7 класс

Задача 1. Ахиллес и черепахи. Вдоль длинной дороги с постоянной скоростью на равных расстояниях друг от друга колонной ползут черепахи. Мимо стоящего Ахиллеса в минуту проползает $n_1 = 5$ черепах. Если Ахиллес побежит трусцой в сторону движения колонны, то он будет обгонять в минуту $n_2 = 45$ черепах, а если он поедет на велосипеде навстречу колонне, то в минуту ему будет встречаться $n_3 = 105$ черепах. Какое расстояние L успеет проползти черепаха за то время, за которое Ахиллес трусцой пробежит $S = 100$ м? Во сколько раз скорость Ахиллеса на велосипеде больше, чем при беге?

Возможное решение(Замятнин М.). Пусть расстояние между черепахами l, тогда при движении колонны мимо неподвижного Ахиллеса

$$\frac{l}{\upsilon} = t_1 = \frac{1}{n_1}\text{ мин};$$

при движении бегом

$$\frac{l}{u_1 - \upsilon} = t_2 = \frac{1}{n_2}\text{ мин};$$

при езде на велосипеде

$$\frac{l}{u_2 + \upsilon} = t_3 = \frac{1}{n_3}\text{ мин}.$$

Откуда $k = \dfrac{n_3 - n_1}{n_2 + n_1} = 2$,а $L = S\dfrac{n_1}{n_1 + n_2} = 10$ м.

Критерии оценивания

1) Уравнения для движения черепах мимо неподвижного Ахиллеса **2 балла**
2) Уравнение для бегущего Ахиллеса **2 балла**
3) Уравнение для Ахиллеса, едущего на велосипеде **2 балла**
4) Выражение и численный ответ для пройденного черепахой расстояния **2 балла**
5) Выражение и численный ответ для отношения скоростей **2 балла**

18 января, на портале **http://abitu.net/vseros***будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.*
Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале **http://abitu.net/vseros**

Задача 2.Из Парижа в Версаль. Во время Великой французской революции декретом конвента было введено «Десятичное время». Сутки от полуночи до полуночи делились на 10 десятичных часов, час на 100 десятичных минут, а минута на 100 десятичных секунд. Таким образом, полночь приходилась на 0:00:00, полдень — на 5:00:00 и т. п.

Однажды курьер отправился из Парижа в Версаль, между которыми расстояние 5,2 лье, когда его новые десятичные часы показывали 3:56:78. Доставив важное донесение, он вернулся в Париж в 6:79:40. Определите среднюю скоростьпутевую $\upsilon_{ср}$ курьера. Ответ выразите в привычных нам км/ч. *Примечание:*1 лье равен 4 км.

Возможное решение(М. Замятнин). В десятичном времени путешествие длилось $67940 - 35678 = 32262$ дес. секунд. По условию 50000 дес. секунд $= 12$ час. Следовательно, 32262 дес. секунд = 7,743 ч. Расстояние от Парижа до Версаля и обратно равно $2 \cdot 5{,}2 \cdot 4$ км = 41,6 км. Откуда $\upsilon_{ср} = 5{,}37 \approx 5{,}4$ км/ч.

Критерии оценивания

1)	Найдена длительность путешествия в десятичном времени	**2 балла**
2)	Перевод времени движения в привычные часы (привычное время)	**4 балла**
3)	Перевод пути из лье в километры	**2 балла**
4)	Определена средняя скорость	**2 балла**

Задача 3. Среднее через среднее. На графике (рис. 1) представлена зависимость средней скорости машины от пройденного пути. Определите среднюю скорость машины на участке, где она разгонялась.

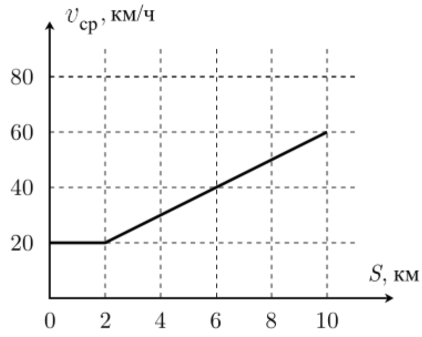


Рис. 1

Возможное решение (Михайлов З.).Из графика следует, что разгон машины происходил на участке между 2-м и 10-м километром. Движение с постоянной или уменьшающейся скоростью, привело бы к уменьшению угла наклона графика средней скорости.

Время, за которое было пройдено некоторое расстояние s равно отношению этого расстояния к средней скорости, достигнутой к данному моменту времени $t = s / \upsilon_{ср}$.

По графику находим, что до 2-го километра машина ехала $2\,км / (20\,км/ч) = 0{,}1$ ч = 6 мин, а 10-го километра машина достигла через $10\,км / (60\,км/ч) =$ 10 мин после начала движения.

Следовательно, время разгона составляло $4\,мин = (1/15)\,ч$. Средняя скорость на этапе разгона равна $\upsilon_{ср} = 8\,км / (1/15)\,ч = 120\,км/ч$.

Критерии оценивания

1)	Определен участок, на котором машина разгонялась	**2 балла**
2)	Формула для времени движения через путь и среднюю скорость	**1 балл**
3)	Найдено время движения до начала разгона	**2 балла**
4)	Найдено время движения до окончания разгона	**2 балла**
5)	Найдена средняя скорость на этапе разгона	**3 балла**

18 января, на портале **http://abitu.net/vseros***будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.*
Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале **http://abitu.net/vseros**

Задача 4. Поплавок. Из листа жести толщиной $d = 1{,}0$ мм сварили пустой внутри герметичный поплавок в форме куба со сторонойa $a = 90$ см и квадратными сквозными отверстиями со стороной $b = 30$ см. Определите массу и среднюю плотность поплавка. Плотность жести $\rho = 7\ 800$ кг/м^3. Плотностью воздуха внутри поплавка можно пренебречь.

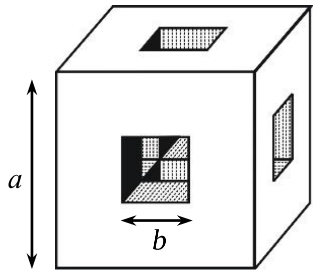


Рис. 2

Примечание. При вычислении средней плотности считайте, что объем поплавка равен объему вытесненной им жидкости при полном погружении тела в эту жидкость.

Возможное решение (Михайлов З.). Масса m_1 жестяного квадрата со стороной bравна $m_b = b^2 d\rho = 0{,}702$ кг. Каждая из 6 сторон куба состоит из 12 таких квадратов (8 снаружи и 4 в отверстиях). Следовательно, масса всего куба $M = 6 \cdot 12 \cdot m_b = 50{,}544$ кг.

Объем Vпоплавка, с учетом вырезанных полостей, $V = 27b^3 - 7b^3 = 20b^3 = 0{,}54$ м^3.

Средняя плотностьпоплавка $\rho_{ср} = \dfrac{M}{V} = 93{,}6$ кг/м^3.

Критерии оценивания

1) Определена площадь поверхности куба **2 балла**
2) Формула связи массы, плотности и объема куба **1 балл**
3) Определена масса куба **3 балла**
4) Найден объем поплавка **2 балла**
5) Рассчитана средняя плотность **2 балла**

Решение (2). Сначала найдем массу поплавка. Он состоит из 6 «внешних» пластинмассой

$$6m_a = 6\left(a^2 - b^2\right)d\rho = 33{,}7 \text{ кг}.$$

и 24 «внутренних» частей массой $24m_b = 24b^2 d\rho = 16{,}85$ кг.

Масса всего поплавка $M = 6m_a + 24m_b = 50{,}544$ кг.

Объем поплавка $V = a^3 - 7b^3 = 0{,}54$ м^3.

Средняя плотность поплавка равна его массе, деленной на объем пространства, который он занимает: $\rho_{ср} = \dfrac{M}{V} = 93{,}6$ кг/м^3.

Критерии оценивания

1) Рассчитан объем или масса одной «внешней» пластины **2 балла**
2) Рассчитан объем или масса одной малой «внутренней» пластины **2 балла**
3) Рассчитана масса M поплавка **1 балл**
4) Рассчитан объем V всего поплавка **3 балла**

18 января, на портале **http://abitu.net/vseros***будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.*
Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале **http://abitu.net/vseros**

5) Найдено численное значение средней плотности $\rho_{ср}$ **2 балла**

18 января, на портале **http://abitu.net/vseros***будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.*
Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале **http://abitu.net/vseros**

8 класс

Задача 1. Максимум через минимум. На рис. 1 приведен график зависимости координаты движущегося тела от времени движения. К сожалению, масштаб по осям оказался утерян. Но сохранилась информация, что по ходу движения максимальное значение средней путевой скорости на 20 м/с превышало ее минимальное значение. Определите, с какой максимальной скоростью $\upsilon_{\max}$ двигалось тело. Движение тела происходило вдоль одной прямой.

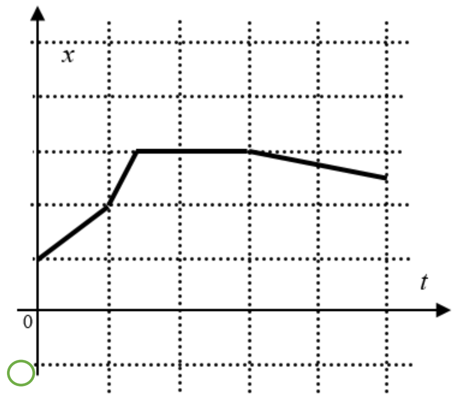


Рис. 1

Примечание: средняя путевая скорость – отношение всего пройденного пути ко всему времени движения (включая остановки).

Возможное решение (Замятнин М.). Преобразуем исходный график в зависимость пути l от времени t. Для этого сместим на одну клетку вверх ось времени и зеркально (относительно горизонтальной оси, совпадающей с участком графика $x = \text{const}$) отобразим участок, на котором координата уменьшается (рис. 2).

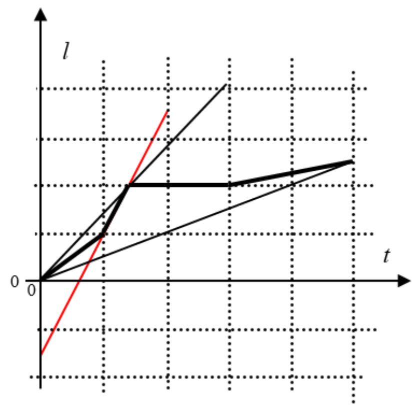


Рис. 2

Средняя скорость тела в произвольный момент времени движения однозначно связана с угловымкоэффициентом наклона прямой, проведенной из начала координат в соответствующую точку графика. Следовательно, прямые, имеющие наибольший и наименьший угол наклона, проведенные из начала координат и касающиеся полученного графика, определяют максимальную и минимальную среднюю скорость тела.

Пусть цена деления на оси пути l_0, а на оси времени τ. Тогда через них можно выразить максимальную и минимальную среднюю скорость: $\bar{\upsilon}_{\max} = 3l_0/(2\tau), \bar{\upsilon}_{mim} = l_0/(2\tau)$.

Тело двигалось быстрее всего на втором участке, так как соответствующий участок графика имеет наибольший угол наклона: $\upsilon_{\max} = 5l_0/(2\tau)$. По условию $\bar{\upsilon}_{\max} - \bar{\upsilon}_{mim} = l_0/\tau =$ 20 м/с, следовательно, $\upsilon_{\max} = (5/2)(l_0/\tau) =$ 50 м/с. (допустимый разброс значений от 40 до 60 м/с)

Критерии оценивания

1) Установлена связь средней скорости с углом наклона прямых, проведенных из начала координат на графике зависимости пути от времени **2 балла**

1. Построен график зависимости **пути** от времени **2 балла**
2. Найдены точки, в которых средняя скорость максимальна и минимальна **2 балла**

18 января, на портале **http://abitu.net/vseros***будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.*
Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале **http://abitu.net/vseros**

3. Найден участок, на котором скорость тела максимальна **2 балла**
4. Получено численное значение максимальной скорости **2 балла**

18 января, на портале **http://abitu.net/vseros***будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.*
Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале **http://abitu.net/vseros**

Задача 2. Ограниченное равновесие!На двух нитях висит однородный стержень массы *M*. К его левому краю прикреплена нить, перекинутая через подвижный блок, который удерживает груз(рис. 1). При каких значениях массы*m*этого груза система будет находиться в равновесии. Массой блока и нитей можно пренебречь. Отметки на стержне делят его на семь равных частей.

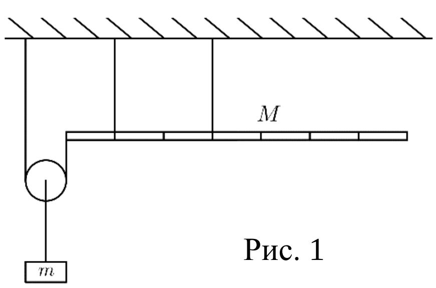


Рис. 1

Возможное решение (Юдин И.).Обозначим черезl длину одного фрагмента стержня. Если масса груза будет слишком большой, то стержень начнёт поворачиваться вокруг точки крепления к левой нити. Условие равновесия стержня найдём по правилу моментов (относительно этой точки):

$$\frac{m_A g}{2} l = Mg \cdot 2{,}5l . \quad \text{Отсюда} \quad m_A = 5M .$$

Если масса груза будет слишком мала, то стержень начнёт поворачиваться вокруг точки крепления к правой нити. Условие равновесия стержня найдём по правилу моментов (относительно этой точки):

$$\frac{m_B g}{2} 3l = Mg \cdot 0{,}5l . \quad \text{Отсюда} \quad m_B = M/3 .$$

Таким образом, система будет находиться в равновесии при условии:

$$M/3 \le m \le 5M .$$

Критерии оценивания

1)	Применено правило моментов относительно одной из точек крепления стержня (по 2 балла за каждую из двухточек)	**4 балла**
2)	Найдено ограничение массы груза «сверху»	**2 балла**
3)	Найдено ограничение массы груза «снизу»	**2 балла**
4)	Записано итоговое неравенство	**2 балла**

Задача 3. Шарик на нити. Легкий цилиндрический сосуд с жидкостью стоит на двух симметричных опорах. Над одной из них внутри сосуда привязан к дну полностью погруженный в жидкость шарик объемом $V = 10$ см^3 и плотностью $\rho = 500$ кг/м^3 (рис. 1). Плотность жидкости в сосуде равна $\rho_0 = 1\,200$ кг/м^3. Найдите модуль разности сил реакции опор.

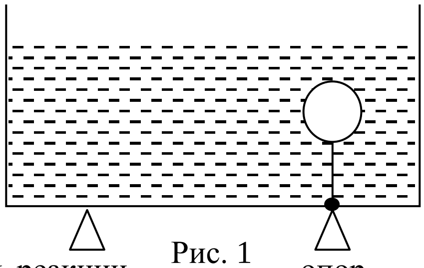


Рис. 1

Возможное решение (Замятнин М.). Расставим силы, действующие на сосуд: F – сила давления на дно, действующая со стороны воды, T – сила натяжения нити, N_1 и N_2 – силы реакций опор (рис. 2).

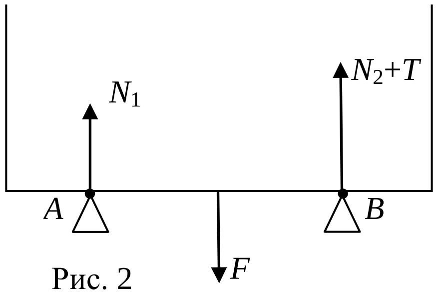


Рис. 2

Запишем правило моментов относительно точки A:

$$(N_2 + T)2l = Fl.$$

Запишем правило моментов относительно точки B:

$$N_1 2l = Fl.$$

$F = \rho_0 gHS = \rho_0 g\left(\frac{m}{\rho_0} + V\right)$, где H– уровень воды в сосуде, S – площадь поперечного сечения сосуда, m – масса воды в сосуде.

