$$

Цена деления шкалы расстояний  $s = \frac{a\tau^2}{4} = 2,5 \text{ м}$ , следовательно изначально паровоз находился на  $7,5$  метров севернее точки  $O$ .

**Вариант №2**

Пусть  $t_0$  – время движения паровоза от старта до момента выполнения первого снимка, а  $s_0$  – его начальное расстояние от точки  $O$ .

Тогда можем записать:

$$\begin{cases} 5s = s_0 + \frac{at_0^2}{2}; \\ 11s = s_0 + \frac{a(t_0 + \tau)^2}{2}; \\ 21s = s_0 + \frac{a(t_0 + 2\tau)^2}{2}. \end{cases}$$

Вычтем из третьего уравнение второе, а из второго первое.

$$\begin{cases} 10s = \frac{a(t_0 + 2\tau)^2}{2} - \frac{a(t_0 + \tau)^2}{2}; \\ 6s = \frac{a(t_0 + \tau)^2}{2} - \frac{at_0^2}{2}. \end{cases}$$

Поделим верхнее уравнение на нижнее

$$\frac{5}{3} = \frac{(t_0 + 2\tau)^2 - (t_0 + \tau)^2}{(t_0 + \tau)^2 - t_0^2} = \frac{3\tau^2 + 2t_0\tau}{\tau^2 + 2t_0\tau}.$$

Получаем  $t_0 = \tau$ , тогда  $6s = \frac{3}{2}a\tau^2$ ;  $\Rightarrow \frac{a\tau^2}{2} = 2s$ .

Подставим в уравнение  $5s = s_0 + \frac{at_0^2}{2} = s_0 + 2s$ ;  $\Rightarrow s_0 = 3s$ . Значит паровоз начал движение из точки, расположенной на  $3s$  выше точки  $O$ .

Рассмотрим третий отрезок движения паровоза.

$$10s = \frac{a(t_0 + 2\tau)^2}{2} - \frac{a(t_0 + \tau)^2}{2} = \frac{5}{2}a\tau^2; \Rightarrow a\tau^2 = 4s.$$

Из рисунка видно, что пока паровоз проезжал третий отрезок дым, выпущенный в самом конце второго отрезка, сдвинулся на восток на расстояние  $8s = u\tau$ . Тогда

$$u\tau = 2a\tau^2; \Rightarrow \tau = \frac{u}{2a} = 5 \text{ с}.$$

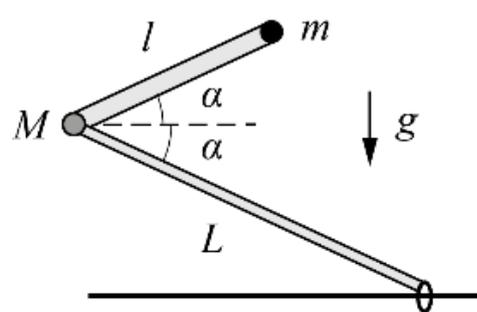
Найдём  $s = \frac{a\tau^2}{4} = 2,5 \text{ м}$ , следовательно изначально паровоз находился на  $7,5$  метров севернее точки  $O$ .

**Возможны и другие варианты решений.**

№	Задача 1.10.1. Критерии оценивания (15 баллов)	Баллы
1	Записаны верные уравнения, связывающие перемещения паровоза или средние скорости для 2 и 3 участков, либо аналогичные.	1+1
2	Показано, что время от начала движения до первого снимка равно $\tau$ (в явном виде может не присутствовать, но если следует из промежуточных выкладок, то балл ставится)	1
3	Найдена точка старта ( $3s$ )	3
4	Верно записана связь между перемещением паровоза и соответствующим ему перемещением дыма. (Если использовались неудобные точки, координаты которых невозможно точно определить, то за пункт ставится только половина баллов)	3
5	Получено верное значение $\tau = 5$ с (формула + число)	2+1
6	Получено верное значение расстояния $7,5$ м от точки старта до точки $O$ (формула + число). В качестве формулы может быть засчитана верная формула для размера $s$ одной клеточки	2+1

**Задача 1.10.2. Шарнир и колечко (15 баллов).**

В вертикальной плоскости находятся два невесомых стержня, соединённых шарниром массы  $M$ . На свободном конце верхнего стержня закреплён груз массы  $m$ , а на свободном конце нижнего стержня закреплено лёгкое колечко, которое может скользить по гладкой горизонтальной закреплённой спице.



Длина верхнего стержня  $l$ , длина нижнего стержня  $L > l$ . Изначально стержни составляют углы  $\alpha$  с горизонтом и удерживаются неподвижно. Затем их отпускают.

Найдите:

- 1) Ускорения шарнира  $a_{ш0}$  и грузика  $a_{г0}$  сразу после начала движения.
- 2) Ускорение колечка  $a_k$  в момент времени, когда шарнир, груз и колечко окажутся на одной прямой.

Считайте, что стержни и спица тонкие и все тела могут пролетать мимо друг друга не соударяясь. Ускорение свободного падения  $g$ .

**Возможное решение (А. Уймин).** Рассмотрим нижний стержень. Так как он невесомый, то векторная сумма сил, действующих на него, должна быть равна нулю. На стержень действует сила реакции опоры со стороны спицы, направленная вертикально вверх, и некоторая сила со стороны шарнира  $M$ . Значит сила, действующая с стороны шарнира, должна быть направлена вертикально вниз. Если стержень лёгкий, то нулю также должна равняться и сумма моментов действующих на него сил. Вместе с предыдущим условием это означает, что сила реакции опоры со стороны спицы, как и сила, действующая на стержень со стороны шарнира равны нулю.

Рассмотрим теперь верхний стержень вместе с шарниром и грузом. На него действуют две силы тяжести и сила со стороны нижнего стержня. Последняя по третьему закону Ньютона противоположна силе, с которой шарнир действует на нижний стержень, а она равна нулю. Тогда на верхний стержень, шарнир и груз действуют только силы тяжести, значит они двигаются вертикально вниз с постоянным ускорением  $a_{ш0} = a_{г0} = g$ , а стержень сохраняет ориентацию в пространстве.

Шарнир кольцо и груз окажутся на одной прямой, когда верхний стержень опустится ниже спицы и нижний стержень опять будет составлять угол  $\alpha$  с горизонтом.

Запишем закон сохранения энергии и выразим скорость короткого стержня в этот момент времени. К этому времени он переместился по вертикали на расстояние  $\Delta h = 2L \sin \alpha$ , поэтому

$$\frac{(M + m)v^2}{2} = (M + m)g2L \sin \alpha; \Rightarrow v^2 = 4gL \sin \alpha.$$

Пусть  $u$  – скорость колечка в интересующий нас момент времени.

Перейдём в систему отсчёта, связанную с колечком. В этой СО шарнир движется по окружности радиуса  $L$ .

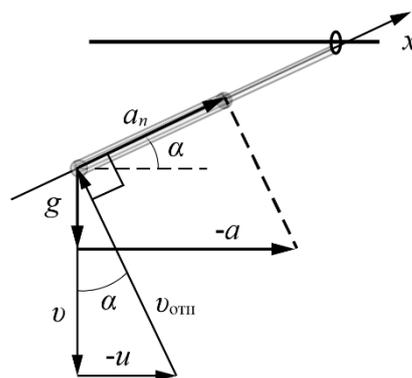
Его скорость  $\vec{v}_{отн} = \vec{v} - \vec{u}$  и направлена перпендикулярно стержню, поэтому  $v_{отн} = v / \cos \alpha$ .

Направим ось  $x$  так, как показано на рисунке. Найдём нормальную составляющую ускорения шарнира в этой СО.

$$a_n = g_x - a_x = -g \sin \alpha + a_k \cos \alpha = \frac{v_{отн}^2}{L}.$$

Тогда

$$a_k = \frac{v_{отн}^2}{L \cos \alpha} + g \operatorname{tg} \alpha = \frac{4gL \sin \alpha}{L \cos^3 \alpha} + g \operatorname{tg} \alpha = g(5 + 4 \operatorname{tg}^2 \alpha) \operatorname{tg} \alpha.$$



№	Задача 1.10.2. Критерии оценивания (15 баллов)	Баллы
1	Силы, действующие на большой стержень, равны нулю.	2
2	Малый стержень движется равноускоренно и не меняет ориентацию в пространстве.	2
3	Найдены начальные ускорения груза и шарнира.	1
4	Найдено расположение стержней в момент времени, соответствующий второму вопросу.	2
5	Найдена скорость стержня	2
6	Записан достаточный набор верных уравнений для определения ускорения колечка	3
7	Найдено ускорение колечка	3

**Задача 1.10.3. Воздушный шар (10 баллов).** Оболочка воздушного шара изготовлена из нерастяжимой плотной ткани с массовой поверхностной плотностью  $\sigma$  (масса  $1 \text{ м}^2$  поверхности оболочки численно равна  $\sigma$ ). Если оболочку полностью заполнить газом, то она приобретает форму сферы радиусом  $r$ . В пустую оболочку закачивают некоторое количество гелия.

- 1) При каких значениях массы  $m$  гелия шар будет подниматься?
- 2) Какому соотношению должны удовлетворять параметры шара, чтобы его подъём был возможен?

Молярная масса гелия  $M_{\text{He}}$ , воздуха –  $M_{\text{B}}$ , атмосферное давление  $p_0$ , температура –  $T$ . Объем шара  $V = 4\pi r^3 / 3$ , площадь сферы  $S = 4\pi r^2$ .

**Возможное решение (А. Аполонский).** В зависимости от количества закачанного гелия объем шара  $V$  таков, что  $V \leq 4\pi r^3 / 3$ .

Пока оболочка не раздулась до максимального объёма, давление гелия внутри равно атмосферному. Максимальное значение объёма достигается при массе закачанного гелия

$$m_0 = \frac{4\pi}{3} r^3 \frac{p_0 M_{\text{He}}}{RT}. \quad \text{При массе гелия } m < m_0 \text{ объем шара} \quad V = \frac{m}{M_{\text{He}}} \frac{RT}{p_0}.$$

Здесь  $R$  – универсальная газовая постоянная.

Для того, чтобы при этой массе гелия шар начал подниматься, необходимо, чтобы сила Архимеда была больше силы тяжести:

$$\rho_{\text{B}} V g > m g + 4\pi r^2 \sigma g. \quad (1)$$

Здесь  $\rho_{\text{B}} = p_0 M_{\text{B}} / (RT)$  – плотность воздуха. Подставляя выражения для  $V$  и  $\rho_{\text{B}}$  в условии (1), получаем

$$m \left( \frac{M_{\text{B}}}{M_{\text{He}}} - 1 \right) > 4\pi r^2 \sigma \quad \text{или} \quad m > \frac{4\pi r^2 \sigma M_{\text{He}}}{M_{\text{B}} - M_{\text{He}}}. \quad (2)$$

Если масса гелия  $m > m_0$ , то условие (1) выглядит так:

$$\frac{4\pi r^3}{3} \frac{p_0 M_{\text{B}}}{RT} > m + 4\pi r^2 \sigma \quad \text{или} \quad m < 4\pi r^2 \left( \frac{p_0 M_{\text{B}} r}{3RT} - \sigma \right). \quad (3)$$

С учётом (2) и (3) условие для массы гелия, при которой шар поднимет сам себя

$$\frac{4\pi r^2 \sigma M_{\text{He}}}{M_{\text{B}} - M_{\text{He}}} < m < 4\pi r^2 \left( \frac{p_0 M_{\text{B}} r}{3RT} - \sigma \right).$$

Если левая часть этого неравенства больше правой, то шар не поднимется ни при каких массах. Это произойдёт, если  $\frac{\sigma M_{\text{He}}}{M_{\text{B}} - M_{\text{He}}} > \frac{p_0 M_{\text{B}} r}{3RT} - \sigma$ , или  $r < \frac{3RT\sigma}{p_0 (M_{\text{B}} - M_{\text{He}})}$ .

Окончательный ответ на вопрос задачи:

$$\text{При } r > \frac{3RT\sigma}{p_0 (M_{\text{B}} - M_{\text{He}})} \text{ условие на полёт: } \frac{4\pi r^2 \sigma M_{\text{He}}}{M_{\text{B}} - M_{\text{He}}} < m < 4\pi r^2 \left( \frac{p_0 M_{\text{B}} r}{3RT} - \sigma \right).$$

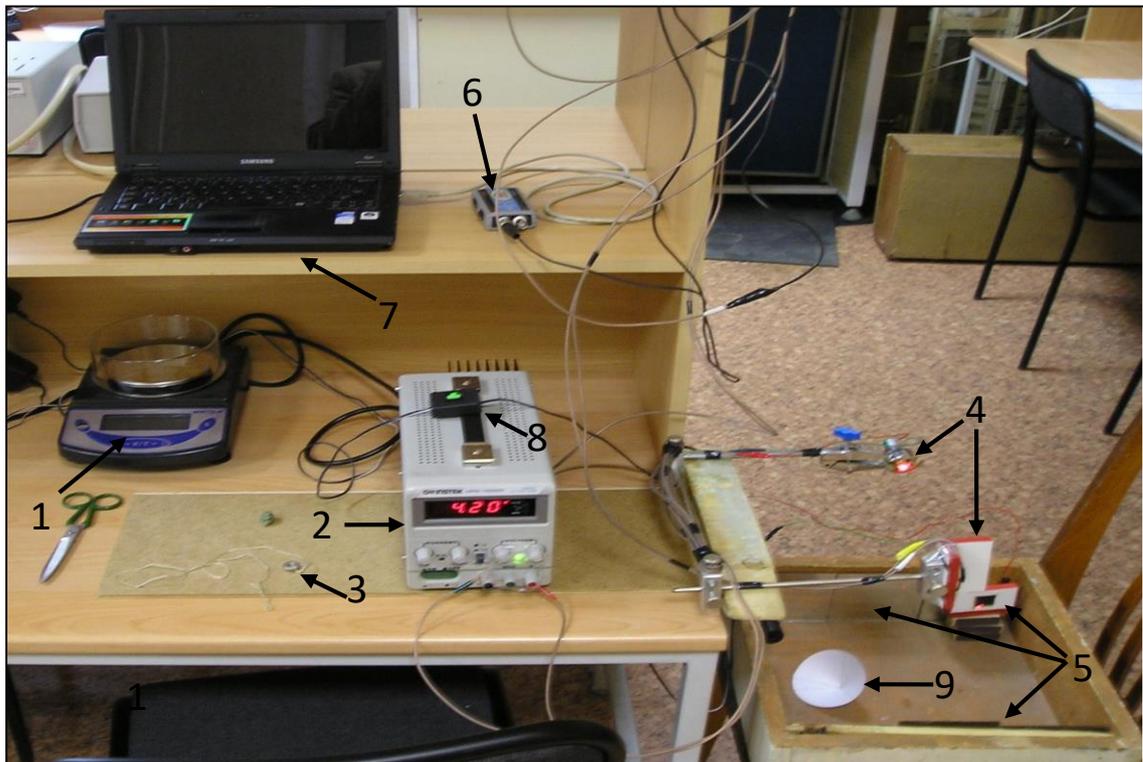
$$\text{При } r < \frac{3RT\sigma}{p_0 (M_{\text{B}} - M_{\text{He}})} \text{ шар не взлетит.}$$

№	Задача 1.10.3. Критерии оценивания (10 баллов).	Баллы
1	Отмечено, что при малых значениях массы гелия, закачанного в оболочку, его давление будет атмосферным, а объем $V = \frac{m}{M_{\text{He}}} \frac{RT}{p_0}$ .	1
2	Определена масса гелия $m_0 = \frac{4\pi}{3} r^3 \frac{p_0 M_{\text{He}}}{RT}$ , превышение которой не приведёт к изменению объема шара	1
3	Получено выражение для плотности воздуха $\rho_B = \frac{p_0 M_B}{RT}$	1
4	Записано условие плавания шара $\rho_B V g > mg + 4\pi r^2 \sigma g$ .	1
5	Найдена нижняя граница массы гелия $\frac{4\pi r^2 \sigma M_{\text{He}}}{M_B - M_{\text{He}}}$	2
6	Найдена верхняя граница массы гелия $4\pi r^2 \left( \frac{p_0 M_B r}{3RT} - \sigma \right)$ .	2
7	Указано, что шар взлетит, если $r > \frac{3RT\sigma}{p_0 (M_B - M_{\text{He}})}$	2

**Задача 1.10.4. Псевдоэксперимент «Вязкое трение» (10 баллов).** Известно, что при падении бумажного конуса на него действует сила  $F_{\text{сопр}}$  вязкого трения о воздух, зависящая от скорости движения конуса:  $F_{\text{сопр}} = kv^n$ . Изучите падение бумажного конуса при его разных массах и определите значения коэффициента  $n$ . Погрешность оценивать не нужно. *Примечание: в математике часто используется функция логарифма, которая является обратной к функции возведения в степень. По свойствам данной функции если  $F_{\text{сопр}} = kv^n$ , то  $\ln(F_{\text{сопр}}) = \ln(k) + n \ln(v)$ . Значение логарифма от некоторого числа можно вычислить на калькуляторе.*

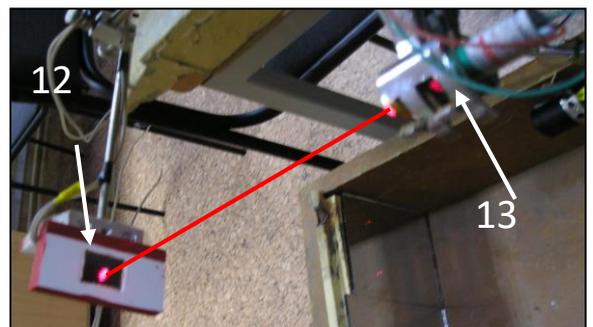
**Оборудование.** Два сборных фотодатчика, блок питания, электронные весы, USB-осциллограф, ноутбук, отвес, линейка, ножницы, клей, выкройка для конуса, пластилин, салфетка, миллиметровка для построения графиков.

**Описание установки.**

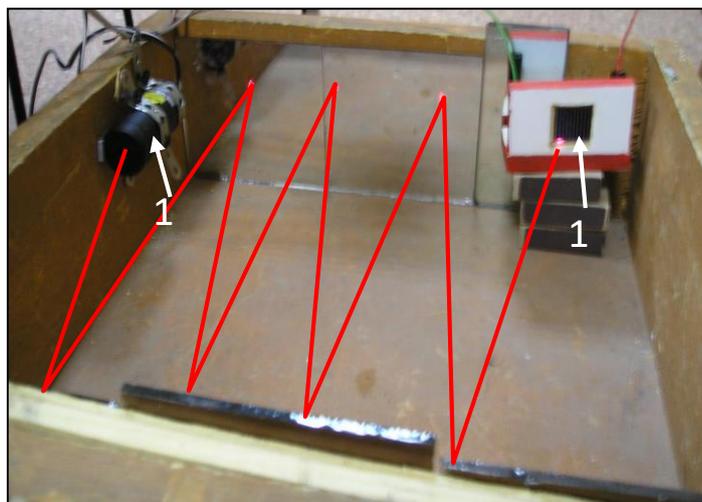


Установка позволяет с большой точностью определять время свободного падения бумажного конуса на участке, где движение конуса является равномерным. Для измерения времени движения конуса используется система из двух сборных фотодатчиков (верхнего 4 и нижнего 5), сигнал с которых через USB-осциллограф 6 поступает в ноутбук 7.

Верхний сборный фотодатчик состоит из лазера 13 и фотоэлемента 12. При пересечении конусом луча лазера напряжение на фотоэлементе изменяется.



Нижний сборный фотодатчик представляет собой квадратный ящик к двум противоположным стенкам которого изнутри приклеены плоские зеркала. На боковой стенке ящика закреплен лазер 10, луч которого, многократно отразившись от зеркал, попадает на фотоэлемент 11, двигаясь все время в одной горизонтальной плоскости. При падении конуса внутрь ящика луч лазера гарантированно перекрывается и напряжение на фотоэлементе изменяется.



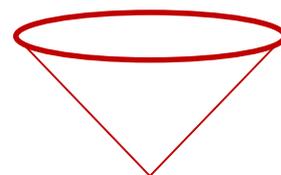
Расстояние от луча верхнего лазера, до плоскости, образуемой лучами нижнего лазера, равно  $(23,0 \pm 0,5)$  см.

Фотоэлементы 11 и 12 соединены в электрическую цепь последовательно друг с другом и подключены к USB-осциллографу, который преобразует значение суммарного напряжения на фотоэлементах в цифровой вид и передает в ноутбук 7. На ноутбуке установлена программа, отображающая график зависимости напряжения от времени с точностью до 0,5 мс. С помощью полученного графика можно определить время движения конуса между двумя пересечениями лучей лазеров.

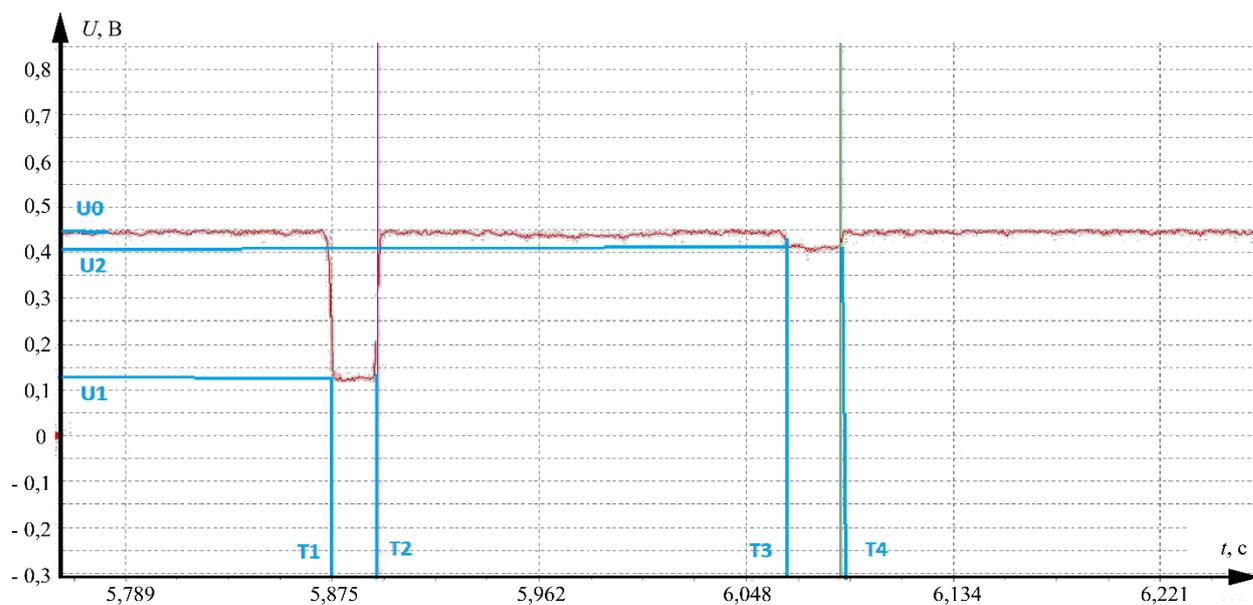
Для определения массы конуса 9 используются электронные весы 1. Для изменения массы конуса внутрь него помещают небольшие кусочки пластилина.

#### Порядок проведения измерений.

1. Внутри конуса помещается некоторое количество пластилина и на электронных весах определяется общая масса конуса с пластилином.
2. Конус размещают острием вниз на расстоянии примерно 60-70 см над верхним лазером и отпускают. Расстояние в 60-70 см гарантирует, что при полете конуса к верхнему лазеру его движение будет практически равномерным.
3. В окне программы по зависимости суммарного напряжения от времени определяются и заносятся в таблицу 7 параметров:
  - $T_1, T_2$  – времена начала и окончания первого провала;
  - $T_3, T_4$  - времена начала и окончания второго провала;
  - $U_0$  – постоянный уровень напряжения;



-  $U_1, U_2$  – уровни напряжений, соответствующие первому и второму провалам.



