# РЕГИОНАЛЬНЫЙ ЭТАП

## МОСКОВСКАЯ ОБЛАСТЬ

**2014/2015 учебный год**

**Региональная олимпиада школьников по физике. 17.01.2015. Московская область.**

# ОЛИМПИАДА имени МАКСВЕЛЛА

## 7 класс

### Задача 1. Скорость света

Экспериментатор Глюк исследовал движение солнечного зайчика, который изначально покоился, затем с постоянной скоростью перемещался вдоль прямой, а в конце пути опять замер. Глюк раз в минуту записывал в таблицу координату зайчика. Правда, несколько раз он отвлекался и пропустил несколько измерений (в таблице прочерки).

| $t$, мин | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x$, м | 0 | 0 | - | 7 | - | - | - | 47 | - | - | 50 |

Помогите экспериментатору определить, в какой момент зайчик начал движение. С какой скоростью зайчик перемещался? Как долго он перемещался? Кроме этого, заполните пропуски в таблице.

### Задача 2. Который путь длиннее?

Первую треть пути автомобиль ехал со скоростью $\upsilon_1$, а последнюю треть времени – со скоростью $\upsilon_3$. На втором участке пути его скорость равнялась средней скорости движения на всём пути. Известно, что $\upsilon_1 > \upsilon_3$.

Какой из участков самый короткий, а какой самый длинный?

На каком участке автомобиль находился дольше всего, а на каком – меньше всего?

### Задача 3. Коробка с сахаром (1)

Кубики сахара-рафинада плотно упакованы в коробку, на которой написано: «Масса нетто ($m$) = 500 г, 168 штук». Длина самого длинного ребра коробки $c$ = 98 мм. Вдоль самого короткого ребра коробки укладывается ровно 4 кусочка сахара. Чему равна плотность $\rho$ сахара-рафинада?

***Примечание***: «нетто» это масса продукта без учёта массы упаковки (тары).

### Задача 4. С одним велосипедом

Группа туристов из 3 человек направилась из пункта $A$ в пункт $Б$, расстояние между которыми $L$ = 22 км. Попутных машин нет ☹. В распоряжении группы есть один велосипед, на котором одновременно могут ехать не больше 2-х человек. Скорость движения пешим ходом составляет $\upsilon_0$ = 5 км/час, при езде на велосипеде одного человека его скорость $\upsilon_1$ = 20 км/час, а при езде вдвоем – $\upsilon_2$ = 15 км/час. Как должны действовать туристы, чтобы за минимальное время добраться до пункта $Б$? Найдите это время.

**Региональная олимпиада школьников по физике. 17.01.2015. Московская область.**

## 8 класс

### Задача 1. Равновесие

Планка массой $m$ и два одинаковых груза массой $2m$ каждый с помощью лёгких нитей прикреплены к двум блокам (рис. 1). Система находятся в равновесии. Определите силы натяжения нитей и силы, с которыми подставка действует на грузы. Трения в осях блоков нет.

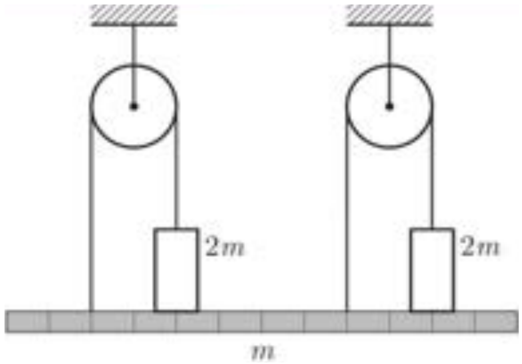
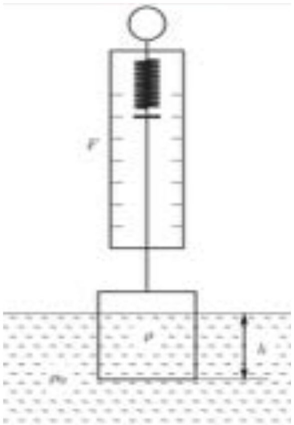



Рис. 1

### Задача 2. Неизвестное в неизвестном



Экспериментатор Глюк проводил опыт по погружению кубика изготовленного из неизвестного материала в жидкость неизвестной плотности (рис. 2). В таблицу он занёс показания динамометра, соответствующие различным глубинам погружения кубика. Некоторые значения силы он забыл и не стал их вносить в таблицу.

| $h$, см | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $F$, Н | 8,74 | 8.09 | | | | | 4,84 | 4,19 | 3,93 | 3,93 |

Рис. 2

По результатам измерений определите плотность кубика и плотность жидкости.

### Задача 3. Коробка с сахаром (2)

Кубики сахара-рафинада плотно упакованы в коробку, на которой написано: «Масса нетто ($m$) = 500 г, 168 штук». Протяженность самого длинного ребра коробки $c$ = 112 мм. Вдоль самого короткого ребра коробочки укладывается ровно 3 кусочка сахара. Чему равна плотность сахара-рафинада?

***Примечание***: 1) Нетто – масса продукта без учёта массы упаковки (тары).

2) Достоверно известно, что плотность сахара-рафинада не превышает $4 \cdot 10^3$ кг/м$^3$.

### Задача 4. Лёд на чашке весов

В одной чашке на равноплечных весах лежит кусок льда, который уравновешен гирей массой 1 кг, находящейся в другой чашке. Когда лед растаял, равновесие нарушилось. Груз какой массы и на какую чашку следует добавить, чтобы восстановить равновесие?

**Региональная олимпиада школьников по физике. 17.01.2015. Московская область.**

**Справочные данные (могут понадобиться для любой из задач!!!)**

Ускорение свободного падения $g$ = 9,8 м/с$^2$.

Плотность дерева (сосны) $\rho_Д$ = 400 кг/м$^3$

Плотность воздуха $\rho_0$ = 1,3 кг/м$^3$.

Плотность воды $\rho_В$ = 1000 кг/м$^3$.

Плотность льда $\rho_Л$ = 917 кг/м$^3$.

# Возможные решения
## 7 класс

**Задача 1. (Замятнин М.).** Из-за редких измерений из таблицы сразу не ясно, в какой момент зайчик начал движение, а в какой – остановился. Можно построить график зависимости координаты от времени и по нему найти время $t$ движения. По коэффициенту наклона графика найдём скорость движения зайчика: $\upsilon$ = 10 м/мин. Разделив перемещение $x$ = 50 м на скорость $\upsilon$, найдём полное время движения $t_0$ = 5 мин. Время начала движения можно определить по перемещению за 3-ю минуту. Оно составляет 7 метров, следовательно, зайчик двигался 0,7 мин. Время старта 2,3 мин от начала измерений. На месте пропусков должны быть числа 0 м, 17 м, 27 м, 37 м, 50 м и 50 м соответственно.

*Примерные критерии оценивания*

Найдена скорость движения зайчика........................................................................3 балла
Найдено время движения зайчика............................................................................2 балла
Найдено время начала движения..............................................................................2 балла
Заполнены пропуски в таблице (по 0,5 балла за точку)..................................................3 балла

**Задача 2. (Слободянин В.).** Поскольку $\upsilon_1 > \upsilon_3$, то $\upsilon_{ср}$ справедливо неравенство

$$\upsilon_1 > \upsilon \quad = \upsilon \quad > \upsilon \qquad \text{.........................................................(1)}$$

Учитывая, что $T_1 + T_2 + T_3 = T$, получим

$$T_1 < T_3 < T_2 \qquad \text{.........................................................(2)}$$

На первом участке $\frac{S}{3} = \upsilon_1 T_1$. Следовательно $S > 3\upsilon_{ср} T_1$, откуда $T_1 < \frac{S}{3\upsilon_{ср}} = \frac{T}{3} = T_3$.

На третьем участке $S_3 = \upsilon_3 \frac{T}{3} < \upsilon \quad \frac{T}{3} = \frac{S}{3} = S$, и $S_1 + S_2 + S_3 = S$, откуда следует:

$$S_3 < S_1 < S_2 \,. \qquad \text{.........................................................(3)}$$

*Альтернативное решение*. По условию на втором участке

$$\upsilon_{ср} = \frac{S_2}{T_2} = \frac{S - \frac{S}{3} - T_3\upsilon_3}{T - \frac{S}{3\upsilon_1} - \frac{T}{3}}.$$

Поделим числитель и знаменатель на $T$ и приведём подобные. В результате получим:

$$\upsilon_{ср} = \sqrt{\upsilon_1 \upsilon_3}.$$

Теперь несложно получить неравенства на перемещения и время движения.

*Примерные критерии оценивания*

Написано неравенство для скоростей или $\upsilon_{ср}$ выражена через $\upsilon_1$ и $\upsilon_3$ ..........................2 балла

Написано неравенство для времён движения на соответствующих участках
(по два балла за неравенство) ..........................................................................................4 балла

Написано неравенство для длин соответствующих участков
(по два балла за неравенство) ..........................................................................................4 балла

**Задача 3. (Кармазин С.).** Так как в коробке уложено 4 слоя кусочков сахара, то в одном слое их 42 штуки ($n$ = 168/4 = 42). Число 42 можно разложить на простые множители: 42 = 2·3·7. Следовательно, один слой может иметь размеры 21·2 кусочка, 14·3 кусочка или 7·6 кусочков. Первые два варианта противоречат условию, так как тогда вдоль самого короткого ребра укладывалось бы 2 или 3 кусочка. Таким образом, вдоль длинного ребра укладывается 7 кусочков и, соответственно, размер ребра кубика сахара равен

$$a = c/7 = 98 \text{ мм}/7 = 14 \text{ мм}.$$

Общий объем сахара равен

$V$ = 14 мм·14 мм ·14 мм·168 штук ≈ 460992 мм$^3$ ≈ 0,461·10$^{-3}$ м$^3$.