Запишем условие равновесия для шарика:

$$T + \rho V g = \rho_0 V g.$$

Решая систему получим:

$$N_1 = \frac{mg + \rho_0 V g}{2};$$

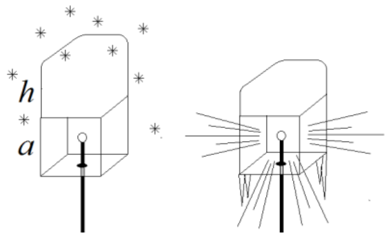
$$N_2 = \frac{gV(2\rho - \rho_0) + mg}{2}.$$

Решая полученную систему уравнений, найдём: $N_1 - N_2 = (\rho_0 - \rho)Vg = 70$ мН.

Критерии оценивания

1) Записано правило моментов относительно полюса (A) **1 балл**
2) Записано правило моментов относительно полюса (B) **1 балл**
3) Записано условие равновесия для шарика **1 балла**
4) Получено выражение для силы F **2 балла**
5) Найдена реакция опоры N_1 **2 балла**
6) Найдена реакция опоры N_2 **2 балла**
7) Получен ответ **1 балл**

18 января, на портале **http://abitu.net/vseros***будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.*
Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале **http://abitu.net/vseros**



День Рис. 1

Задача 4. Уличный фонарь. Уличный фонарь представляет собой прозрачный куб ребром $a = 20$ см, в центр которого помещена небольшая лампочка мощностью P = 100 Вт. После снегопада на фонаре появилась "шапка" из снега высотой $h = a$. Наступила оттепель. Температура воздуха установилась около 0 ^{0}С. За темное время суток (τ = 10 часов), пока светил фонарь, "шапка" наполовину растаяла (рис. 1). Считая, что снег отражает примерно $\alpha = 90\%$ света, определить его пористость ε (пористость снежного пласта равно отношению объёма, занятого воздухом, к общему объёму снежного пласта). Удельная теплота плавления льда λ = 335 кДж/кг, плотность льда ρ = 900 кг/м^3. Считать снежную "шапку" непрозрачной.

Возможное решение (Бабинцев В.).Шестая часть энергии лампы попадает на снег. Десятая часть энергии, попавшей на снег, поглощается и идет на плавление снега.

$$Q = \frac{1-\alpha}{6} P\tau = m\lambda.$$

Отсюда масса расплавившегося льда (снега) в "шапке"

$$m = \frac{(1-\alpha)P\tau}{6\lambda} = \frac{0{,}1 \cdot 100\text{Вт} \cdot 36000\ \text{с}}{6 \cdot 335000\text{Дж/кг}} = 0{,}18\ \text{кг}.$$

Тогда объём воздуха в расплавившейся части "шапки"

$$V_0 = \frac{a^2 h}{2} - \frac{m}{\rho} = \frac{a^2 h}{2} - \frac{(1-\alpha)P\tau}{6\lambda\rho} = (4 - 0{,}2) \cdot 10^{-3}\text{м}^3.$$

Пористость по определению

$$\varepsilon = \frac{V_0}{a^2 h/2} = 1 - \frac{0{,}2}{4} = 0{,}95.$$

Критерии оценивания

1)	Отмечено, что **шестая** часть энергии лампы попадает на снег «шапки»	**2 балла**
2)	Подсчитана энергия, которая расходуется на плавление снега «шапки»	**2 балла**
3)	Подсчитана масса снега в расплавившейся части «шапки»	**2 балла**
4)	Найден объем воздуха в расплавившейся части «шапки»	**2 балла**
5)	Подсчитана пористость снега	**2 балла**

9 класс

Задача 1. Два осколка. Небольшую петарду подвесили на нити на высоте H над горизонтальной поверхностью. В результате взрыва она распалась на два осколка, которые полетели в противоположные стороны с одинаковыми начальными скоростями υ_0, направленными вдоль одной прямой. Какое наибольшее расстояние L может оказаться между осколками после их падения? С места падения осколки не смещаются

Возможное решение (1). (Слободянин В.). Пусть первый осколок имел проекцию скорости на вертикальную ось $\upsilon_{y,0}$, а на горизонтальную ось $\upsilon_{x,0}=\sqrt{\upsilon_0^2-\upsilon_{y,0}^2}$ и летел до падения в течение времени t_1. Тогда второй осколок имел проекцию скорости на вертикальную ось $-\upsilon_{y,0}$, а на горизонтальную ось $-\upsilon_{x,0}=-\sqrt{\upsilon_0^2-\upsilon_{y,0}^2}$ и летел до падения в течение времени t_2.

Расстояние между упавшими осколками $L=\upsilon_{x,0}\left(t_1+t_2\right)$.

Из кинематических соотношений (в проекции на вертикальную ось) получим два квадратных (относительно времени) уравнения:

$$1)\ H+\upsilon_{y,0}t_1-\frac{gt_1^2}{2}=0; \qquad 2)\ H-\upsilon_{y,0}t_2-\frac{gt_2^2}{2}=0.$$

Их корни равны: $$3)\ t_1=\frac{\upsilon_{y,0}}{g}+\sqrt{\left(\frac{\upsilon_{y,0}}{g}\right)^2+\frac{2H}{g}};\quad 4)\ t_2=-\frac{\upsilon_{y,0}}{g}+\sqrt{\left(\frac{\upsilon_{y,0}}{g}\right)^2+\frac{2H}{g}}.$$

Отсюда

$$5)\ L=2\upsilon_{x,0}\sqrt{\left(\frac{\upsilon_{y,0}}{g}\right)^2+\frac{2H}{g}}=2\sqrt{\upsilon_0^2-\upsilon_{y,0}^2}\sqrt{\left(\frac{\upsilon_{y,0}}{g}\right)^2+\frac{2H}{g}}=\frac{2}{g}\sqrt{\upsilon_0^2-\upsilon_{y,0}^2}\sqrt{\upsilon_{y,0}^2+2gH}.$$

Возведём в квадрат это уравнение и приведём подобные:

$$6)\ \upsilon_{y,0}^4+\left(2gH-\upsilon_0^2\right)\upsilon_{y,0}^2+\left(\frac{gL}{2}\right)^2-2gH\upsilon_0^2=0.$$

Это биквадратное уравнение дискриминант которого

$$D=\left(gH-\frac{\upsilon_0^2}{2}\right)^2-\left(\frac{gL}{2}\right)^2+2gH\upsilon_0^2$$

равен нулю тогда, когда расстояние L достигнет максимума. Следовательно,

$$L_{\max}=2H+\frac{\upsilon_0^2}{g}.$$

Примечание. В уравнении (5): $L=\frac{2}{g}\sqrt{(V_0^2-V_{0y}^2)(V_{0y}^2+2gH)}$ выражение под корнем – перевёрнутая парабола, которая принимает наибольшее значение строго посредине между корнями V_0^2 и $\left(-2gH\right)$. При этом сомножители под радикалом равны. Отсюда

$$L=\frac{2}{g}0{,}5\cdot\left(V_0^2+2gH\right)=\frac{V_0^2}{g}+2H$$

Возможное решение (2). 1) Из закона сохранения механической энергии следует, что на землю осколки упадут с одинаковой скорость υ_1:

$$m\frac{\upsilon_1^2}{2}=mgH+m\frac{\upsilon_0^2}{2}.$$

При этом сумма траекторий их полёта будет представлять траекторию полёта тела, брошенного с начальной скоростью υ_1.

2) Дальность полёта тела, брошенного под углом 45^0 к горизонту максимальна и равна

$$L=\frac{\upsilon_1^2}{g}$$

(начальная и конечная точки траектории лежат на одной высоте).

Решая совместно полученные уравнения, найдём:

$$L_{\max}=2H+\frac{\upsilon_0^2}{g}.$$

Примечание!!! **Этот вариант решения реализуется, если $\upsilon_0^2>2\text{gH}$. В противном случае тело не полетит по траектории «оптимальной» параболы. И ответом будет $L=2\upsilon_0\sqrt{\frac{2H}{g}}$.**

Критерии оценивания (требует дополнительного согласования с учетом Примечания).

Для решения (1)

1)	Записано выражение для $\upsilon_{x,0}$ через $\upsilon_{y,0}^2$ обоих осколков	**1 балл**
2)	Дано выражение $L=\upsilon_{x,0}\left(t_1+t_2\right)$ для расстояния между упавшими осколками	**1 балл**
3)	Записаны уравнения (1) и (2) для нахождения времён	**2 балла**
4)	Решены уравнения (1) и (2) относительно времён t_1 и t_2	**2 балла**
5)	Получено уравнение (5)	**2 балла**
6)	Найдена максимальная дальность разлёта осколков	**2 балла**

18 января, на портале **http://abitu.net/vseros** *будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.*
Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале **http://abitu.net/vseros**

Для решения (2)

1)	Отмечено, что на землю осколки упадут с одинаковой скоростью	**2 балла**
2)	Отмечено, что сумма траекторий их полёта будет представлять траекторию полёта тела, брошенного с начальной скоростью υ_1.	**2 балла**
3)	Записан закон сохранений механической энергии	**4 балла**
4)	$L_{\max}$ выражена через υ_1	**2 балла**
5)	Получено окончательное выражение для $L_{\max}$	**2 балла**

18 января, на портале **http://abitu.net/vseros** *будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.*
Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале **http://abitu.net/vseros**

Задача 2. Шарик на нитях. Небольшой шарик массой m движется в горизонтальной плоскости по окружности радиуса R = 25,0 см вокруг вертикальной оси. Шарик удерживают две нити (рис. 1), составляющие с осью вращения углы $\alpha = 30^o$ и $\beta = 60^o$. Найдите значения угловой скорости ω при которых силы натяжения нитей отличаются в 2 раза. Ускорение свободного падения g = 9,81 м/с^2.

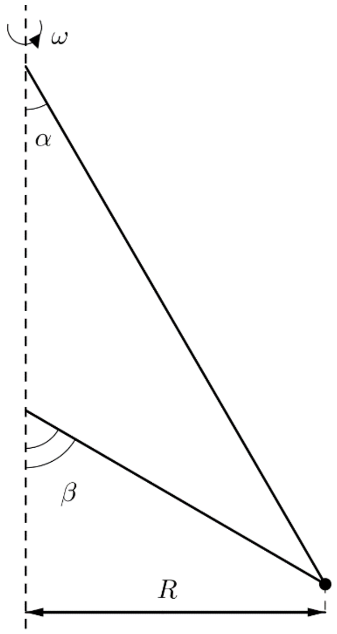


Рис. 1

Возможное решение (Варламов С.).

А) Пусть верхняя нить натянута сильнее. Тогда:

1) $m\omega^2 R = 2T\sin\alpha + T\sin\beta;$

2) $mg - 2T\cos\alpha - T\cos\beta = 0.$

Решая эту систему уравнений получим:

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{g}{R}\frac{2\sin\alpha + \sin\beta}{2\cos\alpha + \cos\beta}} \approx 0{,}914\sqrt{\frac{g}{R}} \approx 5{,}7\ \text{c}^{-1}.$$

Б) Пусть теперь нижняя нить натянута сильнее. Тогда:

1) $m\omega^2 R = T\sin\alpha + 2T\sin\beta;$

2) $mg - T\cos\alpha - 2T\cos\beta = 0.$

Решая эту систему уравнений получим:

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{g}{R}\frac{\sin\alpha + 2\sin\beta}{\cos\alpha + 2\cos\beta}} \approx 1{,}09\sqrt{\frac{g}{R}} \approx 6{,}8\ \text{c}^{-1}.$$

Критерии оценивания

1)	Записана система уравнений для случая (А) (по 1,5 балла)	**3 балла**
2)	Решена система уравнений	**1 балл**
3)	Получен численный ответ	**1 балл**
4)	Записана система уравнений для случая (Б) (по 1,5 балла)	**3 балла**
5)	Решена система уравнений	**1 балл**
6)	Получен численный ответ	**1 балл**

18 января, на портале **http://abitu.net/vseros** *будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.*
Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале **http://abitu.net/vseros**

Задача 3. Два шарика на нитях. Легкий цилиндрический сосуд с жидкостью стоит на двух симметричных опорах. Над одной из них внутри сосуда привязан к дну полностью погруженный в жидкость поплавок объемом $V = 10$ см^3 и плотностью $\rho = 500$ кг/м^3. Над другой опорой висит привязанный снаружи шарик такого же объема V и плотностью 3ρ (рис. 1). Плотность жидкости в сосуде равна $\rho_0 = 1\,200$ кг/м^3. Найдите модуль разности сил реакции опор. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2.

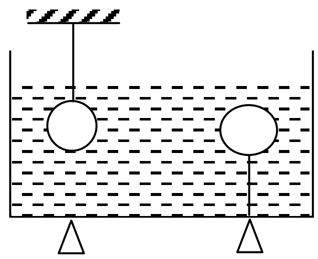


Рис. 1

Возможное решение (Замятнин М.). Расставим силы, действующие на сосуд: F – сила давления на дно, действующая со стороны воды, T – сила натяжения нити, N_1 и N_2 – силы реакций опор (рис. 2).

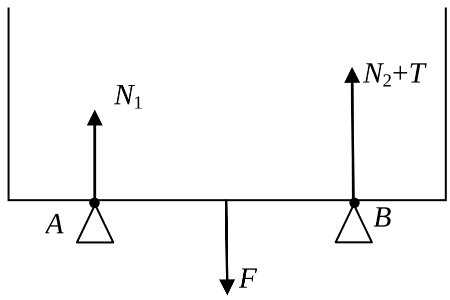


Рис. 2

Запишем правило моментов относительно полюса A:

$$(N_2 + T)2l = Fl.$$

Запишем правило моментов относительно полюса B:

$$N_1 2l = Fl.$$

$F = \rho_0 gHS = \rho_0 g\left(\dfrac{m}{\rho_0} + 2V\right)$, где H - уровень воды в сосуде, S – площадь дна сосуда, m – масса воды в сосуде.

Запишем условие равновесия для шарика: $T + \rho Vg = \rho_0 Vg$.

Решая систему, получим:

$$N_1 = \frac{mg + 2\rho_0 Vg}{2},$$

$$N_2 = \frac{mg + 2\rho Vg}{2}.$$

$$N_1 - N_2 = (\rho_0 - \rho)Vg = 70\text{ мН}.$$

Критерии оценивания

1)	Записано правило моментов относительно полюса (A)	**1 балл**
2)	Записано правило моментов относительно полюса ($Б$)	**1 балл**
3)	Записано условие равновесия для правого шарика	**1 балла**
4)	Получено выражение для силы F	**2 балла**
5)	Найдена реакция опоры N_1	**2 балла**
6)	Найдена реакция опоры N_2	**2 балла**
7)	Получен ответ	**1 балл**

18 января, на портале **http://abitu.net/vseros** *будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.*
Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале **http://abitu.net/vseros**

Задача 4. Архимед и температура. Плоская льдинка плавает в сосуде с водой, имеющей температуру $t_0 = 0\ ^\circ C$. Минимальная масса груза, который необходимо положить на льдинку, чтобы она полностью погрузилась в воду, равна m_1 = 100 г. Если эту льдинку охладить до температуры t_1 и снова положить в тот же сосуд с водой, по-прежнему имеющей температуру t_0, то после установления теплового равновесия для полного погружения льдинки в воду на неё необходимо будет положить груз минимальной массы m_2 = 110 г. Определите температуру t_1?

Примечание: удельная теплоемкость льда c = 2 100 кД/(кг $^\circ$С), удельная теплота плавления воды λ = 340 кДж/кг.

Возможное решение. (Кармазин С.). Пусть $M_о$ – начальная масса льдинки, а M_1 – масса льдинки после ее охлаждения и повторного погружения в жидкость. Охлажденная льдинка в сосуде с водой нагревается до $t = 0^\circ$С за счет теплоты, выделяющейся при намерзании на нее массы льда $\Delta M = M_1 - M_0$. Уравнение теплового баланса имеет вид:

$$C_л M_о(0 - (-t_1)) = \lambda \Delta M. \qquad (1)$$

Условие плавания льдинки в первом случае

$$M_о + m_1 = \rho_в(M_о/\rho_л) \qquad (3)$$

и во втором случае

$$M_1 + m_2 = \rho_в(M_1/\rho_л) \qquad (4)$$

где $\rho_в$ и $\rho_л$ – плотности воды и льда соответственно.