4. Опыты повторяются с другой массой пластилина внутри конуса.

Полученные данные

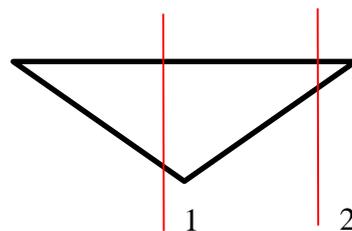
масса конуса с пластином, мг	$T_1$ , мс	$T_2$ , мс	$T_3$ , мс	$T_4$ , мс	$U_0$ , В	$U_1$ , В	$U_2$ , В
533	161	181	372	386	0,450	0,123	0,406
600	128	143	331	341	0,450	0,136	0,407
700	192	198	372	381	0,450	0,127	0,402
790	546	552	715	723	0,450	0,123	0,410
894	133	149	289	301	0,450	0,126	0,402
990	120	131	257	277	0,450	0,122	0,392
1125	570	576	694	709	0,450	0,122	0,403

**Возможное решение (М. Карманов).** Для начала разберемся какие данные нам нужны и как их обрабатывать. В условии сказано, что после запуска конуса его движение на участке между датчиками можно считать равномерным. В этом случае действующая на конус сила тяжести уравновешивается силой сопротивления, значит можем записать  $F_{\text{сопр}} = mg$ , где  $m$  – масса конуса с пластилином.

Так как движение равномерное то скорость можно вычислить как  $v = L/t$ , где  $L$  – расстояние между датчиками, а  $t$  – время полета между датчиками. Из условия  $L = (23,0 \pm 0,5)$  см.

Осталось разобраться со временем. В таблице приведены 4 временные отметки и нужно понять какие из них нам нужны.

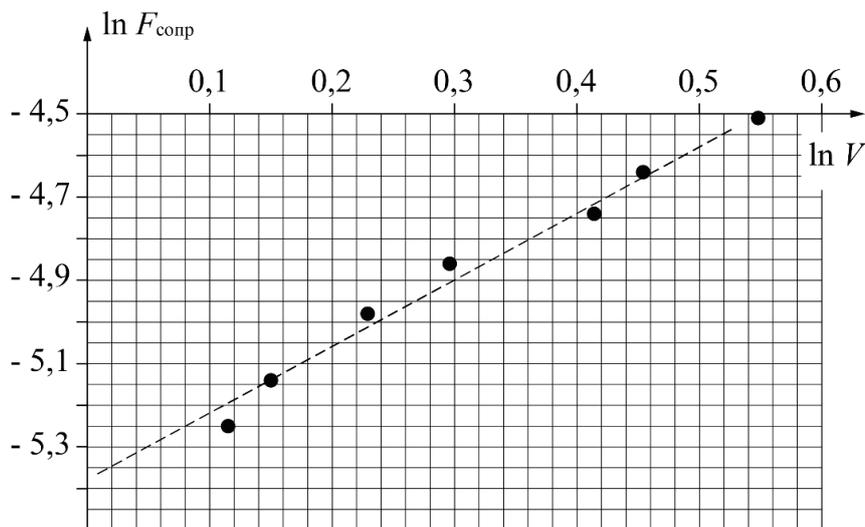
Рассмотрим конус и то, как он пересекает луч лазера. На рисунке представлен конус (вид сбоку) и две возможные траектории луча лазера относительно конуса. Как видно из рисунка невозможно определить на какой высоте находился конус, когда он перекрыл луч лазера, а вот определить, когда луч лазера перестает перекрываться конусом, положение конуса задано однозначно. Значит нам нужны времена  $T_2$  и  $T_4$ . Тогда  $v = L / (T_4 - T_2)$ .



$m$ , мг	$T_2$ , мс	$T_4$ , мс	$F_{\text{сопр}}$ , $10^{-3}$ Н	$v$ , м/с	$\ln(F_{\text{сопр}})$	$\ln(v)$
533	181	386	5,22	1,122	-5,25	0,115
600	143	341	5,88	1,162	-5,14	0,150
700	198	381	6,86	1,257	-4,98	0,229
790	552	723	7,74	1,345	-4,86	0,296
894	149	301	8,76	1,513	-4,74	0,414
990	131	277	9,70	1,575	-4,64	0,454
1125	576	709	11,03	1,729	-4,51	0,548

Из условия известно, что  $F_{\text{сопр}} = kv^n$ , тогда  $\ln(F_{\text{сопр}}) = \ln(k) + n \ln(v)$ .

Для определения параметра  $n$  построим график в логарифмических координатах.



Из графика найдем угловой коэффициент (и координату точки пересечения с вертикальной осью). Получаем  $n = 1,64$ .

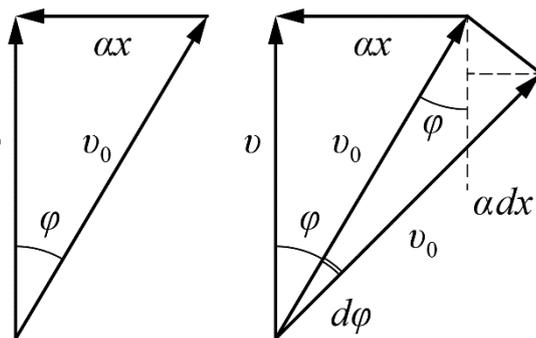
№	Задача 1.10.4. Критерии оценивания (10 баллов).	Баллы
1	Для определения скорости выбраны времена $T_2$ и $T_4$	1
2	Выбор в п. 1 обоснован	1
3	Из условия установившегося движения сделан вывод о равенстве сил сопротивления силе тяжести	1
4	Вычислена сила сопротивления для всех опытов	1
5	Вычислена скорость для всех опытов	1
6	Выполнена линеаризация зависимости	1
7	Построен график для определения параметров эксперимента	2
8	Найдено значение $n = 1,65 \pm 0,10$	2
	$n \in (1,45 \div 1,55) \cup (1,75 \div 1,85)$	(1 балл)

**Задача 1.11.1. Переправа (12 баллов).** Лодка переплывает реку по прямой, перпендикулярной берегам. Её скорость относительно воды равна  $v_0$ . До середины реки скорость течения изменяется по закону  $u = \alpha x$  от нуля до  $v_0/2$  – скорости воды на середине реки, где  $\alpha$  – известный коэффициент,  $x$  – расстояние от берега. После середины реки скорость уменьшается до нуля у другого берега по тому же закону.

Определите зависимость от времени угла между вектором скорости лодки относительно воды и направлением движения относительно берега. Через какое время лодка окажется на другом берегу?

**Возможное решение (А. Уймин).**  
**(способ 1)**

В треугольнике скоростей скорость течения  $v$   $u = \alpha x$ , скорость лодки относительно берега  $v = dx/dt$ , а её скорость  $v_0$  относительно воды направлена под углом  $\varphi$  с нормалью к берегу. Тогда  $v = v_0 \cos \varphi$ .



За малое время  $dt$  лодка перемещается в направлении противоположного берега на расстояние  $dx$ , а направление вектора скорости лодки изменяется на угол  $d\varphi$ . При этом

$$\alpha dx = \alpha v dt = \alpha v_0 \cos \varphi dt. \quad (1)$$

Выразим отрезок  $\alpha dx$  через длину дуги с углом  $d\varphi$  окружности радиуса  $v_0$

$$\alpha dx = v_0 d\varphi \cos \varphi. \quad (2)$$

Из (1) и (2) получаем, что  $d\varphi = \alpha dt$  или  $\varphi = \alpha t$ . Вектор относительной скорости поворачивается с постоянной угловой скоростью!

На середине реки  $u = v_0/2$ , и тогда  $\varphi = \pi/6$ , а время  $t = \pi/(6\alpha)$ .

От этой середины до другого берега вектор относительной скорости поворачивается с той же угловой скоростью, но в противоположную сторону. Из симметрии полное время  $T = 2t = \pi/(3\alpha)$ .

№	Задача 1.11.1. Критерий (12 баллов)	Баллы
1	Треугольник скоростей с углом поворота	1
2	Приращение скорости течения за $dt$ (уравнение 1)	1
3	Приращение скорости течения через $d\varphi$ (уравнение 2)	3
4	Нахождение угловой скорости ( $d\varphi/dt = \alpha$ или $\varphi = \alpha t$ )	2,5
5	Нахождение $\varphi = \pi/6$ на середине реки	1
6	Нахождение времени плавания до середины реки	2,5
7	«Симметрия» второй половины и ответ $T = \pi/(3\alpha)$ .	1

24 января на портале <http://abitu.net/vseros> будет проведён онлайн-разбор решений задач первого тура. Начало разбора (по московскому времени):

7 класс – 11.00; 8 класс – 10.00; 9 класс – 12.00; 10 класс – 13.30; 11 класс – 15.00.

26 января состоится онлайн-разбор решений заданий второго тура. Начало разбора:

7 класс – 11.00; 8 класс – 10.00; 9 класс – 12.00; 10 класс – 13.30; 11 класс – 15.00.

LV Всероссийская олимпиада школьников по физике. Региональный этап.  
Первый тур. 23 января 2021 г.

**Решение (способ 2).**

Построим треугольник скоростей для лодки (см. рисунок выше). Из теоремы Пифагора

$$v_x^2 + (\alpha x)^2 = v_0^2.$$

После дифференцирования по времени получим:  $2a_x v_x + 2\alpha^2 x v_x = 0.$

$a_x = -\alpha^2 x$  – уравнение гармонических колебаний.

Из начальных условий ( $x = 0$ ;  $v_x = v_0$ ) находим решение

$$v_x = v_0 \cos(\alpha t).$$

Также из треугольника скоростей видим, что  $v_x = v_0 \cos \varphi$ , откуда  $\varphi = \alpha t$ .

В момент достижения середины реки  $v_x = v_0 \sqrt{3} / 2$ ,  $t = \pi / (6\alpha)$ . Общее время движения

$$T = 2t = \pi / (3\alpha).$$

№	Задача 1.11.1. Критерии оценивания (12 баллов)	Баллы
1	Треугольник скоростей с углом поворота	1
2	Доказано, что движение гармоническое	2,5
3	Из начальных условий определена зависимость $v_x(t)$	2,5
4	Найдена зависимость $\varphi = \alpha t$	2,5
5	Нахождение времени плавания до середины реки	2,5
6	«Симметрия» второй половины и ответ $T = \pi / (3\alpha)$ .	1

**24 января** на портале <http://abitu.net/vseros> будет проведён онлайн-разбор решений задач первого тура. Начало разбора (по московскому времени):

7 класс – 11.00; 8 класс – 10.00; 9 класс – 12.00; 10 класс – 13.30; 11 класс – 15.00.

**26 января** состоится онлайн-разбор решений заданий второго тура. Начало разбора:

7 класс – 11.00; 8 класс – 10.00; 9 класс – 12.00; 10 класс – 13.30; 11 класс – 15.00.

**Решение (способ 3).**

Из теоремы Пифагора следует

$$v_x^2 + (\alpha x)^2 = v_0^2.$$

Отсюда скорость лодки

$$v_x = \frac{dx}{dt} = \sqrt{v_0^2 - (\alpha x)^2}, \text{ а время } dt = \frac{dx}{v_x} = \frac{dx}{\sqrt{v_0^2 - (\alpha x)^2}}.$$

Время, которое необходимо для преодоления некоторого расстояния  $x_1$ ,

$$t_1 = \int_0^{x_1} \frac{dx}{\sqrt{v_0^2 - (\alpha x)^2}} = \frac{1}{\alpha} \arcsin\left(\frac{\alpha x_1}{v_0}\right).$$

В частности, при  $x = v_0 / (2\alpha)$  (середина реки), время  $t = \pi / (6\alpha)$ . Общее время движения  $T = \pi / (3\alpha)$ .

Для определения искомого угла заметим, что из треугольника скоростей  $\sin \varphi = \alpha x / v_0$ , откуда  $\varphi = \alpha t$ .

№	Задача 1.11.1. Критерии оценивания (12 баллов)	Баллы
1	Треугольник скоростей с углом поворота	1
2	Найдена связь между временем и координатой $t_1 = (1/\alpha) \arcsin(\alpha x_1 / v_0)$	5
3	Найдена зависимость $\varphi = \alpha t$	2,5
4	Нахождение времени плавания до середины реки	2,5
5	«Симметрия» второй половины и ответ $T = \pi / (3\alpha)$ .	1

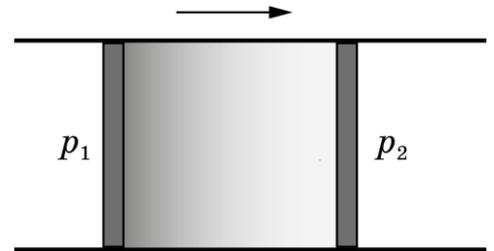
**24 января** на портале <http://abit.net/vseros> будет проведён онлайн-разбор решений задач первого тура. Начало разбора (по московскому времени):

7 класс – 11.00; 8 класс – 10.00; 9 класс – 12.00; 10 класс – 13.30; 11 класс – 15.00.

**26 января** состоится онлайн-разбор решений заданий второго тура. Начало разбора:

7 класс – 11.00; 8 класс – 10.00; 9 класс – 12.00; 10 класс – 13.30; 11 класс – 15.00.

**Задача 1.11.2. Доставка воды пневмопочтой (12 баллов).** Где-то в Космосе, вдали от звезд, движется по инерции фабрика-звездолет. В технологических процессах используется вода, которая доставляется к нужному месту порциями с массой  $m = 288\text{ г}$  по гладким трубам, площадь поперечного сечения которых постоянна и равна  $S = 50\text{ см}^2$ . Каждая порция содержится между двумя одинаковыми поршнями, масса каждого из которых тоже равна  $m$ . Температура порции  $T$  при движении в установившемся режиме (колебания поршней относительно друг друга отсутствуют) остается неизменной. Движение поршней и порции воды по трубе обеспечивается давлением сжатого газа: «позади» них давление газа  $p_1$  всегда в 1,5 раза больше, а «перед» ними ( $p_2$ ) – в два раза меньше, чем давление насыщенного водяного пара при температуре  $T$ .



Какая часть массы воды в порции при движении в установившемся режиме находится в жидком состоянии? Каково в этом режиме расстояние между поршнями?

Плотность насыщенного водяного пара при температуре  $T$  составляет  $\varepsilon = 6\%$  от плотности жидкой воды, которая при этой температуре равна  $\rho \approx 0,72\text{ г/см}^3$ .

В вычислениях для простоты можно считать воду совершенно несжимаемой, а водяной пар – почти идеальным газом. Ответ для расстояния между поршнями выразите в см с точностью до целого значения.

**Возможное решение (К. Парфёнов).** В установившемся режиме поршни и вода движутся равноускоренно, причем величина ускорения  $a = \frac{(p_1 - p_2)S}{3m} = \frac{(1,5p_H - 0,5p_H)S}{3m} = \frac{p_H S}{3m}$ ,

где  $p_H$  – давление насыщенного водяного пара при температуре  $T$ . Из уравнения движения поршня 1 («позади» порции воды) следует, что давление воды на него  $p' = p_1 - \frac{ma}{S} = \frac{7}{6}p_H$ .

Из этого ясно, что у поверхности этого поршня вода находится в жидком состоянии. Аналогично из уравнения движения поршня 2 находим, что на у его поверхности давление

воды  $p'' = p_2 + \frac{ma}{S} = \frac{5}{6}p_H$ , то есть здесь вода является паром. На границе раздела фаз

давление равно  $p_H$ , и, поскольку вода несжимаема, то из уравнения движения для слоя

жидкой воды находим толщину этого слоя:  $\rho S h \cdot a = (p' - p_H)S \Rightarrow h = \frac{m}{2\rho S}$ . Поэтому масса

жидкой воды  $m_l = \rho S h = \frac{m}{2}$ , то есть в жидком состоянии находится половина (50%) массы воды.

Теперь в области, занятой водяным паром, выделим слой пара толщиной  $\Delta x$  и запишем уравнение движения для него (под действием сил давления):  $\rho_n S \Delta x \cdot a = -\Delta p S$ , где

плотность пара, в соответствии с уравнением Менделеева-Клапейрона, равна  $\rho_n = \frac{\mu p}{RT}$ .

Таким образом, толщина слоя, на котором давление убывает на величину  $\Delta p < 0$ , равна

$\Delta x = -\frac{3mRT}{\mu p_H S} \frac{\Delta p}{p} = -\frac{3m}{\varepsilon \rho S} \frac{\Delta p}{p}$ . Здесь учтено, что  $\frac{\mu p_H}{RT} = \rho_H = \varepsilon \rho$ . На всем участке пара

давление падает не очень значительно – от  $p_H$  до  $p'' = \frac{5}{6}p_H$ . Поэтому толщина слоя пара

может быть приближенно вычислена по этой формуле с  $-\Delta p = \frac{1}{6}p_H$  и средней величиной

давления  $p \approx \frac{1}{2} \left( p_H + \frac{5}{6}p_H \right) = \frac{11}{12}p_H$ . Таким образом,  $H \approx \frac{6m}{11\varepsilon \rho S} \approx 73$  см. Значит,

расстояние между поршнями  $L = H + h \approx \frac{m}{2\rho S} \left[ 1 + \frac{12}{11\varepsilon} \right] \approx 77$  см. Допустимо также

использовать среднее значение обратного давления  $\frac{1}{p} \approx \frac{1}{2} \left( \frac{1}{p_H} + \frac{6}{5p_H} \right) = \frac{11}{10p_H}$ . В этом

случае  $H \approx \frac{11m}{20\varepsilon \rho S} \approx 73$  см и  $L \approx \frac{m}{2\rho S} \left[ 1 + \frac{11}{10\varepsilon} \right] \approx 77$  см. Ясно, что эти выражения дают для

искомой величины оценки «сверху» и «снизу», поэтому разумно взять их среднее:

$H \approx \frac{241m}{440\varepsilon \rho S} \approx 73$  см и  $L \approx \frac{m}{2\rho S} \left[ 1 + \frac{241}{220\varepsilon} \right] \approx 77$  см. Поскольку в рамках требуемой точности

все эти подходы дают одинаковый ответ, все они являются допустимыми.

**ОТВЕТ: 50% (половина),**  $L \approx \frac{m}{2\rho S} \left[ 1 + \frac{241}{220\varepsilon} \right] = \frac{1271m}{132\rho S} \approx 77$  см.

LV Всероссийская олимпиада школьников по физике. Региональный этап.  
Первый тур. 23 января 2021 г.

**Примечание 1.** Участники, знакомые с интегрированием, могут вычислить  $H$  и  $L$  более

аккуратно: толщина слоя пара  $H = \frac{3m}{\varepsilon \rho S} \cdot \int_{p'}^{p_H} \frac{dp}{p} = \frac{3m}{\varepsilon \rho S} \ln\left(\frac{6}{5}\right)$ , и расстояние между поршнями

$L = H + h = \frac{m}{2\rho S} \left[ 1 + \frac{6}{\varepsilon} \ln\left(\frac{6}{5}\right) \right] \approx 77$  см. Такие ответы также засчитываются как полностью

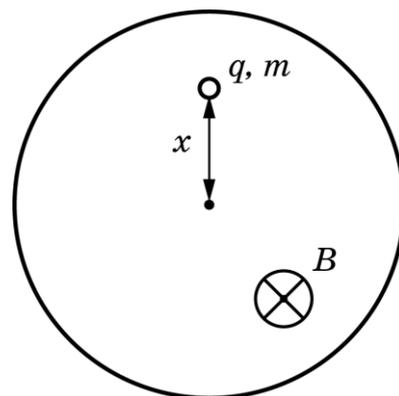
правильные. Нетрудно заметить, что по точной (76,93 см) и приближенной (77,03 см) формулам разность ответов менее 0,14% (примерно 0,1 см).

**Примечание 2.** Отметим также, что пренебрежением объемом жидкой воды дает ошибку более 5% (толщина слоя жидкой воды равна 4 см). Использование при вычислении толщины слоя пара «крайних» значений давления ( $p_H$  или  $5p_H/6$ ) вместо среднего вносит ошибку более 8%. Поэтому эти ошибки существенны на заданном уровне точности, и в этом случае баллы за решение несколько снижаются.

**Примечание 3.** указанные плотности воды и водяного пара имеют место при температуре около +295°C.

№	Задача 1.11.2. Критерии оценивания (12 баллов)	Баллы
1	Указано, что поршни и вода движутся равноускоренно	0,5
2	Определена величина ускорения	0,5
3	Указано (используется в решении), что у поршня 1 вода находится в жидком состоянии ( <b>0,5 балла</b> ), а у поршня 2 – в газообразном ( <b>0,5 балла</b> )	1
4	Указано (используется в решении), что на границе раздела фаз давление равно $p_H$	1
5	Найдено, что в жидком состоянии находится половина массы воды	2
6	Найдена толщина слоя жидкой воды (формула или число)	1
7	Записано уравнение, связывающее разность давлений для слоя пара с толщиной этого слоя ( $\Delta x = -\left(3m/(\varepsilon\rho S)\right)(\Delta p/p)$ или эквивалентное) (Если в коэффициенте остались неизвестные величины – только <b>1 балл</b> !)	3
8	Найдена толщина слоя водяного пара (формула или число) (При использовании «крайних» значений давления вместо среднего – только <b>1 балл</b> !)	2
9	Получен правильный численный ответ для расстояния между поршнями (За ответ без учета слоя жидкой воды (73 см) – только <b>0,5 балла</b> ! Также за ответы с использованием «крайних» значений давления (71 см или 84 см) – <b>0,5 балла</b> ! Если допущены обе погрешности – баллы за этот пункт не ставятся.)	1

**Задача 1.11.3. Полетели (12 баллов).** В вакууме в невесомости между круглыми полюсами электромагнита на расстоянии  $x$  от оси магнита покоится частица массы  $m$  и заряда  $q$ . Сначала магнитное поле равно нулю. Затем, за малый промежуток времени, индукция магнитного поля увеличивается до значения  $B_0$  и поддерживается постоянной в течение времени  $\tau < \pi m / (qB_0)$ , после чего очень быстро уменьшается до нуля.



- 1) Почему частица приходит в движение? Опишите качественно траекторию частицы.
- 2) С какой скоростью движется частица после включения магнитного поля?
- 3) С какой скоростью движется частица после выключения магнитного поля?
- 4) На каком минимальном расстоянии от оси магнита проходит траектория частицы?
- 5) Через какое время от момента включения поля частица окажется на минимальном расстоянии от оси магнита?

Магнитное поле в пределах полюсов можно считать однородным. Перемещением частицы за время включения и выключения поля можно пренебречь.

**Возможное решение (А. Аполонский).** При включении изменяющегося во времени магнитное поле порождает вихревое электрическое, которое действует на частицу и сообщает ей некоторую скорость. Из соображений симметрии ясно, что силовые линии этого вихревого поля – концентрические окружности с центром на оси магнита. Согласно закону электромагнитной индукции, вектор  $\vec{E}_{\text{вихр}}$  направлен (при указанном на рисунке направлении магнитного поля) по часовой стрелке при включении поля и против нее – при выключении. Определим величину напряженности вихревого электрического поля  $E_{\text{вихр}}$  в месте расположения частицы. Величина ЭДС индукции  $\mathcal{E}$  в контуре радиуса  $x$  определяется скоростью изменения магнитного потока

$$\mathcal{E} = \frac{d\Phi}{dt} = \pi x^2 \frac{dB}{dt}.$$

С другой стороны  $\mathcal{E} = 2\pi x E_{\text{вихр}}$ . Отсюда

$$E_{\text{вихр}} = \frac{x}{2} \frac{dB}{dt}.$$

Поскольку  $m \frac{dv}{dt} = qE_{\text{вихр}}$ , за малый промежуток времени  $dt$  изменение скорости частицы

$$dv = \frac{qE_{\text{вихр}} dt}{m} = \frac{qx dB}{2m}.$$

За все время установления постоянного значения  $B_0$  изменение скорости составит

$$v = \frac{qx B_0}{2m}.$$

Эта скорость сонаправлена с  $\vec{E}_{\text{вихр}}$ , т. е. направлена «по часовой стрелке» перпендикулярно радиусу, проведенному от оси полюсов электромагнита. Поэтому далее, в течение времени  $\tau$  частица движется (под действием силы Лоренца) по окружности радиуса

$$R = \frac{vm}{qB_0} = \frac{x}{2}$$

с периодом обращения

$$T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi m}{qB_0}.$$

Отметим, что окружность проходит через ось  $O$  полюсов электромагнита, а по условию  $\tau < \frac{\pi m}{qB_0} = \frac{T}{2}$ , то есть до момента выключения магнитного поля частица успевает пролететь менее половины этой окружности. На рис. 1  $B$  – точка, в которой находилась частица в начальный момент времени,  $C$  – точка, в которой будет частица через время  $\tau$  в момент выключения поля,  $D$  – центр окружности, по которой движется частица.