Плотность сахара $\rho = m/V$ = 0,5/(0,461·10$^{-3}$) ≈ 1085 кг/м$^3$.

*Примерные критерии оценивания*

Найдено число кусков в слое ..........................................................................................1 балла

Возможные длины сторон слоя выражены в кусках сахара ..........................................3 балла

Показано что длины сторон слоя в кусках сахара равны 7 и 6 штук...............................1 балл

Длина ребра куска сахара выражена в мм .......................................................................2 балла

Найден объем куска сахара в мм$^3$ или м$^3$ ......................................................................2 балла

Найдена плотность сахара ..................................................................................................1 балл

**Задача 4. (Варламов С.).** Время путешествия будет минимальным, если все туристы одновременно прибудут в пункт назначения, а велосипед всё время будет задействован: в сторону от $А$ к Б на нём будут ехать двое, а от $Б$ к $А$ – один).

Пусть два туриста на велосипеде проехали расстояние $x$. На это им потребовалось время $t_2 = x/\upsilon_2$. Затем один из них до пункта $Б$ шёл пешком (и прошёл расстояние $L - x$ за некоторое время $t_0$), а другой – поехал обратно навстречу своему товарищу, который из $А$ шёл пешком. Пусть на обратную дорогу он потратил время $\tau$. Если они встретятся от пункта $А$ на расстоянии $y = L - x$, то далее проедут на велосипеде расстояние $x$ и прибудут в пункт $Б$ одновременно со спешившимся туристом!

Запишем эти условия на языке формул.

$$\upsilon_0\left(t_2 + \tau\right) = L - x \quad (1)$$

За время $t_2$ пеший турист прошёл расстояние $x_1 = \upsilon_0 t_2 = x\dfrac{\upsilon_0}{\upsilon_2}$. Следовательно, велосипедист проедет обратно, до встречи со своим товарищем, расстояние $l = x - x_1$ за время $\tau = \dfrac{x - x_1}{\upsilon_0 + \upsilon_1} = \dfrac{\upsilon_2 - \upsilon_0}{\upsilon_2}\dfrac{x}{\upsilon_0 + \upsilon_1}$

Подставим в формулу (1) времена $t_2$ и $\tau$.

$$\upsilon_0\left(\frac{x}{\upsilon_2} + \frac{\upsilon_2 - \upsilon_0}{\upsilon_2}\frac{x}{\upsilon_0 + \upsilon_1}\right) = L - x.$$

Разрешив это уравнение относительно $x$ и подставив числовые значения скоростей и расстояния $L$, получим: $x = 15$ км.

Теперь найдём время $t_2 = \dfrac{x}{\upsilon_2} = 1$ час. Расстояние $L - x = 7$ км. Откуда $t_0 = \dfrac{L - x}{\upsilon_0} = 1{,}4$ часа. Таким образом, всё время путешествия $T = t_2 + t_0 = 2{,}4$ часа.

*Примерные критерии оценивания*

Предложена идея нахождения минимума времени путешествия ................................3 балла
Конкретизация этой идеи ($y = L - x$) ..........................................................................1 балл
За формулу (1) или её аналога.......................................................................................1 балл
Найдено время $\tau$ перемещения велосипедиста в направлении от *Б* к *А*.........................1 балл
Решена система уравнений и найдено расстояние $x$ ....................................................3 балла
Найдено время $T$ всего путешествия ...........................................................................1 балл

## 8 класс

**Задача 1. (Замятнин М.).** Наиболее простое решение получится, если систему, состоящую из блоков, грузов и подставки, рассматривать как единое целое.

Применим для неё правило моментов относительно точек $O_1$ и $O_2$, лежащих на линии действия сил натяжения нитей за которые подвешены блоки (рис. 1):

Относительно точки $O_2$: $T_3 \cdot 6x - 2mg \cdot 5x - mg \cdot 3x + 2mg \cdot x = 0,$ (1)

Относительно точки $O_1$: $2mg \cdot x + mg \cdot 3x + 2mg \cdot 7x - T_4 \cdot 6x = 0.$ (2)

Из уравнения (1) следует $T_3 = \frac{11}{6} mg$, а из уравнения (2), соответственно, $T_4 = \frac{19}{6} mg$.

Сила натяжения нити, удерживающая левый груз, равна $T_1 = \frac{T_3}{2} = \frac{11}{12} mg$. Аналогично, сила натяжения нити, удерживающая правый груз, равна $T_2 = \frac{T_4}{2} = \frac{19}{12} mg$. Из условия равновесия левого груза найдём силу, с которой на него действует подставка:

$$N_1 = 2mg - T_1 = \frac{13}{12} mg.$$

Аналогично для правого груза

$$N_2 = 2mg - T_2 = \frac{5}{12} mg.$$

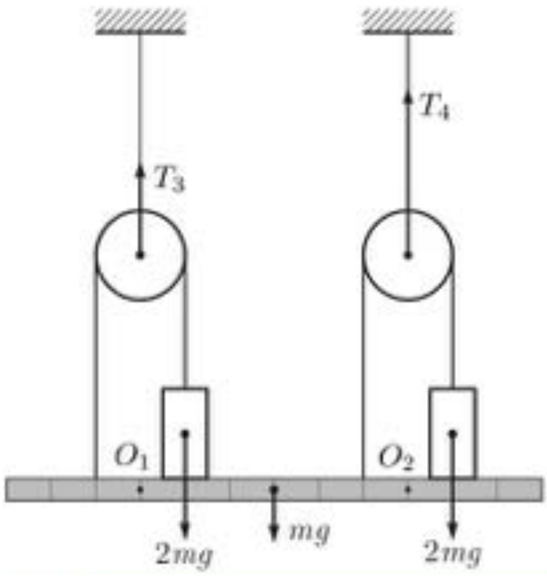



рис. 1

*Примерные критерии оценивания*

Записано правило моментов для системы (или для грузов и планки)..........................2 балла

Найдены силы натяжения нитей (по 2 балла за каждую) .............................................4 балла

Записано условие равновесия грузов (по 1 баллу за каждое) .......................................2 балла

Найдены силы реакции опоры (по 1 баллу за каждую) ................................................2 балла

**Задача 2. (Замятнин М.).** Так как показания динамометра перестают изменяться при погружении кубика на 7,4 см, то длина его ребра равна $a$ = 7,4 см. Это позволяет найти плотность материала из которого изготовлен кубик:

$$\rho = \frac{F(0)}{ga^3} \approx 2{,}2 \text{ г/см}^3.$$

По мере погружения кубика в жидкость сила Архимеда будет возрастать, а показания динамометра уменьшаются. Это будет продолжаться до тех пор, пока кубик полностью не погрузится в жидкость. Максимальная сила Архимеда

$$F_А = F(7,4) - F(0) \approx 4,06 \text{ Н}$$

действует на весь объем кубика. Следовательно, плотность жидкости

$$c \approx 1{,}21 \text{ г/см}^3.$$

*Примерные критерии оценивания*

Найдена сторона кубика..............................................................................................2 балла

Получена формула связывающая силу объем и плотность ..........................................2 балла

Определена плотность кубика .....................................................................................2 балла

Записана формула для силы Архимеда.........................................................................2 балла

Определена плотность жидкости ..................................................................................2 балла

**Задача 3. (Кармазин С.).** Так как в коробочке уложено 3 слоя кусочков сахара, то в одном слое n = 168/3 = 56 кусочков. Число 56 можно разложить на простые множители:
$56 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 7$. Следовательно, один слой может иметь размеры $28 \cdot 2$ кусочка, $14 \cdot 4$ кусочка или $7 \cdot 8$ кусочков. Первый вариант противоречат условию, так как тогда вдоль самого короткого ребра помещалось бы 2 кусочка. Таким образом, вдоль длинного ребра можно положить либо 14, либо 8 кусочков и, соответственно, размер ребра кубика сахара равен либо $a_1$ = 112мм/14 = 8 мм, либо $a_2$ = 112мм/8 = 14 мм.

В первом случае:

Общий объем сахара равен $V_1$ = 8 мм · 8 мм · 8 мм · 168 штук = 8 6016 мм$^3$ ≈ 86 см$^3$.

Плотность сахара равна $\rho_1 = m/V_1$ = 500 г/86 см$^3$ = 5,8 г/см$^3$ = 5 800 кг/м$^3$. Такая плотность противоречит условию.

Во втором случае:

Общий объем сахара равен

$V_2$ = 14 мм · 14 мм · 14 мм · 168 штук = 460 992 мм$^3$ ≈ 461 см$^3$.

Плотность сахара равна $\rho_2 = m/V_2$ = 500 г/461 см$^3$ ≈ 1,08 г/см$^3$ = 1 080 кг/м$^3$ .