Из (3) получаем $\quad M_0 = m_1/(\rho_в/\rho_л - 1).$ $\qquad$ (5)

Вычтем (3) из (4): $\quad \Delta M = (m_2 - m_1)/(\rho_в/\rho_л - 1).$ $\qquad$ (6)

Подставим (5) и (6) в (1):

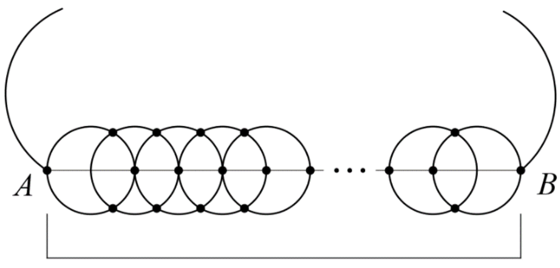
$$t_1 = -\lambda(m_2 - m_1)/(с_л\, m_1) = -16{,}2^0\text{C}$$

Критерии оценивания

1)	Записано уравнение теплового баланса	**3 балла**
2)	Записаны условия плавания для 2 случаев (по 1 баллу)	**2 балла**
3)	Определена масса ΔM	**2 балла**
4)	Получен ответ в общем виде	**2 балла**
5)	Получен числовой ответ	**1 балл**

(при отсутствии знака «–» балл не ставить!)

Задача 5. Кольца Ауди. N одинаковых колец соединены так, что между всеми точками их пересечения обеспечен электрический контакт (места контактов отмечены жирными точками). Центры всех колец лежат на одной прямой (рис. 3). Какое сопротивление $R_Э$ покажет омметр, подключенный к точкам A и B этой цепи, если при подключении к диаметрально противоположным точкам уединённого кольца он показывает сопротивление R_0? Считать $N > 3$.



Возможное решение (1)

Если сопротивление одного кольца R_0, то сопротивление проводника, имеющего длину равную длине кольца, будет равно $R = 4R_0$. Тогда сопротивление проводника длиной равной трети и шестой части кольца будет равно $R/3$ и $R/6$ соответственно.

В силу симметрии схемы относительно оси, проходящей через узлы A и B, в цепи не будет токов, идущих из верхней половины цепи в нижнюю (и наоборот). Следовательно, все центральные узлы можно разъединить вдоль оси, проходящей через A и B. Тогда схема может быть сведена к набору последовательных и параллельных участков, состоящих из резисторов сопротивлениями $R/3$ и $R/6$. Верхняя половина упрощенной схемы приведена на рис 4.

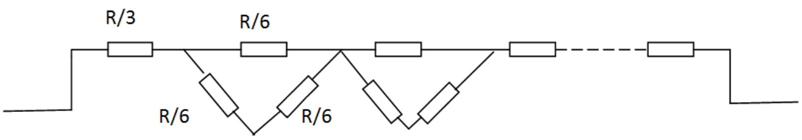


Рис. 4

Тогда сопротивление верхней/нижней части системы, состоящей из N колец, равно:

$$R_{Э_{верх}} = \frac{R}{3} + (N-2)\frac{\frac{R}{6}\frac{R}{3}}{\frac{R}{6}+\frac{R}{3}} + \frac{R}{3} = 4\left(\frac{N+4}{9}\right)R_0,$$

а эквивалентное сопротивление всей цепи

$$R_Э = \frac{R_{Э_{верх}}}{2} = 2\left(\frac{N+4}{9}\right)R_0.$$

Критерии оценивания

1)	Выражены сопротивления участков кольца	**2 балла**
2)	Обоснован разрыв центральных узлов	**2 балла**
3)	Приведена упрощенная эквивалентная схема	**2 балла**
4)	Найдено сопротивление элементарного треугольника цепи	**2 балла**
5)	Найдено эквивалентное сопротивление всей цепи	**2 балла**

18 января, на портале **http://abitu.net/vseros** *будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.*

Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале **http://abitu.net/vseros**

Возможное решение (2)

Если сопротивление одного кольца R_0, то сопротивление проводника, имеющего длину равную длине кольца, будет равно $R = 4R_0$. Тогда сопротивление проводника длиной равной трети и шестой части кольца будет равно $R/3$ и $R/6$ соответственно. Обозначим минимальный ток, текущий в ветвях за I, тогда в силу симметрии схемы относительно оси, проходящей через узлы A и B, и с учетом закона Ома, можно расставить токи, текущие в остальных ветвях схемы, как указано на рис. 5.

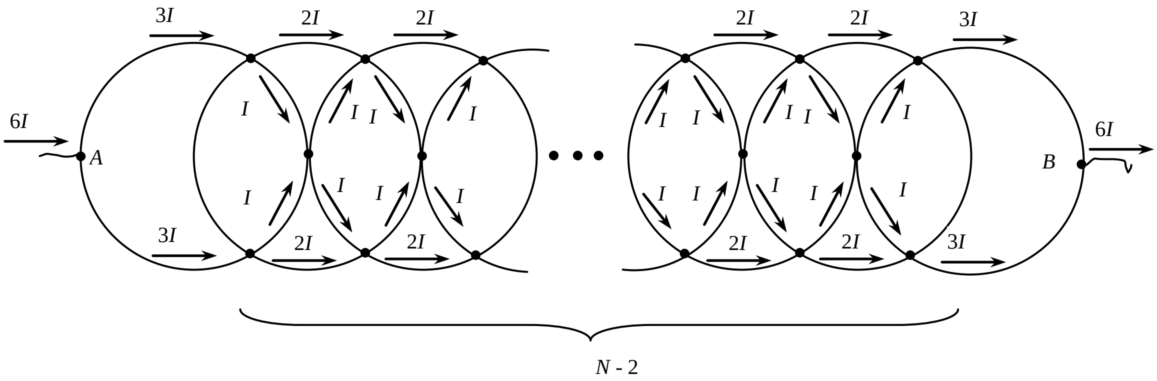


Рис. 5

Напряжение U между узлами A и B равно: $U = 3I\dfrac{R}{3} + (N-2)2I\dfrac{R}{6} + 3I\dfrac{R}{3} = IR\left(\dfrac{4+N}{3}\right)$,

а эквивалентное сопротивление всей цепи равно: $R_Э = \dfrac{U}{6I} = 2\left(\dfrac{4+N}{9}\right)R_0$.

Критерии оценивания

1)	Выражены сопротивления участков кольца	**2 балла**
2)	Расставлены токи с учетом симметрии и закона Ома	**4 балла**
3)	Выражено общее напряжение через токи и сопротивления ветвей	**2 балла**
4)	Найдено эквивалентное сопротивление	**2 балла**

18 января, на портале **http://abitu.net/vseros** *будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.*
Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале **http://abitu.net/vseros**

10 класс

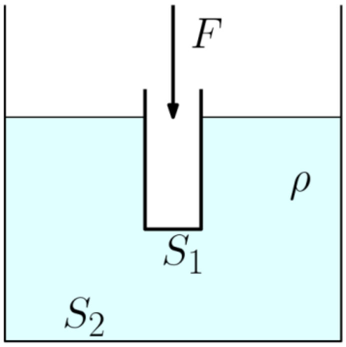


Рис. 1

Задача 1.Стакан-поплавок. В цилиндрическом сосуде площадь дна которого S_2плавает тонкостенный цилиндрический стакан с площадью дна S_1 и высотой h = 24 см. Стакан начинают медленно погружать в воду, измеряя зависимость приложенной силы F от перемещенияxстакана вниз относительно дна сосуда (рис. 1). Оказалось, что силе $F_1 = 1{,}0$ Н соответствуют два значения x: $x_{1,1} = 1{,}5$ см и $x_{1,2} = 7{,}5$ см, а силе $F_2 = 2{,}0$ Н значения x: $x_{2,1} = 3{,}0$ см и $x_{2,2} = 7{,}0$ см. Полагая, что плотность воды $\rho = 1{,}0$ г/см^3, а ускорениесвободного падения g = 10 м/с^2, вычислите:

а) массу стакана;

б) площадь S_1 дна стакана;

в) площадь S_2 дна сосуда.

Объемом стекла, из которого изготовлен стакан, можно пренебречь по сравнению с объемом воды, которой можно наполнить стакан.

Возможное решение.Пусть стакан сместился вниз относительно дна сосуда на расстояние x. При этом уровень воды в сосуде поднялсяна $xS_1/(S_2 - S_1)$, а глубина погружения стакана в воду увеличилась на $xS_2/(S_2 - S_1)$. При этом силаАрхимедаувеличивается на

$$F = \rho g x \frac{S_1 S_2}{S_2 - S_1} \qquad (1)$$

Связь между приложенной к стакану силой F (она в точности равна увеличению силы Архимеда) и его перемещением x является линейной (1) до момента, пока уровень воды не сравняется с верхним краем стакана. В этот момент величина силыF равна

$$F^* = (\rho S_1 h - m) g.$$

В отсутствие внешней силы F стакан выступал из воды на $h_1 = h - m/(\rho S_1)$, поэтому, для того, чтобы уровень воды сравнялся с верхним краем, его необходим переместить вниз на

$$x^* = \left(h - \frac{m}{\rho S_1}\right)\frac{S_2 - S_1}{S_2}$$

18 января, на портале **http://abitu.net/vseros** *будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.*
Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале **http://abitu.net/vseros**

Далее, при перемещении стакана вниз на Δx более, чем x^* (то есть всего на $x^* + \Delta x$) приложенная сила уменьшается на величину ΔF веса воды, втекающей в стакан. При этом $\Delta F = \rho S_2 \Delta x g$, а приложенная к стакану сила

$$F = F^* - \Delta F = (\rho S_1 h - m)g - \rho S_2 g \Delta x. \qquad (2)$$

Таким образом, при $x > x^*$ сила линейно уменьшается до нуля при

$$x_{\max} = x^* + \Delta x_{\max} = h - \frac{m}{\rho S_1}.$$

Отметим, что максимальное смещение стакана до момента, когда он начинает “тонуть”, в точности равно расстоянию h_1 от верхнего края стакана до уровня воды в начальный момент.

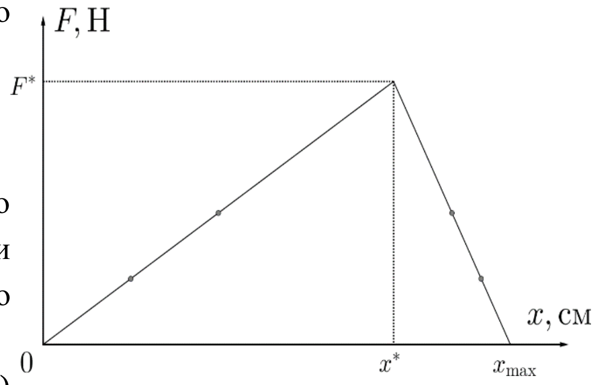


Рис.2

На рисунке представлен график зависимости $F(x)$ согласно условию задачи. Легко видеть, что

$$x_{\max} = h_1 = h - \frac{m}{\rho S_1} = 8 \text{ см}; \qquad (3)$$

$$x^* = h_1\left(1 - \frac{S_1}{S_2}\right) = 6 \text{ см}; \qquad (4)$$

$$F^* = \rho S_1 \left(h - \frac{m}{\rho S_1}\right) g = 4 \text{ Н}. \qquad (5)$$

Из (3) следует $\frac{m}{\rho S_1} = 16$ см; из (4) получим $\frac{S_1}{S_2} = \frac{1}{4}$. Подставляя $\frac{m}{\rho S_1}$ в (5) найдём $S_1 = 50$ см^2, $S_2 = 200$ см^2, $m = 0{,}8$ кг.

Критерии оценивания

1)	Связь величины подъёма уровня воды в сосуде с перемещением стакана	**1 балл**
2)	Связь величины глубины погружения стакана с его перемещением	**1 балл**
3)	Уравнение (1)	**1 балл**
4)	Идея о втекании воды в стакан	**1 балл**
5)	Уравнение (2)	**1 балл**
6)	Нахождение F^*, x^*, $x_{\max}$	**3 балла**
7)	Ответ	**2 балла**

18 января, на портале **http://abitu.net/vseros** *будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.*
Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале **http://abitu.net/vseros**

Задача 2. Вязкий валик. Однородный цилиндр массы m и радиуса R касается двух параллельных длинных вертикальных пластин, движущихся с постоянными скоростями v_1 и v_2 вверх (рис. 1). Между пластинами и поверхностью цилиндра существует вязкое трение, сила его пропорциональна относительнойскоростисоприкасающихсяповерхностей ($\vec{F}_{\text{тр}} = -\gamma\vec{v}_{\text{отн}}$). Коэффициенты вязкого трения для первой и второй пластин равны γ_1 иγ_2 соответственно.

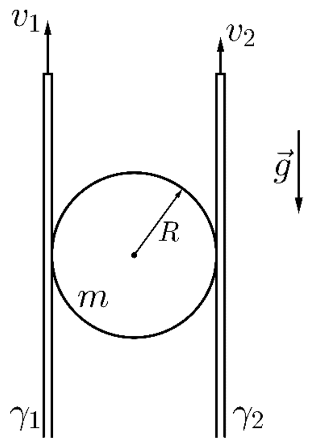


Рис. 1

1. Найдите установившуюся угловую скорость цилиндра, а также скорость его центра.

2. При каком условии цилиндр будет двигаться вверх?

Возможное решение (Семенин Н.).

Примем за положительное направление движения цилиндра – вниз, а за положительное направление вращения – по часовой стрелке. Тогда скорость точки A цилиндра, соприкасающейся с левой доской

$$v_A = v - \omega R.$$

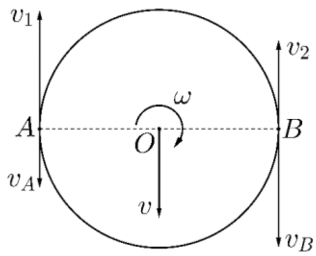


Рис. 2

Аналогично для точки B цилиндра, соприкасающейся с правой доской (рис. 2):

$$v_B = v + \omega R$$

При установившемся движении сумма сил, приложенных к цилиндру, равна нулю, а также равен нулю суммарный момент сил трения относительно оси Oцилиндра(рис. 3):

$$mg = F_1 + F_2$$

$$F_1 R = F_2 R$$

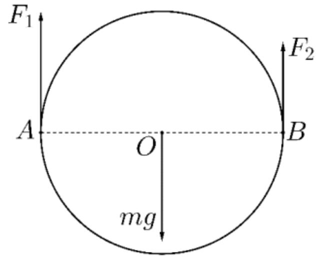


Рис. 3

Подставив

$F_1 = \gamma_1(v_1 + v_A) = \gamma_1(v_1 + v - \omega R),\ F_2 = \gamma_2(v_2 + v_B) = \gamma_2(v_2 + v + \omega R),$

получаем систему уравнений

$$\begin{cases} mg = \gamma_1(v_1 + v - \omega R) + \gamma_2(v_2 + v + \omega R) \\ \gamma_1(v_1 + v - \omega R) = \gamma_2(v_2 + v + \omega R), \end{cases}$$

решая которую, находим

$$\omega = \frac{mg}{4R}\left(\frac{1}{\gamma_2} - \frac{1}{\gamma_1}\right) + \frac{v_1 - v_2}{2R},$$

$$v = \frac{mg}{4}\left(\frac{1}{\gamma_1} + \frac{1}{\gamma_2}\right) - \frac{v_1 + v_2}{2}.$$

Как видно из выражения для скорости, цилиндр движется вверх, если

$$v_1 + v_2 > \frac{mg}{2}\left(\frac{1}{\gamma_1} + \frac{1}{\gamma_2}\right).$$

18 января, на портале **http://abitu.net/vseros** *будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.*
Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале **http://abitu.net/vseros**

Критерии оценивания

Записаны выражения для скоростей точек A иB – по **1 баллу за точку**	**2 балла**
Записано равенство сил, действующих на цилиндр + правило моментов по **1 баллу за точку**	**2 балла**
Получена система, из которой определяется v и ω	**2 балла**
Проведены необходимые преобразования и найдены v и ω по **1,5 балла за каждую физическую величину**	**3 балла**
Найдено условие движения цилиндра вверх	**1 балл**

Задача 3. Два шарика на двух нитях. Легкий цилиндрический сосуд с жидкостью стоит на двух симметричных опорах. Над одной из них внутри сосуда привязан к дну полностью погруженный в жидкость поплавок объемом V=10 см^3 и плотностью ρ=500 кг/м^3. Над другой опорой висит привязанный к верху сосуда шарик такого же объема V и плотностью 3ρ (рис. 1). Найдите модуль разности сил реакции опор.