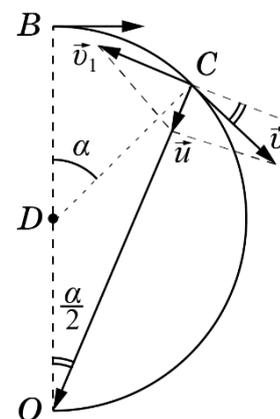


Рис.1

LV Всероссийская олимпиада школьников по физике. Региональный этап.  
Первый тур. 23 января 2021 г.

Положение частицы на окружности в момент времени  $\tau$  задается углом

$$\alpha = 2\pi \frac{\tau}{T} = \frac{\tau q B_0}{m},$$

а расстояние  $|OC|$  до оси  $O$  магнита при этом равно  $x_1 = 2R \cos(\alpha/2) = x \cos(\alpha/2)$ .

При выключении магнитного поля из-за действия вихревого электрического поля скорость частицы изменится на величину  $v_1 = \frac{qx_1 B_0}{2m} = v \cos(\alpha/2)$ , причем вектор  $\vec{v}_1$  направлен перпендикулярно отрезку  $OC$ , в то время, как вектор  $\vec{v}$  перпендикулярен  $DC$  (см. рис. 1). После выключения поля результирующая скорость частицы  $\vec{u} = \vec{v} + \vec{v}_1$ .

Нетрудно заметить, что составляющая вектора  $\vec{v}$ , перпендикулярная  $CO$ , равна по величине  $v_{\perp} = v \cos(\alpha/2)$ , то есть  $\vec{v}_{\perp} + \vec{v}_1 = 0$ . Значит, вектор  $\vec{u}$  направлен вдоль отрезка  $CO$ , проходящего через ось электромагнита. Вдоль этого отрезка и движется частица после выключения магнитного поля. Скорость  $u$  ее движения при этом

$$u = v \sin(\alpha/2) = \frac{qx B_0}{2m} \sin(\alpha/2).$$

Таким образом, траектория ВСО движения частицы представляет собой дугу окружности, переходящую в луч, проходящий через ось магнита. Минимальное расстояние от оси магнита при любых значениях  $\tau$  и  $x$  равно нулю.

Время от момента включения поля до момента пролета через центр магнита

$$\Delta t = \tau + \frac{x_1}{u} = \tau + \frac{x \cos(\alpha/2)}{\frac{qx B_0}{2m} \sin(\alpha/2)} = \tau + \frac{2m}{q B_0} \operatorname{ctg}(\alpha/2),$$

где  $\frac{\alpha}{2} = \tau \frac{q B_0}{2m}$ .

LV Всероссийская олимпиада школьников по физике. Региональный этап.  
Первый тур. 23 января 2021 г.

№	Задача 1.11.3. Критерии оценивания (12 баллов)	Баллы
1	Указано, что частица приходит в движение под действием силы со стороны вихревого электрического поля	0,5
2	Записано выражение для ЭДС индукции в контуре радиуса $x$ : $E = \pi x^2 \frac{dB}{dt}$ .	0,5
3	Получено выражение для напряженности вихревого электрического поля в зависимости от расстояния $x$ от оси магнита: $E_{\text{вихр}} = \frac{x}{2} \frac{dB}{dt}$ .	2
4	Получено выражение для скорости частицы после включения магнитного поля $v = qxB_0 / (2m)$ .	2
5	Указано, что в интервале времени между включением и выключением магнитного поля частица летит по дуге окружности, а после выключения движется по прямой	0,5
	Приведены верные выражения для	
6	радиуса окружности $R$	0,5
7	периода обращения $T$	0,5
8	расстояния до оси (в момент выключения поля)	0,5
9	Получено выражение для модуля изменения скорости при выключении поля $v_1$	1
10	С учетом направлений скорости $\vec{v}$ и изменения скорости $\vec{v}_1$ доказано, что после выключения поля частица летит через центр системы	2
11	Определена скорость $u$ частицы после выключения поля	1
12	Верно определено время $\Delta t$ до пролета через центр магнита	1

**Задача 1.11.4. Эффект Холла (14 баллов).** Электроны являются носителями тока в металлах и полупроводниках  $n$ -типа. Если образец с током (в данном случае прямоугольный кусочек плёнки полупроводника  $n$ -типа) помещён в магнитное поле и через него протекает электрический ток, то на движущиеся электроны действует сила Лоренца  $F = e\mathbf{v}B$ , перпендикулярная скорости  $\vec{v}$  электрона и вектору  $\vec{B}$  магнитной индукции (рис. 1).

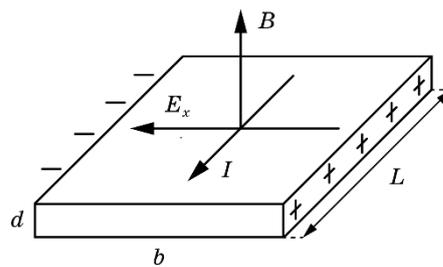


Рис. 1

Здесь  $v$  – средняя скорость дрейфа электронов, связанная с проходящим током  $I$  и прямо пропорциональная напряженности электрического поля  $\vec{E}$  в направлении этого тока:  $v = \mu E$ , где коэффициент пропорциональности  $\mu$  называется подвижностью электронов.

Из-за действия на электроны силы Лоренца (на рисунке она направлена в сторону левой грани), происходит разделение зарядов и появляется поперечное электрическое поле с напряженностью  $E_x$ . Возникновению этого поля при протекании тока в образце, помещенном в магнитное поле, называют эффектом Холла. Перемещение электронов в направлении левой грани прекращается, когда силу Лоренца уравновешивает электрическая сила  $eE_x$ :

$$e\mathbf{v}B = eE_x.$$

В установившемся режиме напряжённость поперечного электрического поля  $E_x = vB$ .

Ниже описан эксперимент, в котором эффект Холла используется для исследования свойств полупроводника.

Ток создаёт источник с ЭДС  $\mathcal{E} = 10$  В и малым внутренним сопротивлением. Величина магнитной индукции  $B = 1,0$  Тл. Для изменения тока применяют переменный резистор, а вольтметром измеряют напряжение  $U_x$  между боковыми гранями в направлении, перпендикулярном магнитному полю и направлению протекающего тока.

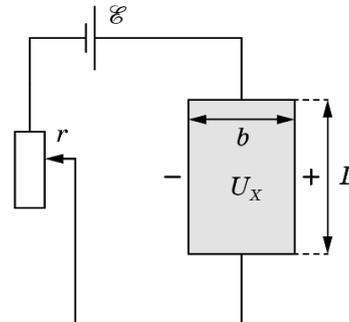


Рис. 2

Размеры полупроводникового образца: толщина  $d = 1,0$  мкм, ширина  $b = 5,0$  мм, длина  $L = 1,0$  см. Заряд электрона  $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл.

В таблице представлена зависимость  $U_x$  от сопротивления  $r$  переменного резистора.

$r$ , кОм	2,5	2,0	1,5	1,0	0,5	0,0
$U_x$ , В	1,2	1,4	1,6	1,8	2,1	2,5

### Задание

1. Выразите  $U_x$  через силу тока  $I$  в образце, концентрацию  $n$  электронов проводимости и физические величины, приведенные в описании эксперимента ( $\mathcal{E}$ ,  $B$ ,  $d$ ,  $b$ ,  $L$ ,  $e$ ).
2. Выразите сопротивление  $R$  и удельное сопротивление  $\rho$  образца через его размеры, подвижность  $\mu$  и концентрацию  $n$  электронов проводимости.
3. Используя уравнения, полученные в п.п. 1, 2, выразите  $U_x$  через концентрацию  $n$  и подвижность  $\mu$  электронов проводимости, сопротивление  $r$  и физические величины, приведенные в описании эксперимента.

LV Всероссийская олимпиада школьников по физике. Региональный этап.  
Первый тур. 23 января 2021 г.

4. Используя выражение, полученное в п. 3, при помощи графического анализа экспериментальных данных определите для исследуемого полупроводника:

- а) концентрацию  $n$  электронов проводимости;
- б) их подвижность  $\mu$ ;
- в) удельное сопротивление  $\rho$ .

Опишите выбранный для этого способ обработки данных.

**Внимание!** Из-за ограниченного времени выполнения задания погрешность определения  $n$ ,  $\mu$  и  $\rho$  оценивать не требуется, однако точность полученных вами промежуточных и конечных результатов будет учитываться при выставлении баллов.

**Возможное решение (С. Кармазин).**

1. Выразим  $U_x$  через силу тока  $I$  в образце. Заметим, что при скорости дрейфа  $v$  за единицу времени через сечение образца  $bd$  проходит заряд электронов проводимости из объёма  $vbd$ , что при концентрации  $n$  электронов проводимости создаёт силу тока  $I = envbd$ . Для разности потенциалов  $U_x = bvB$ , поэтому

$$U_x = \frac{IB}{end}. \quad (1)$$

2. Выразим сопротивление  $R$  образца между гранями, отстоящими друг от друга на расстоянии  $L$ , через подвижность  $\mu$  и концентрацию  $n$  электронов проводимости. Так как  $v = \mu E$ , где  $E = U/L$  где  $U$  – напряжение между сечениями бруска, то скорость дрейфа электронов  $v = \mu U/L$ . Поскольку сила тока  $I = envbd = \frac{en\mu Ubd}{L}$ , то из равенства  $R = \frac{U}{I}$  имеем

$$R = \frac{L}{en\mu bd}. \quad (2)$$

Соответственно, для удельного сопротивления получим

$$\rho = \frac{1}{en\mu}. \quad (3)$$

3. Запишем закона Ома для замкнутой цепи  $E = I(r + R)$ , где  $R$  сопротивление образца.

Подставляя в это уравнение выражение  $I = \frac{U_x end}{B}$ , следующее из (1), и выражение (2) для

$R$ , получим  $r + R = \frac{EB}{U_x end}$  или

$$\frac{EB}{U_x} = end \cdot r + \frac{L}{\mu b}. \quad (4)$$

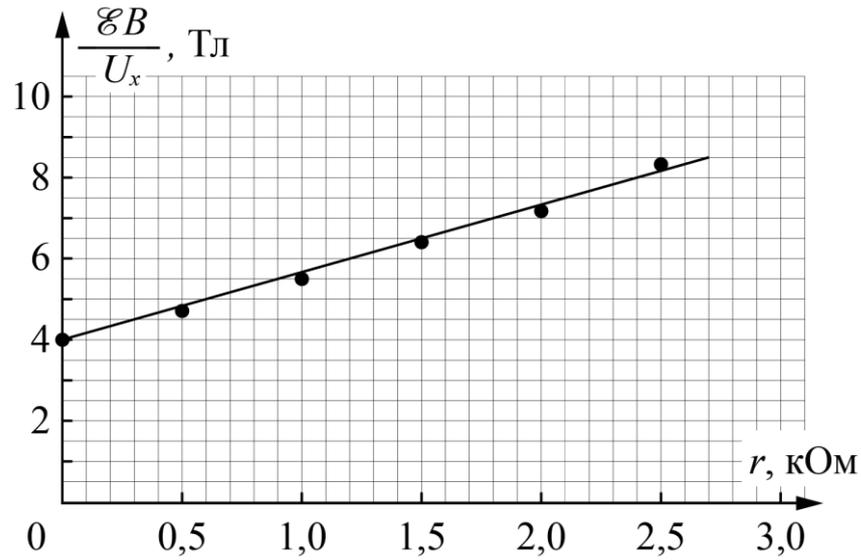
Мы получили, что обратное напряжение Холла **линейно** зависит от сопротивления переменного резистора  $r$ . Это позволяет применить графическую обработку (4).

По угловому коэффициенту  $den$  можно найти концентрацию  $n$ , а по свободному члену  $\frac{L}{\mu b}$  – подвижность  $\mu$ .

Таблицу из условия преобразуем к виду:

$r$ , кОм	0,0	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5
$EB/U_x$ , Тл	4,0	4,8	5,6	6,3	7,1	8,3

Наносим на график с осями  $\frac{EB}{U_x}$  и  $r$  точки, отвечающие измерениям, и проводим наиболее близкую к ним прямую.



Для нашей прямой получаем  $\frac{L}{\mu b} = 4,1$  Тл, откуда

$$\mu = \frac{1,0 \cdot 10^{-2}}{5,0 \cdot 10^{-3} \cdot 4,1} \left( \frac{\text{м}^2}{\text{с} \cdot \text{В}} \right) = 4,9 \cdot 10^3 \left( \frac{\text{см}^2}{\text{с} \cdot \text{В}} \right).$$

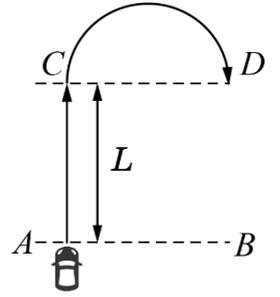
Угловой коэффициент  $end = \frac{8,2 - 4,0}{2,5 \cdot 10^3} \left( \frac{\text{Тл}}{\text{Ом}} \right) \approx 1,7 \cdot 10^{-3} \left( \frac{\text{Тл}}{\text{Ом}} \right)$ , откуда

$$n = \frac{1,7 \cdot 10^{-3}}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 1,0 \cdot 10^{-6}} \text{м}^{-3} = 1,06 \cdot 10^{22} \text{м}^{-3}, \quad \rho = \frac{1}{en\mu} = 1,2 \cdot 10^{-3} \text{Ом} \cdot \text{м}.$$

LV Всероссийская олимпиада школьников по физике. Региональный этап.  
Первый тур. 23 января 2021 г.

№	Задача 1.11.4. Критерии оценивания (14 баллов)	Баллы
1	Полный вывод выражения для напряжения Холла: $U_x = Vvb = BI/(end)$ . При неполном выводе	2
а)	Выражена скорость дрейфа через силу тока: $v = I/(bden)$ (1 балл)	
б)	Выражение для напряжения Холла: $U_x = Vvb = BI/(den)$ (1 балл)	
2	Выражение для сопротивления $r + R = \mathcal{E}/I$ (0,5 балла) и $r + R = \mathcal{E}B/(U_x den)$ (0,5 балла)	1
3	Выражение сопротивления и удельного сопротивления через подвижность и концентрацию	3
а)	Записано соотношение $v = \mu E = \mu U/L$ (1 балл)	
б)	Записано соотношение $I = envbd = en\mu Ebd = en\mu Ubd/L$ (1 балл)	
в)	Получение выражения для $R = L/en\mu bd$ (0,5 балла)	
г)	Получение выражение для удельного сопротивления $\rho = 1/en\mu$ (0,5 балла)	
4	Сделан вывод о линейной зависимости $r$ и $1/U_x$ из постоянства $R$ как основы метода нахождения характеристик полупроводника	0,5
5	Получение соотношения (или любой аналог) $\mathcal{E}B/U_x = denr + L/(\mu b)$	0,5
6	Преобразование таблицы 1 в таблицу 2 с величиной, пропорциональной $1/U_x$ , как функции $r$ .	1
7	Указано, что по коэффициенту при переменной и свободному члену в линейной зависимости можно найти $n$ и $\mu$ (алгебраически или по графику)	1
8	Установление параметров линейной зависимости (свободного члена $L/\mu b$ )	1
9	Установление параметров линейной зависимости (коэффициента $den$ )	1
10	Подвижность $\mu$ попала в интервале $(0,47 \div 0,51) \text{ м}^2/\text{с}\cdot\text{В}$ ; в интервале $(0,45 \div 0,53) \text{ м}^2/\text{с}$ (0,5 балла)	1
11	Концентрация $n$ в интервале $(0,8 \div 1,2) 10^{22} \text{ 1/м}^3$ в интервале $(0,6 \div 1,4) 10^{22} \text{ 1/м}^3$ (0,5 балла)	1
12	$\rho$ в интервале $(1,1 \div 1,4) \cdot 10^{-3} \text{ Ом}\cdot\text{м}$ в интервале $(0,9 \div 1,6) \cdot 10^{-3} \text{ Ом}\cdot\text{м}$ (0,5 балла)	1

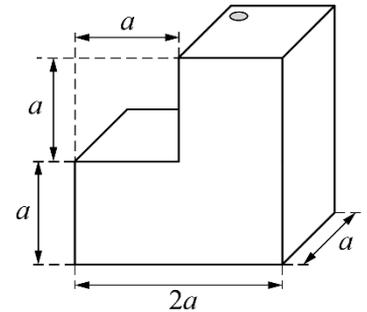
**Задача 2.9.1. Испытания автомобилей (10 баллов).** Автомобиль должен проехать с постоянным ускорением прямой участок длиной  $L$  от линии старта  $AB$  до линии  $CD$  и, после её пересечения, развернувшись по дуге окружности на  $180^\circ$ , пересечь эту линию в обратном направлении (см. рис.). Начальная скорость автомобиля равна нулю, а на закругленном участке постоянна и равна скорости, достигнутой при разгоне по прямой. Ускорение автомобиля во время всего движения не должно превышать  $a_{\max}$ .



Во сколько раз время  $t_1$  движения автомобиля от  $A$  до  $D$  при разгоне на участке  $AC$  с ускорением  $a_{\max}$ , превышает минимально возможное время  $t_2$  движения от  $A$  до  $D$ ?

**Задача 2.9.2. Трехлитровый сосуд (10 баллов).**

Тонкостенный сосуд (в форме уголка) без дна, изображенный на рисунке, установлен на гладкой горизонтальной поверхности. В него через небольшое отверстие в правой верхней грани наливают воду. Когда  $5/6$  объема сосуда оказывается заполненным, вода начинает вытекать из-под него. Определите массу сосуда если известно, что  $a = 10$  см, а плотность воды  $\rho = 1,0 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>.



**Задача 2.9.3. Девять резисторов.**

Электрическая цепь состоит из девяти одинаковых резисторов и трёх идеальных амперметров ( $A_0$ ,  $A_1$ ,  $A_2$ ). Через амперметр  $A_0$  протекает ток силой  $I_0 = 9$  мА.

Определите показания амперметров  $A_1$  и  $A_2$ .

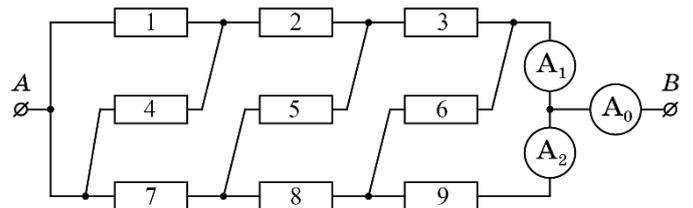


Рис. 1

24 января на портале <http://abitu.net/vseros> будет проведён онлайн-разбор решений задач первого тура. Начало разбора (по московскому времени):

7 класс – 11.00; 8 класс – 10.00; 9 класс – 12.00; 10 класс – 13.30; 11 класс – 15.00.

26 января состоится онлайн-разбор решений заданий второго тура. Начало разбора:

7 класс – 11.00; 8 класс – 10.00; 9 класс – 12.00; 10 класс – 13.30; 11 класс – 15.00.

**Задача 2.9.4. Испарение азота (1) (20 баллов).** В стакан, установленный на весах, налит жидкий азот. Из-за теплообмена с окружающей средой азот выкипает и показания весов уменьшаются. В некоторый момент времени в стакан опускают цилиндр, имеющий комнатную температуру ( $t_0 = +24^\circ\text{C}$ ). Зависимость показания весов от времени приведена в таблице.

$\tau$ , мин	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$m$ , г	250,0	244,0	238,0	232,0	289,5	270,5	251,5	232,5	220,0	214,0	208,0	202,0	196,0

- Постройте график зависимости  $m(\tau)$ .
- Определите удельную теплоту  $\lambda$  испарения азота.

Температура кипения азота  $t_k = -196^\circ\text{C}$ , масса цилиндра  $M = 70$  г. Зависимость удельной теплоемкости материала цилиндра от температуры в диапазоне от  $-200^\circ\text{C}$  до  $+50^\circ\text{C}$  линейная, при этом удельная теплоемкость при  $-200^\circ\text{C}$  равна  $300$  Дж·кг/ $^\circ\text{C}$ , а при  $50^\circ\text{C}$  равна  $1200$  Дж·кг/ $^\circ\text{C}$ .

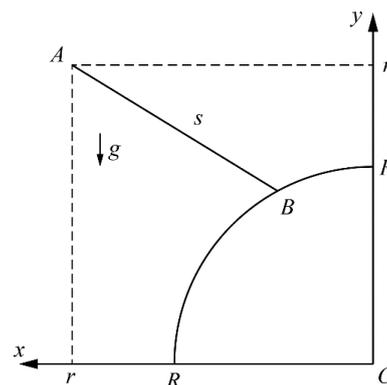
**24 января** на портале <http://abitu.net/vseros> будет проведён онлайн-разбор решений задач первого тура. Начало разбора (по московскому времени):

7 класс – 11.00; 8 класс – 10.00; 9 класс – 12.00; 10 класс – 13.30; 11 класс – 15.00.

**26 января** состоится онлайн-разбор решений заданий второго тура. Начало разбора:

7 класс – 11.00; 8 класс – 10.00; 9 класс – 12.00; 10 класс – 13.30; 11 класс – 15.00.

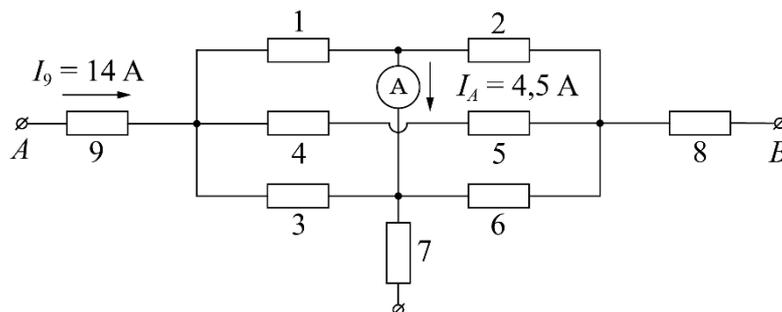
**Задача 2.10.1. Жёлоб (13 баллов).** Шарик движется по гладкому жёлобу, расположенному в вертикальной плоскости, из точки  $A$  без начальной скорости. Жёлоб соединяет фиксированную точку  $A$ , имеющую координаты  $(r; r)$ , с некоторой точкой  $B$ , лежащей на дуге окружности радиуса  $R$  с центром в точке  $O(0; 0)$ . При некотором положении точки  $B$  время движения шарика на участке  $AB$  оказывается минимально возможным (в процессе движения шарика точка  $B$  не перемещается). Определите, чему равно это минимальное время  $t$ . Ускорение свободного падения  $g$ .