*Примерные критерии оценивания*

Найдено число кусков в слое........................................................................................1 балл

Возможные длины сторон слоя выражены в кусках сахара (по баллу за случай)........3 балла

Показано, что возможны два варианта раскладки кусочков сахара ...............................1 балл

Для каждого случая длина ребра куска сахара выражена в мм (или см или м) ............1 балл

Для каждого случая найден объем куска сахара в мм$^3$ (или см$^3$ или м$^3$) .......................1 балл

Для каждого случая найдена плотность сахара ...........................................................2 балла

Дан числовой ответ .........................................................................................................1 балл

**Задача 4. (Осин М.).** На тела со стороны окружающего воздуха действует сила Архимеда. Обычно по сравнение с весом тел она ничтожна и её не учитывают. В нашем случае это не так. Пусть $m$ – масса льда. Его объем $V_Л = \frac{m}{\rho_Л}$. После плавления льда он превратится в воду. Её объем будет $V_В = \frac{m}{\rho_В}$. Из-за уменьшения объема льда уменьшится и сива Архимеда $\Delta F_A = \rho_0 g\left(\frac{m}{\rho_Л} - \frac{m}{\rho_В}\right)$, поэтому чашка с водой опустится в низ (равновесие нарушится). Чтобы восстановить равновесие на чашку с гирей следует добавить груз массой $\Delta m = \frac{\Delta F_A}{g} = \rho_0\left(\frac{m}{\rho_Л} - \frac{m}{\rho_В}\right)$. Поскольку сила Архимеда мала по сравнению с весом льда или гири, можно считать, что $m \approx m_1$. Отсюда $\Delta m = m\left(\frac{\rho_0}{\rho_Л} - \frac{\rho_0}{\rho_В}\right) \approx$ 0,12 г.

*Примерные критерии оценивания*

Указано, что изменение показаний весов связано с изменением силы Архимеда .......2 балла

Указано, на какую чашку следует положить гирьку ......................................................1 балл

Найден объем льда ..........................................................................................................1 балл

Найден объем воды...........................................................................................................1 балл

Найдено изменение сила Архимеда................................................................................3 балла

Найдена масса гирьки .....................................................................................................2 балла

# РЕГИОНАЛЬНАЯ ОЛИМПИАДА

## 9 класс

### Задача 1. Постоянная планка

В системе (рис.1) найдите величины сил, с которыми грузы действуют на однородную планку. При каких значениях массы $M$ возможно равновесие грузов на планке? Нити и блоки невесомы. Трения нет. Масса $m$ известна.

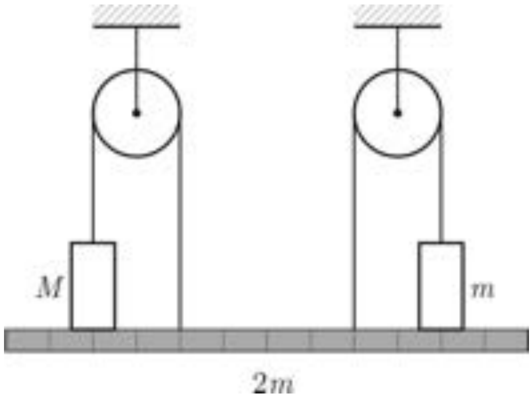



рис. 1

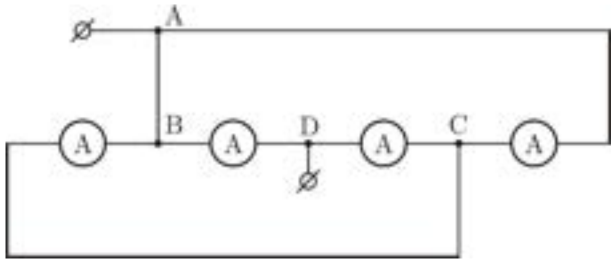



рис. 2

### Задача 2. Карлсон уже не тот

Однажды у Карлсона заглох моторчик, и он начал падать вертикально вниз с постоянной скоростью $v_1$ = 6 м/с. После ремонта моторчик стал развивать постоянную силу тяги. Из-за этого, при вертикальном подъеме Карлсон выходил на скорость $v_2$ = 3 м/с. С какой постоянной скоростью он двигался в горизонтальном полете? Считать силу сопротивления воздуха пропорциональной квадрату скорости. Карлсон, будучи в меру упитанным, одинаково обтекаем во всех направлениях.

### Задача 3. Амперметры

Из четырёх одинаковых амперметров собрали цепь (рис. 2), которую подключили к источнику с небольшим напряжением. Определите силу тока, текущего через перемычку АВ (сопротивление перемычки и соединительных проводов много меньше сопротивления амперметра), если сумма показаний всех амперметров $I_0 = 49$ мА.

### Задача 4. Полёт камня

Величина скорости камня, брошенного с горизонтальной плоскости под углом к горизонту, через время $\tau = 0{,}5$ с после броска составляла $\alpha = 80\%$ от величины начальной скорости, а ещё через $\tau$, соответственно $\beta = 70\%$.

1) Найдите продолжительность $T$ полёта камня.
2) На каком расстоянии $S$ от места броска упал камень?

Ускорение свободного падения $g = 9{,}8 \; /^{2}$, сопротивлением воздуха можно пренебречь.

### Задача 5. Положение Солнца

На листе с приведённой фотографией (рис. 3) восстановите положение Солнца и верхнего края забора. Все построения проводите непосредственно на выданном листе с фотографией и по окончанию тура сдайте его вместе с работой. В своей тетради приведите необходимые пояснения.

---

**Разбор теоретического тура начнётся 17 января в 19.00 на портале [online.mipt.ru](online.mipt.ru)**

**Региональная олимпиада школьников по физике. 17.01.2015. Московская область.**

**Результаты проверки теоретического тура смотрите 18 января с 8.00 на сайте http://www.physolymp.ru**

**18 января в 18.30 на портале online.mipt.ru представитель Центральной предметно-методической комиссии по физике проведёт консультацию по выполнению экспериментального тура.**

Шифр работы: ______________________________________

(переписать с обложки тетради)

рис. 3

**Региональная олимпиада школьников по физике. 17.01.2015. Московская область.**

## 10 класс

### Задача 1. Ящик с пружинами

Внутри черного ящика находятся две легкие пружины с жесткостями $k$ и $2k$, связанные легкой нерастяжимой нитью, и легкий подвижный блок (рис. 4). В начальном состоянии, внешняя сила $F=6$ Н, приложенная к свободному концу нити, обеспечивает деформацию нижней пружины $x=1$ см. Какую минимальную работу $A$ должна совершить внешняя сила, чтобы сместить вниз свободный конец нити ещё на $x$?

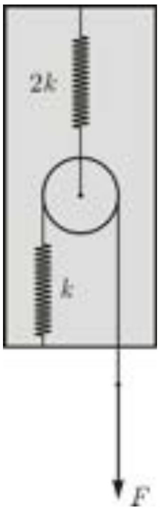


рис. 4

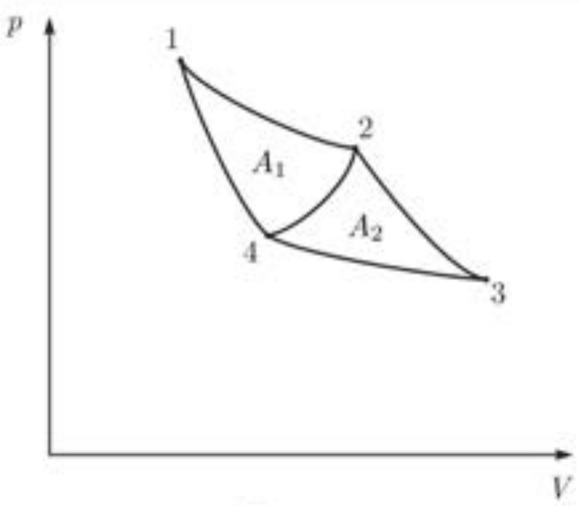


рис. 5

### Задача 2. Два в одном

На $pV$-диаграмме (рис. 5) изображены три замкнутых цикла в которых рабочим телом является идеальный газ: 1-2-4-1, 2-3-4-2 и 1-2-3-4-1. На участках 1-2 и 3-4 температура газа постоянна, а на участках 2-3 и 4-1 газ теплоизолирован. Известно, что в цикле 1-2-4-1 совершается работа $A_1=5$ Дж, а в цикле 2-3-4-2 — работа $A_2=4$ Дж. Найдите коэффициент полезного действия цикла 1-2-3-4-1, если коэффициенты полезного действия циклов 1-2-4-1 и 2-3-4-2 равны.

### Задача 3. Приключения пробирки

Пробирку длиной $l$ = 35 см, перевернули вверх дном и полностью погрузили в ртуть так, что дно пробирки касается поверхности жидкости (пробирка вертикальна). При этом жидкость заполнила часть пробирки длиной $h$ = 4 см. Затем пробирку медленно подняли вверх так, что её нижний край оказался чуть ниже поверхности ртути (пробирку из ртути не вынимали). Считайте, что в процессе подъема температура воздуха в пробирке не менялась и оставалась равной $T_0$ = 300 K. Затем температуру воздуха в пробирке изменили, и ртуть вновь заполнила часть пробирки длиной $h$. Найдите конечную температуру $T$ воздуха в пробирке. Атмосферное давление $p_0$ = 760 мм рт. ст.

### Задача 4. Сложный сплав

Из сплава с линейно изменяющимся от расстояния удельным сопротивлением изготовлены два тонких проводника одинаковой длины с вдвое отличающейся площадью сечения. Удельное сопротивление с одного конца каждого из проводников равно $\rho_1$, а с другого $\rho_2$. Проводники соединили параллельно и подключили к идеальному источнику с напряжением $U$, а к их серединам (точки $a$ и $b$) подключили идеальный вольтметр (рис. 6). Найдите показание $V$ вольтметра.