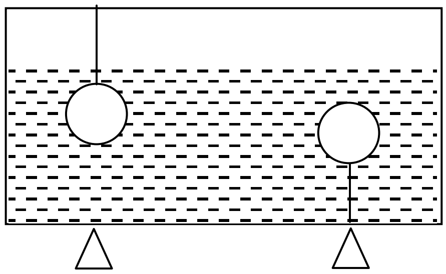


Рис. 1

Возможное решение (Замятнин М.). Расставим силы, действующие на сосуд: F-сила давления на дно, действующая со стороны воды, T_1 и T_2- силы натяжения нитей, N_1 и N_2-силы реакций опор (рис. 2).

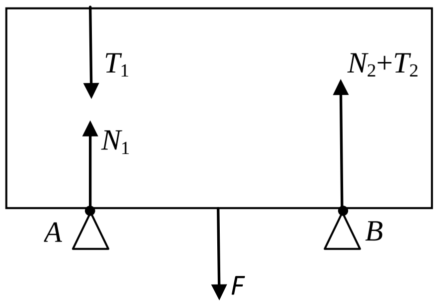


Рис. 2

Запишем правило моментов относительно точкиA:

$$(N_2+T_2)2l = Fl\ .$$

Запишем правило моментов относительно точкиB:

$$N_1 2l = T_1 2l + Fl\ .$$

Найдём силу с которой вода действует на дно сосуда:

$$F = \rho_0 gHS = \rho_0 g\left(\frac{m}{\rho_0}+2V\right),$$

где H - уровень воды в сосуде, S – площадь дна сосуда, m – масса воды в сосуде.

Запишем условие равновесия для шариков: $T_1 + \rho_0 Vg = 3\rho Vg$.

$$T_2 + \rho Vg = \rho_0 Vg\ .$$

Решая систему получим:

$$N_1 = \frac{mg+6\rho Vg}{2},$$

$$N_2 = \frac{mg+2\rho Vg}{2}.$$

$$N_1 - N_2 = 2\rho Vg = 0{,}1\ \text{Н}\ .$$

Критерии оценивания

1)	Записано правило моментов относительно полюса (A)	**1 балл**
2)	Записано правило моментов относительно полюса ($Б$)	**1 балл**
3)	Записано условие равновесия для шариков (для каждого по 1 баллу)	**2 балла**
4)	Получено выражение для силы F	**2 балла**
5)	Найдена реакция опоры N_1	**1 балл**
6)	Найдена реакция опоры N_2	**1 балл**
7)	Получен ответ	**2 балла**

18 января, на портале **http://abitu.net/vseros** *будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.*
Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале **http://abitu.net/vseros**

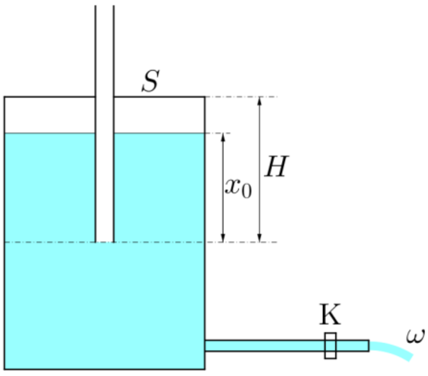


Рис. 1

Задача 4. Сосуд Мариотта Сосуд Мариотта представляет собой герметически закрытый цилиндрический сосуд с площадью днаS, в верхнюю крышку которого вставлена открытая с обоих концов тонкая трубка (рис. 1). Нижний конец трубки расположен на расстоянии H от верхней крышки сосуда. Около дна сосуда в его боковую стенку вставлена горизонтальная трубка с краном. Вначальный момент времени высота уровня воды относительно нижнего конца вертикальной трубки равна x_0, а сама эта трубка полностью заполнена воздухом. Кран закрыт. В момент времени $t = 0$ кран открывают, и вода начинает вытекать из сосуда, а пузырьки воздуха проникать в сосуд через вертикальную трубку.Расход вытекающей жидкости равенω (объем в единицу времени). Температура сосуда T, атмосферное давление p_0, молярная массаM воздуха известны и остаются постоянными. Давлением насыщенных паров воды пренебречь. Считайте, что в ходе всего эксперимента уровень жидкости в сосуде не опустился ниже конца вертикальной трубки. Плотность воды равна ρ.

1. Чему равна масса m_0 воздуха в сосуде над водой в начальный момент времени?
2. Чему равна скорость μизменения массывоздуха в сосуде в начальный момент времени?
3. С какой скоростьюβ изменяется μ (скорость изменения массы воздуха в сосуде) в процессе вытекания воды из него?

Возможное решение (Кармазин С.).Пусть ω – секундный расход воды, вытекающей из сосуда Мариотта (рис. 2). Скорость опускания уровня воды в сосуде $\upsilon = \omega / S$. Таким образом, объем воздуха над водой в сосуде изменяется со временем по закону:

$$V = S\left(H - x_0\right) + \omega t\,, \qquad (1)$$

а уровень воды x:

$$x = x_0 - \upsilon t = x_0 - \frac{\omega}{S} t\,.$$

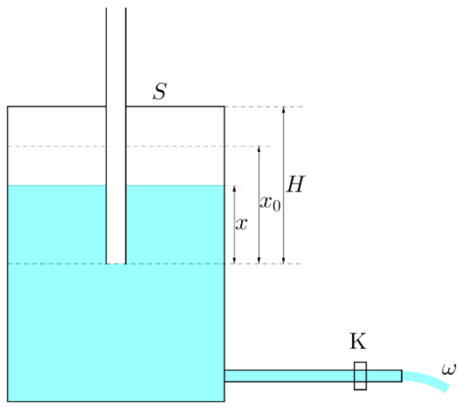


Рис. 2

Давление воздуха над поверхностью воды изменяется со временем по закону:

$$p = p_0 - \rho g x = p_0 - \rho g x_0 + \rho g \frac{\omega}{S} t\,. \qquad (2)$$

Найдём массу воздуха над водой:

$$m = \frac{M}{RT} pV = \frac{M}{RT}\left(p_0 - \rho g x_0 + \rho g \frac{\omega}{S} t\right)\left[S\left(H - x_0\right) + \omega t\right] =$$

$$\frac{M}{RT} S\left(H - x_0\right)\left(p_0 - \rho g x_0\right) + \frac{M}{RT}\omega\left[\left(p_0 - \rho g x_0\right) + \rho g\left(H - x_0\right)\right]t + \frac{M}{RT}\frac{\rho g\left(\omega t\right)^2}{S}.$$

Масса воздуха в сосуде над водой в начальный момент времени

$$m(0) = \frac{M}{RT} S\left(H - x_0\right)\left(p_0 - \rho g x_0\right).$$

Скорость изменения массы воздуха в сосуде в начальный момент времени

$$\mu(0) = \frac{dm}{dt} = \frac{M}{RT}\omega\left[p_0 + \rho g H - 2\rho g x_0\right].$$

Скорость βизмененияμ (скорости изменения массы воздуха в сосуде)

$$\beta = \frac{d\mu}{dt} = 2\frac{M}{RT}\frac{\rho g \omega^2}{S}.$$

Критерии оценивания

1)	Найден объем воздуха над водой в сосуде	**1 балл**
2)	Найден уровень воды в сосуде	**1 балл**
3)	Найдено давление воздуха над поверхностью воды	**2 балла**
4)	Найдена масса воздуха над водой	**3 балла**
5)	Найдена масса воздуха в сосуде над водой в начальный момент	**1 балл**
6)	Найдена скорость изменения массы воздуха в сосуде	**1 балл**
7)	Найдена скорость изменения скорости изменения массы воздуха	**1 балл**

Задача 5. Зацепился! На электродвигатель постоянного тока установили датчик температуры. На верхнем этаже стройки поставили лебедку, приводимую в движение этим двигателем. В начале рабочего дня лебедка стала поднимать груз массой M = 67,5 кг. Не доехав всего один этаж до лебёдки, груз зацепился. На каком этаже это произошло? Зависимость температуры двигателя от времени $T(t)$ изображена на рис. 1. Известно, что на двигатель всегда подается одно и то же напряжение; трением в подшипниках двигателя и лебёдки пренебречь. Принять g = 10 м/с^2, высоту одного этажа 3 м,теплоемкость электродвигателяC = 4,5 кДж/^{0}С.

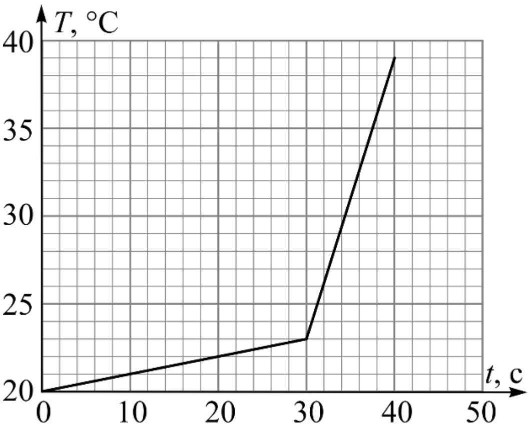


Рис. 1

Возможное решение (Юдин И.).Пусть двигатель подключен к сети с напряжением U_0; N_1 и N_2 – мощность тепловых потерь на первом и втором участке работы двигателя
(с нагрузкой и с "заклиниванием"); I_0 – сила тока при работе двигателя, поднимающего груз; N_m – механическая мощность по поднятию груза, R – сопротивление обмотки двигателя, υ – скорость груза, поднимаемого на 1 участке.
Энергетический баланс на 1 участке:

$$U_0 I_0 = N_1 + N_m, \qquad (1)$$

где

$$N_1 = R I_0^2. \qquad (2)$$

На участке 2 мощность, потребляемая двигателем

$$N_2 = \frac{U_0^2}{R}. \qquad (3)$$

Заметим, что

$$N_1 N_2 = \left(I_0 U_0\right)^2. \qquad (4)$$

Тогда с учётом (2), (3), (4) выражение (1) примет вид:

$$\sqrt{N_1 N_2} = N_1 + N_m,$$

откуда следует:

$$N_m = \sqrt{N_1 N_2} - N_1.$$

Из графика, данного в условии, находим

$$N_1 = C\left(\frac{\Delta T}{\Delta t}\right)_1 = 4\,500\left(\frac{\text{Дж}}{^\circ\text{C}}\right)0{,}1\left(\frac{^\circ\text{C}}{\text{c}}\right) = 450\ \text{Вт}.$$

$$N_2 = C\left(\frac{\Delta T}{\Delta t}\right)_2 = 4\,500\left(\frac{\text{Дж}}{^\circ\text{C}}\right)1{,}6\left(\frac{^\circ\text{C}}{\text{c}}\right) = 7\,200\ \text{Вт}.$$

Механическая мощность $N_m = \sqrt{N_1 N_2} - N_1 = 1800\ \text{Вт} - 450\ \text{Вт} = 1\,350\ \text{Вт}.$

18 января, на портале **http://abitu.net/vseros** *будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.*
Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале **http://abitu.net/vseros**

С другой стороны, $N_m = Mg\upsilon$.

Из двух последних уравнений получим

$$\upsilon = \frac{N_m}{Mg} = 2\text{ м/с}.$$

Высота, на которой зацепился груз

$H = \upsilon t = 60$ м или на границе 20 и 21 этажей.

Критерии оценивания

1) Уравнения энергетического баланса для первого участка	**1 балл**
2) Уравнения энергетического баланса для второго участка	**1 балл**
3) Выражение для механической мощности через тепловые	**1 балл**
3) Вычисление тепловых мощностей из графика $T(t)$ (формула + число)	
на 1 участке (**1+ 0,5 балла)**	**1,5 балла**
на 2 участке (**1+ 0,5 балла)**	**1,5 балла**
4) Выражение для скорости поднятия груза	**2 балла**
численное значение	**1 балл**
5) Итоговый численный ответ	**1 балл**

11 класс

Задача 1. Сообщающиеся сосуды. В двух одинаковых сообщающихся вертикальных цилиндрических сосудах находится жидкость плотности ρ. Первоначальный уровень жидкости в сосудах $l = 10$ см от дна (рис. 1). Сосуды соединены через отверстия в их дне маленькой трубочкой пренебрежимо малого объема. В левом сосуде на высоте $2l$ от дна находится лёгкий поршень, который может свободно перемещаться без трения о стенки. Под поршнем находится воздух при атмосферном давлении $p_0 = 2\rho gl$. С момента времени $t = 0$ в левый сосуд в пространство над поршнем начинает поступать жидкость плотности ρ, причем скорость прироста её уровня над поршнем составляет υ = 0,2 мм/с.

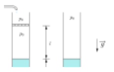


Рис. 1

1) С какой скоростью движется поверхность жидкости в правом сосуде в начале процесса?

2) С какой скоростью и в каком направлении (вверх или вниз) движется поверхность жидкости над поршнем в начале процесса?

3) На какой высоте z от дна сосуда будет находится поверхность жидкости над поршнем

а) через 600 с? б) через 1100 с?

Температуру в сосудах можно считать постоянной. Жидкость из сосудов не выливается.

Возможное решение (Аполонский А.). 1) Пусть через малое время Δt после начала поступления жидкости на поршень высота столба жидкости в правом цилиндре возросла на Δh. Из условия гидростатического равновесия в сосудах

$$p_0 + \rho g\left(l + \Delta h\right) = p_0 + \rho g\upsilon\Delta t + \rho g\left(l - \Delta h\right).$$

Из этого уравнения находим скорость поднятия жидкости в правой части сосуда в начале процесса:

$$\upsilon_П = \frac{\Delta h}{\Delta t} = \frac{\upsilon}{2}.$$

2) Пусть S – площадь поршня. Из закона Бойля-Мариотта

$$\left(p_0 lS = \left(p_0 + \rho g\upsilon\Delta t\right)HS\right)$$

найдем высоту H столба воздуха в левом сосуде:

$$H = \frac{l}{1 + \dfrac{\rho g\upsilon t}{p_0}} = \frac{l}{1 + \dfrac{\upsilon t}{2l}}.$$

Здесь t – время поступления жидкости в левый сосуд. Тогда поверхность жидкости над поршнем находится на высоте z от дна сосуда.

18 января, на портале **http://abitu.net/vseros** *будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.*
Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале **http://abitu.net/vseros**

$$z(t) = \left(l - h\right) + H + \upsilon t = l - \frac{\upsilon t}{2} + \frac{l}{1 + \frac{\rho g \upsilon t}{p_0}} + \upsilon t = l + \frac{\upsilon t}{2} + \frac{l}{1 + \frac{\upsilon t}{2l}}. \qquad (1)$$

При малых t высота

$$z(t) \approx \left(l + \frac{\upsilon t}{2}\right) + \left(l - \frac{\upsilon t}{2}\right) = 2l\ ,$$

то есть в начале процесса скорость изменения высоты поверхности жидкости близка к нулю.

3а) Из формулы (1) следует. Что при t = 600 с искомая высота z = 22,25 см.

3б) Формальная подстановка даёт, что через t = 1 100 с в левом цилиндре под поршнем уровень жидкости опустится на $h = \frac{\upsilon t}{2} = 11$ см. Но, это больше l. Следовательно, к этому времени вся вода из под поршня перетечет в правую часть, а воздух под поршнем "пробулькнет" и поршень опустится на дно.