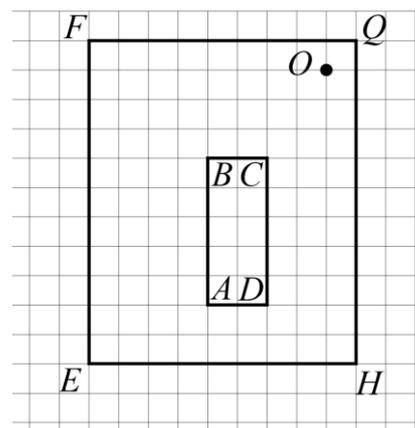
**Задача 2.10.2. Разветвлённая цепь (12 баллов).** На рисунке представлена часть разветвлённой электрической цепи, включающей девять резисторов и идеальный амперметр. Сопротивления резисторов равны:  $R_1 = 1,0 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 2,0 \text{ Ом}$ , ...  $R_9 = 9,0 \text{ Ом}$ , (на рисунке приведены номера резисторов).

Сила токов, протекающих через  $R_9$  и амперметр известны:  $I_9 = 14 \text{ А}$ ,  $I_A = 4,5 \text{ А}$ , их направления указаны на рисунке.

Определите силы токов, протекающих через резисторы  $R_7$  и  $R_8$ , а также напряжение между точками  $A$  и  $B$ .



**Задача 2.10.3. На складе (10 баллов).** На территории промышленного объекта, обнесённой забором  $FGHE$ , расположен пост охраны (точка  $O$ ) и склад  $ABCD$ . Охранники жаловались, что с поста им не видно стороны склада  $AB$  и  $AD$ . Для решения проблемы было решено установить плоские зеркала. Так как по территории объекта постоянно передвигается тяжелая техника, то зеркала можно вешать только на забор или на стены склада. При этом плоскость зеркала должна совпадать с плоскостью стены/склада. Схема территории приведена на рисунке. Размер одной клеточки равен  $10 \text{ м}$ .



- 1) Укажите, где нужно разместить плоское зеркало, чтобы с поста охраны была видна вся стена  $AB$  склада. Построениями докажите, что в зеркале будет видна вся стена  $AB$ .

24 января на портале <http://abitu.net/vseros> будет проведён онлайн-разбор решений задач первого тура. Начало разбора (по московскому времени):

7 класс – 11.00; 8 класс – 10.00; 9 класс – 12.00; 10 класс – 13.30; 11 класс – 15.00.

26 января состоится онлайн-разбор решений заданий второго тура. Начало разбора:

7 класс – 11.00; 8 класс – 10.00; 9 класс – 12.00; 10 класс – 13.30; 11 класс – 15.00.

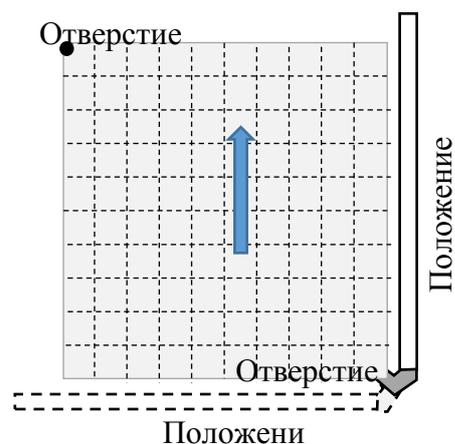
- 2) Укажите минимально возможную ширину зеркала для пункта 1 и где оно должно располагаться. Свои выводы подкрепите построениями и рассуждениями.
- 3) Возможно ли расположить на стене  $EH$  одно зеркало так, чтобы с поста охраны в него была видна вся стена  $AD$ ? Свой ответ подкрепите построениями и рассуждениями.
- 4) Нарисуйте схему расположения зеркал с помощью которой охрана будет видеть всю стену склада  $AD$ . Вам необходимо использовать минимальное количество зеркал. Построениями докажите, что в зеркалах будет видна вся стена  $AD$ .

**Задача 2.10.4. Гидростатический «серый ящик». (15 баллов).** Внутри «серого ящика» в форме прямоугольного параллелепипеда имеются тонкие перегородки, которые могут быть расположены только по пунктирным линиям (см. рисунки) перпендикулярно боковым стенкам ящика (боковыми называются стенки (и параллельные им), на которых нарисована стрелка). Перегородки могут начинаться и заканчиваться либо на стенках «серого ящика», либо в точках пересечения пунктирных линий. Перегородки полностью перекрывают расстояние между боковыми стенками и непроницаемы как для воды, так и для воздуха. С помощью имеющегося оборудования определите расположение перегородок и их размеры. Толщиной перегородок и стенок «серого ящика» можно пренебречь. Оценивать погрешность не нужно.

**Оборудование.** «Серый ящик», шприц, полоска миллиметровой бумаги, стакан с жидкостью, пустой стакан, ножницы, скотч.

**P.S.** От вас требуется обработать приведенные ниже измерения и сделать выводы. В качестве ответа необходимо привести схему расположения перегородок в «сером ящике». Ответ должен быть обоснован и не должен противоречить имеющимся данным, которые получены экспериментальным путем, поэтому могут содержать погрешности.

**Описание оборудования.** «Серый ящик» - квадратная коробочка небольшой толщины с жесткими непрозрачными стенками серого цвета. На рисунке показана боковая стенка коробочки. В одном из углов коробочки есть отверстие (А). В противоположном углу сделано отверстие (Б), в которое помещен вращающийся штуцер с закрепленной на нем прозрачной трубкой. Штуцер и трубочка не съемные, но трубочку можно поворачивать в положение 1, или в положение 2. Шприц медицинский объемом 100 мл с ценой деления 1 мл. Игла для шприца. Полоска миллиметровой бумаги шириной 1 см и длиной 15 см. Пластиковый стакан (объемом 200 мл) с подкрашенной жидкостью, которая плохо смачивает трубку и стенки коробочки. Пустой пластиковый стакан (объемом 200 мл). Ножницы канцелярские. Небольшая бобина узкого скотча.



24 января на портале <http://abitu.net/vseros> будет проведён онлайн-разбор решений задач первого тура. Начало разбора (по московскому времени):

7 класс – 11.00; 8 класс – 10.00; 9 класс – 12.00; 10 класс – 13.30; 11 класс – 15.00.

26 января состоится онлайн-разбор решений заданий второго тура. Начало разбора:

7 класс – 11.00; 8 класс – 10.00; 9 класс – 12.00; 10 класс – 13.30; 11 класс – 15.00.

**Прделанные эксперименты и результаты измерений**

**Опыт №1.** Измерение размеров коробочки.

С помощью полоски миллиметровой бумаги измерим размеры коробочки. Они равны 100 x 100 x 10 мм. Измерим расстояние между пунктирными линиями, а также от пунктирных линий до стенок коробочки. Все эти расстояния равны 10 мм.

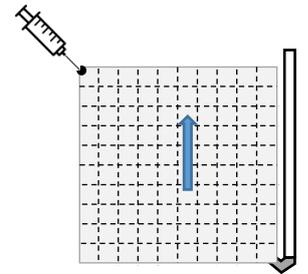
**Опыт №2.** Измерение внешнего диаметра трубки.

Для измерения внешнего диаметра трубки измерим длину ее окружности. Для этого намотаем на трубку полоску миллиметровой бумаги. Сделаем 2 оборота. Длина намотанной части бумаги равна 8,9 см.

**Опыт №3.** Измерение внутреннего диаметра трубки.

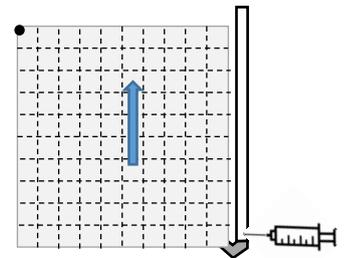
Наберем в шприц жидкость, затем присоединим шприц (без иглы) к трубке и выдавим часть жидкости в трубку так, чтобы жидкость образовывала сплошной цилиндр без пузырьков воздуха. Объем выдавленной жидкости равен 8 мл. С помощью полоски миллиметровой бумаги измерим длину части трубки, заполненной жидкостью. Она равна 8,0 см.

**Опыт №4.** Установим коробочку на горизонтальный стол так, чтобы нарисованная на ней стрелка указывала вверх. Наберем в шприц 100 мл жидкости и будем заливать её в коробочку порциями через отверстие А так, чтобы за каждую порцию уровень воды в трубочке поднимался на 5 мм. Уровень  $h$  жидкости в трубочке будем измерять от нижней стенки коробочки с помощью полоски миллиметровой бумаги, приклеенной к коробочке.



Полученные измерения  $h(V_4)$  занесем в таблицу. Если при достаточно большом увеличении объема жидкости в коробочке уровень в трубочке не изменяется, то запишем в таблицу два крайних значения объемов, соответствующих этому уровню.

**Опыт №5.** Выльем всю жидкость из коробочки. При этом заметим, что после простого переворота коробочки из нее вытекает не вся жидкость. Чтобы извлечь из коробочки всю жидкость ее нужно наклонять под разными углами и трясти. По звуку определим, что нам удалось вылить всю жидкость из коробочки. Установим коробочку также, как в опыте №4.



Теперь будем заливать жидкость через отверстие Б, в которое вставлена трубочка. Для этого наберем в шприц 100 мл жидкости, наденем на него иглу и аккуратно проткнем иглой трубочку в самом низу. Таким образом мы сможем подавать жидкость в самое основание трубочки. Снимем аналогичную зависимость  $h(V_5)$  – уровня жидкости в трубочке от объема налитой жидкости. Полученные данные занесем в таблицу.

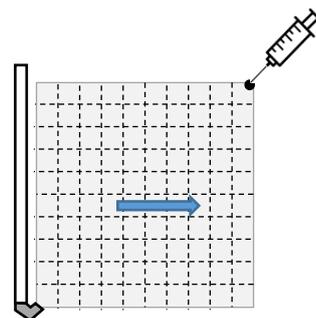
24 января на портале <http://abitu.net/vseros> будет проведён онлайн-разбор решений задач первого тура. Начало разбора (по московскому времени):

7 класс – 11.00; 8 класс – 10.00; 9 класс – 12.00; 10 класс – 13.30; 11 класс – 15.00.

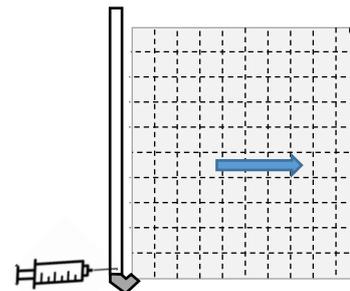
26 января состоится онлайн-разбор решений заданий второго тура. Начало разбора:

7 класс – 11.00; 8 класс – 10.00; 9 класс – 12.00; 10 класс – 13.30; 11 класс – 15.00.

**Опыт №6.** Вновь удалим всю жидкость из коробочки. Заклеим дырочку в трубочке с помощью скотча. Поставим коробочку так, чтобы стрелка смотрела вправо, а трубочка располагалась в положении 2. Повторим те же действия, что в опыте №4, заливая жидкость через открытое отверстие А. Полученные данные  $h(V_6)$  занесем в таблицу.



**Опыт №7.** Опять удалим всю жидкость из коробочки и повторим опыт №5, но расположив коробочку как в опыте №6. Полученные данные  $h(V_7)$  занесем в таблицу.



$h$ , мм	$V_4$ , мл	$V_5$ , мл	$V_6$ , мл	$V_7$ , мл
0	0 - 9	0	0 - 10	0
5	11	2	15	6
10	13	4	21	11
15	15	6	26	17
20	17	8	32	22
25	19	10	38	28
30	21	12 - 21	43	33
35	25	25	46	36
40	28	28	49	39
45	31	31	52	42
50	35	35	55	45 - 55
55	37	37	56	56
60	38	39	58	58
65	40	41	59	60
70	44 - 71	43 - 71	61	61
75	75	75	62	62
80	79	79	64	63
85	83	83	66	65
90	87	87	67	67
95	91	91	68	68
100	95	95	70	70

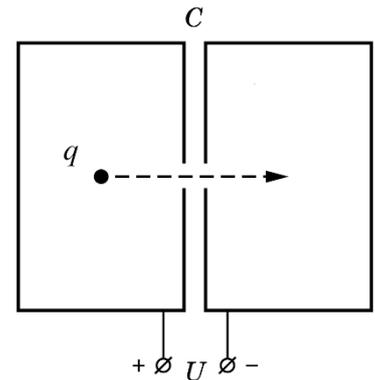
24 января на портале <http://abitu.net/vseros> будет проведён онлайн-разбор решений задач первого тура. Начало разбора (по московскому времени):

7 класс – 11.00; 8 класс – 10.00; 9 класс – 12.00; 10 класс – 13.30; 11 класс – 15.00.

26 января состоится онлайн-разбор решений заданий второго тура. Начало разбора:

7 класс – 11.00; 8 класс – 10.00; 9 класс – 12.00; 10 класс – 13.30; 11 класс – 15.00.

**Задача 2.11.1. Разгон при отключённом источнике (12 баллов).** Две одинаковые проводящие оболочки в форме цилиндров с малыми отверстиями на общей оси образуют конденсатор ёмкостью  $C$ . В центре левой оболочки удерживают шарик с зарядом  $q$ . Суммарный заряд всей системы, включая заряд шарика, равен нулю. Конденсатор заряжают, подключив к источнику с напряжением  $U$ , затем отключают от источника и отпускают шарик. Шарик начинает двигаться вдоль оси и, пролетев через отверстия, попадает внутрь правой оболочки.

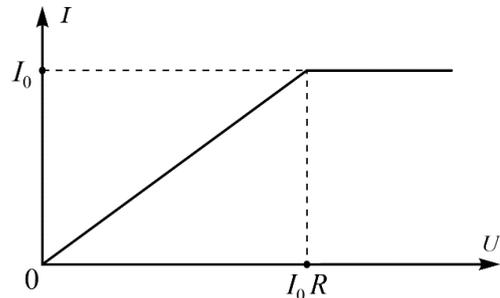
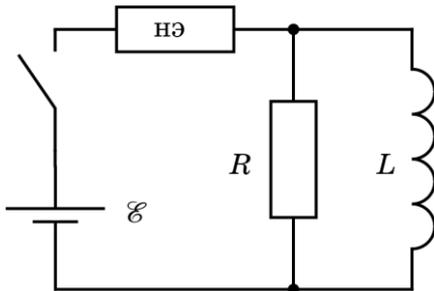


Какую кинетическую энергию будет иметь шарик в центре правой оболочки?

При каком заряде шарика эта энергия максимальна и чему она равна?

Выделением тепла из-за тока в оболочках можно пренебречь. Поле тяжести не учитывайте.

**Задача 2.11.2. Нелинейная цепь (12 баллов).** Электрическая цепь состоит из идеального источника с ЭДС  $\mathcal{E} = 20$  В, резистора с сопротивлением  $R = 5$  Ом, катушки с индуктивностью  $L = 20$  мГн и нулевым сопротивлением и нелинейного элемента, вольтамперная характеристика которого представлена на рисунке ( $I_0 = 3$  А). Изначально ключ разомкнут, тока в цепи нет. Какое количество теплоты выделится на резисторе через большой промежуток времени после замыкания ключа?

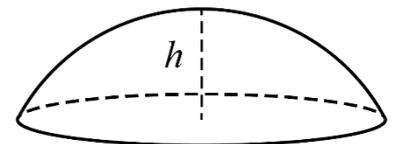


**Задача 2.11.3. Вспышка в кубе (12 баллов).** В кубе из вещества с показателем преломления  $n = 2$  точечный источник испустил кратковременную вспышку, свет от которой расходится однородно во всех направлениях. Свет веществом куба не поглощается. Какие значения может принимать доля  $\eta$  энергии вспышки, вышедшей наружу, в зависимости от положения источника внутри куба? Укажите, при каких положениях источника эта доля минимальна, при каких максимальна и чему она равна?

При падении света на границу раздела часть его энергии, зависящая от угла падения, отражается, а часть проходит через границу раздела.

*Примечание:* при решении Вам может понадобиться формула площади поверхности сферического сегмента (см. рисунок):

$S = 2\pi Rh$ , где  $R$  – радиус сферы,  $h$  – высота сегмента.



24 января на портале <http://abitu.net/vseros> будет проведён онлайн-разбор решений задач первого тура. Начало разбора (по московскому времени):

7 класс – 11.00; 8 класс – 10.00; 9 класс – 12.00; 10 класс – 13.30; 11 класс – 15.00.

26 января состоится онлайн-разбор решений заданий второго тура. Начало разбора:

7 класс – 11.00; 8 класс – 10.00; 9 класс – 12.00; 10 класс – 13.30; 11 класс – 15.00.

**Задача 2.11.4. Определение удельной теплоты испарения жидкого азота (14 баллов).**

**Цель эксперимента** – определение удельной теплоты испарения жидкого азота при атмосферном давлении.

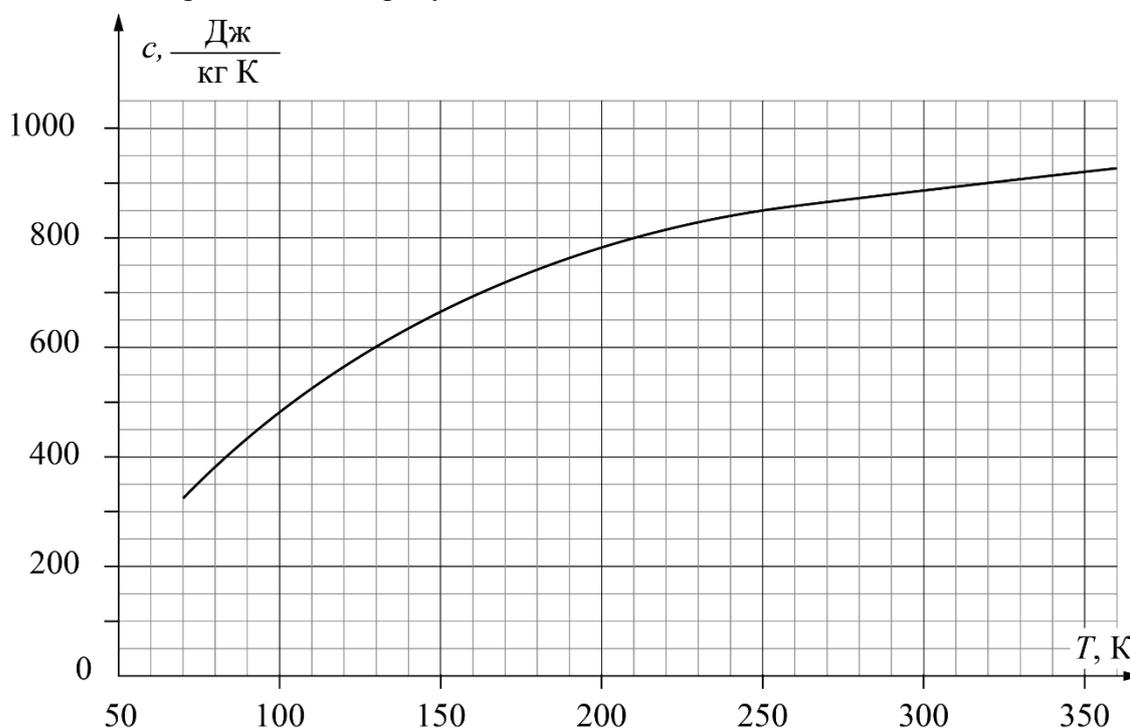
Масса цилиндра  $m_{Al} = 69$  г, начальная масса контейнера с азотом  $M = 250$  г, температура помещения  $23^\circ\text{C}$ . Температура кипения жидкого азота – минус  $196^\circ\text{C}$ .

**Описание эксперимента.** Жидкий азот, налитый в пенопластовый контейнер, из-за теплообмена с окружающей средой испаряется, и его масса уменьшается. При погружении в жидкий азот алюминиевого цилиндра, имевшего температуру помещения, азот начинает активно кипеть и интенсивность его испарения увеличивается. Масса  $M$  контейнера с жидким азотом фиксируется с помощью электронных весов. Показания весов в зависимости от времени приведены в таблице.

$t$ , мин : с	0:00	0:49	1:32	2:05	2:41	3:22	4:06	4:50	5:23	5:52	6:07	6:30
$M$ , г	250	246	242	238	234	230	226	222	218	214	210	206

$t$ , мин : с	6:54	7:25	7:48	8:20	8:49	9:33	10:15	10:55	11:37	12:20	13:05
$M$ , г	244	232	229	224	219	215	211	207	203	199	195

*Примечание.* Удельная теплоемкость алюминия зависит от температуры. График этой зависимости представлен на рисунке.



**24 января** на портале <http://abit.net/vseros> будет проведён онлайн-разбор решений задач первого тура. Начало разбора (по московскому времени):

7 класс – 11.00; 8 класс – 10.00; 9 класс – 12.00; 10 класс – 13.30; 11 класс – 15.00.

**26 января** состоится онлайн-разбор решений заданий второго тура. Начало разбора:

7 класс – 11.00; 8 класс – 10.00; 9 класс – 12.00; 10 класс – 13.30; 11 класс – 15.00.

**Задание.** Используя результаты измерения зависимости массы азота от времени и график зависимости удельной теплоемкости алюминия от температуры, определите удельную теплоту испарения азота  $\lambda$ .

Из-за ограниченного времени выполнения задания погрешность определения  $\lambda$  оценивать не требуется, однако точность полученных вами промежуточных и конечных результатов будет учитываться при выставлении баллов.

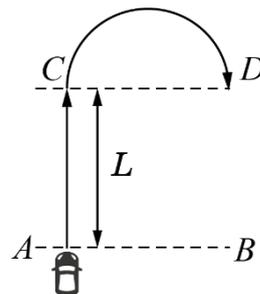
**24 января** на портале <http://abitu.net/vseros> будет проведён онлайн-разбор решений задач первого тура. Начало разбора (по московскому времени):

7 класс – 11.00; 8 класс – 10.00; 9 класс – 12.00; 10 класс – 13.30; 11 класс – 15.00.

**26 января** состоится онлайн-разбор решений заданий второго тура. Начало разбора:

7 класс – 11.00; 8 класс – 10.00; 9 класс – 12.00; 10 класс – 13.30; 11 класс – 15.00.

**Задача 2.9.1. Испытания автомобилей (10 баллов).** Автомобиль должен проехать с постоянным ускорением прямой участок длиной  $L$  от линии старта  $AB$  до линии  $CD$  и, после её пересечения, развернувшись по дуге окружности на  $180^\circ$ , пересечь эту линию в обратном направлении (см. рис.). Начальная скорость автомобиля равна нулю, а на закругленном участке постоянна и равна скорости, достигнутой при разгоне по прямой. Ускорение автомобиля во время всего движения не должно превышать  $a_{\max}$ .



Во сколько раз время  $t_1$  движения автомобиля от  $A$  до  $D$  при разгоне на участке  $AC$  с ускорением  $a_{\max}$ , превышает минимально возможное время  $t_2$  движения от  $A$  до  $D$ ?

**Возможное решение (С. Кармазин).** Пусть разгон происходит с ускорением  $a$ . Тогда время движения на участке  $AC$  равно  $\tau_1 = \sqrt{2L/a}$ , а достигнутая при этом скорость  $u_1 = \sqrt{2La}$ . Минимально возможный радиус закругления определяется максимально возможным ускорением и равен  $R_{\min} = u_1^2 / a_{\max} = 2La / a_{\max}$ . Время движения автомобиля на закруглении  $\tau_2 = \pi R_{\min} / u_1 = \pi \sqrt{2La} / a_{\max}$ . Общее время

$$t_1 = \tau_1 + \tau_2 = \sqrt{\frac{2L}{a}} + \frac{\pi}{a_{\max}} \sqrt{2La} = \sqrt{\frac{2\pi L}{a_{\max}}} \left( \sqrt{\frac{a_{\max}}{\pi a}} + \sqrt{\frac{\pi a}{a_{\max}}} \right). \quad (1)$$

Выражение в скобках принимает минимальное значение равное 2 при  $\sqrt{a_{\max}/(\pi a)} = 1$  (неравенство Коши). Таким образом минимально возможное время

$$t_2 = 2\sqrt{2\pi L / a_{\max}} = 2\sqrt{2\pi} \sqrt{L / a_{\max}}. \quad (2)$$

и достигается при  $a_1 = a_{\max} / \pi$ , что не противоречит условию  $a_1 < a_{\max}$ .