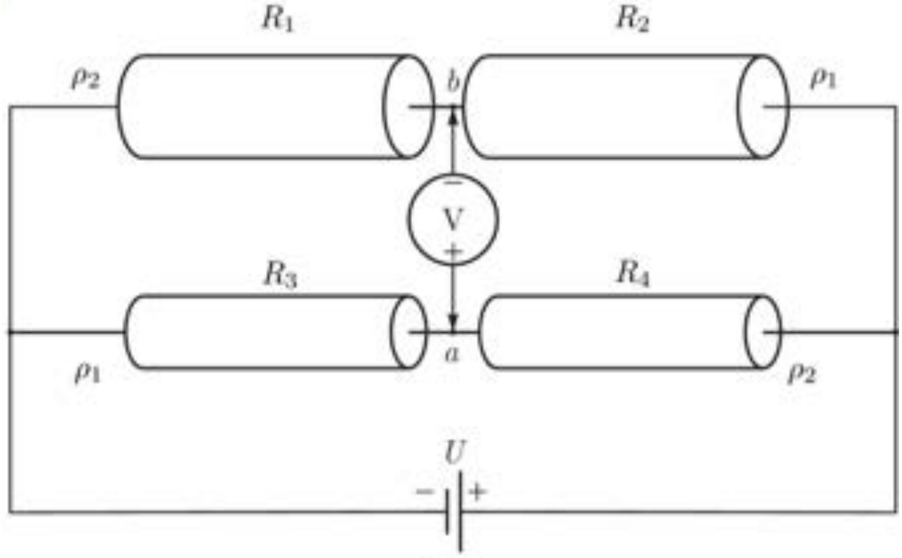



рис. 6

**Задача 5. Две шайбы**

На гладкой горизонтальной поверхности находятся две одинаковые гладкие шайбы радиуса $R$. Одной из шайб сообщают скорость $\upsilon_0$ вдоль оси $x$ (рис. 7). При каком значении прицельного параметра $d$ проекция вектора скорости второй шайбы на ось $y$ после абсолютно упругого удара максимальна?

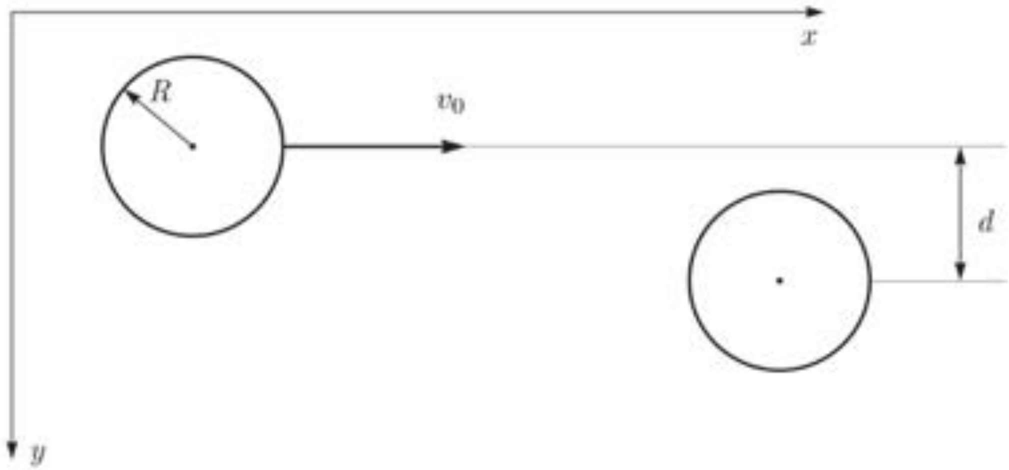



рис. 7

---

**Разбор теоретического тура начнётся 17 января в 20.30 на портале online.mipt.ru**
**Результаты проверки теоретического тура смотрите 18 января с 8.00 на сайте http://www.physolymp.ru**
**18 января в 18.30 на портале online.mipt.ru представитель Центральной предметно-методической комиссии по физике проведёт консультацию по выполнению экспериментального тура.**

**Региональная олимпиада школьников по физике. 17.01.2015. Московская область.**

## 11 класс

### Задача 1. Ускорение доски

На гладкой горизонтальной поверхности лежит доска длиной $L$ и массой $M$. На краю доски покоится небольшой брусок. На брусок начинает действовать постоянная горизонтальная сила, так что он движется вдоль доски с ускорением, которое больше ускорения доски. Найдите ускорение, с которым двигалась доска, если за время движения по ней бруска выделилось количество теплоты $Q$.

### Задача 2. Маятник

Маленький шарик колеблется на лёгкой нерастяжимой нити в поле тяжести $g$ с большой угловой амплитудой $\alpha$. Найдите величину ускорения, с которым движется шарик в те моменты времени, когда величина силы натяжения в 4 раза больше ее минимальной величины. При каких значениях $\alpha$ возможна такая ситуация?

### Задача 3. Перезарядка конденсаторов

Три одинаковых конденсатора ёмкостью $C$, резистор сопротивлением $R$ и диод включены в схему, представленную на рис. 8. Вольтамперная характеристика диода представлена на рис. 9. Первоначально левый (на рисунке) конденсатор заряжен до напряжения $U_0$, при этом заряд верхней пластины — положительный. Два других конденсатора не заряжены, ключ разомкнут. Затем ключ замыкают.

Определите:

1. напряжение на конденсаторах через большой промежуток времени после замыкания ключа;
2. тепло, которое выделится в схеме к этому моменту времени;
3. тепло, выделившееся к этому моменту на диоде;
4. тепло, выделившееся к этому моменту на резисторе.

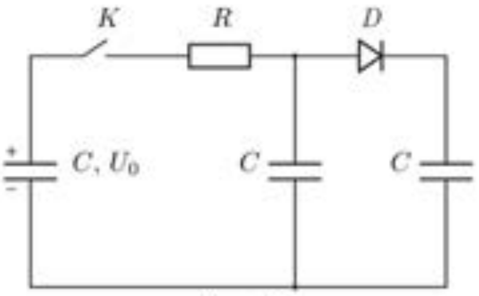



рис. 8

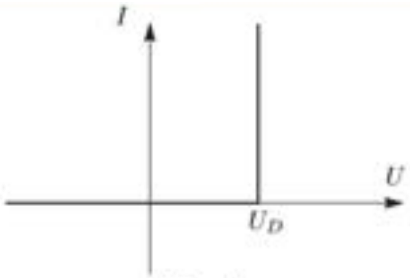



рис. 9

### Задача 4. Циклический процесс

На рис. 10 представлен график циклического процесса. Рабочее тело - многоатомный идеальный газ. Найдите КПД этого процесса.

*Примечание:* процесс с постоянной теплоёмкостью $C$ называется политропическим и для идеального газа задаётся уравнением

$$pV^{\frac{C_p - C}{C_V - C}} = \text{const},$$

где $C_p$ — теплоёмкость газа при постоянном давлении, а $C_V$ — теплоёмкость газа при постоянном объёме.

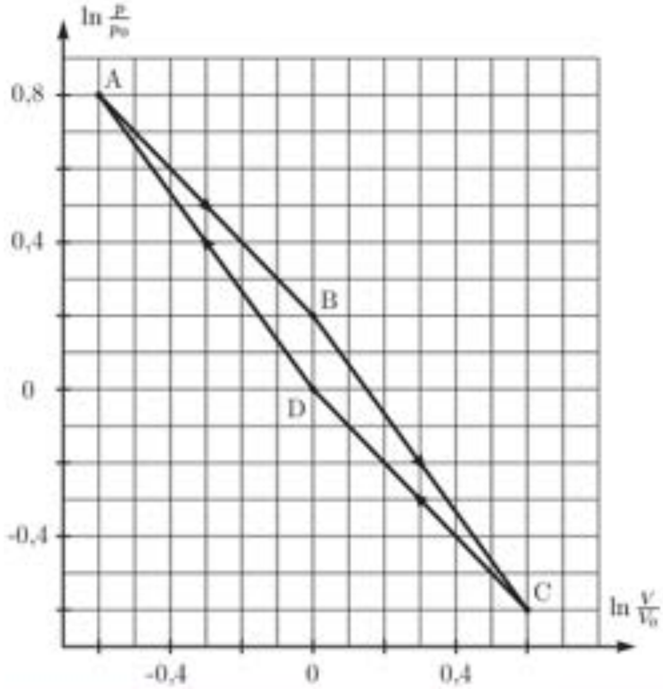



рис. 10

**Задача 5. Провисла-натянулась**

На гладкой горизонтальной плоскости находятся три бруска, массы которых равны $m_1$, $m_2$ и $m_3$. На рис. 11 приведён вид сверху. Упругая лёгкая резинка связывает бруски 1 и 2 и проходит через блок, прикреплённый к бруску 3. Трения в системе нет. Исходно бруски неподвижны, а резинка чуть провисает. Бруску 3 ударом (мгновенно) сообщают скорость $V$.

1. Найдите скорости брусков в момент, когда растяжение резинки наибольшее.
2. Какими будут скорости брусков, когда резинка снова провиснет?
3. В случае, когда $V$ = 1 м/с, $m_1$ = 1 кг, $m_2$ = 2 кг, $m_3$ = 3 кг найдите скорость $\upsilon_3$ третьего бруска, когда растяжение резинки наибольшее.