Тогда высота поверхности жидкости над поршнем окажется $z = \upsilon t = 22$ см.

Критерии оценивания

1) Условие гидростатического равновесия	**2 балл**
2) Дан ответ к пункту 1 – (формула + число) **0.5 + 0.5 балла**	**1 балл**
3) Записан закон Бойля-Мариотта	**1 балл**
4) Получено выражение для высоты поверхности жидкости от времени	**2 балла**
5) Дан ответ к пункту 2	**1 балл**
6) Дан ответ к пункту 3а)	**1 балл**
7) Указано, что воздух "пробулькивает" и поршень опускается на дно	**1 балл**
8) Дан ответ к пункту 3б)	**1 балл**

Задача 2. Стеклоподъёмники. При включении электродвигателя стеклоподъемника одной двери автомобиля стекло поднимается из нижнего в верхнее положение за время t_1. Если включить одновременно два стеклоподъемника, то стекла поднимутся за время t_2 $(t_2 > t_1)$.

1) За какое время t_3 поднимутся три стекла автомобиля при одновременной работе трёх стеклоподъёмников?

2) За какое время t_4 поднимутся все четыре стекла автомобиля при одновременной работе всех четырёх стеклоподъёмников.

Примечания. Считайте, что сила, необходимая для подъёма стекла, не зависит от скорости подъёма, а сила тяги F мотора стеклоподъёмника пропорциональна силе тока, идущего через него.

Решение (Гуденко А., Кармазин С.). Закон сохранения энергии при работе одного стеклоподъёмника:

$$IU = I^2(r+R) + sF/t_1.$$

Здесь U – ЭДС аккумулятора, r – его внутреннее сопротивление, R – сопротивление обмотки электродвигателя, I – сила тока, необходимая для равномерного подъёма стекла и создающая необходимую силу тяги $F = \beta I$, β – коэффициент пропорциональности, s – перемещение стекла при подъёме.

При работе двух стеклоподъёмников сила тока, текущего через аккумулятор, в два раза больше и закон сохранения энергии выглядит так:

$$2IU = (2I)^2(r + R/2) + 2sF/t_2.$$

Для трёх стеклоподъёмников:

$$3IU = (3I)^2(r + R/3) + 3sF/t_2.$$

Для четырёх стеклоподъемников:

$$4IU = (4I)^2(r + R/4) + 4sF/t_2.$$

Из первых трёх уравнений получаем: $\dfrac{1}{t_3} - \dfrac{1}{t_2} = \dfrac{1}{t_2} - \dfrac{1}{t_1}$,

Откуда получаем $t_3 = \dfrac{t_1 t_2}{2t_1 - t_2}$.

Аналогично: $t_4 = \dfrac{t_1 t_2}{3t_1 - 2t_2}$.

Из уравнений видно, что при идеальном аккумуляторе (r = 0), все четыре уравнения выглядят одинаково и, соответственно, все времена подъёма также одинаковы.

18 января, на портале **http://abitu.net/vseros** *будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.*
Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале **http://abitu.net/vseros**

Критерии оценивания

1. Записано уравнение закона сохранения энергии при подъеме одного стекла	**2 балла**
2. Записано уравнение закона сохранения энергии при подъеме двух стекол	**1 балл**
3. Записано уравнение закона сохранения энергии при подъеме трёх стекол	**1 балл**
4. Записано уравнение закона сохранения энергии при подъеме четырёх стекол	**1 балл**
5. Получена связь на времена t_1, t_2, t_3	**1,5 балла**
6. Получена связь на времена t_1, t_2, t_4	**1,5 балла**
7. Найдено время t_3	**1 балл**
8. Найдено время t_4	**1 балл**

Задача 3. Зарядка-разрядка. В электрической цепи (рис. 1) все элементы можно считать идеальными. Конденсатор емкостью C не заряжен. ЭДС батареи задана. Ключ K замыкают, а затем размыкают в тот момент, когда скорость изменения энергии, запасённой в конденсаторе, составляет 75% от максимальной.

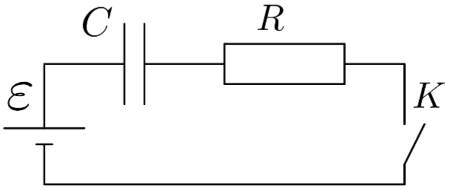


Рис. 1

Найдите количество теплоты, выделившееся в цепи при замкнутом ключе.

Возможное решение (Шеронов А.). Скорость изменения энергии конденсатора:

$$P = \frac{d}{dt}\left(\frac{q^2}{2C}\right) = \frac{q}{C}\frac{dq}{dt} = \frac{q}{C}I. \qquad (1)$$

Здесь I – сила тока в цепи, q – заряд на конденсаторе.

Запишем закон Ома для цепи:

$$\mathcal{E} = IR + \frac{q}{C}. \qquad (2)$$

Работа батареи идёт на зарядку конденсатора и на тепловые потери на резисторе:

$$\mathcal{E}I = P + I^2R. \qquad (3)$$

Максимум мощности достигается при силе тока $I = \dfrac{\mathcal{E}}{2R}$.

Из уравнения (2) найдём заряд на емкости:

$$q = C\left(\mathcal{E} - \frac{\mathcal{E}}{2R}R\right) = \frac{C\mathcal{E}}{2}.$$

Из (1) найдём максимальную скорость изменения энергии:

$$P_{\max} = \frac{\mathcal{E}^2}{4R}. \qquad (4)$$

По условию в момент размыкания ключа $P = \dfrac{3}{16}\dfrac{\mathcal{E}^2}{R}$. (5)

Подставляя это выражение в уравнение (3) получим:

$$I^2 - \frac{\mathcal{E}}{R}I + \frac{3}{16}\left(\frac{\mathcal{E}}{R}\right)^2 = 0.$$

Решая это квадратное уравнение найдём:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{2R} \pm \sqrt{\frac{1}{4}\left(\frac{\mathcal{E}}{R}\right)^2 - \frac{3}{16}\left(\frac{\mathcal{E}}{R}\right)^2} = \frac{\mathcal{E}}{2R} \pm \frac{\mathcal{E}}{4R}.$$

$$I_1 = \frac{\mathcal{E}}{4R}; \quad I_2 = \frac{3\mathcal{E}}{4R}.$$

Из уравнения (2) найдём соответствующие заряды:

$$q_1 = \frac{3C\mathcal{E}}{4}; \quad q_1 = \frac{C\mathcal{E}}{4}.$$

Джоулево тепло, выделившееся на резисторе равно:

$$W = \left(q\mathcal{E} - \frac{q^2}{2C}\right).$$

Соответственно,

$$W_1 = \frac{24}{32}C\mathcal{E}^2 - \frac{9}{32}C\mathcal{E}^2 = \frac{15}{32}C\mathcal{E}^2; \quad W_1 = \frac{8}{32}C\mathcal{E}^2 - \frac{1}{32}C\mathcal{E}^2 = \frac{7}{32}C\mathcal{E}^2.$$

Таким образом, задача имеет два решения:

$$W_1 = \frac{15}{32}C\mathcal{E}^2; \quad W_2 = \frac{7}{32}C\mathcal{E}^2.$$

Критерии оценивания

1) Получена скорость изменения энергии конденсатора (1)	**1 балл**
2) Записан закон Ома для цепи (2)	**1 балл**
3) Найдена максимальная скорость изменения энергии конденсатора (4)	**1 балл**
4) Найдена мощность в момент размыкания ключа (5)	**1 балл**
5) Получено квадратное уравнение для соответствующей силы тока	**2 балла**
6) Найдены заряды на конденсаторе, при которых в цепи выделяется соответствующая теплота (по 1 баллу за каждый случай)	**2 балла**
7) Найдено соответствующее количество теплоты (по 1 баллу за каждый случай)	**2 балла**

18 января, на портале **http://abitu.net/vseros** *будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.*
Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале **http://abitu.net/vseros**

Задача 4. Долго ли умеючи? В глубинах вселенной вдали от всех тяготеющих масс находится тонкий однородный стержень длины L = 10 м и массой M = 1,0 кг. По нему без трения может скользить бусинка массой m = 0,1 кг. В начальный момент бусинка слегка смещена относительно центра стержня и система неподвижна. Через какое время τ бусинка впервые достигнет середины стержня? Гравитационная постоянная $G = 6{,}67\cdot 10^{-11}$ Н·м^2/кг^2.

Решение (Плис В.). В процессе колебаний центр масс системы тел будет оставаться неподвижным. Начало лабораторной системы отсчета OX поместим в центр масс. Подвижную систему отсчета OX_1 свяжем со спицей. В ЛСО ускорение бусинки при малом ее смещении x_1 относительно спицы определяется силой притяжения концевого отрезка спицы длиной $2x_1$ и расположенного на расстоянии $\approx L/2$ от бусинки:

$$a_{m,C} = \frac{F_x}{m} = -\frac{Gm\left(M/L\right)2x_1}{m\left(L/2\right)^2} = -\frac{8GM}{L^3}x_1 .$$

Ускорение стержня при этом смещении бусинки

$$a_{M,C} = -\frac{F_x}{M} = \frac{Gm\left(M/L\right)2x_1}{M\left(L/2\right)^2} = \frac{8Gm}{L^3}x_1 .$$

Тогда ускорение a_m бусинки относительно стержня будет равно

$$a_m = a_{m,C} - a_{M,C} = -\frac{8G\left(M+m\right)}{L^3}x_1 .$$

Получено уравнение гармонических колебаний бусинки относительно спицы. Период этих колебаний

$$T = 2\pi/\omega = \pi L\sqrt{\frac{L}{2G(M+m)}} .$$

Искомое время равно четверти периода гармонических колебаний

$$\tau = T/4 \approx 2{,}0\cdot 10^6\,\text{с} \approx 24\ \text{суток} .$$

Решение (Гуденко А.). Известно, что период колебаний двух грузов m и M, связанной пружинкой с жёсткостью k, определяется точно также, как для одного грузика на пружинке, но только вместо массы груза нужно взять приведённую массу $\mu = \dfrac{mM}{m+M}$ (это выражение можно получить из уравнений движения).

Период колебаний груза на пружине равен $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{\mu}{k}}$.

В нашем случае «коэффициент жёсткости» $k = \dfrac{8GmM}{L^3}$.

Тогда период колебаний $T = \pi L\sqrt{\dfrac{L}{2G(M+m)}}$.

Критерии оценивания

1)	Отмечено, что при смещении бусинки на x_1 сила притяжения определяется взаимодействием бусинки и части спицы длиной $2x_1$	**1 балл**
2)	Применён вторые законы Ньютона (по 2 балла за каждый из случаев (для бусинки и для стержня)	**4 балла**
3)	Получено ускорение бусинки относительно стержня	**1 балл**
4)	Получено выражение для периода колебаний	**2 балл**
5)	Получен численный ответ	**2 балла**

Задача 5. Толстая линза. Вся поверхность плоского экрана, представляющего собой матовое стекло, освещается параллельным пучком лучей, направленным перпендикулярно экрану. Толстую линзу в виде половинки стеклянного шара расположили **перед** экраном так, что плоская поверхность линзы параллельна плоскости экрана (рис. 1). Показатель преломления стекла линзы n = 2,0. Диаметр линзы, меньше размеров экрана.

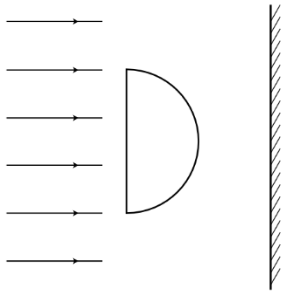


Рис. 1

1) Определите расстояние L_1 от плоской поверхности линзы до экрана, если на экране наблюдается картина (рис. 2). Здесь пунктирные линии касаются внешней границы области с переменной освещённостью.
2) Определите расстояние L_2 от плоской поверхности линзы до экрана, если на экране наблюдается картина (рис. 3).

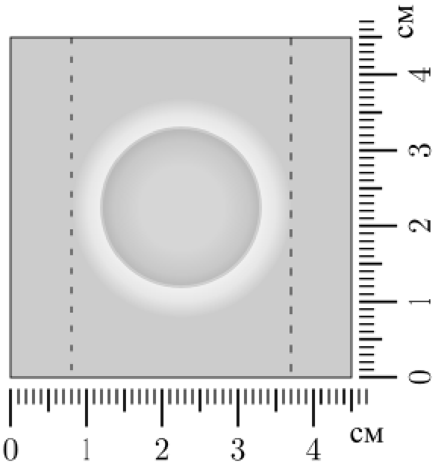


Рис. 2

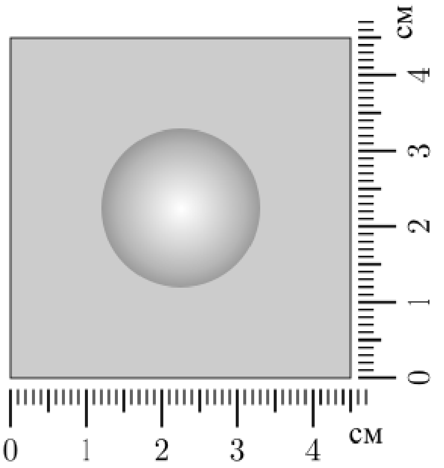


Рис. 3

Возможное решение (Варламов С., Карманов М.). Рассмотрим ход лучей в линзе. Плоскую границу линзы все лучи проходят без преломления. А вот из сферической поверхности выходят не все лучи. Часть из них испытывает полное отражение. Найдем предельный угол падения, при котором лучи перестают выходить за сферическую поверхность: $n\sin\alpha_{\text{пр}} = 1,0$. Отсюда $\alpha_{\text{пр}} = 30^\circ$.

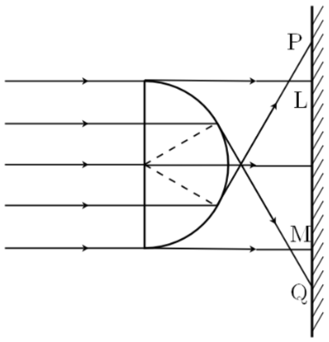


Рис. 4

Построим ход некоторых лучей. Из данной картинки (рис. 4) понятно, почему в первом случае мы наблюдаем на экране кольцо более яркое, чем вся поверхность экрана. Это кольцо создается как лучами, прошедшими мимо линзы, так и некоторыми лучами, прошедшими сквозь неё. При этом внешняя граница яркого кольца определяется как раз лучом, падающим на сферическую поверхность под предельным углом

18 января, на портале **http://abitu.net/vseros** *будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени): 7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.*
Для участия в разборе необходимо зарегистрироваться на портале **http://abitu.net/vseros**

в 30°.

Диаметр же темного центрального пятна равен диаметру линзы. Определим с помощью масштабной линейки внешний диаметр кольца D = 2,90 см и диаметр внутреннего темного круга d = 2,10 см.

Рассмотрим предельный луч.

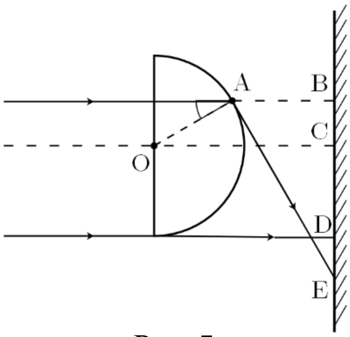


Рис. 5

Отмеченный угол равен 30°, $CD = \dfrac{d}{2} = R = 1{,}05\,\text{см}$ (рис. 5).

$$CE = \frac{D}{2} = 1{,}45\,\text{см}.$$

Пусть L – искомое расстояние, тогда $AB = L - R\cos\alpha_{\text{пр}}$.

$$BE = \frac{D}{2} + R\sin\alpha_{\text{пр}}.$$

$$\frac{AB}{BE} = \operatorname{tg}\alpha_{\text{пр}}.$$

В результате преобразований получим $L_1 = \dfrac{\dfrac{D}{2}\sin\alpha_{\text{пр}} + R}{\cos\alpha_{\text{пр}}} = 2{,}05\,\text{см}.$

Во втором случае точки D и E должны совпасть. Тогда $D = d$ = 1,05 см.

$$L_2 = R\frac{\sin\alpha_{\text{пр}} + 1}{\cos\alpha_{\text{пр}}} = 1{,}82\,\text{см}.$$

Критерии оценивания

1)	Понимание наличия полного внутреннего отражения для части лучей	**1 балл**
2)	Определен предельный угол в 30 градусов	**1 балл**
3)	Рисунок с ходом лучей, поясняющий образование на экране первой картинки.	**2 балла**
4)	Показано, что диаметр темного пятна равен диаметру полушара.	**1 балл**
5)	Записаны геометрические связи, позволяющие получить ответ.	**1 балл**
6)	Получена формула для L в первом случае	**1 балл**
7)	Верный численный ответ в первом случае	**1 балл**
8)	Верный переход ко второму случаю	**1 балл**
9)	Верный численный ответ во втором случае	**1 балл**

Задание 7.1. Шпилька и гайки. Шпилькой в технике называют стержень, по всей длине которого нарезана резьба (рис. 1).