Если не пользоваться неравенством Коши, то следует либо взять производную по  $a$ , либо приравнять выражение в скобках из (1) к некоторой переменной  $y = \sqrt{a_{\max}/(\pi a)} + \sqrt{\pi a / a_{\max}}$ , возвести это уравнение в квадрат и решать полученное квадратное уравнение относительно  $a$ . Дискриминант этого уравнения окажется равным нулю при  $y = 2$  и отрицательным при  $y < 2$ . Следовательно,  $y = 2$  – это минимально возможное значение для  $y$ , и при этом  $a_1 = a_{\max} / \pi$ .

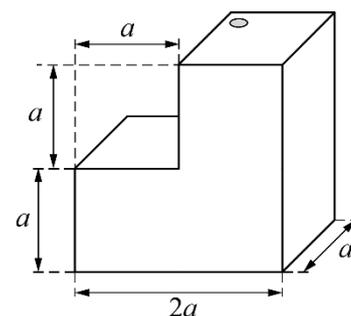
При разгоне с максимально возможным ускорением  $a = a_{\max}$  время испытания (выражение (1)) равно

$$t_1 = \tau_1 + \tau_2 = \sqrt{\frac{2\pi L}{a_{\max}}} \left( \sqrt{\frac{1}{\pi}} + \sqrt{\pi} \right) = \sqrt{\frac{2L}{a_{\max}}} (1 + \pi). \text{ Окончательно, } n = \frac{t_1}{t_2} = \frac{1 + \pi}{2\sqrt{\pi}} \approx 1,17.$$

№	Задача 2.9.1. Критерии оценивания (10 баллов)	Баллы
1	Указано, что минимальный радиус закругления при разгоне $R_{\min} = 2La / a_{\max}$	2
2	Найдено время движения на участке AC: $\tau_1 = \sqrt{2L/a}$	1
3	Найдено время движения на закруглении: $\tau_2 = \pi\sqrt{2La} / a_{\max}$	1
4	Найдено минимально возможное время испытания $t_2$ (любым способом)	3
	Если идея нахождения минимума не реализована, то за пункт 4 больше 1 балла не ставить	
5	Найдено время испытания $t_1$ при разгоне с максимально возможным ускорением	2
6	Получен ответ задачи: $n \approx 1,17$	1

**Задача 2.9.2. Трехлитровый сосуд (10 баллов).**

Тонкостенный сосуд (в форме уголка) без дна, изображенный на рисунке, установлен на гладкой горизонтальной поверхности. В него через небольшое отверстие в правой верхней грани наливают воду. Когда  $5/6$  объема сосуда оказывается заполненным, вода начинает вытекать из-под него. Определите массу сосуда если известно, что  $a = 10$  см, а плотность воды  $\rho = 1,0 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>.



**Возможное решение (А. Евсеев).** В момент начала подтекания результирующая сил давления воды на горизонтальную грань и сила тяжести сосуда не лежат на одной прямой. Поэтому он начинает поворачиваться вокруг правого нижнего ребра, относительно которого и будем рассматривать моменты сил.

Приподнимать сосуд будет сила давления воды на левую верхнюю грань. Подтекание начинается, когда заполнено  $5/6$  объема. В этот момент давление на верхнюю грань равно  $\rho g a / 2$ , а сила давления  $(\rho g a / 2) a^2$ . Плечо этой силы равно  $3a / 2$ .

С силой тяжести главная сложность заключается в определении положения центра масс конструкции. Разобьем сосуд на одинаковые части (например, на листы размером  $a \cdot a$ ), для которых положение центра масс однозначно определяется, и запишем моменты сил этих частей. Обозначим массу одной такой части –  $m$ . Тогда полная масса сосуда будет равна  $M = 12m$ . По правилу моментов:

$$2mg \cdot 0 + 5mg \cdot (a/2) + mg \cdot a + 3mg \cdot (3a/2) + mg \cdot 2a = (\rho g a / 2) a^2 (3a/2).$$

После приведения подобных получим:  $m = \rho a^3 (3/40)$ . Отсюда:  $M = 0,9 \rho a^3 = 0,9$  кг.

№	Задача 2.9.2. Критерии оценивания (10 баллов)	Баллы
1	Учтено, что конструкция будет вращаться вокруг правой нижней грани	2
2	Записано выражение для силы давления воды	2
3	Корректный учёт момента силы тяжести конструкции	2
4	Записано правило моментов	2
5	Получена формула $M = 0,9 \rho a^3$	1
6	Числовое значение массы сосуда	1

**Задача 2.9.3. Девять резисторов.**

Электрическая цепь состоит из девяти одинаковых резисторов и трёх идеальных амперметров ( $A_0$ ,  $A_1$ ,  $A_2$ ). Через амперметр  $A_0$  протекает ток силой  $I_0 = 9$  мА.

Определите показания амперметров  $A_1$  и  $A_2$ .

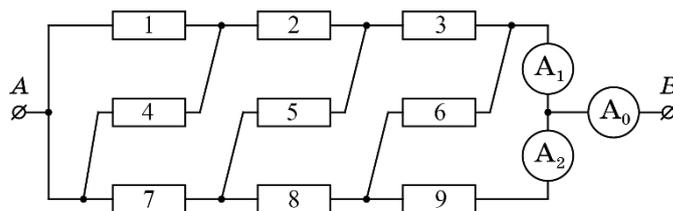


Рис. 1

**Возможное решение (В. Слободянин).** Резисторы  $R_1$  и  $R_4$  соединены параллельно, а резистор  $R_2$  последовательно с ними. Эквивалентное сопротивление этого участка

$R_3 = R_{1,4} + R_2 = 1,5R$ . Такое же эквивалентное сопротивление получается из резисторов  $R_8$ ,  $R_6$  и  $R_9$ . На рис. 2 приведена упрощенная схема исходной цепи. Это несбалансированный электрический мост.

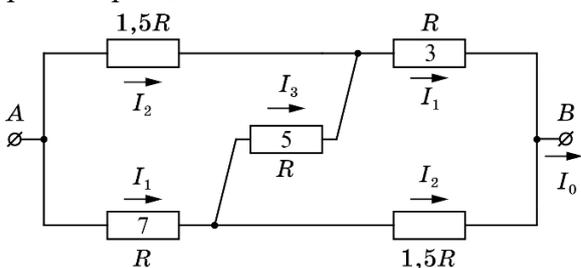


Рис. 2

Введём обозначения токов, протекающих через него. Заметим, что через резисторы  $R_3$

и  $R_7$  силы протекающих токов одинаковы.

Запишем систему уравнений:

- 1)  $I_1 + I_2 = I_0$ ;
- 2)  $I_2 + I_3 = I_1$ ;
- 3)  $1,5RI_2 = RI_1 + RI_3$ .

Откуда получим:  $I_1 = 5$  мА,  $I_2 = 4$  мА.

Вернёмся к исходной схеме. На рис. 3 показано распределение токов, протекающих через резисторы  $R_3$ ,  $R_6$  и  $R_9$ , а также амперметры  $A_0$ ,  $A_1$ ,  $A_2$ . Ток  $I_2$  распределяется поровну между резисторами  $R_6$  и  $R_9$ . Следовательно, сила тока, протекающего через амперметр  $A_2$  равна  $I_{A_2} = I_2 / 2 = 2$  мА, а через амперметр  $A_1$  равна  $I_{A_1} = I_1 + I_2 / 2 = 7$  мА или  $I_{A_1} = I_0 - I_{A_2} = 7$  мА.

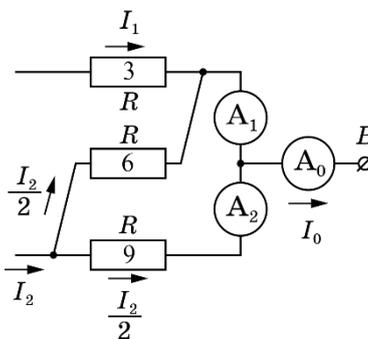


Рис. 3

№	Задача 2.9.3. Критерии оценивания (10 баллов)	Баллы
1	Упрощение исходной схемы путем нахождения эквивалентного сопротивления участков (по 1 баллу за каждый этап)	3
2	Определение силы токов полученной схемы (любым способом)	3
	Записано уравнение (1) (1 балл)	
	Записано уравнение (2) (1 балл)	
	Записано уравнение (3) (1 балл)	
3	Решена система уравнений (1), (2), (3) и	2
	найдена сила тока $I_1$ (1 балл)	
	найдена сила тока $I_2$ (1 балл)	
4	Найдены показания амперметров (по 1 баллу)	2

**Задача 2.9.4. Испарение азота (1) (20 баллов).** В стакан, установленный на весах, налит жидкий азот. Из-за теплообмена с окружающей средой азот выкипает и показания весов уменьшаются. В некоторый момент времени в стакан опускают цилиндр, имеющий комнатную температуру ( $t_0 = +24^\circ\text{C}$ ). Зависимость показания весов от времени приведена в таблице.

$\tau$ , мин	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$m$ , г	250,0	244,0	238,0	232,0	289,5	270,5	251,5	232,5	220,0	214,0	208,0	202,0	196,0

- Постройте график зависимости  $m(\tau)$ .
- Определите удельную теплоту  $\lambda$  испарения азота.

Температура кипения азота  $t_k = -196^\circ\text{C}$ , масса цилиндра  $M = 70$  г. Зависимость удельной теплоемкости материала цилиндра от температуры в диапазоне от  $-200^\circ\text{C}$  до  $+50^\circ\text{C}$  линейная, при этом удельная теплоемкость при  $-200^\circ\text{C}$  равна  $300$  Дж·кг/ $^\circ\text{C}$ , а при  $50^\circ\text{C}$  равна  $1200$  Дж·кг/ $^\circ\text{C}$ .

**Возможное решение (А. Аполонский).** До погружения цилиндра в стакан испарение азота происходит за счет тепла, поступающего из окружающей среды. Мощность теплообмена такова, что за 1 мин испаряется 6 г азота.

После погружения в азот цилиндра интенсивность испарения возрастает из-за теплообмена с цилиндром до тех пор, пока его температура не уменьшится от комнатной до температуры кипения жидкого азота.

Из-за теплообмена с цилиндром дополнительно испаряется масса азота равная

$$\Delta m = \frac{Q}{\lambda}.$$

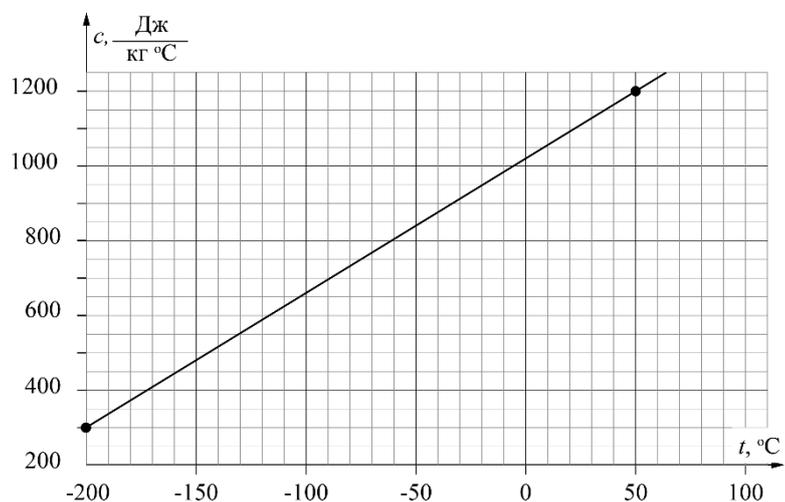
Здесь  $Q$  – количество теплоты, которое отдает цилиндр при охлаждении.

Ввиду линейности зависимости удельной теплоемкости от температуры для расчета  $Q$  можно использовать среднее значение теплоемкости  $c_{\text{cp}}$ , соответствующее температуре  $-86^\circ\text{C}$ .

При заданных значениях теплоемкости в интервале температур от  $-200^\circ\text{C}$  до  $+50^\circ\text{C}$  значение  $c_{\text{cp}} = 710$  Дж/(кг· $^\circ\text{C}$ ).

При этом

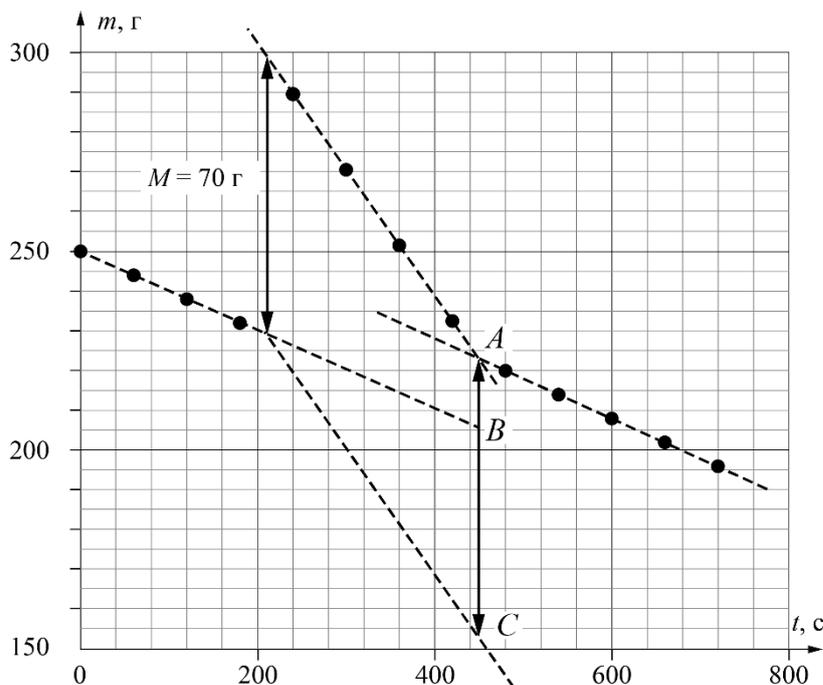
$$Q = c_{\text{cp}} M (t_0 - t_k). \quad (1)$$



Вместо значения  $c_{\text{cp}}(t_0 - t_{\text{к}})$  можно в формулу (1) подставить величину, пропорциональную площади под графиком  $c(t)$  для интервала температур  $t \in (-196^\circ\text{C} \div +24^\circ\text{C})$ . В результате получим:

$$Q = c_{\text{cp}} M (t_0 - t_{\text{к}}) = (710 \cdot 0,070 \cdot 220) \text{ кДж} = 10,9 \text{ кДж}.$$

По таблице построим график зависимости  $m(\tau)$ .



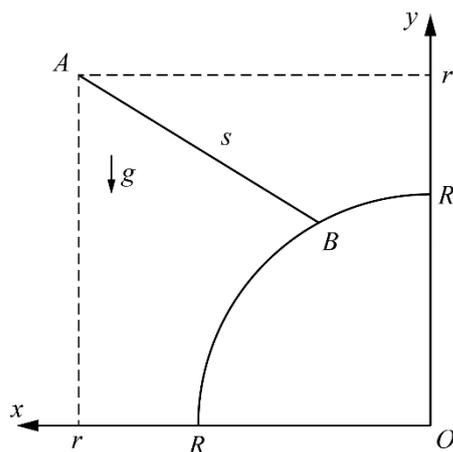
Из графика видно, что до 210 с идёт испарение азота, обусловленное теплообменом с окружающей средой. В районе 210 с в стакан опустили цилиндр (наблюдается скачок в показаниях весов равный 70 г), а после 450 секунд скорость испарения азота сравнялась с первоначальной. Следовательно, цилиндр остыл до температуры кипения азота и тепло по-прежнему поступает только в результате теплообмена с окружающей средой.

Если бы цилиндр в азот не погружали, то к 450 секунде показания весов оказались равными 205 г. С учетом массы цилиндра весы показывали бы 275 г. Таким образом, дополнительно испарившаяся масса азота  $\Delta m_a \approx 52$  г (длина отрезка BC). Отсюда

$$\Delta m_a = \frac{Q}{\lambda} = \frac{c_{\text{cp}} M (t_0 - t_{\text{к}})}{\lambda}, \quad \lambda = \frac{Q}{\Delta m_a} \approx \frac{10,9}{0,052} \left( \frac{\text{кДж}}{\text{кг}} \right) = 210 \frac{\text{кДж}}{\text{кг}}.$$

№	Задача 2.9.4. Критерии оценивания (20 баллов)	Баллы
1	Построен график зависимости массы азота (или массы испарившегося азота) от времени. При этом график хорошо читается, подписаны координатные оси, выбран удобный масштаб и т.д.	8
	Подписаны оси и указаны единицы измерения (1 балл)	
	Выбран разумный масштаб координатных осей (1 балл)	
	Нанесены все экспериментальные точки (1 балл)	
	Через экспериментальные точки проведены соответствующие линии (прямые на начальном и на конечном участках графика) (2 балла)	
	В окрестности 210 с показан скачок массы на 70 г (2 балла)	
	Выполнена экстраполяция начального участка графика (до 450 с т.е. до пересечения с отрезком AC) (1 балл)	
2	Записано уравнения теплового баланса, получена формула $\lambda = Q / \Delta m_a$	2
	Определено количество теплоты, отданное при охлаждении цилиндра $Q \in (10,7 \div 11,1)$ кДж	3
	Если $Q \in (10,5 \div 10,7)$ кДж или $Q \in (11,1 \div 11,3)$ кДж (2 балла)	
	Если $Q \in (10,3 \div 10,5)$ кДж или $Q \in (11,3 \div 11,5)$ кДж (1 балл)	
3	Учтено изменение показаний весов, связанное с погружением цилиндра (1 балл) и теплообмена азота с окружающей средой (1 балл)	2
4	Определена масса азота, выкипевшая из-за теплообмена с цилиндром $\Delta m_a \in (50 \div 54)$ г	3
	$m_N \in (48 \div 50)$ г или $m_N \in (54 \div 56)$ г (2 балла)	
	$m_N \in (46 \div 48)$ г или $m_N \in (56 \div 58)$ г (1 балл)	
6	Получен ответ для $\lambda \in (200 \div 245)$ кДж/кг	2

**Задача 2.10.1. Жёлоб (13 баллов).** Шарик движется по гладкому жёлобу, расположенному в вертикальной плоскости, из точки  $A$  без начальной скорости. Жёлоб соединяет фиксированную точку  $A$ , имеющую координаты  $(r; r)$ , с некоторой точкой  $B$ , лежащей на дуге окружности радиуса  $R$  с центром в точке  $O(0; 0)$ . При некотором положении точки  $B$  время движения шарика на участке  $AB$  оказывается минимально возможным (в процессе движения шарика точка  $B$  не перемещается). Определите, чему равно это минимальное время  $t$ . Ускорение свободного падения  $g$ .



**Возможное решение (А. Уймин).** Найдём геометрическое место точек в которых шарик может оказаться в момент времени  $t$ . Пусть  $\alpha$  – угол, который составляет желоб с горизонтом. Из второго закона Ньютона ускорение шарика будет равно  $a = g \sin \alpha$ .

Пройденное шариком расстояние  $s = \frac{at^2}{2} = \frac{g \sin \alpha \cdot t^2}{2}$ . Отсюда следует, что  $\frac{s}{\sin \alpha} = \frac{g \cdot t^2}{2}$ .

То есть для всех точек, в которых может оказаться шарик спустя время  $t$ , величина  $s / \sin \alpha$  будет одинаковой.

Покажем, что все эти точки лежат на окружности, центр которой лежит строго под точкой  $A$ , а сама окружность проходит через точку  $A$ .

Построим такую окружность для одного из возможных положений желоба. Из геометрии  $\angle AB_1C_1 = 90^\circ$  (как вписанный, опирающийся на диаметр), тогда  $\angle B_1C_1A = \alpha$ , и

$$AC_1 = \frac{s}{\sin \alpha} = \frac{g \cdot t^2}{2} = 2r_1, \quad \text{где } r_1 \text{ – радиус}$$

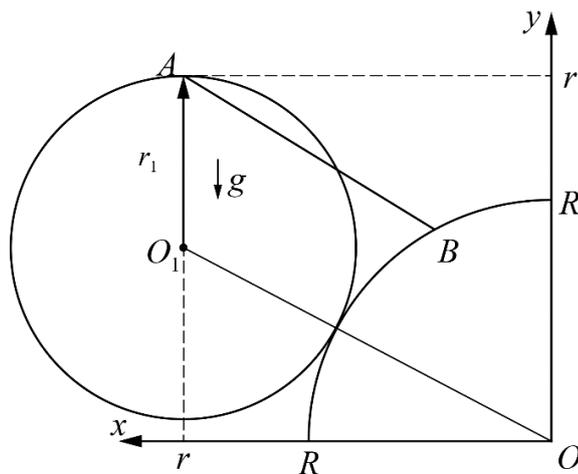
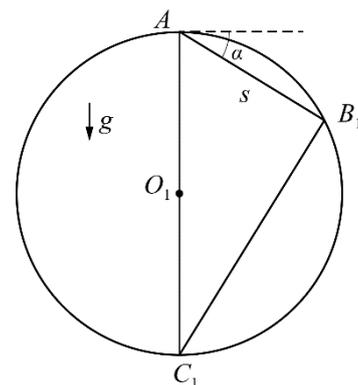
нарисованной нами окружности. Получается, что радиус такой окружности не зависит от угла наклона жёлоба.

В таком случае, время спуска шарика будет минимальным, когда нарисованная нами окружность коснётся дуги радиуса  $R$ .

Выразим расстояние  $OO_1$  двумя способами.

$$(OO_1)^2 = (R + r_1)^2 = r^2 + (r - r_1)^2,$$

$$\text{откуда } r_1 = \frac{2r^2 - R^2}{2(r + R)}.$$



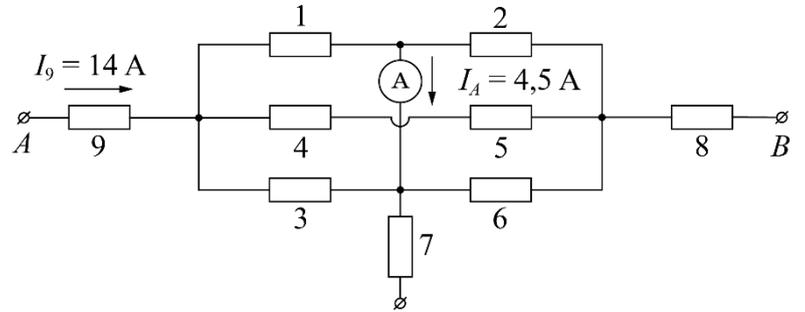
Ранее мы показали, что  $r_1 = \frac{g \cdot t^2}{4}$ , значит  $t = \sqrt{\frac{4r_1}{g}} = \sqrt{\frac{2(2r^2 - R^2)}{g(r + R)}}$ .

№	Задача 2.10.1. Критерии оценивания (13 баллов)	Баллы
1	Найдено ускорение движения по жёлобу	2
2	Доказано, что множество точек, задающих возможное положение шарика в произвольный момент времени, представляет окружность; либо из кинематики получено уравнение, связывающее время движения шарика до дуги окружности с углом наклона жёлоба к горизонту	4
3	Указано, что минимальное время соответствует касанию окружностей; Либо указано правильное условие минимальности для кинематического уравнения (производная времени по углу равна нулю)	2
4	Получено значение угла наклона жёлоба или длины желоба, соответствующих минимальному времени	2
5	Найдено минимальное время.	3

**Задача 2.10.2. Разветвлённая цепь (12 баллов).** На рисунке представлена часть разветвлённой электрической цепи, включающей девять резисторов и идеальный амперметр. Сопротивления резисторов равны:  $R_1 = 1,0 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 2,0 \text{ Ом}$ , ...  $R_9 = 9,0 \text{ Ом}$ , (на рисунке приведены номера резисторов).