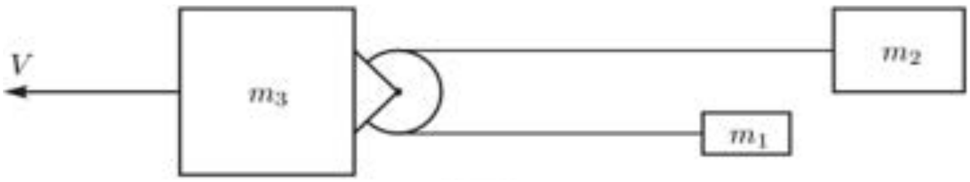



рис. 11

**Региональная олимпиада школьников по физике. 17.01.2015. Московская область.**

**Результаты проверки теоретического тура смотрите 18 января с 8.00 на сайте http://www.physolymp.ru**
**18 января в 18.30 на портале online.mipt.ru представитель Центральной предметно-методической комиссии по физике проведёт консультацию по выполнению экспериментального тура.**

**Региональная олимпиада школьников по физике. 17.01.2015. Московская область.**

**Возможные решения**

# 9 класс

## Задача 1. Постоянная планка

Равновесие возможно, если существуют отличные от нуля силы реакции грузов и планки и силы натяжения нитей. Для нахождения сил натяжения рассмотрим только внешние силы, действующие на систему грузы+блоки+планка. Правила моментов относительно точек $O_1$ и $O_2$, лежащих на линиях действия сил натяжения верхних нитей (рис. 12), имеют вид:

$$Mgx + 2T_2 6x = 2mg3x + mg7x \quad ( \qquad O_1$$
$$mgx + 2T_1 6x = 2mg3x + Mg7x \quad ( \qquad O_2$$

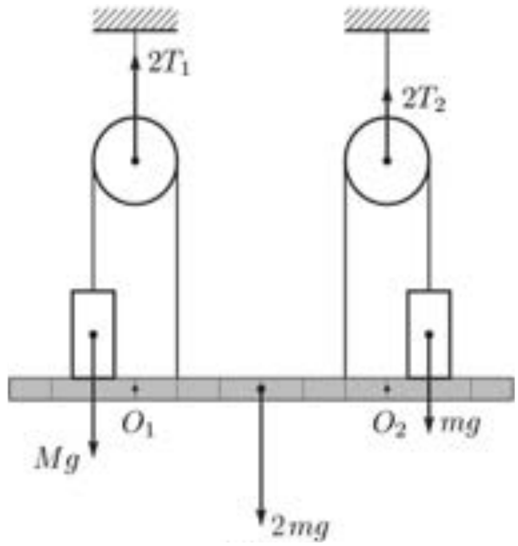



рис. 12

Откуда $T_1 = \dfrac{5m + 7M}{12} g; \quad T_2 = \dfrac{13m - M}{12} g$.

Видно, что левая нить не провисает при любых массах $M$, а правая натянута при $M < 13m$. Запишем условия равновесия для каждого из грузов в отдельности:

$$Mg = T_1 + N_1,$$
$$mg = T_2 + N_2.$$

Откуда с учетом выражений для сил натяжения силы реакции равны: $N_1 = 5(M - m)g/12$ и $N_2 = (M - m)g/12$. Положительные значения сил реакции будут только при $M > m$.

Окончательно, равновесие системы возможно для $m \le M < 13m$.

*Примерные критерии оценивания*

Проанализированы условия равновесия ........................................................................1 балл
Записаны уравнения моментов для системы (для планки)..........................................2 балла
Получено условие для натянутых нитей ......................................................................2 балла

Уравнения равновесия грузов ........................................................................................2 балла
Условия сохранения контакта грузов и планки ..............................................................2 балла
Явно записан диапазон значений для *M* ..........................................................................1 балл

### Задача 2. Карлсон уже не тот

По условию сила сопротивления пропорциональна квадрату скорости, то есть задаётся формулой $k\upsilon^2$. При свободном падении сила тяжести равна силе сопротивления:

$$mg = k\upsilon_1^2, \qquad k = \frac{mg}{\upsilon_1^2}$$

Обозначим силу тяги моторчика после ремонта $F_{\text{Т}}$. При вертикальном взлёте сила тяги равна сумме силы тяжести и силы сопротивления:

$$F_{\text{Т}} = mg + k\upsilon_2^2 = mg\left(1 + \left(\frac{\upsilon_2}{\upsilon_1}\right)^2\right).$$

При горизонтальном полёте сила тяги компенсирует силу тяжести, направленную вертикально и силу сопротивления, направленную горизонтально:

$$F_{\text{Т}}{}^2 = (mg)^2 + \left(k\upsilon_3^2\right)^2 = (mg)^2\left(1 + \left(\frac{\upsilon_3}{\upsilon_1}\right)^4\right).$$

Из приведённой выше системы уравнений найдём $\upsilon_3$:

$$\upsilon_3 = \sqrt[4]{\upsilon_2^2\left(\upsilon_2^2 + 2\upsilon_1^2\right)} \approx 5{,}2 \text{ м/с}.$$

*Примерные критерии оценивания*

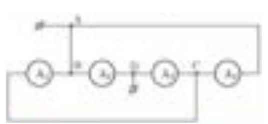
За второй закон Ньютона для свободного падения ........................................................2 балла
Выражена сила тяги при вертикальном взлёте ...............................................................3 балла
Выражена сила тяги при горизонтальном полёте ............................................................3 балла
Получен ответ в символьной форме .................................................................................1 балл
Числовой ответ.......................................................................................................................1 балл

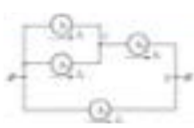
### Задача 3. Амперметры

Пронумеруем амперметры слева направо (

рис. 13) и изобразим эквивалентную схему (рис. 14). Поскольку все амперметры одинаковые, одинаковы и их внутренние сопротивления. Значит, $I_1 = I_4 = I$, $I_3 = I_1 + I_4 = 2I$. Обозначим внутреннее сопротивление амперметра *r*, тогда напряжение источника равно

$$U = I_1 r + I_3 r = 3Ir = I_2 r, \qquad I_2 = \ I$$





По условию $I_0 = I_1 + I_2 + I_3 + I_4 = 7I$, откуда $I = I_0/7 = 7$ мА. Искомая сила тока через перемычку АВ $I_{AB} = I_1 + I_2 = 4I = 28$ мА.

*Примерные критерии оценивания*

Указано, что все амперметры имеют равные внутренние сопротивления......................1 балл
Найдена сила тока $I_1$ ..........................................................................................2 балла
Найдена сила тока $I_2$ ..........................................................................................2 балла
Указано, что $I_{AB} = I_1 + I_2$ ...............................................................................2 балла
Найдена сила тока $I_{AB}$ .......................................................................................3 балла

**Задача 4. Полёт камня**

Пусть $\upsilon_{x0}$ — проекция скорости камня в начальный момент на горизонтальную ось, а $\upsilon_{y0}$ — на вертикальную. Если пренебречь сопротивлением воздуха, то проекция скорости камня на горизонтальную ось сохраняется, а проекция на вертикальную ось будет изменяться по закону

$$\upsilon_y(t) = \upsilon_{y0} - gt.$$

Величина скорости камня в любой момент может быть найдена по формуле

$$\upsilon(t) = \sqrt{\upsilon_x^2 + \upsilon_y^2} = \sqrt{\upsilon_{x0}^2 + \left(\upsilon_{y0} - gt\right)^2}.$$

По условию

$$\upsilon(\tau) = \sqrt{\upsilon_{x0}^2 + \left(\upsilon_{y0} - g\tau\right)^2} = \alpha\sqrt{\upsilon_{x0}^2 + \upsilon_{y0}{}^2},$$
$$\upsilon(2\tau) = \sqrt{\upsilon_{x0}^2 + \left(\upsilon_{y0} - 2g\tau\right)^2} = \beta\sqrt{\upsilon_{x0}^2 + \upsilon_{y0}{}^2}.$$

Решая эту систему, найдём: (**в разосланном решении подставляли время τ = 1 с**)

при $\tau = 0,5$ с скорость $\upsilon_{x0} \approx 10,53$ м/с (при $\tau = 1$ с скорость $\upsilon_{x0} \approx 21,1$ м/с),

при $\tau = 0,5\,c$ скорость $\upsilon_{y0} \approx 10,85$ м/с (при $\tau = 1\,c$ скорость $\upsilon_{y0} \approx 21,7$ м/с).

При $\tau = 0,5\,c$ время полёта $t_п = 2\upsilon_{y0}/g \approx 2,21$ $\tau$ $t_п \approx$ ,

Расстояние от места броска до места падения

$l = \upsilon_{x0}t_п \approx 23,3$ $\tau =$ $\tau =$ $l \approx$

*Примерные критерии оценивания*

Указано, что горизонтальная проекция скорости постоянна ..........................................1 балл
Уравнение для вертикальной проекции скорости ..........................................................1 балл
Система или аналогичная ей..............................................................................2 балла

Формула для времени полёта $t_{п} = 2\upsilon_{y0}/g$ ..........................................................................1 балл

Формула $l = \upsilon_{x0}t_{п}$ .....................................................................................................1 балл

Найдена величина времени падения с точностью не хуже 5% .....................................2 балла

(если точность 6-10% даётся 1 балл, если точность хуже баллов не даётся)

Найдено расстояние от точки броска до падения с точностью не хуже 5% .................2 балла

(если точность 6-10% даётся 1 балл, если точность хуже баллов не даётся)

**Региональная олимпиада школьников по физике. 17.01.2015. Московская область.**

**Задача 5.**

Световые лучи распространяются прямолинейно. Слева на фотографии запечатлены несколько людей вместе с отбрасываемыми ими тенями. Полностью видна тень девушки в чёрном плаще. Через вершины её головы и тени проведём прямую 1, на которой будет лежать изображение Солнца (рис. 15). Тоже справедливо, например, для ребёнка в коляске и его тени. Если на фотографии тень от какого-нибудь прута забора и прут лежат на одной прямой, то на этой же прямой находится изображение Солнца. Найдём на фотографии наиболее подходящий прут и проведём через него линию 2. На пересечении линий 1 и 2 лежит изображение Солнца. Обозначим эту точку $S$. Зная положение Солнца, можно восстановить положение верхнего края забора. Проведём прямую через верхушку тени, отбрасываемой одним и столбов, и точку $S$. Проведём также прямую, являющуюся продолжением этого столба. На пересечении двух этих прямых лежит вершина столба (точка $A$). Аналогичным образом можно найти вершину другого столба (точка $B$) и через две этих точки провести прямую, соответствующую верхнему краю столба. Эта прямая должна также проходить через точку $C$ — пересечение прямых, являющихся продолжениями тени верхнего края забора и нижнего края забора. Эта точка также может быть использована для восстановления верхнего края забора.