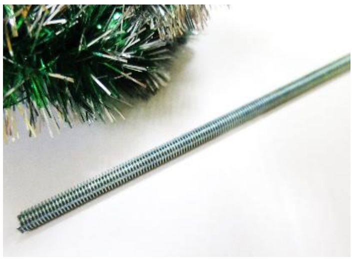


Рис. 1

Предложите и опишите, как измерить **без использования линейки**:

1. шаг h резьбы шпильки (шагом резьбы называется расстояние между ее соседними витками);
2. среднюю толщину H одной гайки (рис. 2);
3. площадь S поперечного сечения шестигранного прутка, из которого изготавливаются гайки (рис.3);
4. внешний диаметр D резьбы шпильки;
5. массу m гайки, считая, что диаметр отверстия в ней $d = 0{,}9D$.

Рис. 2

Проведите измерения и определите параметры h, H, S, D, m.

Полученные результаты занесите в таблицу (указав единицы измерения)

1	h =
2	H =
3	S =
4	D =
5	m =

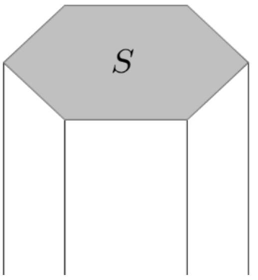


Рис. 3

Оборудование: шпилька длиной L = 300 мм, гайки (40 шт.), две скрепки, три нитки, лист бумаги.

Примечания.

1. Плотность стали ρ = 7 800 кг/м^3.
2. Площадь круга диаметром D равна $S = \pi D^2/4$, длина окружности $L = \pi D$, где число $\pi = 3{,}14$.
3. В работе можно использовать любое количество гаек, ниток и скрепок в зависимости от выбранного метода решения каждого пункта задания.

Рекомендации организаторам

В работе рекомендуется использовать шпильку и гайки с резьбой М6 и одинаковым шагом (необходимо убедиться, что гайки легко накручиваются на шпильку, но не болтаются).

Следует учитывать тот факт, что при кустарном производстве шпилек и гаек параметры их резьбы могут отличаться от стандартов метрической резьбы, а толщины и массы гаек могут варьироваться в широком диапазоне. В связи с этим, членам жюри регионального этапа олимпиады им. Максвелла необходимо до начала олимпиады определить значения искомых величин посредством их прямых измерений.

Лист белой бумаги формата А5.

Возможное решение (Кармазин С.).

1. Посчитаем количество N витков резьбы на шпильке с помощью скользящей по ней прижатой скрепки (рис. 4). Допустимой ошибкой при счете можно считать ±2 витка. Шаг резьбы $h = L/N = 300/300 = 1$ мм (по ГОСТу шаг стандартной резьбы М6 равен $h = 1$ мм).

Примечание: Здесь и далее приводятся численные значения, полученные на авторском оборудовании при подготовке данной задачи.

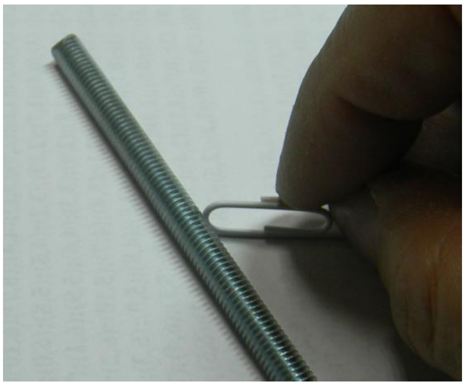


Рис. 4

2. Среднюю толщину H гаек можно определить методом рядов. Например, выстроив цепочку из гаек ($N > 10$), поставленных на одну из боковых граней (рис. 5) или навинтив их непосредственно на шпильку. Авторский результат: $H = 4,85$ мм.

Рис. 5

3. Для определения площади шестигранника можно выложить 36 гаек плотной упаковкой в 6 рядов по 6 штук в каждом на листе А5 и измерить стороны получившегося прямоугольника (рис. 4). При этом следует обратить внимание, что площадь выступов получившейся фигуры с одной стороны компенсируется площадью углублений с противоположной стороны этого прямоугольника. Окончательно получаем $S = 87$ мм^2.

Рис. 6

4. Внешний диаметр резьбы на шпильке определяем, прокатывая шпильку по поверхности бумаги не менее чем на $k = 10$ оборотов и измеряя пройденное ей расстояние l. $D = l/(\pi k) = 5,86$ мм.

5. Для вычисления массы гайки необходимо вычислить ее объем, оставшийся после высверливания отверстия и нарезания резьбы. По условию задачи диаметр высверленного в гайке отверстия d = 0,9D = 5,27 мм. Будем считать, что диаметр резьбы в самой «глубокой» ее части совпадает с внешним диаметром резьбы шпильки D = 5,86 мм.

Для расчета объема металла, вынутого из гайки в процессе ее производства, будем считать, что из гайки вынут цилиндр с диаметром, равным среднему арифметическому значению внутреннего и внешнего диаметра резьбы в гайке $D_1 = (d + D)/2$ = 5,57 мм. Объем такого цилиндра равен $V_1 = H\pi D_1^2/4$=118 мм^3. Объем заготовки до высверливания отверстия и нарезания резьбы равен $V_0 = SH$ = 422 мм^3. Окончательно, объем гайки $V = V_0 - V_1$ = 304 мм^3. Масса гайки равна $m = \rho V$ = 2,4 г. Непосредственное измерение среднего значения массы гайки на весах дает результат $m_{ср}$ = 2,1 г. Отличие расчетного значения массы от измеренного на 15% может быть связано, например, с тем, что при расчете не учитывались фаски (закругление краев гайки).

Критерии оценивания

1)	Найден шаг резьбы h		**2 балла**
	отличие менее чем на 5%	2 балла	
	отличие менее чем на 10%	1 балл	
2)	Определена толщина H гайки		**2 балла**
	отличие менее чем на 5%	2 балла	
	отличие менее чем на 10%	1 балл	
3)	Определен внешний диаметр D резьбы на стрежне		**2 балла**
	отличие менее чем на 10%	2 балла	
	отличие менее чем на 20%	1 балл	
4)	Определена площадь S шестигранного прутка		**2 балла**
	отличие менее чем на 10%	2 балла	
	отличие менее чем на 20%	1 балл	
5)	Определена масса m одной гайки		**2 балла**
	отличие менее чем на 15%	2 балла	
	отличие менее чем на 25%	1 балл	

Рис. 1

Задание 7.2. Сколько рублей весит конфета. Экспериментатор Глюк исследовал падение с фиксированной высоты (около 2-х метров) различных грузов, привязанных к системе из трех воздушных шариков (рис. 1). Анализируя результаты эксперимента, он обнаружил любопытный характер зависимости квадрата времени падения от величины, обратной массе всей падающей системы.

Соберите установку Глюка. В качестве грузов можете использовать выданные монеты, помещенные в мешочек, привязанный к шарикам.

- Снимите зависимость времени падения системы от ее массы. Результаты занесите в таблицу. Каждое измерение повторите **не менее** трёх раз и усредните. При этом, имейте ввиду, что масса шарика $m \approx 3$ г, а масса одной монеты тоже $m \approx 3$ г. Для увеличения точности исследований постарайтесь отпускать систему с как можно большей (но одинаковой) высоты (например, с высоты своего роста, стоя на стуле).
- Постройте график полученной зависимости в осях, предложенных Глюком.
- Проведя дополнительное измерение с помощью построенного графика определите массу выданной конфеты. После завершения **всех** измерений, конфету **нужно** съесть!

Примечание: не следует надувать шарики слишком сильно, так как если даже один из шариков лопнет в ходе эксперимента, то все измерения придется начинать сначала.

Приборы и оборудование: секундомер, 5 воздушных шариков (из них 2 запасных), конфета, полиэтиленовый мешочек (гриппер 6 x 8 см), комплект монет (10 шт. номиналом 1 рубль), нитки, миллиметровая бумага (формат А5) для построения графика.

m,							
$1/m$,							
t_1,							
t_2,							
t_3,							
$t_{средн}$,							
$t^2_{средн}$,							

Рекомендации организаторам

- в мешочке необходимо заранее сделать сквозное отверстие, например, дыроколом, для упрощения его подвешивания к шарикам.
- шарики в надутом состоянии должны иметь форму близкую к сферической с диаметром в несильно надутом состоянии около 20-25 см.
- секундомеры следует заранее подготовить и перевести в необходимый режим.

Допускается дополнительно инструктировать детей о работе с секундомером.

- выдавать дополнительные шарики и листы миллиметровой бумаги взамен испорченных можно, для этого необходимо заготовить их резерв!
- гриппер 6 х 8 – полиэтиленовый мешочек с застежкой zip-lock.
- масса конфеты 10 – 20 г. Конфета должна быть в обёртке **без указания массы**.

Возможное решение (Замятнин М., Слободянин В.).

Собираем предложенную конструкцию и измеряем время падения с максимально возможной одинаковой высоты, например, отпуская систему с вытянутой руки, стоя на стуле. Время падения фиксируем по моменту касания пола грузом. Результаты заносим в таблицу и строим график экспериментальной зависимости в предложенных Глюком координатах. Для авторской установки он имеет вид, представленный на рис. 2.

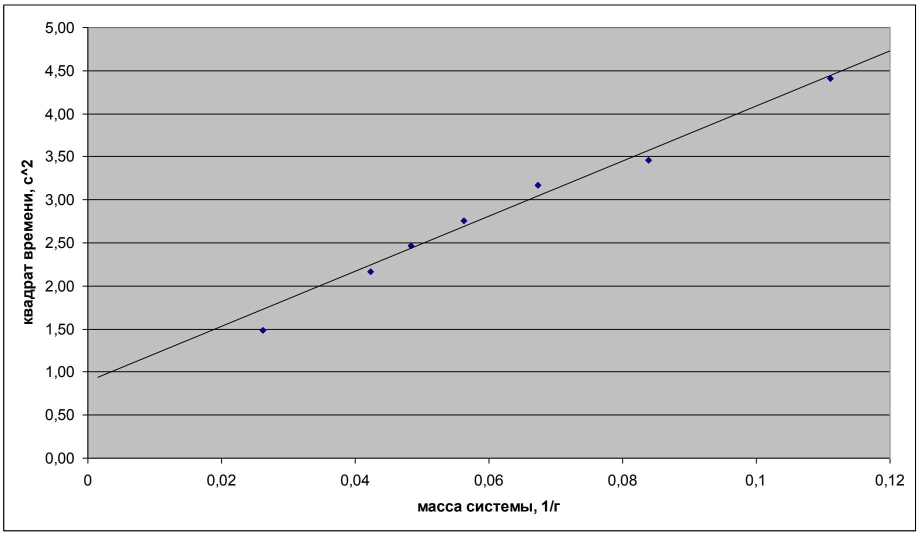


Рис. 2

Экспериментальные точки хорошо ложатся на прямую линию. Это позволяет, для системы с конфетой, по времени падения определить ее массу.

Критерии оценивания

1) Снята зависимость времени падения системы от ее массы (таблица 1) **4 балла**

7 и более точек	4 балла
5-6 точек	2 балла
3 и менее точек	0 баллов

2) Построен график в осях, предложенных Глюком **4 балла**

график занимает не менее 80% площади листа	1 балл
постоянная цена деления из разрешенных рядов: целые, четные, кратные 5	1 балл
подписаны оси и указаны единицы измерения	1 балл
проведена прямая, а не ломаная	1 балл

3) Определена масса выданной конфеты **2 балла**

попадание в ±10%	2 балла
попадание в ±20%	1 балл

Задание 8.1. Шпилька и гайки. Шпилькой в технике называют стержень, по всей длине которого нарезана резьба (рис. 1).

Рис. 1

Предложите и опишите, как измерить **без использования линейки**:

1. шаг h резьбы шпильки (шагом резьбы называется расстояние между ее соседними витками);
2. среднюю толщину H одной гайки (рис. 2);
3. площадь S поперечного сечения шестигранного прутка, из которого изготавливаются гайки (рис.3);
4. отношение массы шпильки к массе одной гайки: $\alpha = m_ш/m_г$, используя шпильку в качестве рычага;
5. среднюю массу $m_{г1}$ одной гайки и массу шпильки $m_{ш1}$ по отдельности, исходя из их геометрических размеров.

Рис. 2

Проведите измерения и определите параметры h, H, S, $m_{г1}$, $m_{ш1}$ и отношение масс шпильки и гайки $\beta = m_{ш1}/m_{г1}$ на основании результатов, полученных в пункте 5.

Полученные результаты занесите в таблицу (указав единицы измерения):

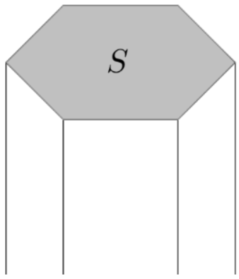


Рис. 3

1	h =
2	H =
3	S =
4	α =
5	$m_{ш1}$ =
6	$m_{г1}$ =
7	β =

Оборудование: Шпилька длиной L = 300 мм, гайки (40 шт.), две скрепки, три нитки, лист бумаги.

Примечания.

1. Плотность стали ρ = 7 800 кг/м^3.
2. Площадь круга диаметром D равна $S = \pi D^2/4$, длина окружности $L = \pi D$, где число π = 3,14.
3. Внешний диаметр резьбы М6 на стержне равен D = 6 мм, а внутренний диаметр резьбы в гайке d = 5 мм.
4. В работе можно использовать любое количество гаек, ниток и скрепок в зависимости от выбранного метода решения каждого пункта задания.

Рекомендации организаторам

В работе рекомендуется использовать шпильку и гайки с резьбой М6 и одинаковым шагом (необходимо убедиться, что гайки легко накручиваются на шпильку, но не болтаются). Следует учитывать тот факт, что при кустарном производстве шпилек и гаек параметры их резьбы могут отличаться от стандартов метрической резьбы, а толщины и массы гаек могут варьироваться в широком диапазоне. В связи с этим, членам жюри регионального этапа олимпиады им. Максвелла необходимо до начала олимпиады определить значения искомых величин посредством их прямых измерений.

Лист белой бумаги формата А5.

Возможное решение (Кармазин С.).

1. Посчитаем количество N витков резьбы на шпильке с помощью скользящей по ней прижатой скрепки (рис.4). Допустимой ошибкой при счете можно считать ±2 витка. Шаг резьбы $h = L/N = 300/300 = 1$ мм (по ГОСТу шаг стандартной резьбы М6 равен $h = 1$ мм).

Примечание: Здесь и далее приводятся численные значения, полученные на авторском оборудовании при подготовке данной задачи.

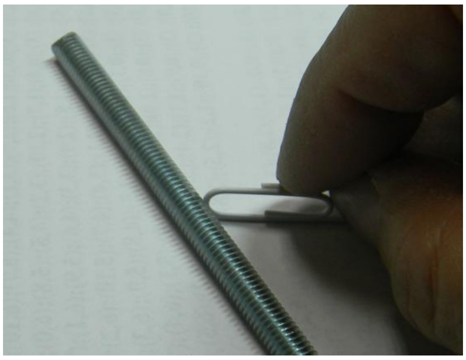


Рис. 4

2. Среднюю толщину гаек H можно определить методом рядов. Например, выстроив цепочку из гаек ($N > 10$), поставленных на одну из боковых граней (рис. 5) или навинтив их непосредственно на шпильку. Авторский результат: $H = 4,85$ мм.