Сила токов, протекающих через  $R_9$  и амперметр известны:  $I_9 = 14 \text{ А}$ ,  $I_A = 4,5 \text{ А}$ , их направления указаны на рисунке.

Определите силы токов, протекающих через резисторы  $R_7$  и  $R_8$ , а также напряжение между точками  $A$  и  $B$ .

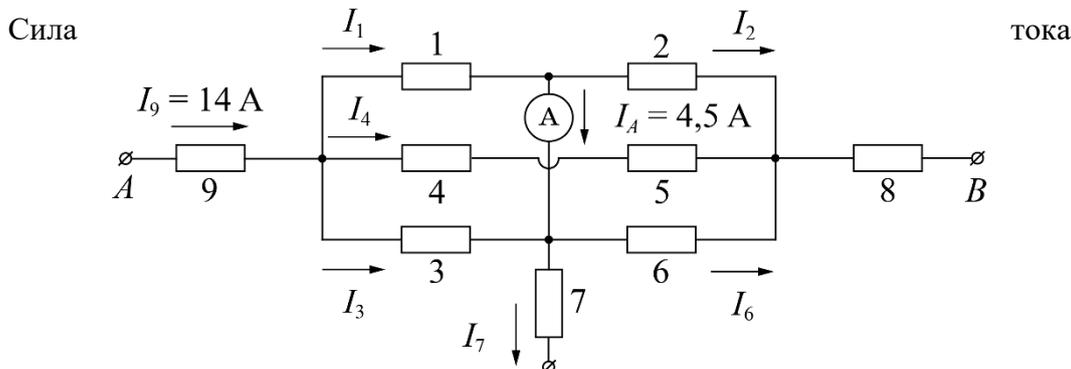


**Возможное решение (А. Аполонский).** Напряжения на резисторах  $R_1$  и  $R_3$ ,  $R_2$  и  $R_6$  одинаковы. Поэтому для токов через них справедливы соотношения  $I_1 = 3I_3$ ,  $I_2 = 3I_6$ .

В узле  $C$  ток разделяется:  $I_1 = I_2 + I_A$ . Для узла  $D$ :  $I_3 + I_A = I_6 + I_7$ .

Сила тока  $I_7 = I_3 - I_6 + I_A = \frac{1}{3}I_1 - \frac{1}{3}I_2 + I_A = \frac{1}{3}I_A + I_A = \frac{4}{3}I_A = 6$  А.

Сила тока, втекающего в рассматриваемый участок цепи,  $I_9 = 14$  А. Вытекает из участка  $I_7 = 6$  А, и  $I_8 = I_9 - I_7 = 8$  А.



$$I_4 = I_9 - (I_1 + I_3) = I_9 - 4I_3. \quad (1)$$

Сумма напряжений на резисторах  $R_1$  и  $R_2$  равна сумме напряжений на  $R_4$  и  $R_5$ :

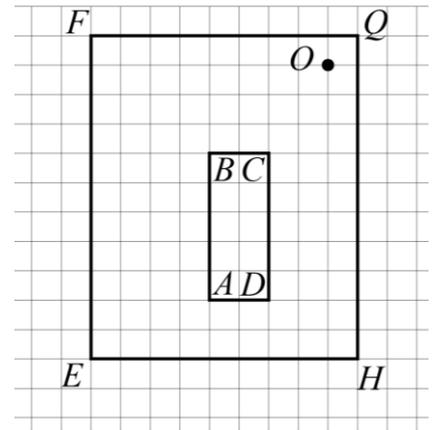
$$3I_3R_1 + (3I_3 - I_A)R_2 = I_4(R_4 + R_5). \quad (2)$$

Решая совместно уравнения (1) и (2), получим:  $I_4 = 2,0$  А.

$$U_{AB} = I_9R_9 + I_4(R_4 + R_5) + I_8R_8 = 208$$
 В.

№	Задача 2.10.2. Критерии оценивания (12 баллов).	Баллы
1	Верно применено условие разветвления токов для любого из узлов	1
2	Указано, что сумма токов, втекающих в приведённый в условии участок цепи равна сумме токов, вытекающих из него	2
3	Указано одно из соотношений между напряжениями: $U_1 = U_3$ или $U_2 = U_6$ или $U_1 + U_2 = U_4 + U_5$ или $U_3 + U_6 = U_4 + U_5$ или верно записано второе правило Кирхгофа для контура из резисторов 1-6.	2
4	Записано, что напряжение на участке $AB$ равно сумме напряжений $U_9$ , $U_8$ и напряжения на одной из трёх центральных веток.	1
5	Найдена сила тока $I_7$ (формула + число)	1+1
6	Найдена сила тока $I_8$ (формула + число)	1+1
7	Найдено напряжение $AB$ (формула + число)	1+1

**Задача 2.10.3. На складе (10 баллов).** На территории промышленного объекта, обнесенной забором  $FGHE$ , расположен пост охраны (точка  $O$ ) и склад  $ABCD$ . Охранники жаловались, что с поста им не видно стороны склада  $AB$  и  $AD$ . Для решения проблемы было решено установить плоские зеркала. Так как по территории объекта постоянно передвигается тяжелая техника, то зеркала можно вешать только на забор или на стены склада. При этом плоскость зеркала должна совпадать с плоскостью стены/склада. Схема территории приведена на рисунке. Размер одной клеточки равен 10 м.

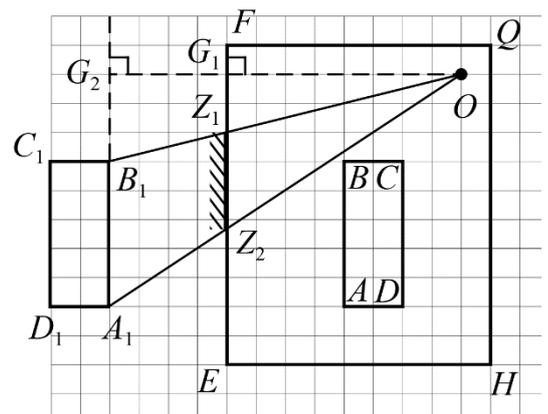


- 1) Укажите, где нужно разместить плоское зеркало, чтобы с поста охраны была видна вся стена  $AB$  склада. Построениями докажите, что в зеркале будет видна вся стена  $AB$ .
- 2) Укажите минимально возможную ширину зеркала для пункта 1 и где оно должно располагаться. Свои выводы подкрепите построениями и рассуждениями.
- 3) Возможно ли расположить на стене  $EH$  одно зеркало так, чтобы с поста охраны в него была видна вся стена  $AD$ ? Свой ответ подкрепите построениями и рассуждениями.
- 4) Нарисуйте схему расположения зеркал с помощью которой охрана будет видеть всю стену склада  $AD$ . Вам необходимо использовать минимальное количество зеркал. Построениями докажите, что в зеркалах будет видна вся стена  $AD$ .

**Возможное решение (М. Карманов).**

Вопросы №1, 2.

Разместим зеркало на стене  $EF$ . Для начала предположим, что зеркало покрывает всю стену. Построим изображение склада в зеркале. Изображение, создаваемое плоским зеркалом, симметрично исходному предмету относительно плоскости зеркала. Построим изображение  $A_1B_1$  стены склада. Нам нужно, чтобы лучи от всех точек изображения стены склада доходили до поста охраны. Построим крайние лучи  $A_1O$  и  $B_1O$ . Именно эти лучи и задают границы зеркала  $Z_1Z_2$ . Все остальные нужные нам лучи будут лежать между этими крайними лучами. Размеры зеркала можно найти из подобия треугольников  $OB_1A_1$  и  $OZ_1Z_2$ . Их стороны относятся также как высоты



$$\frac{OG_1}{OG_2} = \frac{Z_1Z_2}{B_1A_1},$$

откуда

$$Z_1Z_2 = B_1A_1 \frac{OG_1}{OG_2} = \frac{100}{3} \text{ м} \approx 33,3 \text{ м}.$$

Вопросы №3, 4

Для начала аналогично пунктам 1 и 2 построим изображения стены  $AD$  склада в зеркале, размещенном на заборе  $EH$ .

Как видно из построений угол  $D$  склада не позволяет увидеть в зеркале всю стену  $AD$ . Можно увидеть лишь ее половину  $SD$ . Значит одного зеркала недостаточно.

Добавим еще одно зеркало на стену  $AD$ , чтобы луч, вышедший из точки  $A$  после отражения от зеркала на заборе, попадал бы в зеркало на стене склада, затем опять в зеркало на заборе и доходил до поста охраны.

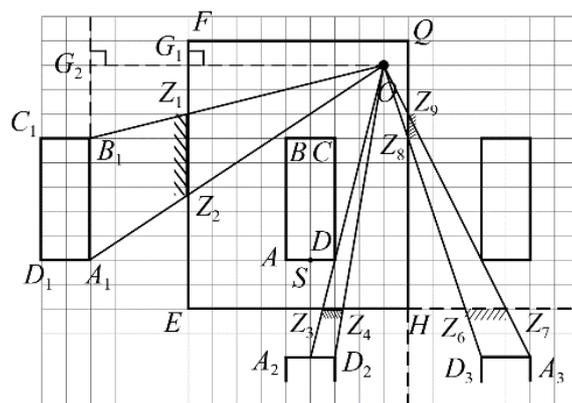
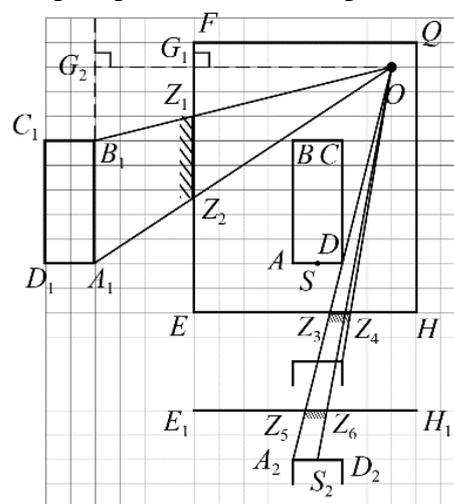
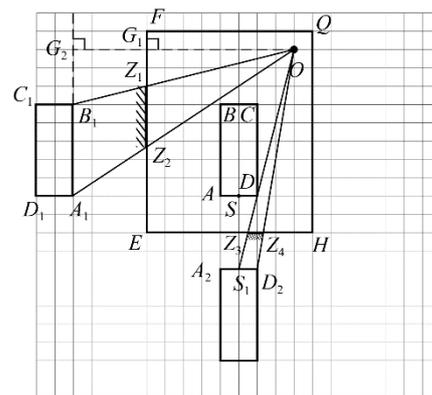
Проще всего визуализировать ход такого луча, если при каждом отражении от зеркала изгибать не сам луч, а отражать относительно зеркала пространство, в котором он перемещается.

Запустим луч в обратном направлении из точки  $O$  к точке  $A$ . Сначала он должен отразиться от зеркала на заборе. При этом можно считать, что луч продолжил движение по прямой, а склад отразился симметрично забору. После отражения от зеркала на стене склада также можно считать, что лучик продолжил движение по прямой, но забор нужно отразить симметрично относительно склада и т.д.

Из получившегося рисунка видно, что для того, чтобы увидеть часть склада  $AS$  нужно разместить на стене склада зеркало от точки  $S$  почти до угла  $D$ , а зеркало на заборе  $EH$  должно идти от точки  $Z_4$  до точки  $Z_5$ .

Таким образом достаточно двух зеркал. А раз одного недостаточно, то очевидно – два является минимально возможным числом.

Есть и другой вариант решения. Второе зеркало можно расположить не на стене  $AD$  склада, а на заборе  $QH$ . Построим аналогичным образом ход лучей для этого случая. Как видно из рисунка можно добиться обзора всей стены за счет размещения зеркала  $Z_6Z_7$  на стене  $EH$  и зеркала  $Z_8Z_9$  на стене  $QH$ .



№	<b>Задача 2.10.3. Критерии оценивания (10 баллов).</b>	<b>Баллы</b>
1	Продемонстрировано верное построение хода лучей после отражения от зеркала	1
2	Продемонстрировано верное построение области видимости	1
3	Ответ на первый вопрос + обоснование	1+1
4	Верные построения для второго вопроса + верное число	1+1
5	Верный ответ на 3 вопрос + обоснование	1+1
6	Верный ответ на четвертый вопрос + обоснование	1+1

**Задача 2.10.4. Гидростатический «серый ящик». (15 баллов).** Внутри «серого ящика», имеющего форму прямоугольного параллелепипеда, находятся тонкие перегородки, которые могут быть расположены только вдоль пунктирных линий (см. рисунки) перпендикулярно боковым стенкам ящика (боковыми называются стенки, на которых нарисована стрелка). Перегородки могут начинаться и заканчиваться либо на стенках «серого ящика», либо в точках пересечения пунктирных линий. Перегородки полностью перекрывают расстояние между боковыми стенками и непроницаемы как для воды, так и для воздуха. С помощью имеющегося оборудования определите расположение перегородок и их размеры. Толщиной перегородок и стенок «серого ящика» можно пренебречь. Оценивать погрешность не нужно.

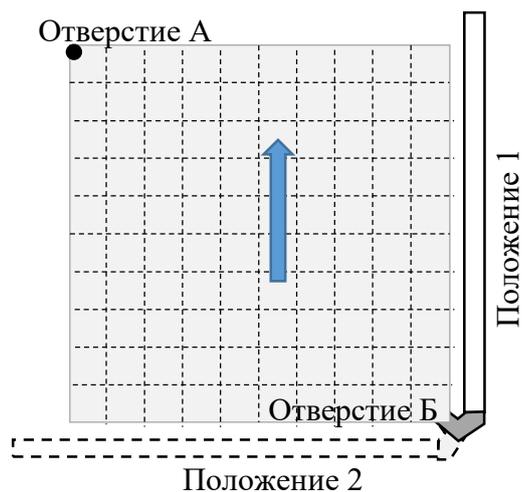
#### Оборудование

«Серый ящик», шприц с иглой, полоска миллиметровой бумаги, стакан с жидкостью, пустой стакан, ножницы, скотч.

**P.S.** От вас требуется обработать приведенные ниже измерения и сделать выводы. В качестве ответа необходимо привести схему расположения перегородок в «сером ящике». Ответ должен быть обоснован и не противоречить имеющимся данным, которые получены экспериментальным путем и поэтому содержат погрешности.

#### Описание оборудования

«Серый ящик» - квадратная коробочка небольшой толщины с жесткими непрозрачными стенками серого цвета. На рисунке показана боковая стенка коробочки. В одном из углов коробочки есть отверстие (А). В противоположном углу сделано отверстие (Б), в которое помещен вращающийся штуцер с закрепленной на нем прозрачной трубкой. Штуцер и трубочка не съемные, но трубочку можно поворачивать в положение 1, или в положение 2. Шприц медицинский объемом 100 мл с ценой деления 1 мл. Игла для шприца. Полоска миллиметровой бумаги шириной 1 см и длиной 15 см. Пластиковый стакан (объемом 200 мл) с подкрашенной жидкостью, которая плохо смачивает трубку и стенки коробочки. Пустой пластиковый стакан (объемом 200 мл). Ножницы канцелярские. Небольшая бобина узкого скотча.



#### Прделанные эксперименты и результаты измерений

**Опыт №1.** Измерение размеров коробочки.

С помощью полоски миллиметровой бумаги измерим размеры коробочки. Они равны 100 мм×100 мм×10 мм. Измерим расстояние между пунктирными линиями, а также от пунктирных линий до стенок коробочки. Все эти расстояния равны 10 мм.

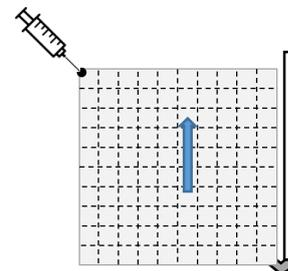
**Опыт №2.** Измерение внешнего диаметра трубки.

Для измерения внешнего диаметра трубки измерим длину ее окружности. Для этого намотаем на трубку полоску миллиметровой бумаги. Сделаем 2 оборота. Длина намотанной части бумаги равна 8,9 см.

**Опыт №3.** Измерение внутреннего диаметра трубки.

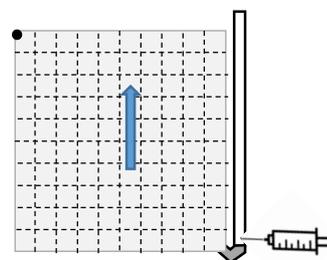
Наберем в шприц жидкость, затем присоединим шприц (без иглы) к трубке и выдавим часть жидкости в трубку так, чтобы жидкость образовывала сплошной цилиндр без пузырьков воздуха. Объем выдавленной жидкости равен 8 мл. С помощью полоски миллиметровой бумаги измерим длину части трубки, заполненной жидкостью. Она равна 8,0 см.

**Опыт №4.** Установим коробочку на горизонтальный стол так, чтобы нарисованная на ней стрелка указывала вверх. Наберем в шприц 100 мл жидкости и будем заливать её в коробочку порциями через отверстие А так, чтобы за каждую порцию уровень воды в трубочке поднимался на 5 мм. Уровень  $h$  жидкости в трубочке будем измерять от нижней стенки коробочки с помощью полоски миллиметровой бумаги, приклеенной к коробочке.



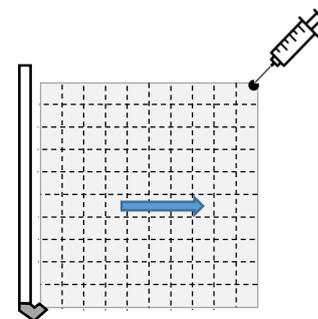
Полученные измерения  $h(V_4)$  занесем в таблицу. Если при достаточно большом увеличении объема жидкости в коробочке уровень в трубочке не изменяется, то запишем в таблицу два крайних значения объемов, соответствующих этому уровню.

**Опыт №5.** Выльем всю жидкость из коробочки. При этом заметим, что после простого переворота коробочки из нее вытекает не вся жидкость. Чтобы извлечь из коробочки всю жидкость ее нужно наклонять под разными углами и трясти. По звуку определим, что нам удалось вылить всю жидкость из коробочки. Установим коробочку также, как в опыте №4.

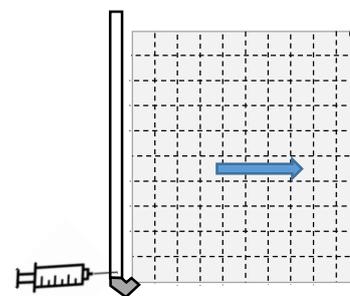


Теперь будем заливать жидкость через отверстие Б, в которое вставлена трубочка. Для этого наберем в шприц 100 мл жидкости, наденем на него иглу и аккуратно проткнем иглой трубочку в самом низу. Таким образом мы сможем подавать жидкость в самое основание трубочки. Снимем аналогичную зависимость  $h(V_5)$  – уровня жидкости в трубочке от объема налитой жидкости. Полученные данные занесем в таблицу.

**Опыт №6.** Вновь удалим всю жидкость из коробочки. Заклеим дырочку в трубочке с помощью скотча. Поставим коробочку так, чтобы стрелка смотрела вправо, а трубочка располагалась в положении 2. Повторим те же действия, что в опыте №4, заливая жидкость через открытое отверстие А. Полученные данные  $h(V_6)$  занесем в таблицу.



**Опыт №7.** Опять удалим всю жидкость из коробочки и повторим опыт №5, но расположив коробочку как в опыте №6. Полученные данные  $h(V_7)$  занесем в таблицу.



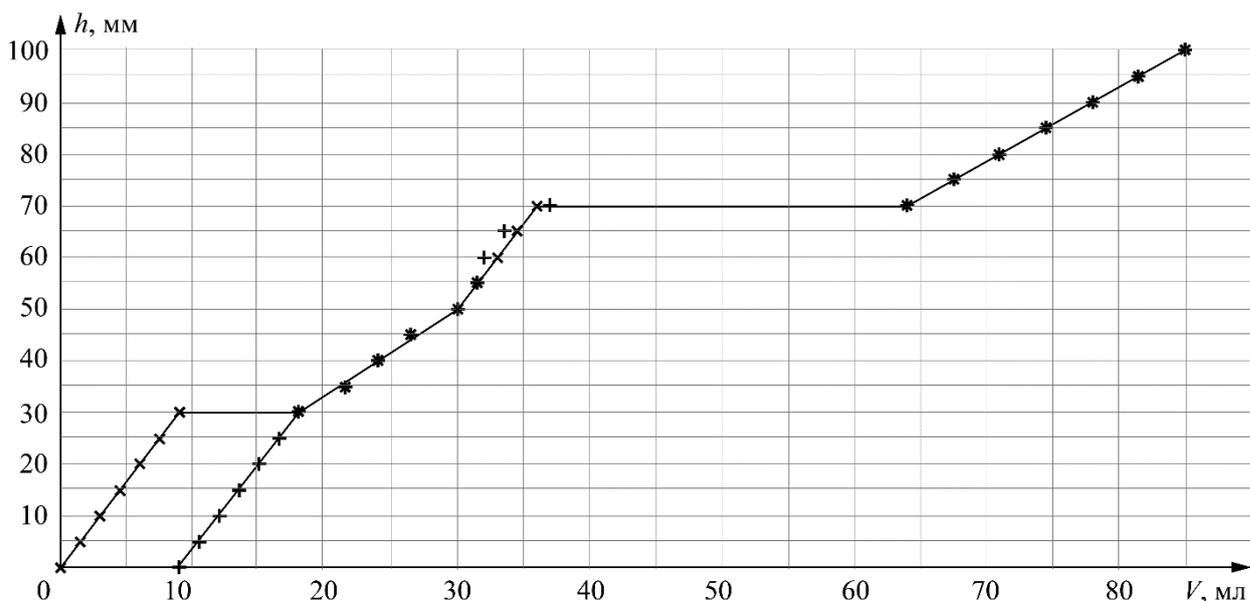
**Таблица**

<b><i>h</i>, мм</b>	<b><i>V</i><sub>4</sub>, мл</b>	<b><i>V</i><sub>5</sub>, мл</b>	<b><i>V</i><sub>6</sub>, мл</b>	<b><i>V</i><sub>7</sub>, мл</b>
0	0 - 9	0	0 - 10	0
5	11	2	15	6
10	13	4	21	11
15	15	6	26	17
20	17	8	32	22
25	19	10	38	28
30	21	12 - 21	43	33
35	25	25	46	36
40	28	28	49	39
45	31	31	52	42
50	35	35	55	45 - 55
55	37	37	56	56
60	38	39	58	58
65	40	41	59	60
70	44 - 71	43 - 71	61	61
75	75	75	62	62
80	79	79	64	63
85	83	83	66	65
90	87	87	67	67
95	91	91	68	68
100	95	95	70	70

### Возможное решение. (М. Карманов).

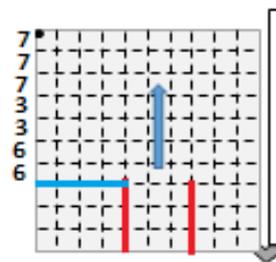
1. Обратим внимание, что при заливании жидкости в «серый ящик» часть ее оказывается в трубочке. Вычислим площадь внутреннего сечения трубочки. Из опыта №3 следует, что площадь внутреннего сечения трубочки равна  $S_{\text{тр}} = 1,0 \text{ см}^2$ . Это значит, что в полностью заполненной трубочке будет находиться 10 мл жидкости, что сравнимо с общим объемом залитой жидкости. Пересчитаем значения в таблице, вычтя из них объем  $S_{\text{тр}}h$  жидкости в трубочке. Построим графики зависимости  $h(V)$ .

График для 4 и 5 опытов.



Плюсиками отмечены точки, соответствующие заливанию жидкости «сверху», а крестики – «снизу». Как видно, графики отличаются только для участка 0-30 мм.