*Примерные критерии оценивания*

Проведена прямая 1 ........................................................................................2 балла
Проведена прямая 2 ........................................................................................2 балла
Отмечено положение Солнца ..........................................................................1 балл
Отмечена вершина одного из столбов ............................................................2 балл
Отмечена вершина другого столба либо точка $C$..........................................2 балла
Проведена линия соответствующая верхнему краю забора...........................1 балл

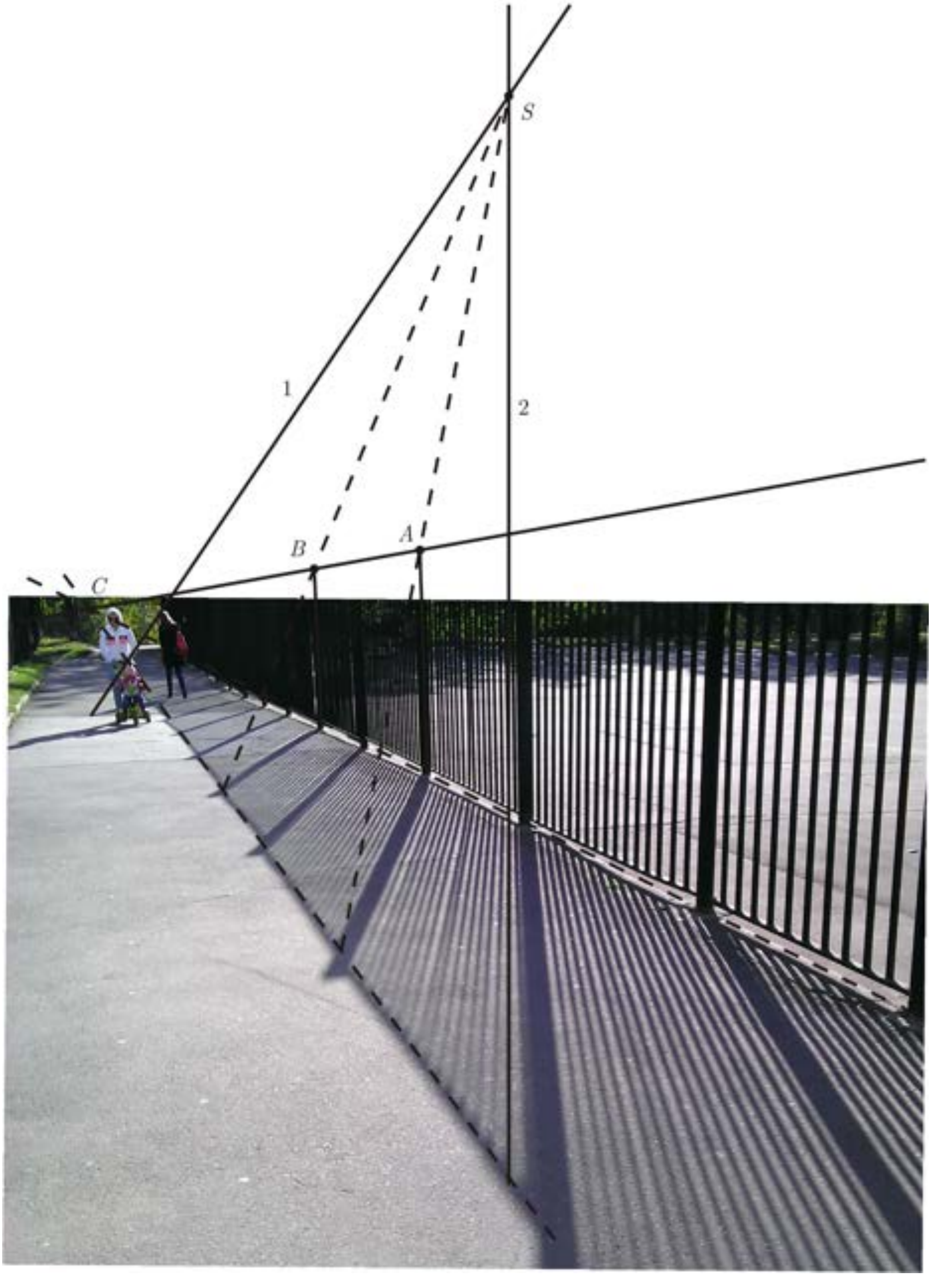



рис. 15

**Региональная олимпиада школьников по физике. 17.01.2015. Московская область.**

## 10 класс

### Задача 1. Ящик с пружинами

Из-за блока сила, растягивающая верхнюю пружину вдвое больше. Тогда, по закону Гука, деформации верхней и нижней пружин одинаковы: $F = kx$, $2F = 2kx$. Пусть при смещении свободного конца на *x* вниз растяжение верхней пружины увеличивается на *y*. При этом блок опустится вниз на *y*. Как было показано, растяжение нижней пружины также равно *y*. Поскольку нить нерастяжима $x = 3y$.

Внешняя сила сначала равна $F = kx$, в конце $F_1 = k(x+y) = (4/3)kx = (4/3)F$ и линейно зависит от *x*. Работу этой силы найдём как площадь под графиком *F(y)*:

$$A = \frac{F + F_1}{2}x = \frac{7}{6}Fx = 7 \cdot 10^{-2}$$ Дж.

*Примерные критерии оценивания*

Найдена связь между силами натяжения нижней и верхней пружины........................2 балла
Найдена связь между $x = 3y$ ..............................................................................3 балла
Записана зависимость $F(y)$ ..............................................................................1 балл
Получен ответ...................................................................................................4 балла

### Задача 2. Два в одном

Пусть в цикле 1-2-4-1 на участке 1-2 к газу подводят количество теплоты $Q_1$, а на участке 2-4 газ отдаёт количество теплоты $Q$. В цикле 2-3-4-2 на участке 4-2 к газу подводят количество теплоты $Q$, а на участке 3-4 газ отдаёт количество теплоты $Q_2$. В цикле 1-2-3-4-1 на участке 1-2 к газу подводят количество теплоты $Q_1$, а на участке 3-4 газ отдаёт количество теплоты $Q_2$. В циклах 1-2-4-1 и 2-3-4-2 газ (рабочее тело) проходит один и тот же участок 2-4, но в разных направлениях, поэтому в одном цикле на этом участке совершается положительная, а в другом такая же по величине, но отрицательная работа. Отсюда следует, что $A = A_1 + A_2$.

По определению коэффициента полезного действия

$$\eta_1 = \frac{A_1}{Q_1}, \quad \eta_2 = \frac{A_2}{Q}.$$

Поскольку $\eta_1 = \eta_2$, то $Q = \left(A_2 / A_1\right) Q_1.$ По закону сохранения энергии для цикла 1-2-4 $A_1 = Q_1 - Q$. Откуда

$$Q_1 = \frac{A_1^2}{A_1 - A_2}.$$

Зная работу *A* и тепло $Q_1$, можно найти искомый КПД

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{A_1^2 - A_2^2}{A_1^2} = 36\%.$$

*Примерные критерии оценивания*

Связь между работами $A = A_1 + A_2$ ..........................................................................2 балла

Связь меду количествами теплоты $Q = \left(A_2/A_1\right)Q_1$ ........................................................3 балла

Выражение для работы $A_1 = Q_1 - Q$ ......................................................................2 балла

Конечный ответ ...............................................................................................3 балла

## Задача 3. Приключения пробирки

Пусть площадь $S$ внутреннего сечения пробирки (перпендикулярного её оси). Проверим, не выходит ли часть воздуха из пробирки при её (почти полном) извлечении из ртути. В конечном состоянии объем воздуха не может превышать объема пробирки (иначе часть воздуха выйдет), а давление не может превышать атмосферного (давление равно атмосферному, если она будет заполнена в конечном положении целиком и меньше атмосферного, если в ней есть жидкость). Таким образом, по закону Бойля-Мариотта получаем условие:

$p_{\text{нач}}V_{\text{нач}} = p_{\text{кон}}V_{\text{кон}} \le p_0 V_{\text{пробирки}}$, т.е. $p_{\text{нач}}V_{\text{нач}} \le p_0 V_{\text{пробирки}}$ откуда $(p_0 + \rho g(l-h))(l-h) - p_0 l \le 0$

Это условие не выполняется! Поэтому мы приходим к выводу, что за время подъёма часть воздуха из пробирки выходит. После подъема пробирки она будет целиком заполнена воздухом при атмосферном давлении. Запишем для этого случая уравнение состояния для воздуха в пробирке:

$$p_0 V_0 = \rho g H \cdot lS = \nu R T_0.$$

(1)

После изменения температуры уравнение состояния примет вид:

$$\rho g \left(H - h\right) \cdot \left(l - h\right) S = \nu R T.$$

(2)

Поделив уравнение (2) на (1) получим:

$$T = T_0 \frac{(H-h)(l-h)}{Hl} \approx 252 \quad \to -$$

Если не учесть выход воздуха из пробирки, то получается **неправильный ответ**:

$$T = T_0 \frac{H-h}{H + (l-h)} = 202 \quad -$$

Заметим, что температура плавления ртути –38,8 $^0$C. Поэтому такая ситуация вряд ли реализуется.