Рис. 5

3. Для определения площади шестигранника можно выложить 36 гаек плотной упаковкой в 6 рядов по 6 штук в каждом на листе А5 и измерить стороны получившегося прямоугольника (рис. 6). При этом следует обратить внимание, что площадь выступов получившейся фигуры с одной стороны компенсируется площадью углублений с противоположной стороны этого прямоугольника. Окончательно получаем $S = 87$ мм^2.

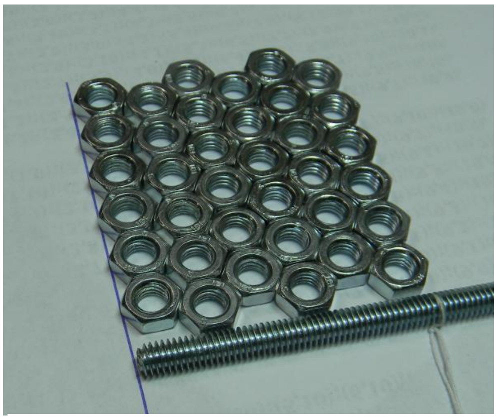


Рис. 6

4. Накрутим на один край шпильки 4 – 6 гаек. С помощью нити уравновешиваем получившуюся систему и применив правило моментов определяем α.

5. Внешний диаметр резьбы на шпильке определяем, прокатывая шпильку по поверхности бумаги не менее чем на $k = 10$ оборотов и измеряя пройденное ей расстояние l. $D = l/(\pi k) = 5,86$ мм.

6. Для вычисления массы гайки необходимо вычислить ее объем, оставшийся после высверливания отверстия и нарезания резьбы. По условию задачи диаметр высверленного в гайке отверстия $d = 0,9D = 5,27$ мм. Будем считать, что диаметр резьбы в самой «глубокой» ее части совпадает с внешним диаметром шпильки $D = 5,86$ мм. Для расчета объема металла, вынутого из гайки в процессе ее производства, будем считать, что из гайки вынут цилиндр с диаметром, равным среднему арифметическому значению внутреннего и внешнего диаметра резьбы в гайке $D_1 = (d + D)/2 = 5,57$ мм. Объем такого цилиндра равен $V_1 = H\pi D_1^2/4 = 118$ мм^3. Объем заготовки до высверливания отверстия и нарезания резьбы $V_0 = SH = 422$ мм^3. Окончательно, объем гайки $V = V_0 - V_1 = 304$ мм^3. Масса гайки равна $m_{г1} = \rho V = 2,4$ г. Непосредственное измерение среднего значения массы гайки на весах дает результат $m_{ср} = 2,1$ г. Отличие расчетного значения массы от измеренного на 15% может быть связано, например, с тем, что при расчете не учитывались фаски (закругление краев гайки). Массу шпильки $m_{ш1}$ определяем по её объему и плотности.

Критерии оценивания

1. Найден шаг резьбы h		**1 балл**
отличие менее чем на 5%	1 балл	
2. Определена толщина H гайки		**2 балла**
отличие менее чем на 5%	2 балла	
отличие менее чем на 10%	1 балл	
3. Методом рычага определено отношение $\alpha = m_ш/m_г$		**1 балл**
отличие менее чем на 10%	1 балл	
4. Определена площадь S шестигранного прутка		**2 балла**
отличие менее чем на 10%	2 балла	
отличие менее чем на 20%	1 балл	
5. Найдена средняя масса $m_{г1}$ одной гайки и масса шпильки $m_{ш1}$ по отдельности, исходя из их геометрических размеров		**2 балла**
отличие менее чем на 10%	2 балла	
отличие менее чем на 20%	1 балл	
6. Определено отношение $\beta = m_{ш1}/m_{г1}$		**2 балла**
отличие менее чем на 10%	2 балла	
отличие менее чем на 20%	1 балл	

8.2. Исследуем шприц (1). Определите плотность неизвестной жидкости и среднюю плотность материала, из которого изготовлен шприц.

Приборы и оборудование*:* шприц (5 мл), пластиковая бутылка (1,5 л с отрезанным верхом) на 3/4 заполненная водой, стаканчик с неизвестной жидкостью, заглушка для шприца (деревянная зубочистка (её можно ломать)), электронные весы, салфетки для поддержания порядка, поднос.

Примечание: Во избежание выливания жидкости из шприца, рекомендуется пользоваться заглушкой, вставляемой в шприц.
Плотность воды ρ_0 = 1 000 кг/м^3.

Рекомендации организаторам

1. Электронные весы, рассчитанные на взвешивание грузов массой до 200 г или 300 г с точностью измерения ±0,01 г.
2. В качестве неизвестной жидкости лучше всего использовать концентрированный раствор поваренной соли или сахарного сиропа с плотностью 1 100 – 1 200 кг/м^3. Жидкость можно слегка подкрасить зеленкой или медным купоросом.

Возможное решение (Замятнин М.). Измеряем на весах массу m пустого шприца. Заполняем его неизвестной жидкостью и вновь измеряем массу. Находим плотность неизвестной жидкости. Она составляет ρ_1 = 1 150 кг/м^3. Отливаем маленькими порциями жидкость обратно в стаканчик, до тех пор, пока шприц не начнет плавать, полностью погрузившись в воду. Измеряем остаточный объем V неизвестной жидкости в шприце, и рассчитываем среднюю плотность материала шприца:

$$\rho = \frac{m\rho_0}{m + V(\rho_1 - \rho_0)} .$$

Критерии оценивания.

1)	Определена масса шприца		**1 балл**
2)	Метод определения плотности неизвестной жидкости		**1 балл**
3)	Результаты измерений и воспроизводимость (например, таблица)		**1 балл**
4)	Найдена плотность неизвестной жидкости		**2 балла**
	отличие менее чем на 10%	2 балла	
	отличие менее чем на 15%	1 балл	
5)	Метод определения плотности шприца		**2 балла**
6)	Результаты измерений и воспроизводимость (например, таблица)		**1 балл**
7)	Найдена средняя плотность материала шприца		**2 балла**
	отличие менее чем на 10%	2 балла	
	отличие менее чем на 15%	1 балл	

9.1. Исследуем шприц (2). Определите плотность неизвестной жидкости и среднюю плотность материала, из которого изготовлен шприц.

Приборы и оборудование: шприц (5 или 10 мл), нить (~ 1 м), деревянная линейка (50 см), пластиковая бутылка (1,5 л с отрезанным верхом) на 3/4 заполненная водой, стаканчик с неизвестной жидкостью, штатив с лапкой (или аналог), заглушка для шприца (деревянная зубочистка (её можно ломать)), салфетки для поддержания порядка, поднос.

***Примечание*:** Во избежание выливания жидкости, рекомендуется пользоваться заглушкой, вставляемой в шприц.
Плотность воды ρ = 1 000 кг/м^3.

Рекомендации организаторам

В качестве неизвестной жидкости лучше всего использовать концентрированный раствор поваренной соли или сахарного сиропа с плотностью 1 100 – 1 200 кг/м^3. Жидкость можно слегка подкрасить зеленкой или медным купоросом.

Возможное решение (Замятнин М.). Найдем массу m пустого шприца. Для этого уравновесим его на линейке, которую будем использовать одновременно в качестве рычага и противовеса. Измеряем расстояние l_1 от точки подвеса системы точки подвеса шприца. Затем заполняем шприц водой (добавляя массу воды $m_в$), уравновешиваем его на линейке (не изменяя расстояние от точки подвеса системы до центра тяжести линейки) и измеряем новое расстояние l_2 от него до точки подвеса системы. Решая систему уравнений, находим массу шприца $m = m_в \frac{l_2}{l_1 - l_2}$. Заполнив шприц неизвестной жидкостью до объема V, вновь добиваемся равновесия (измеряем плечо l_3) и рассчитываем плотность жидкости $\rho_x = \frac{m}{V}\frac{l_1 - l_3}{l_3}$. Определение плотности шприца осложняется тем, что он плавает в воде и вытесненные объемы точно измерить нечем. Но можно либо добиться безразличного плавания шприца в полностью погруженном состоянии в воде, отливая из него часть неизвестной жидкости обратно в стаканчик, либо можно провести гидростатическое взвешивание шприца заполненного неизвестной жидкостью в колбе с водой. И тот и другой способ позволяют найти среднюю плотность шприца.

Критерии оценивания

1) Определена масса шприца		**2 балла**
2) Метод определения плотности неизвестной жидкости		**2 балла**
3) Результаты измерений и воспроизводимость (например, таблица)		**2 балла**
4) Найдена плотность неизвестной жидкости		**2 балла**
отличие менее чем на 10%	2 балла	
отличие менее чем на 15%	1 балл	
5) Метод определения плотности шприца		**3 балла**
6) Результаты измерений и воспроизводимость (например, таблица)		**2 балла**
7) Найдена средняя плотность материала шприца		**2 балла**
отличие менее чем на 10%	2 балла	
отличие менее чем на 15%	1 балл	

Задание 9.2. Что внутри? Внутри «серого» ящика находится идеальный источник с подключенным последовательно к нему резистором (рис. 1). Определите $I_{кз}$ – ток короткого замыкания серого ящика.

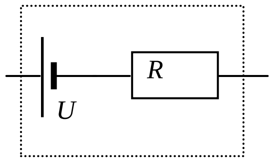


Рис. 1

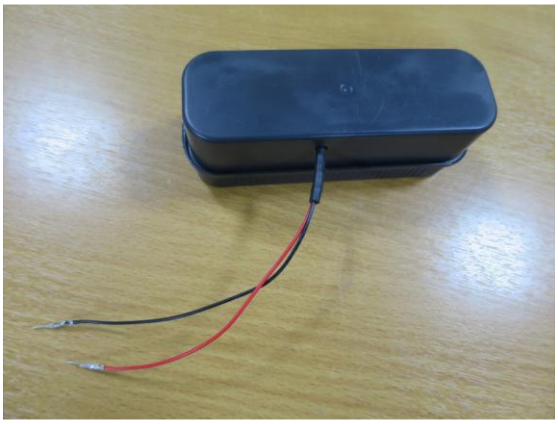
Примечание. Коротким замыканием будем называть соединение между собой выводов серого ящика.

Приборы и оборудование: два одинаковых мультиметра (режим амперметра отключен), «серый» ящик с двумя выходами.

Примечание. Погрешность мультиметра считать равной 1% от значения измеряемой величины + 1 единица последнего разряда.

Рекомендации организаторам

- Выдавайте участникам олимпиады одинаковые мультиметры (типа м838В, м830, м832, м838) из которых **обязательно!!!!** вынуть предохранители, для исключения их использования в режиме амперметра.



- Внутри черного ящика помещается батарейка типа «Крона» с колодкой, к которой последовательно подключается резистор с сопротивлением 1,50 МОм (следует отбраковать из партии резисторы с номиналами, отличающимися более чем на 2%).
- выводы из черного ящика целесообразно снабдить разъемами типа «крокодил».

Возможное решение (Шеронов А.). Для определения тока короткого замыкания необходимо определить напряжение U источника и сопротивление R резистора, находящихся внутри «серого» ящика.

К выводам ящика подключаем вольтметр и снимаем его показание U_1 = 3,60 В. Для получения дополнительной информации необходимо провести еще измерения, например, подключив два вольтметра, соединенных последовательно. В этом случае они показывают по U_2 = 2,57 В. Сумма показаний вольтметров не совпадает с U_1. Это наводит на мысль, что сопротивление внутри ящика сравнимо по величине с сопротивлением вольтметра.

Сопротивление вольтметра в режиме 20 В измеряется непосредственно вторым мультиметром, включенным в режим мегаомметра. Оно составляет R_V = 1,00 МОм.

Теоретические зависимости напряжений на одном и двух включенных последовательно вольтметрах имеют вид: $U_1 = \dfrac{UR_V}{R+R_V}$, и $U_2 = \dfrac{UR_V}{R+2R_V}$. Решая систему относительно U и R, получим: $U = \dfrac{U_1U_2}{U_1-U_2}$ = 9,0 В и $R = R_V\dfrac{2U_2-U_1}{U_1-U_2}$ = 1,5 МОм.

К аналогичным значениям могут привести измерения, сделанные двумя вольтметрами, соединенными параллельно, в этом случае их показания составляют по U_3 = 2,25 В.

Ток короткого замыкания равен $I_{кз} = \dfrac{U}{R} = 6$ мкА.

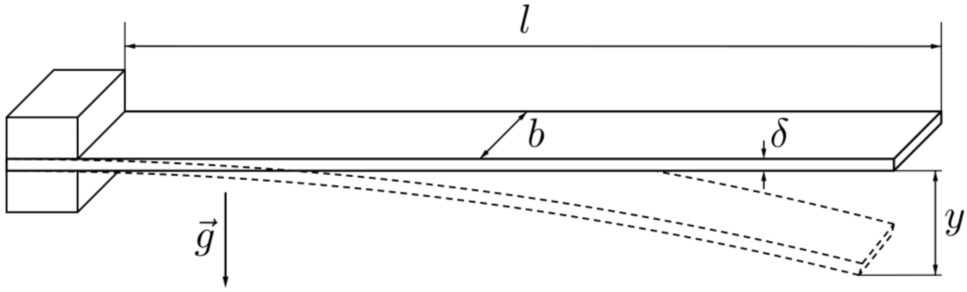
Следует обратить внимание, что при измерении больших сопротивлений необходимо избегать соприкосновения пальцев рук с электрическими контактами приборов, так как сопротивление тела человека меньше или сравнимо с 1 МОм и может внести существенное искажение в измеряемую величину.

Критерии оценивания

1)	Измерение напряжения U_1 одним вольтметром			**1 балл**
2)	Измерение напряжения U_2 или U_3 двумя вольтметрами			**2 балл**
3)	Измерение омметром сопротивления вольтметра в режиме 20 В			**2 балл**
4)	Получена теоретическая зависимость для R			**2 балла**
5)	Получена теоретическая зависимость для U			**2 балла**
6)	Вычислено напряжение U	±5%		**2 балла**
		±10%	1 балл	
7)	Вычислено сопротивление R	±5%		**2 балла**
		±10%	1 балл	
8)	Определён ток короткого замыкания			**1 балл**
9)	Оценена погрешность измеренных величин (по 1 баллу за каждую)			**1 балл**

Задание 10.1. Анизотропия. Анизотропией называется различие свойств среды (например: упругости, электропроводности, теплопроводности, скорости звука, показателя преломления света и др.) в различных направлениях внутри этой среды.

Теоретическое введение. Максимальное смещение y (так называемая стрела прогиба) конца тонкой горизонтальной планки длиной ℓ под влиянием собственного веса можно определить по формуле: $y = \beta E^k \rho^r b^s \delta^t g^h \ell^f$, (*)



где k, r, s, h, f – некоторые **целые** числа, β = 3/2 – безразмерный коэффициент, t = – 2, E – модуль Юнга, ρ – плотность материала планки, δ – толщина, b – ширина планки, g – ускорение свободного падения.

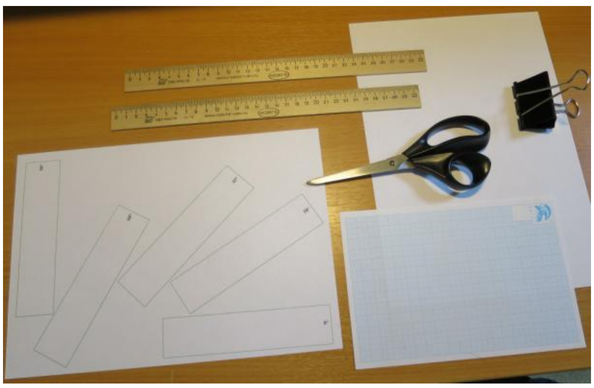
Отметим, что формула (1) справедлива при условии малости прогиба y ($y < 0{,}5\ell$).