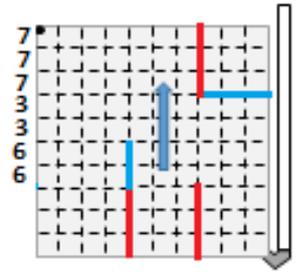
При заливании жидкости «сверху» она сначала заполняет некоторую полость, расположенную сбоку от нижнего отверстия. Объем этой полости равен 9 мл. Учитывая, что после 30 мм графики идут совершенно одинаково, можно сделать вывод, что при заполнении «снизу» эта же полость заполняется при уровне воды в 30 мм. То есть высота перегородки, отделяющей эту полость от отверстия, равна 30 мм. Также заметим, что при заливании «снизу» полость начала заполняться после того, как было залито 9 мл жидкости. То есть объем пространства справа от перегородки тоже равен 9 мл. Нарисуем самый простой из возможных вариантов, соответствующих этому условию. Красным обозначены перегородки, в которых мы более-менее уверены, а синим - которые расположены весьма условно.



Подсчитаем эффективную площадь, заполняемую жидкостью, при различных ее уровнях. Из графика видно, что на уровне 30-50 мм заполняется площадь в  $6 \text{ см}^2$ , 50-70 мм –  $3 \text{ см}^2$ , 70-100 мм –  $7 \text{ см}^2$ .

Разберемся с уровнем 30-50 мм. Должны заполняться только 6 клеток в ряду из 4-х. Правые 4 клетки должны заполняться, так как иначе при заливании жидкости снизу не будет ее перетока через перегородку. Предположим, что стенка находится слева.

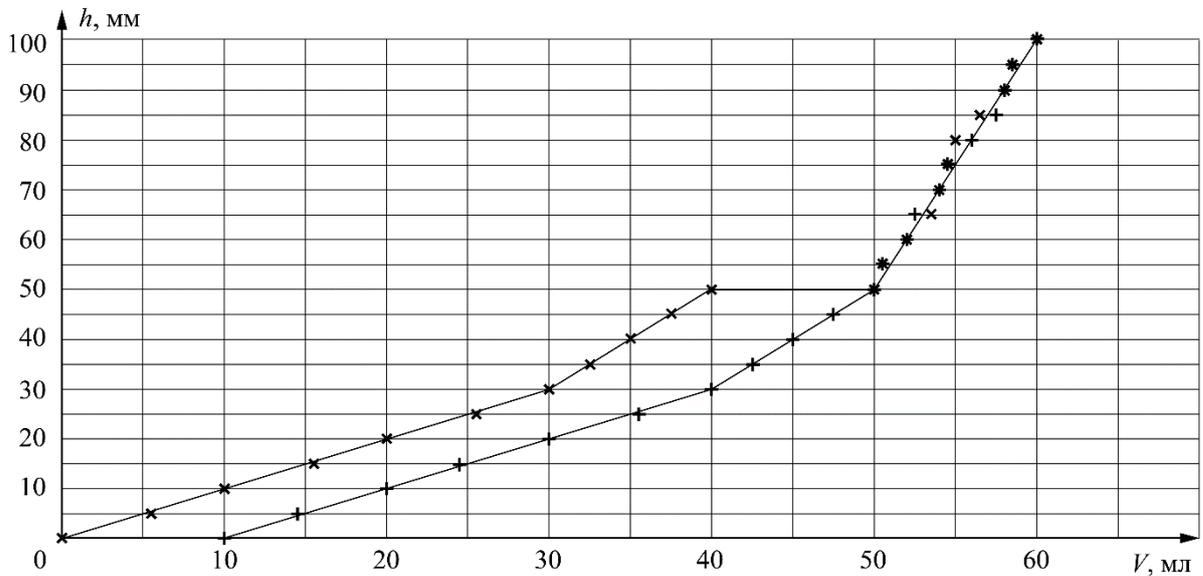
Разберемся с уровнем 70-100 мм. Там заполняется 7 клеток в ряду и обязана заполняться клетка, прилегающая к отверстию. Пусть перегородками отрезана область размером 3x3. Если эта область располагается не в правом верхнем углу, а сдвинута левее, то в зазор между этой областью и правой стенкой жидкость все равно не сможет забежать, так как там образуется воздушный пузырь, значит область расположена в правом верхнем углу.



Собственно, нижняя горизонтальная перегородка этой области не обязательна, так как жидкость в любом случае не будет затекать в нее.

Перейдем к рассмотрению 6 и 7 опытов.

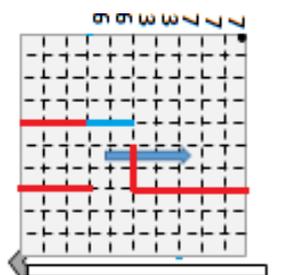
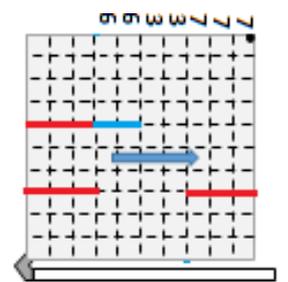
График для 6 и 7 опытов.



Из графика видно, что заполнение сверху и снизу идет одинаково, с той лишь разницей, что при заполнении сверху изначально жидкость заполняет полость объемом 10 мл, которая при заполнении снизу заполняется при уровне жидкости в 50 мм. Заполняемые площади для каждого уровня равны: 0-30 мм – 10 см<sup>2</sup>, 30-50 мм – 5 см<sup>2</sup>, для участка 50-100 мм нельзя гарантированно утверждать, что график линейный. Но, если он линейный, то заполняемая площадь равна 2 см<sup>2</sup>.

При заполнении снизу до уровня 30 мм заполняется все сечение коробочки, значит там отсутствуют (для этого положения коробочки) перегородки.

Далее, заметим, что при уровне в 50 мм в коробочку вмещается 50 мл жидкости при заполнении хоть сверху, хоть снизу. То есть при уровне в 50 мм должна быть заполнена вся нижняя (для этого расположения коробочки) половина коробочки. Также учтем, что при заполнении сверху, жидкость должна сначала заполнять полость объемом 10 мл, эта полость может располагаться только на уровне от 30 до 50 мм, но при заполнении этого уровня снизу, заполняемая



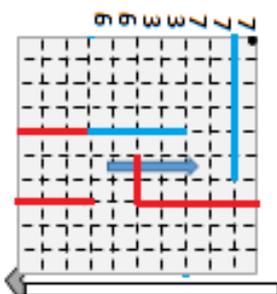
площадь равна  $5 \text{ см}^2$ . Тогда по сути единственный возможный вариант расположения этой полости следующий:

Вернемся к 4 и 5 опытам.

В правом верхнем углу у нас образовалась полость объемом 15 мл. Полный объем жидкости, вмещающейся в коробочку равен 85 мл, то есть незаполненным остается как раз объем полости в правом верхнем углу, а все остальное пространство должно быть заполнено.

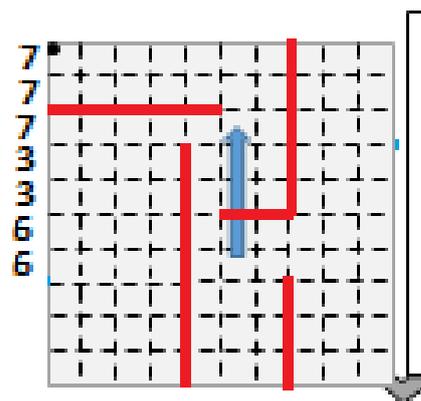
На уровне 50-70 мм должно заполняться три клеточки в ряду, а после 70 мм идет заполнение полости объемом 27-28 мл. Самый простой способ обеспечить эти условия – поднять синюю стенку до уровня 70 мм. Также чтобы жидкость из верхнего отверстия не попадала в левую полость, нужна горизонтальная перегородка. Такое расположение перегородок полностью соответствует данным опытов 4 и 5.

Вернемся к опытам 6 и 7.



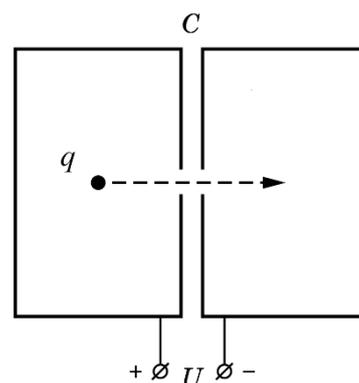
Первая проблема заключается в том, что теперь при подъеме жидкости до уровня в 40 мм правая синяя стенка запрет воздух в левом верхнем углу и не позволит заполнять эту полость. Значит, синюю стенку надо укоротить. Общий объем жидкости, вмещающейся в коробочку при таком расположении равен 60 мл, то есть полость объемом 40 мл не должна быть заполнена, и она явно расположена в левом верхнем углу коробочки. Кроме того, начиная с уровня 50 мм должно заполняться только по 2 клеточки в ряд, что соответствует объему в 10 мл. Тогда нужно перенести синюю перегородку левее и укоротить ее.

Получим окончательный вариант расположения перегородок, не противоречащий исходным данным.



№	Задача 2.10.4. Критерии оценивания (10 баллов)	Баллы
1.	Учет объема жидкости, находящегося в трубке	2
2.	Соответствие предложенного расположения перегородок условиям при расположении коробочки «стрелка вверх»	
2.1.	Имеется полость объемом 9 мл, заполняемая в первую очередь при заливании через А.	1
2.2.	Имеется полость объемом 9 (12) мл с высотой перегородки 30 мм, заполняемая в первую очередь при заливании через Б.	2
2.3.	Объем жидкости, вмещающийся в коробочку, равен 85 (95) мл.	1
3.	Соответствие предложенного расположения перегородок условиям при расположении коробочки «стрелка вправо»	
3.1.	Имеется полость объемом 10 мл, заполняемая в первую очередь при заливании через А.	1
3.2.	При заполнении через В первых 30 (33) мл заполняется вся ширина коробочки	1
3.3.	При заполнении через В 50 (55) мл оказывается полностью заполнена нижняя половина коробочки.	2
3.4.	Объем жидкости, вмещающийся в коробочку, равен 60 (70) мл.	2
4.	Все перегородки расположены только на пунктирных линиях и начинаются/заканчиваются только в точках их пересечения и на стенках коробочки.	1
5.	Получен ответ, соответствующий всем условиям.	2

**Задача 2.11.1. Разгон при отключённом источнике (12 баллов).** Две одинаковые проводящие оболочки в форме цилиндров с малыми отверстиями на общей оси образуют конденсатор ёмкостью  $C$ . В центре левой оболочки удерживают шарик с зарядом  $q$ . Суммарный заряд всей системы, включая заряд шарика, равен нулю. Конденсатор заряжают, подключив к источнику с напряжением  $U$ , затем отключают от источника и отпускают шарик. Шарик начинает двигаться вдоль оси и, пролетев через отверстия, попадает внутрь правой оболочки.



Какую кинетическую энергию будет иметь шарик в центре правой оболочки?

При каком заряде шарика эта энергия максимальна и чему она равна?

Выделением тепла из-за тока в оболочках можно пренебречь. Поле тяжести не учитывайте.

**Возможное решение. (И. Воробьев).**

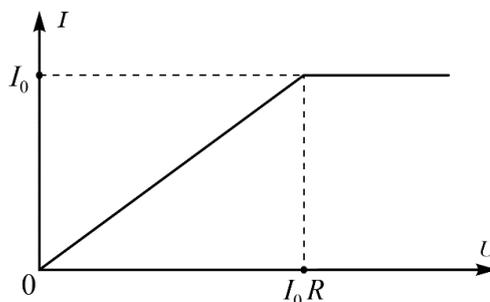
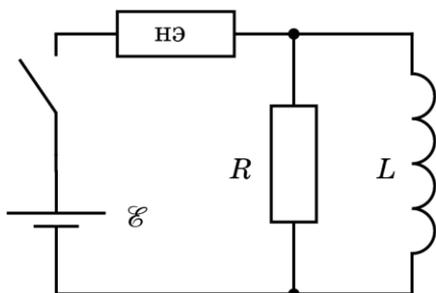
1. Вначале на внутренней поверхности левой полости имеется экранирующий заряд  $-q$ , что даёт нуль в сумме с зарядом шарика. На внутренней поверхности правой полости заряда нет.
2. После подключения источника, полный заряд системы остается равным нулю. Заряды на внешних поверхностях оболочек противоположные по знаку, а так как оболочки образуют конденсатор ёмкостью  $C$ , то эти заряды равны  $Q_0 = CU$  и  $-Q_0$ .
3. После перемещения шарика в центр правой оболочки к заряду  $Q_0 = CU$  левой оболочки добавится заряд  $-q$  с её внутренней поверхности, а к заряду  $-Q_0$  правой оболочки добавится заряд  $q$  из-за ухода заряда  $-q$  на поверхность полости правой оболочки (для экранировки заряда шарика). Таким образом, заряды на внешних поверхностях станут равными  $Q$  и  $-Q$ , где  $Q = CU - q$ . Напряжение на конденсаторе при этом станет равным  $V = U - q/C$ .
4. Ввиду такого же, как в левом цилиндре, расположения заряда  $q$  справа, энергия его взаимодействия с «экранирующими» зарядами на внутренней поверхности цилиндра не изменится.
5. Изменяется только кинетическая энергия шарика и энергия конденсатора. Тогда при отсутствии потерь энергии  $CU^2/2 = CV^2/2 + K$ , где  $K$  - кинетическая энергия шарика в центре правой оболочки.  $K = qU - q^2/2C$ .
6. Наибольшая кинетическая энергия отвечает случаю  $V = U - q/C = 0$ , тогда  $q = CU$ , а  $K = CU^2/2$ .

**Примечание:** При  $q$ , много меньшем  $CU$ ,  $K \cong qU$ . В общем случае нужно учесть наведённые заряды и связанное с этим изменение напряжения между электродами. Важно понять, что потенциальная энергия системы складывается из энергии взаимодействия заряда с «экранирующими» зарядами на внутренней поверхности цилиндра и энергии конденсатора.

LV Всероссийская олимпиада школьников по физике. Региональный этап.  
Второй тур. 25 января 2021 г.

№	Задача 2.11.1. Критерий (12 баллов)	Баллы
1	Указание на экранирующий заряд $-q$	1
2	Указано (либо используется в решении), что разность потенциалов между оболочками зависит только от зарядов на их внешних поверхностях	1
3	Противоположный знак зарядов на внешней поверхности оболочек и их связь с напряжением $Q_o = CU$ и $-Q_o$ .	2
4	Правильно определены заряды оболочек после перемещения шарика	2
5	Определено напряжение на конденсаторе после перемещения шарика	1
6	Неизменность энергии взаимодействия шарика с экранирующим зарядом	1
7	Нахождение кинетической энергии	2
8	Найден заряд шарика $q$ , при котором кинетическая энергия максимальна	1
9	Нахождение максимальной величины кинетической энергии	1

**Задача 2.11.2. Нелинейная цепь (12 баллов).** Электрическая цепь состоит из идеального источника с ЭДС  $\mathcal{E} = 20$  В, резистора с сопротивлением  $R = 5$  Ом, катушки с индуктивностью  $L = 20$  мГн и нулевым сопротивлением и нелинейного элемента, вольтамперная характеристика которого представлена на рисунке ( $I_0 = 3$  А). Изначально ключ разомкнут, тока в цепи нет. Какое количество теплоты выделится на резисторе через большой промежуток времени после замыкания ключа?



**Возможное решение (А. Уймин).** Для малого промежутка времени  $dt$  количество тепла  $dQ$ , выделяющегося на резисторе с сопротивлением  $R$

$$dQ = U_R I_R dt = U_R dq. \quad (1)$$

Здесь  $U_R$  и  $I_R$  – напряжение на резисторе и сила тока, протекающего через него,  $dq$  – заряд, прошедший через резистор.

Установим связь  $U_R(q)$  в нашем случае. Будем использовать известное соотношение для параллельно соединенных резистора  $R$  и индуктивности  $L$ :

$$RI_R = L \frac{dI_L}{dt}; \quad RI_R dt = R dq = L dI_L; \quad \frac{R}{L} q = I_L. \quad (2)$$

Сразу после замыкания ключа, нелинейный элемент ведет себя как резистор сопротивлением  $R$  (режим «постоянного сопротивления»). Затем он переходит в режим «постоянного тока». Такой переход реализуется, так как в установившемся режиме напряжение на индуктивности и сила тока через резистор будут равны нулю, а напряжение, при котором нелинейный элемент переходит в режим «постоянного тока», меньше ЭДС источника ( $I_0 R = 15 \text{ В} < \mathcal{E} = 20 \text{ В}$ ). Определим связь  $U_R(q)$  для этих режимов.

а) Режим «постоянного сопротивления». Для силы тока  $I$  через нелинейный элемент

$$I = I_L + I_R.$$

По второму правилу Кирхгофа

$$\mathcal{E} = IR + I_R R = 2I_R R + I_L R.$$

Подставляя  $I_L$  из (2), получим

$$\mathcal{E} = 2U_R + \frac{R^2}{L} q.$$

Отсюда для режима «постоянного сопротивления»

$$U_R = \frac{1}{2} \left( \mathcal{E} - \frac{R^2}{L} q \right). \quad (3)$$

Нелинейный элемент остается в этом режиме до тех пор, пока выполняется условие

$$U_R \geq E - I_0 R,$$

или, с учетом (3), пока величина прошедшего через резистор заряда

$$q < q_1 = \frac{L}{R} \left( 2I_0 - \frac{E}{R} \right).$$

Согласно выражению (1) количество теплоты будет пропорционально площади под графиком  $U_R(q)$  на участке  $0 < q < q_1$ . Поскольку зависимость (3) является линейной, получаем для количества теплоты  $Q_1$  в этом режиме

$$Q_1 = \frac{E/2 + E - I_0 R}{2} q_1 = \left( \frac{3E}{2R} - I_0 \right) \frac{L}{2} \left( 2I_0 - \frac{E}{R} \right) = 0,06 \text{ Дж.}$$

б) Режим «постоянного тока».

$$I_R = I_0 - I_L = I_0 - \frac{R}{L} q;$$

$$U_R = RI_R = RI_0 - \frac{R^2}{L} q.$$

Этот режим реализуется до момента, пока  $U_R$  не станет равным нулю, т. е. пока  $q$  не

станет равным  $q_2 = \frac{LI_0}{R}$ . Заряд, прошедший

через резистор в этом режиме

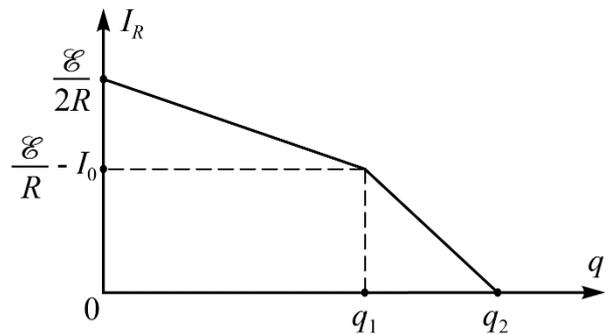
$$q_2 - q_1 = \frac{I_0 L}{R} - \frac{L}{R} \left( 2I_0 - \frac{E}{R} \right) = \frac{L}{R} \left( \frac{E}{R} - I_0 \right).$$

Количество теплоты  $Q_2$ , выделившееся в этом режиме, с учетом того, что  $U_R(q)$  изменяется линейно от  $U_R = E - RI_0$  до нуля

$$Q_2 = \frac{(q_2 - q_1)(E - I_0 R)}{2} = \frac{\frac{L}{R} \left( \frac{E}{R} - I_0 \right) (E - I_0 R)}{2} = \frac{L \left( \frac{E}{R} - I_0 \right)^2}{2} = 0,01 \text{ Дж.}$$

Общее количество теплоты, выделившееся на резисторе,

$$Q = Q_1 + Q_2 = \frac{LEI_0}{R} - \frac{LI_0^2}{2} - \frac{LE^2}{4R^2} = 0,07 \text{ Дж.}$$



LV Всероссийская олимпиада школьников по физике. Региональный этап.  
Второй тур. 25 января 2021 г.

№	Задача 2.11.2. Критерий (12 баллов)	Баллы
1	Записано и использовано при решении выражение (1) для связи выделившегося тепла с величиной заряда	1
2	Получено выражение (2) для связи изменения силы тока через индуктивность с величиной заряда, прошедшего через резистор	1
3	Для режима “постоянного сопротивления” использовано уравнение второго правила Кирхгофа $E = 2I_R R + I_L R$ .	0,5
4	Получено выражение для связи напряжения на резисторе с прошедшим зарядом для режима “постоянного сопротивления” $U_R = \frac{1}{2} \left( E - \frac{R^2}{L} q \right)$ .	2
5	Получено условие для величины заряда, прошедшего через резистор, на момент перехода между режимами $q_1 = \frac{L}{R} \left( 2I_0 - \frac{E}{R} \right)$ .	1,5
6	При интегрировании (графическом или аналитическом) получено выражение для $Q_1$	1,5
7	Получен верный численный ответ для $Q_1$	0,5
8	Получено выражение для связи напряжения на резисторе с прошедшим зарядом для режима “постоянного тока” $U_R = RI_R = RI_0 - \frac{R^2}{L} q$	1
9	Получено выражение для величины заряда, прошедшего через резистор за все время $q_2 = \frac{LI_0}{R}$	0,5
10	При использовании интегрирования (графического или аналитического) получено выражение для $Q_2$	2
11	Получен верный численный ответ для $Q_2$	0,5

*Примечание.* Возможно решение, при котором аналитическое выражение для  $Q_1$  и  $Q_2$  не получено, однако определены численные значения точек “излома” на графике  $U_R(q)$  и получен верный численный ответ. Такое решение должно оцениваться полным баллом.

**Решение с использованием дифференциальных уравнений.**

Пока сила тока, протекающего через нелинейный элемент, не достигла  $I_0$ , токи в цепи удовлетворяют уравнениям

$$E = (I_R + I_L)R + I_R R; \quad I_R R = L \frac{dI_L}{dt}.$$

Исключим  $I_R$ :

$$E = 2L \frac{dI_L}{dt} + RI_L.$$

Применим подстановку  $I_L = \frac{E}{R} - x$ :  $\frac{dx}{dt} = -\frac{R}{2L}x$ .