*Примерные критерии оценивания*

Показано, что часть воздуха выходит из пробирки .......................................................3 балла

Записаны необходимые уравнения состояния ................................................................2 балла
Получен ответ ..................................................................................................................5 баллов
Решения, в которых не учтён выход воздуха из пробирки, оцениваются из 3 баллов.

**Региональная олимпиада школьников по физике. 17.01.2015. Московская область.**

**Задача 4. Сложный сплав**

Сопротивление проводника длиной $L$ и площадью поперечного сечения $S$, удельное сопротивление которого линейно изменяется с расстоянием от $\rho_l$ до $\rho_r$ можно найти по формуле:

$$R = \frac{\rho_l + \rho_r}{2}\frac{l}{S}.$$

Для нахождения показания вольтметра мысленно разобьём каждый проводник посередине на два последовательно соединённых (рис. 16). Применим для них формулу:

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{\rho_2 + (\rho_1 + \rho_2)/2}{\rho_1 + (\rho_1 + \rho_2)/2} = \frac{\rho_1 + 3\rho_2}{3\rho_1 + \rho_2}.$$

Поскольку при последовательном соединении проводников напряжение на них падает пропорционально сопротивлению, падение напряжение на резисторе $R_2$:

$$V_2 = U\frac{R_2}{R_1 + R_2} = U\frac{3\rho_1 + \rho_2}{4\left(\rho_1 + \rho_2\right)},$$

аналогично

$$V_4 = U\frac{R_4}{R_3 + R_4} = U\frac{\rho_1 + 3\rho_2}{4\left(\rho_1 + \rho_2\right)}.$$

Падение напряжения на резисторе $R_2$ равно сумме падений напряжений на резисторе $R_4$ и вольтметре:

$$V_2 = V_4 + V, \qquad V = V_2 - V_4 = \frac{U}{2}\frac{\rho_1 - \rho_2}{\rho_1 + \rho_2}$$

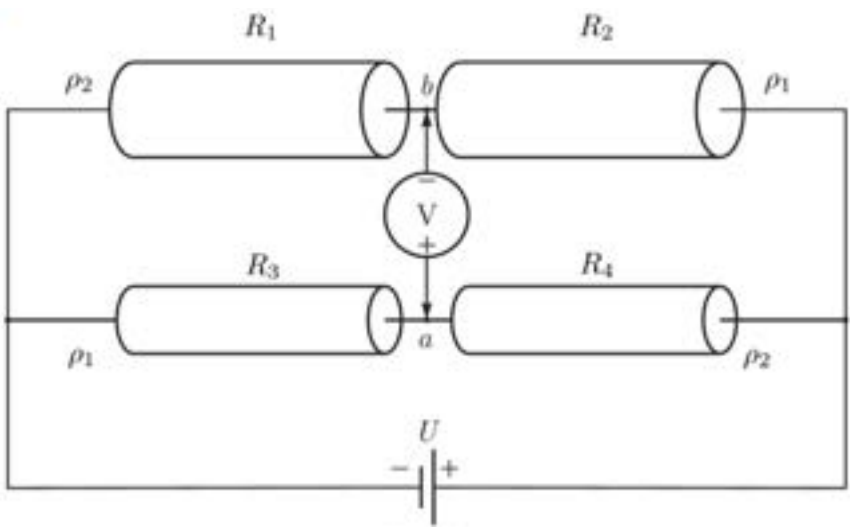



рис. 16

*Примерные критерии оценивания*

Формула расчета сопротивления проводника ................................................................2 балла

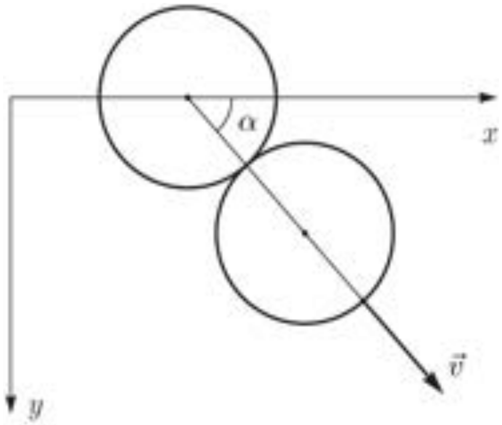
Напряжения на проводнике при последовательном соединении..................................2 балла
Выражение для показания вольтметра ........................................................................6 баллов

## Задача 5. Две шайбы

Поскольку шайбы гладкие, при столкновении действующие между ними силы будут направлены вдоль прямой, соединяющей центры шайб (рис. 17). Введем обозначение $\vec{\upsilon}$ - скорость второй шайбы после столкновения. Поскольку шайбы одинаковы, их массы равны. По закону сохранения импульса скорость первой шайбы после столкновения будет равна $\vec{\upsilon}_0 - \vec{\upsilon}$. Поскольку удар абсолютно упругий, кинетическая энергия сохраняется:

$$\upsilon_0^2 = (\vec{\upsilon}_0 - \vec{\upsilon})^2 + \upsilon^2 = \upsilon_0^2 - 2\upsilon_0\upsilon\cos\alpha + 2\upsilon^2, \qquad \upsilon = \upsilon_0 \cos\alpha.$$

Проекция скорости второй шайбы на ось $y$ есть $\upsilon\sin\alpha = \upsilon_0\cos\alpha\sin\alpha = \frac{1}{2}\upsilon_0\sin 2\alpha.$
Проекция максимальна при $\alpha = 45°$, в этом случае $d = \sqrt{2}r$.




*Примерные критерии оценивания*

Записан закон сохранения импульса.........................................................................1 балл
Записан закон сохранения энергии ...........................................................................1 балл
Найдена скорость второй шайбы после удара ..................................................4 балла
Правильно указано условие максимальности....................................................1 балл
Получен ответ...........................................................................................................3 балла

**Региональная олимпиада школьников по физике. 17.01.2015. Московская область.**

## 11 класс

### Задача 1. Ускорение доски

Пусть $m$ — масса бруска, $a$ — искомое ускорение доски, $ka$ — ускорение бруска ($k>1$), $F$ — величина постоянной силы, действующая на брусок, $F_{\text{тр}}$ — величина силы трения. Запишем вторые законы Ньютона для бруска и доски в проекции на горизонтальную ось:

$$F - F_{\text{тр}} = mka,$$
$$F_{\text{тр}} = Ma.$$

Если за $t$ обозначить время движения бруска от одного края доски до другого, то в лабораторной системе отсчёта путь, пройденный бруском, равен $L_m = kat^2/2$, а путь, пройденный доской, равен $L_M = at^2/2$. Разность этих путей есть длина доски:

$$L = L_m - L_M.$$

Работа силы, приложенной к бруску, равна

$$A = F \cdot L_m = (mka + Ma) \cdot L_m.$$

Запишем закон сохранения энергии для системы «брусок+доска»:

$$A = \frac{m}{2}(kat)^2 + \frac{M}{2}(at)^2 + Q = mkaL_m + MaL_M + Q.$$

С учётом выражения для работы после сокращения получим:

$$Q = Ma(L_m - L_M) = MaL, \qquad a = \frac{Q}{ML}$$

***Альтернативное решение***

Количество выделвшейся при трении теплоты равно произведению силы трения на относительное перемещение трущихся тел:

$$Q = F_{Tp}L, \qquad F_{Tp} = \frac{Q}{L}$$

Ускорение доски $a = \dfrac{F_{Tp}}{M}$. $\qquad a = \dfrac{Q}{LM}$

*Примерные критерии оценивания решения (1)*

Использован второй закон Ньютона для доски ..........1 балл
Использован второй закон Ньютона для бруска..........1 балл
Записано выражение для пути, пройденного бруском..........1 балл
Записано выражение для пути, пройденного доской..........1 балл
Записано выражение для разности путей..........1 балл
Записан закон сохранения энергии ..........1 балл
Получен ответ..........4 балла

**Региональная олимпиада школьников по физике. 17.01.2015. Московская область.**

*Примерные критерии оценивания альтернативного решения*

Формул для количества теплоты $Q = F_{\text{тр}}L$ ...............................................................4 баллова
Найдена сила трения ..........................................................................................................2 балла
Найдено ускорение доски ...................................................................................................4 балла

## Задача 2. Маятник

Обозначим массу шарика *m*, а длину нити *l*. Обратим внимание на то, что шарик в любой момент движется по окружности радиуса *l*, то есть амплитуда колебаний не должна превышать $90°$. Рассмотрим момент, когда нить составляет угол $\varphi$ с вертикалью. Запишем второй закон Ньютона для шарика в проекции на ось, параллельную нити:

$$m\frac{\upsilon^2}{l} = T - mg\cos\varphi.$$

Из закона сохранения энергии найдём квадрат скорости шарика:

$$m\frac{\upsilon^2}{2} = mgl(\cos\varphi - \cos\alpha), \qquad m\upsilon^2 = \ gl \quad \varphi - \quad \alpha$$

Подставив в , получим

$$T = mg(3\cos\varphi - 2\cos\alpha).$$

Видно, что сила натяжения нити минимальна при $\varphi = \alpha$ и равна $T_{\min} = mg\cos\alpha$. При $\varphi$ таком, что $\cos\varphi = 2\cos\alpha$, $T = 4T_{\min} = 2mg\cos\varphi$. В этот момент нормальное ускорение шарика равно

$$a_n = \frac{T - mg\cos\varphi}{m} = g\cos\varphi,$$

а тангенциальное ускорение шарика равно

$$a_\tau = g\sin\varphi.$$

Полное ускорение шарика $a = g\sqrt{\cos^2\varphi + \sin^2\varphi} = g$.