Модуль Юнга – одна из характеристик твердого тела, определяющая его упругие свойства. По закону Гука относительная деформация ε стержня под действием силы F, приложенной перпендикулярно плоскости его поперечного сечения площадью S, равна:

$$\varepsilon = \Delta\ell/\ell = F/ES.$$

Для анизотропных тел модуль Юнга, может зависеть от направления.

Приборы и оборудование. Лист бумаги формата А4 с изображением пяти полосок на каждой из которых указан угол φ её ориентации, относительно длинной стороны листа); чистый лист бумаги формата А4, две деревянные линейки длиной 25 – 30 см; миллиметровая бумага формата А4 (2 листа); канцелярская клипса (48 мм), ножницы.



Примечание. Масса листа бумаги формата А4 составляет m = 5,0 г, а его толщина δ = 0,10 мм.

Задание (практическая часть). В работе нужно исследовать, зависит ли значение модуля Юнга от ориентации бумажной полоски относительно листа бумаги формата А4 из которого она вырезана.

1. С помощью чистого листа А4 исследуйте зависимость $y \sim b^s$ (напомним, что s – целое число). Приведите рисунок, поясняющий, как вы проводите данную часть эксперимента.

2. Руководствуясь экспериментальными результатами и методом размерностей определите показатели степеней в формуле (1).

Примечание: при малых деформациях полоски бумаги $y \sim F$, где F – сила, приложенная к полоске.

3. Аккуратно вырежьте из выданного листа бумаги полоски (угол их ориентации относительно длинной стороны листа указан на самих полосках). *Полоски нельзя гнуть, мять, т.к. в противном случае вы можете сильно исказить результаты эксперимента.*

4. Для каждой полоски, закреплённой с помощью клипсы на краю стола, снимите зависимость стрелы прогиба y от длины ℓ выступающей за край стола части (рис. 2). Выполните измерения для 5 – 6 различных значений ℓ.

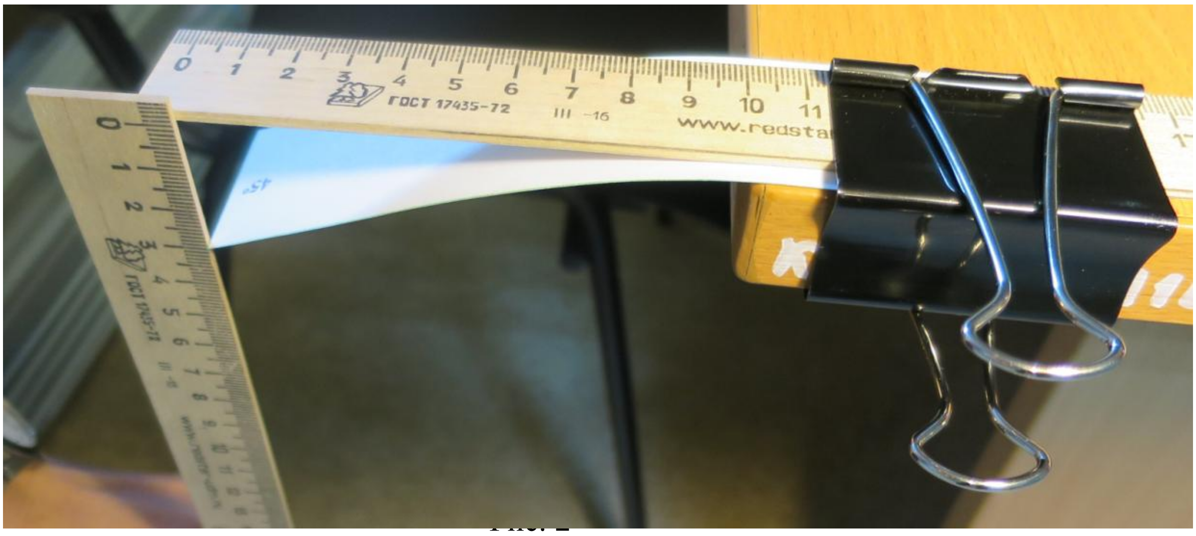


Рис. 2

5. Для каждой полоски постройте график $y(\ell^f)$ и из него определите значение модуля Юнга $E(\varphi)$.

6. Постройте график зависимости модуля Юнга от угла φ. Для каждого значения модуля Юнга изобразите «крест ошибок».

7. Сделайте вывод, наблюдается ли анизотропия модуля Юнга.

Рекомендации организаторам

Трафарет из прикреплённого файла необходимо распечатать на офисной бумаге формата А4. Каждый участник получает два таких листа (один из них – запасной).

Канцелярские клипсы размером 48 мм подбирались для возможности их крепления на столе со столешницей толщиной 22 мм.

Возможное решение

1. На чистом листе бумаги делаем прорези, которые делят его на полоски разной ширины (рис. 3). Убеждаемся, что в пределах погрешности (связанной с неоднородностью бумаги) стрела прогиба не зависит от ширины полосок, следовательно, в формуле (*) показатель степени $s = 0$.

2. Так как $y \sim F$, а $F \sim g$, то $h = 1$. Тогда, руководствуясь соображениями размерности, получаем:

$$y = 3\rho g\ell^4/2E\delta^2.$$

В координатах (y, ℓ^4) график зависимости должен быть прямой линией.

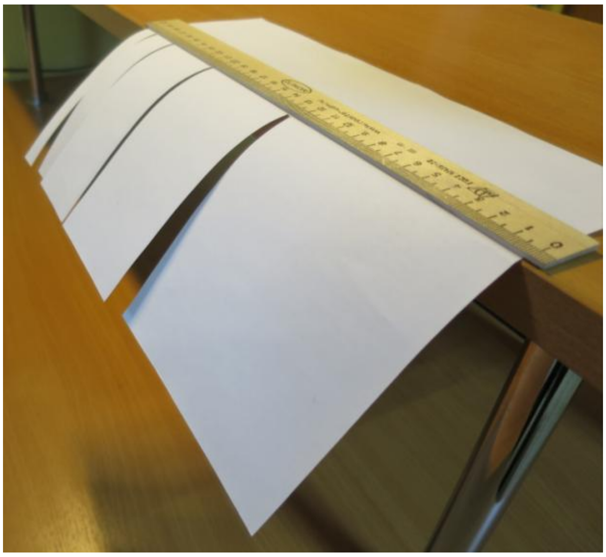


Рис. 3

3. Снимаем зависимость $y(\ell)$. Строим линеаризованные графики $y(\ell^4)$ для каждой из полосок.

4. Строим график зависимости модуля Юнга от угла φ.

5. Из графика следует, что $E(0) - E(\varphi) > \sigma(E)$, где $\sigma(E)$ – погрешность измерения. Делаем вывод, что для модуля юнга E существует анизотропия.

Примечание. Анизотропию бумаги можно пронаблюдать непосредственно (рис. 4).

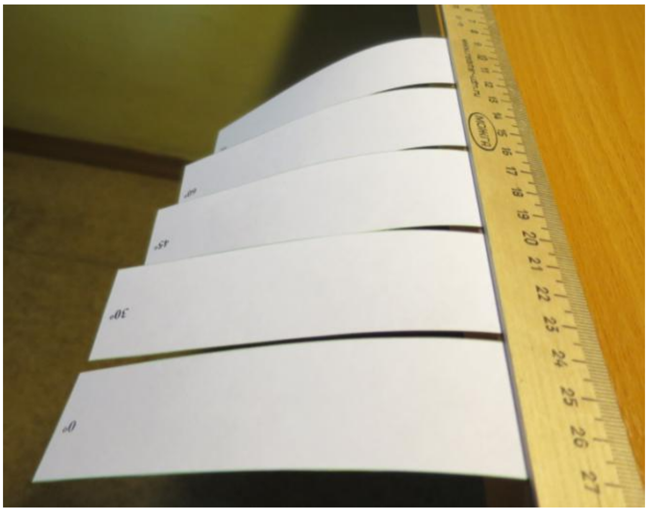


Рис. 4

Критерии оценивания

1) Исследована зависимость *y(b)* и установлено что s = 0 **2 балла**
2) Методом размерностей получено что $y \sim \ell^4$ **2 балла**
3) Снята зависимость $y(\ell)$ **3 балла**
   - для каждой полоски снято 5 и более точек – 3 балла
   - если число точек 3 – 4, то – 1 балл
   - если число точек 1 – 2, то – 0 баллов
4) Построены линеаризованные графики для каждой зависимости $y(\ell)$ **5 баллов**
   (по 1 баллу за каждую зависимость для полоски с соответствующим углом φ)
5) Построен график зависимости $E(\varphi)$ **1 балла**
6) Посчитаны погрешности измерений **1 балл**
7) Сделан вывод о существовании анизотропии модуля Юнга **1 балл**
   (без ссылки на то, что $E(0) - E(\varphi) > \sigma(E)$, этот балл не ставится).

Задание 10.2. Что внутри? Внутри «серого» ящика находится идеальный источник с подключённым последовательно к нему резистором (рис. 1).

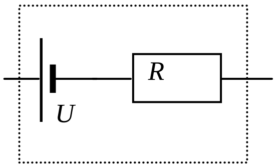


Рис. 1

1) Определите напряжение U идеального источника и сопротивление R резистора, находящихся внутри ящика.

2) Используя в качестве источника напряжения один из мультиметров, включённый в режиме омметра (в диапазоне 2000 кОм), определите напряжение этого источника U_0 и сопротивление r_0 последовательно соединённого с ним резистора (резистор находится внутри мультиметра).

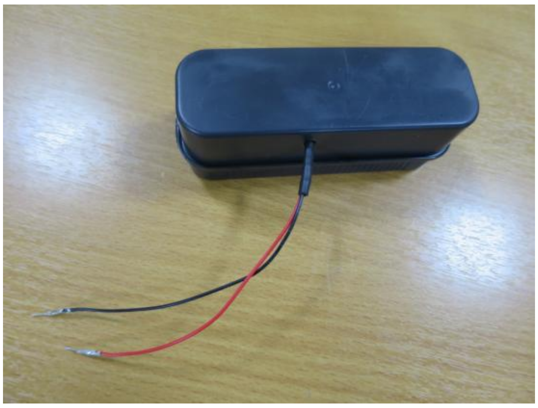
Примечания. Эквивалентная схема мультиметра, используемого в качестве источника напряжения, полностью аналогична схеме чёрного ящика, приведенной на рис. 1.

Погрешность мультиметра считать равной 1% от значения измеряемой величины + 1 единица последнего разряда.

Приборы и оборудование*:* два одинаковых мультиметра (режим амперметра отключён), «серый» ящик с двумя выходами.

Рекомендации организаторам

- выдавать одинаковые мультиметры (типа м838В, м830, м832, м838) из которых **обязательно!!!!** вынуть предохранители, для исключения их использования в режиме амперметра.
- внутри черного ящика помещается батарейка типа «Крона» с колодкой, к которой последовательно подключается резистор с сопротивлением 1,50 МОм (следует отбраковать из партии резисторы с номиналами, отличающимися более чем на 2%).
- выводы из черного ящика целесообразно снабдить разъемами типа «крокодил».



Возможное решение.

К выводам ящика подключаем вольтметр и снимаем его показания U_1=3,60 В. Для получения дополнительной информации необходимо провести еще измерения, например, подключив два вольтметра, соединенных последовательно. В этом случае они показывают по U_2 = 2,57 В. Сумма показаний вольтметров не совпадает с U_1. Это наводит на мысль, что сопротивление внутри ящика сравнимо по величине с сопротивлением вольтметра.

Сопротивление вольтметра в режиме 20 В измеряется непосредственно вторым мультиметром, включенным в режим мегаомметра. Оно составляет R_V = 1,00 МОм.

Теоретические зависимости напряжений на одном и двух включенных последовательно вольтметрах имеют вид: $U_1 = U\dfrac{R_V}{R+R_V}$, и $U_2 = U\dfrac{R_V}{R+2R_V}$. Решая систему относительно U и R, получим: $U = \dfrac{U_1U_2}{U_1-U_2}$ = 9,0 В и $R = R_V\dfrac{2U_2-U_1}{U_1-U_2}$ = 1,5 МОм. К аналогичным значениям могут привести измерения, сделанные двумя вольтметрами, соединенными параллельно, в этом случае их показания составляют по U_3 = 2,25 В.

Если вольтметр подключить к омметру непосредственно (рис. 2), то он покажет напряжение U_4, равное

$$U_4 = \frac{U_0R_V}{R_V+r_0} \approx 1{,}3\ \text{В} \qquad (1)$$

Если собрать последовательную цепь, состоящую из омметра, серого ящика и вольтметра, таким образом, чтобы напряжения серого ящика и омметра складывались (рис. 3), то вольтметр покажет напряжение U_5, равное

$$U_5 = \frac{(U+U_0)R_V}{R_V+r_0+R} \approx 3{,}3\ \text{В} \qquad (2)$$

Решая систему уравнений (1), (2), получаем:

$$r_0 = \frac{R_V\left(U_4 + U\right) - U_5\left(R + R_V\right)}{U_5 - U_4} \approx \text{ 1 мОм.}$$

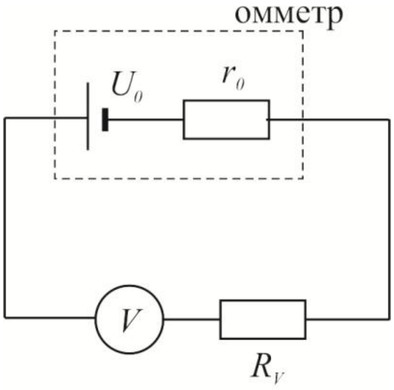


рис. 2

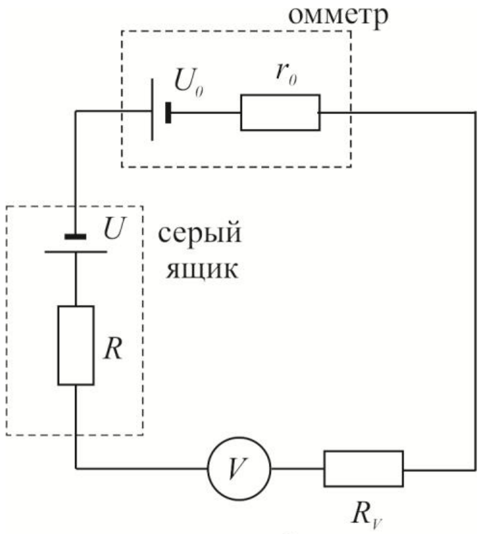


рис. 3

Подставляя найденное значение r_0 в (1), получим:

$$U_0 = U_4\left(1 + \frac{r_0}{R_V}\right) \approx \text{ 2,6 В.}$$

Следует обратить внимание на то, что при измерении больших сопротивлений необходимо избегать соприкосновения пальцев рук с электрическими контактами приборов, так как сопротивление тела человека меньше или сравнимо с 1 МОм и может внести существенное искажение в измеряемую величину. В этом случае за оценку погрешности баллы не ставятся.

Критерии оценивания

1)	Измерение напряжения U_1 одним вольтметром			**1 балл**
2)	Измерение напряжения U_2 или U_3 двумя вольтметрами			**1 балл**
3)	Измерение омметром сопротивления вольтметра в режиме 20 В			**1 балл**
4)	Получена теоретическая зависимость для R			**1 балл**
5)	Получена теоретическая зависимость для U			**1 балл**
6)	Вычислено напряжение U	±2%		**1 балл**
		±5%	0,5 балла	
7)	Вычислено сопротивление R ±2%			**1 балл**
		±5%	0,5 балла	
8)	Предложена методика измерения напряжения U_0 и сопротивления r_0			**2 балла**
9)	Вычислено сопротивление r_0			**2 балла**
10)	Вычислено напряжение U_0			**2 балла**
11)	Оценена погрешность измеренных величин (U, r, U_0, r_0) (по 0,5 балла за каждую)			**2 балла**