Отсюда с учетом того, что  $x(0) = \frac{E}{R}$  получаем  $x = \frac{E}{R} \left( e^{-\frac{Rt}{2L}} \right)$ ;

$$I_L = \frac{E}{R} \left( 1 - e^{-\frac{Rt}{2L}} \right); \quad I_R = \frac{E}{2R} e^{-\frac{Rt}{2L}}.$$

Этот режим прекратится к моменту времени  $t_1$ , когда

$$I_R + I_L = I_0; \quad e^{-\frac{Rt_1}{2L}} = 2 \left( 1 - \frac{RI_0}{E} \right).$$

К этому моменту времени сила ток, протекающего через катушку будет

$$I_{L1} = 2I_0 - \frac{E}{R}.$$

Мощность, выделяющаяся на резисторе,

$$P_R = \frac{E^2}{4R} e^{-\frac{Rt}{L}}.$$

К моменту  $t_1$  выделившаяся теплота составит

$$Q_1 = \int_0^{t_1} P_R dt = \frac{LE^2}{4R^2} \left( 1 - e^{-\frac{Rt_1}{L}} \right) = \frac{LE^2}{4R^2} - L \left( \frac{E}{R} - I_0 \right)^2.$$

После того, как сила тока, протекающего через нелинейный элемент, установится на значении  $I_0$ , токи в цепи можно описать уравнениями

$$I_R + I_L = I_0; \quad RI_R = L \frac{dI_L}{dt}.$$

Исключим  $I_R$ :

$$L \frac{dI_L}{dt} + RI_L = RI_0.$$

Применим подстановку  $I_L = I_0 - y$ :

$$\frac{dy}{dt} = -\frac{R}{L}y.$$

Отсюда с учетом  $y(t_1) = I_0 - I_{L1} = \frac{E}{R} - I_0$ , получим:  $y = \left( \frac{E}{R} - I_0 \right) e^{-\frac{R(t-t_1)}{L}}$ ;

LV Всероссийская олимпиада школьников по физике. Региональный этап.  
Второй тур. 25 января 2021 г.

$$I_R = \left( \frac{E}{R} - I_0 \right) e^{-\frac{R(t-t_1)}{L}}.$$

Мощность, выделяющаяся на резисторе,  $P_R = R \left( \frac{E}{R} - I_0 \right)^2 e^{-\frac{2R(t-t_1)}{L}}.$

Количество теплоты, выделившееся после истечения времени  $t_1$ :

$$Q_2 = \int_{t_1}^{\infty} P_R dt = \frac{L \left( \frac{E}{R} - I_0 \right)^2}{2} = 0,01 \text{ Дж.}$$

Общее количество теплоты

$$Q = \frac{LE^2}{4R^2} - \frac{L}{2} \left( \frac{E}{R} - I_0 \right)^2 = 0,07 \text{ Дж.}$$

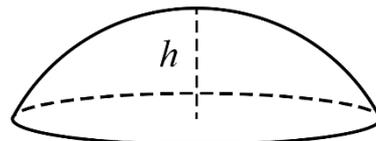
№	Задача 2.11.2. Критерий (12 баллов)	Баллы
1	При решении для режима “постоянного сопротивления” используется уравнение второго правила Кирхгофа: $E = 2RI_R + RI_L$	0,5
2	Получено выражение для силы тока через резистор для режима “постоянного сопротивления” $I_R = \frac{E}{2R} e^{-\frac{Rt}{2L}}$	2,5
3	Получено условие для силы тока на момент перехода между режимами $I_{L1} = 2I_0 - \frac{E}{R}$ или $I_{L1} = I_{R1} = \frac{E}{R} - I_0.$	1,5
4	Получено выражение для $Q_1$	3
5	Получен верный численный ответ для $Q_1$	0,5
6	Получено выражение для силы тока через резистор для режима “постоянного тока” $I_R = \left( \frac{E}{R} - I_0 \right) e^{-\frac{R(t-t_1)}{L}}.$	1,5
7	Получено выражение для $Q_2$	2
8	Получен верный численный ответ для $Q_2$	0,5

**Задача 2.11.3. Вспышка в кубе (12 баллов).** В кубе из вещества с показателем преломления  $n = 2$  точечный источник испустил кратковременную вспышку, свет от которой расходится однородно во всех направлениях. Свет веществом куба не поглощается. Какие значения может принимать доля  $\eta$  энергии вспышки, вышедшей наружу, в зависимости от положения источника внутри куба? Укажите, при каких положениях источника эта доля минимальна, при каких максимальна и чему она равна?

При падении света на границу раздела часть его энергии, зависящая от угла падения, отражается, а часть проходит через границу раздела.

*Примечание:* при решении Вам может понадобиться формула площади поверхности сферического сегмента (см. рисунок):

$S = 2\pi Rh$ , где  $R$  – радиус сферы,  $h$  – высота сегмента.



**Возможное решение (А. Аполонский).**

1. Направим оси координат перпендикулярно граням куба. Пусть  $\vec{c} = (c_x, c_y, c_z)$  вектор скорости некоторого луча света. При отражении от граней, перпендикулярных оси  $OX$ , у скорости отражённого луча меняет знак проекция на ось  $OX$ , а две остальные проекции остаются неизменными. Аналогично и при отражении от двух других пар граней.
2. Полное отражение происходит, когда угол между падающим на грань лучом и нормалью к грани превосходит угол  $\varphi_0$ , где  $\sin \varphi_0 = 1/n = 1/2$ . Тогда свет через грань не проходит совсем. Если этот угол меньше  $\varphi_0 = 30^\circ$ , то происходит частичное отражение света, а ненулевая часть выходит из куба наружу.
3. Рассмотрим луч, падающий на перпендикулярную  $OX$  грань, при котором нет полного отражения, а часть света выходит наружу. Условие этому  $|c_x|/c > \sqrt{3}/2$ . При этом модули проекций на две остальные оси обязательно меньше  $c/2$ .
4. Если скорость луча удовлетворяет условию  $|c_x|/c > \sqrt{3}/2$ , но он попадает сначала на грани, перпендикулярные  $OY$  и  $OZ$ , то для соответствующих проекций имеем  $|c_y|/c < 1/2$  и  $|c_z|/c < 1/2$ , т.е. на этих гранях происходит полное отражения, в результате которых свет попадёт на грани, перпендикулярные  $OX$ .
5. Итак, при выполнении условия  $|c_x|/c > \sqrt{3}/2$  какими бы отражения не были свет будет выходить только через перпендикулярные  $OX$  грани и в конечном счёте (поскольку поглощение отсутствует) весь такой свет покинет куб независимо от того, где находится источник. Аналогично и для других двух пар граней.
6. Итак, куб покинет свет, выходящий из точечного источника в шесть конусов, оси которых перпендикулярны граням куба, а угол раствора конуса составляет  $60^\circ$ . Остальной свет будет испытывать только полное отражение, и никогда куб не покинет.
7. Искомая доля вышедшего света равна отношению суммарного телесного угла этих шести конусов к полному телесному углу  $4\pi$ . Из указанной в условии формулы телесный угол при вершине одного такого конуса

$$\Omega = \frac{2\pi R h}{R^2} = \frac{2\pi R \cdot R(1 - \cos \varphi_0)}{R^2} = 2\pi \left(1 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right).$$

Таких конусов шесть, поэтому доля энергии света, покидающего куб при **любых** положениях источника внутри куба одинакова и равна

$$\eta = \frac{6\Omega}{\Omega_{\text{полн}}} = \frac{12\pi}{4\pi} \left(1 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 3 \left(\frac{2 - \sqrt{3}}{2}\right) \approx 0,4 = 40\%.$$

LV Всероссийская олимпиада школьников по физике. Региональный этап.  
Второй тур. 25 января 2021 г.

№	Задача 2.11.3. Критерий (12 баллов)	Баллы
1	Утверждение о сохранении модуля проекции луча света на оси параллельные (перпендикулярные) ребрам куба или эквивалентный им анализ связи углов падения	1
2	Указано, что при значении угла падения на грань, превосходящих $\varphi_0 = \arcsin(1/n) = 30^\circ$ , свет полностью отражается	1
3	Показано, что свет, испытывающий частичное отражение на одной из граней куба, в дальнейшем полностью отражается от перпендикулярных ей граней	2
4	Указано, что свет, испытывающий частичное отражение на одной из граней куба, после отражения от перпендикулярной ей грани вновь испытывает частичное отражение на параллельной ей грани	1
5	Обоснованный (на основании п.4 и отсутствия поглощения) вывод о полном выходе из куба света, частично отражающегося от двух параллельных граней, в результате многократных отражений	1
6	Вывод о независимости $\eta$ от положения источника	2
7	Утверждение, что наружу из куба выходит свет, распространяющийся внутри шести конусов с углом раствора равным $60^\circ$	2
8	Определена величина телесного угла для таких конусов	1
9	Окончательный верный ответ для $\eta$	1

**Задача 2.11.4. Определение удельной теплоты испарения жидкого азота (14 баллов).**

**Цель эксперимента** – определение удельной теплоты испарения жидкого азота при атмосферном давлении.

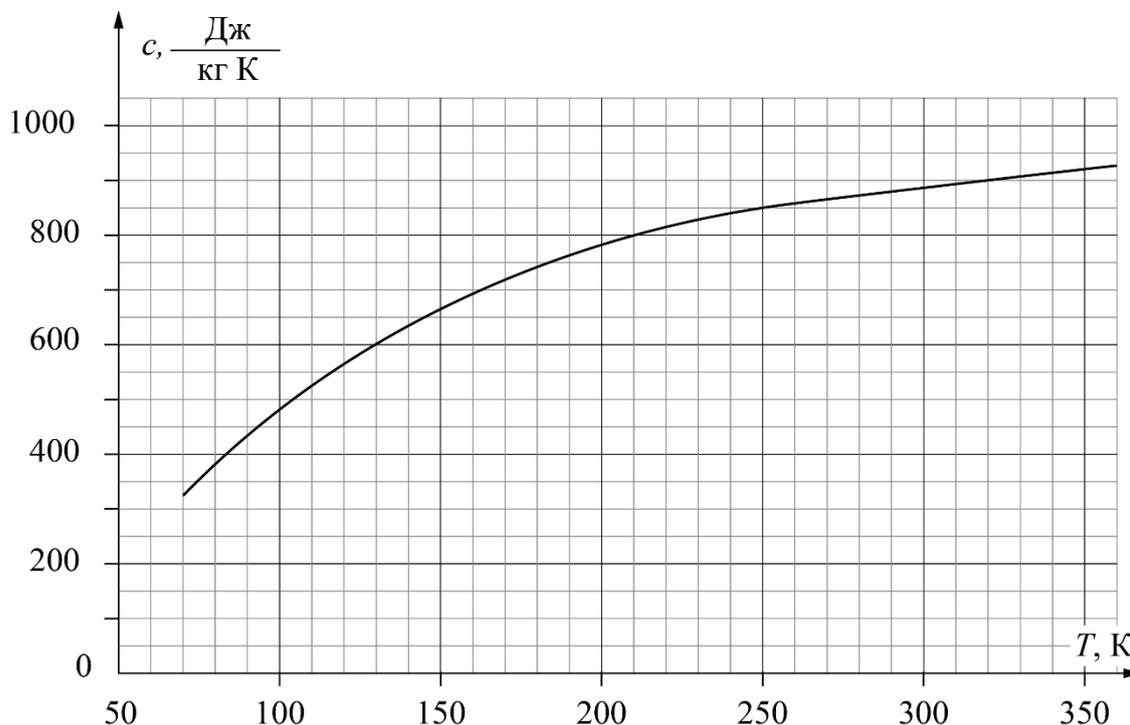
Масса цилиндра  $m_{Al} = 69$  г, начальная масса контейнера с азотом  $M = 250$  г, температура помещения  $+23^\circ\text{C}$ . Температура кипения жидкого азота – минус  $196^\circ\text{C}$ .

**Описание эксперимента.** Жидкий азот, налитый в пенопластовый контейнер, из-за теплообмена с окружающей средой испаряется, и его масса уменьшается. При погружении в жидкий азот алюминиевого цилиндра, имевшего температуру помещения, азот начинает активно кипеть и интенсивность его испарения увеличивается. Масса  $M$  контейнера с жидким азотом фиксируется с помощью электронных весов. Показания весов в зависимости от времени приведены в таблице.

$t$ , мин : с	0:00	0:49	1:32	2:05	2:41	3:22	4:06	4:50	5:23	5:52	6:07	6:30
$M$ , г	250	246	242	238	234	230	226	222	218	214	210	206

$t$ , мин : с	6:54	7:25	7:48	8:20	8:49	9:33	10:15	10:55	11:37	12:20	13:05
$M$ , г	244	232	229	224	219	215	211	207	203	199	195

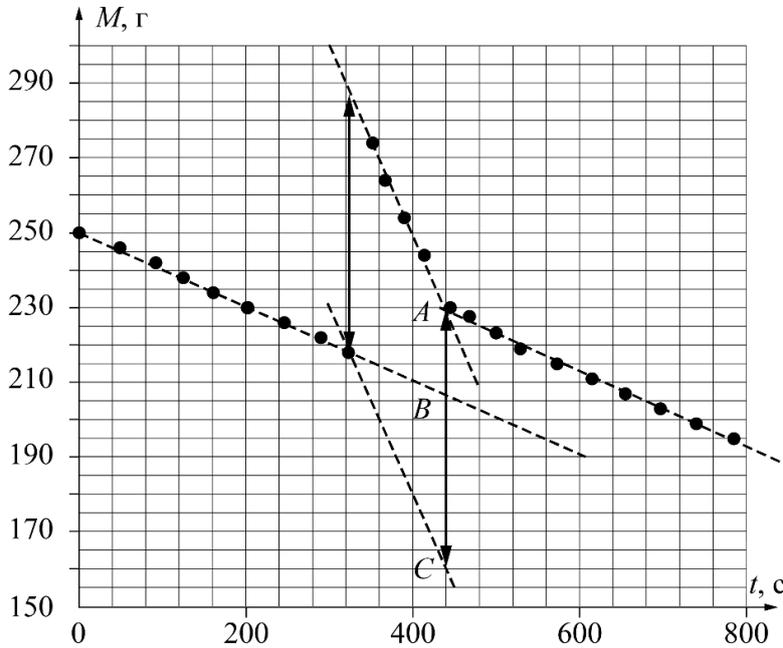
*Примечание.* Удельная теплоемкость алюминия зависит от температуры. График этой зависимости представлен на рисунке.



**Задание.** Используя результаты измерения зависимости массы азота от времени и график зависимости удельной теплоемкости алюминия от температуры, определите удельную теплоту испарения азота  $\lambda$ .

Из-за ограниченного времени выполнения задания погрешность определения  $\lambda$  оценивать не требуется, однако точность полученных вами промежуточных и конечных результатов будет учитываться при выставлении баллов.

**Возможное решение (А. Аполонский). Способ 1.** График зависимости массы  $M$  контейнера с жидким азотом от времени  $t$  представлен на рисунке. При определении массы испарившегося азота учитывалось изменение показаний весов при погружении в него цилиндра. Видно, что на начальном участке (до момента времени  $t_1 \approx 320$  с) скорость испарения определялась теплообменом с окружающей средой. С момента  $t_1$  до момента времени  $t_2 \approx 440$  с испарение определялось теплообменом с цилиндром и окружающей средой (бурное кипение). Начиная с момента времени  $t_2$  вновь пошёл только теплообмен с окружающей средой (цилиндр охладился до температуры кипения азота).



Далее возможны несколько способов определения массы азота испарившегося в результате охлаждения цилиндра. Один из вариантов следует из графических построений. Скачок массы на 69 г в момент  $t = 320$  с обусловлен погружением цилиндра в жидкий азот. Отрезок  $AC$  – также соответствует массе цилиндра. Отрезок  $BC$  соответствует массе азота ( $m_N \approx 48$  г.), испарившегося из-за теплообмена с цилиндром.

Теплота  $Q$ , которую отдал алюминиевый цилиндр при охлаждении с учетом зависимости его теплоемкости от температуры, пропорциональна площади под графиком  $c_{Al}(T)$  в интервале температур от  $-196^\circ\text{C}$  до  $+23^\circ\text{C}$ .

Численное значение  $Q$  можно подсчитать по клеткам на графике. Получается

$$Q = m_{Al} \sum c_i \Delta T_i \approx 69 \text{ г} \cdot 155 \frac{\text{кДж}}{\text{г}} = 10,7 \text{ кДж}.$$

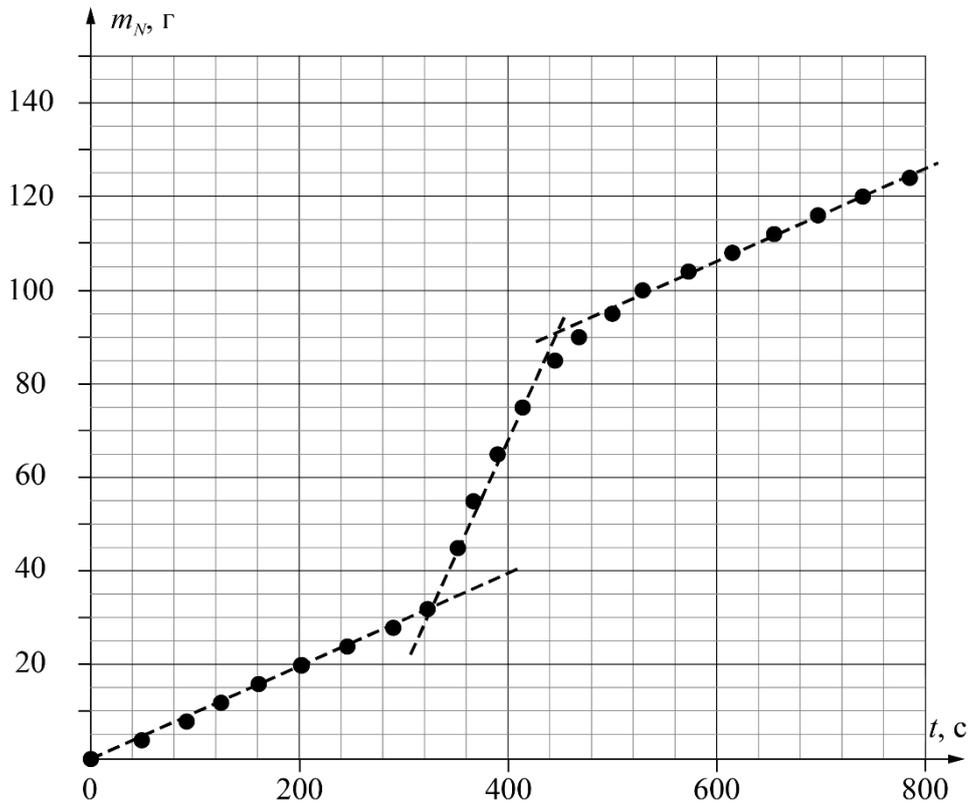
Значение удельной теплоты парообразования азота найдем из уравнения теплового баланса  $Q = \lambda m_N$ . Отсюда

$$\lambda = \frac{Q}{m_N} = \frac{10,7}{48 \cdot 10^{-3}} \left( \frac{\text{кДж}}{\text{кг}} \right) = 223 \left( \frac{\text{кДж}}{\text{кг}} \right).$$

LV Всероссийская олимпиада школьников по физике. Региональный этап.  
Второй тур. 25 января 2021 г.

№	Задача 2.11.4. Критерии оценивания (14 баллов)	Баллы
1	Построен график зависимости массы азота (или массы испарившегося азота) от времени. При этом график хорошо читается, подписаны координатные оси, выбран удобный масштаб и т.д.	3
	Подписаны оси и указаны единицы измерения	0,5 балла
	Выбран разумный масштаб координатных осей	0,5 балла
	Нанесены все экспериментальные точки	0,5 балла
	Через экспериментальные точки проведены соответствующие линии	1,5 балла
2	Записано уравнения теплового баланса, получена формула $\lambda = \frac{Q}{m_N^{\Delta t}}$ .	2
3	Учтено изменение показаний весов, связанное с погружением цилиндра (1 балл) и теплообмена азота с окружающей средой (1 балл)	2
4	Определена масса азота, выкипевшая из-за теплообмена с цилиндром	3
	$m_N \in (46 \div 50)$ г	
	$m_N \in (44 \div 46)$ г или $m_N \in (50 \div 52)$ г	(2 балла)
	$m_N \in (42 \div 44)$ г или $m_N \in (52 \div 54)$ г	(1 балл)
	$m_N \in (38 \div 42)$ г или $m_N \in (54 \div 58)$ г	(0,5 балла)
5	Определено количество теплоты, отданное при охлаждении цилиндра	3
	$Q \in (10,5 \div 10,9)$ кДж	
	Если $Q \in (10,3 \div 10,5)$ кДж или $Q \in (10,9 \div 11,1)$ кДж	(2 балла)
	Если $Q \in (10,1 \div 10,3)$ кДж или $Q \in (11,1 \div 11,3)$ кДж	(1 балл)
	Если $Q \in (9,7 \div 10,1)$ кДж или $Q \in (11,3 \div 11,7)$ кДж	(0,5 балла)
6	Получен ответ для $\lambda \in (200 \div 245)$ кДж/кг	1

**Способ 2.** График зависимости массы испарившегося азота  $m_N(t)$  от времени  $t$  представлен на рисунке. При определении массы испарившегося азота учитывалось изменение показаний весов при погружении цилиндра.



Видно, что на начальном участке до момента времени  $t_1 \approx 323$  с скорость испарения азота определяется теплообменом с окружающей средой, с момента  $t_1$  до момента времени  $t_2 \approx 529$  с – теплообменом с цилиндром и окружающей средой (бурное кипение). Начиная с момента  $t_2$  остаётся только теплообмен с окружающей средой (цилиндр охладился до температуры кипения азота).

При использовании графической обработки или метода наименьших квадратов, определяем скорости испарения азота  $k_1$  - до погружения цилиндра и  $k_2$  - после завершения бурного кипения, которое соответствует установлению температуры цилиндра, равной температуре кипения. Скорость испарения азота перед погружением цилиндра составляет  $k_1 \approx 0,099$  г/с. Скорость испарения после завершения бурного кипения  $k_2 \approx 0,094$  г/с. Таким образом, скорость испарения до и после погружения цилиндра немного отличаются. Поэтому скорость испарения азота во время бурного кипения из-за теплообмена с окружающей средой оценим, как среднее значение  $k_1$  и  $k_2$

$$k = \frac{k_1 + k_2}{2} \approx 0,0965 \frac{\text{г}}{\text{с}}$$

Масса азота, испарившегося из-за теплообмена с алюминиевым цилиндром равна

$$m_N^{Al} = (m_N(t_2) - m_N(t_1)) - k(t_2 - t_1) \approx 48,1 \text{ г.}$$

Количество теплоты, которое отдает алюминиевый цилиндр при охлаждении с учетом зависимости его теплоемкости от температуры, определяется интегралом

LV Всероссийская олимпиада школьников по физике. Региональный этап.  
Второй тур. 25 января 2021 г.

$$Q = m \int_{T_N}^{T_0} c_{Al}(T) dT$$

Значение интеграла, пропорционально площади под графиком  $c_{Al}(T)$  и равно приблизительно  $155 \frac{\text{кДж}}{\text{кг}}$ . Количество теплоты, отданное алюминием,  $Q = 69 \cdot 155 = 10,7 \text{ кДж}$ .

Значение удельной теплоты парообразования азота найдем из уравнения теплового баланса

$$\lambda = \frac{Q}{m_N} = \frac{10,7}{48 \cdot 10^{-3}} \left( \frac{\text{кДж}}{\text{кг}} \right) = 223 \left( \frac{\text{кДж}}{\text{кг}} \right)$$

№	Задача 2.11.4. Критерии оценивания (14 баллов)	Баллы
1	Построен график зависимости массы азота (или массы испарившегося азота) от времени. При этом график хорошо читается, подписаны координатные оси, выбран удобный масштаб и т.д.	3
	Подписаны оси и указаны единицы измерения	0,5 балла
	Выбран разумный масштаб координатных осей	0,5 балла
	Нанесены все экспериментальные точки	0,5 балла
	Через экспериментальные точки проведены соответствующие линии	1,5 балла
2	Записано уравнения теплового баланса, получена формула $\lambda = Q / m_N$	2
3	Учтено изменение показаний весов, связанное с погружением цилиндра в азот (1 балл) и теплообмена азота с окружающей средой (1 балл)	2
	Если скорость испарения определена по данным таблицы без использования графика, за весь пункт оценка не должна превосходит 0,5 балла	
4	Определена масса азота, выкипевшая из-за теплообмена с цилиндром $m_N \in (46 \div 50) \text{ г}$	3
	$m_N \in (44 \div 46) \text{ г}$ или $m_N \in (50 \div 52) \text{ г}$	(2 балла)
	$m_N \in (42 \div 44) \text{ г}$ или $m_N \in (52 \div 54) \text{ г}$	(1 балл)
	$m_N \in (38 \div 42) \text{ г}$ или $m_N \in (54 \div 58) \text{ г}$	(0,5 балла)
5	Определено количество теплоты, отданное при охлаждении цилиндра $Q \in (10,5 \div 10,9) \text{ кДж}$	3
	Если $Q \in (10,3 \div 10,5) \text{ кДж}$ или $Q \in (10,9 \div 11,1) \text{ кДж}$	(2 балла)
	Если $Q \in (10,1 \div 10,3) \text{ кДж}$ или $Q \in (11,1 \div 11,3) \text{ кДж}$	(1 балл)
	Если $Q \in (9,7 \div 10,1) \text{ кДж}$ или $Q \in (11,3 \div 11,7) \text{ кДж}$	(0,5 балла)
6	Получен ответ для $\lambda \in (200 \div 245) \text{ кДж/кг}$	1