Сила натяжения нити может в 4 раза превышает минимальную, если существует такой угол $\varphi$, что $\cos\varphi = 2\cos\alpha$, то есть

$$2\cos\alpha \le 1, \qquad \alpha \ge 60°.$$

Значит, описанная в задаче ситуация возможна при $60° \le \alpha < 90°$.

*Примерные критерии оценивания*

Найдена скорость шарика при заданном отклонении от вертикали .............................2 балла
Для шарика записан второй закон Ньютона в проекции на ось, параллельную нити ...1 балл
Правильно указан момент, когда натяжение нити минимально.....................................1 балл
Найдено искомое ускорение ...............................................................................................3 балла
Указано, что $\alpha < 90°$ .........................................................................................................1 балл

Найдена минимальная амплитуда колебаний, при которой возможна описанная в задаче ситуация ($60°$)........................................................................................................2 балла

## Задача 3. Перезарядка конденсаторов

Нужно рассмотреть два случая: малых напряжений $U_0$, когда правый конденсатор вообще не будет заряжаться, так как напряжение на среднем конденсаторе не превзойдёт напряжение открытия диода $U_D$, и случая, когда заряжается и правый конденсатор. Если диод не открывается, то первоначальный заряд левого конденсатора делится поровну между двумя конденсаторами. Напряжения на конденсаторах через большой промежуток времени после замыкания ключа:

$$U_1 = \frac{U_0}{2}, \quad U_2 = \frac{U_0}{2}, \quad U_3 = 0$$ ( право).

Видно, что этот случай реализуется при $U_D \geq U_0/2$. Выделившееся в цепи количество теплоты $Q$ найдём из закона сохранения энергии:

$$Q = \frac{CU_0^2}{2} - 2\frac{C(U_0/2)^2}{2} = \frac{CU_0^2}{4}.$$

Поскольку ток через диод не тёк, всё тепло выделилось на резисторе.

Теперь рассмотрим случай $U_D < U_0/2$. При зарядке правого конденсатора напряжение на нём $U_3$ будет меньше, чем напряжение на среднем $U_2$ на величину $U_D$. Напряжения на левом и среднем конденсаторах $U_1$ и $U_2$ к окончанию перезарядки будут равными: $U_1 = U_2 = U$. Условие сохранение заряда:

$$CU_0 = 2CU + C(U - U_D), \qquad U = \frac{U_0 + U_D}{3}$$

Общее количество теплоты, выделившееся к концу процесса в схеме будет равно разности начальной и конечной энергий конденсаторов:

$$Q = \frac{CU_0^2}{2} - 2\frac{CU^2}{2} - \frac{C(U - U_D)^2}{2} = \frac{C(U_0^2 - U_D^2)}{3}.$$

Напряжение на третьем конденсаторе: $U_3 = U - U_D = \dfrac{(U_0 - 2U_D)}{3}$.

Тепло, выделившееся на диоде

$$Q_D = q_D \cdot U_D,$$

где $q_D = CU_3$ — заряд правого конденсатора к концу процесса перезарядки. Таким образом

$$Q_D = \frac{C\left(U_0U_D - 2U_D^2\right)}{3}.$$

Остальное тепло выделится на резисторе:

$$Q_R = Q - Q_D = \frac{C(U_0^2 - U_0 U_D + U_D^2)}{3}.$$

*Примерные критерии оценивания*

Рассмотрен и проанализирован случай $U_D \geq U_0 / 2$ .....................................................3 балла

Для случая $U_D < U_0 / 2$:

Указано, что $U_3 = U_2 - U_D$ .......................................................................................1 балл

Указано, что $U_1 = U_2$ ...............................................................................................1 балл

Найдены напряжения $U_1, U_2, U_3$ ..........................................................................1 балл

Записан закон сохранения энергии ...............................................................................1 балл

Найдено всё выделившееся тепло $Q$.............................................................................1 балл

Найдено тепло, выделившееся на диоде $Q_D$ ................................................................1 балл

Найдено тепло, выделившееся на резисторе $Q_R$ ..........................................................1 балл

## Задача 4. Циклический процесс

График процесса состоит из четырёх прямых, каждую из которых можно задать уравнением вида

$$y + nx = c,$$

где $y = \ln(p / p_0)$, $x = \ln(V / V_0)$, а $c$ — некоторая константа. Для участков AB и CD $n = 1$, а для участков BC и AD $n = 4/3$. Произведя потенцирование выражения , получим

$$pV^n = c_1, \qquad c_1 = p_0 V_0^n e^{c_1}$$

Участки AB и CD описываются уравнением $pV = \text{const}$, то есть являются изотермами, а участки BC и AD описываются уравнением $pV^{4/3} = \text{const}$, то есть являются адиабатами (газ многоатомный). Значит, исследуемый процесс есть цикл Карно, его КПД

$$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1},$$

где $T_1$ — температура на верхней изотерме, а $T_2$ — на нижней. Из уравнения состояния идеального газа следует, что

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{p_D V_D}{p_B V_B} = \frac{p_D}{p_B} = e^{-0,2} = 0,82.$$

Откуда

$$\eta = 18\%.$$

*Примерные критерии оценивания*

Показано, что участки AB и CD — изотермы ..............................................................2 балла

Показано, что участки BC и AD — адиабаты ..............................................................2 балла

Выражение для КПД цикла Карно .................................................................................2 балла

Получен ответ.....................................................................................................................4 балла

**Региональная олимпиада школьников по физике. 17.01.2015. Московская область.**

**Задача 5. Провисла-натянулась**

1. Пусть $T$ — сила натяжения резинки, тогда сила, действующая со стороны блока на брусок 3 равна $2T$. Ускорения брусков обозначим $a_1$, $a_2$ и $a_3$ соответственно. По второму закону Ньютона

$$m_1a_1 = T;\ m_2a_2 = T;\ m_3a_3 = 2T.$$

Тогда тоже отношение справедливо для изменения импульсов (с учётом направлений)

$$m_1\upsilon_1 = m_2\upsilon_2 = (V - \upsilon_3)\frac{m_3}{2}.$$

Скорость изменения длины резинки $dL/dt = 2\upsilon_3 - (\upsilon_1 + \upsilon_2)$ при наибольшем растяжении обращается в ноль, то есть $\upsilon_1 + \upsilon_2 = 2\upsilon_3$.

Откуда

$$\upsilon_3 = V\frac{m_3(m_1 + m_2)}{(4m_1m_2 + m_1m_3 + m_3m_2)};$$
$$\upsilon_1 = V\frac{2m_3m_2}{(4m_1m_2 + m_1m_3 + m_3m_2)};$$
$$\upsilon_2 = V\frac{2m_3m_1}{(4m_1m_2 + m_1m_3 + m_3m_2)}.$$

2. Остаётся в силе следствие второго закона Ньютона

$$m_1\upsilon_1 = m_2\upsilon_2 = \frac{m_3(V - \upsilon_3)}{2}.$$

При возвращении резинки снова в ненатянутое состояние, по закону сохранения энергии:

$$m_1\frac{\upsilon_1^2}{2} + m_2\frac{\upsilon_2^2}{2} + m_3\frac{\upsilon_3^2}{2} = m_3\frac{V^2}{2}.$$

Откуда

$$\upsilon_3 = V\frac{(m_1m_3 + m_3m_2 - 4m_1m_2)}{(4m_1m_2 + m_1m_3 + m_3m_2)};$$
$$\upsilon_1 = V\frac{4m_3m_2}{(4m_1m_2 + m_1m_3 + m_3m_2)};$$
$$\upsilon_2 = V\frac{4m_3m_1}{(4m_1m_2 + m_1m_3 + m_3m_2)}.$$

3. Подставляю в полученную в первом пункте формулу числовые значения, находим

$$\upsilon_3 = \frac{9}{17}\ \text{м/с}.$$

*Примерные критерии оценивания*

Записаны вторые законы Ньютона для брусков ................................................................1 балл
Из связи между ускорениями получена связь между скоростями ..................................1 балл
Пункт 1:
Найдены искомые скорости ..............................................................................................3 балла
Пункт 2:
Записан закон сохранения энергии ...................................................................................1 балл
Найдены искомые скорости ..............................................................................................3 балла
Пункт 3:
Получен ответ .....................................................................................................................1 балл

**Задание 7.1. и 8.1. Изменение объема при деформации**

С помощью выданного вам оборудования определите длину $L_0$, диаметр $d_0$ и объем $V_0$ недеформированного резинового жгута. Опишите процедуру измерений $L_0$, $d_0$, $V_0$. Подумайте и опишите, как определить длину $L_1$, диаметр $d_1$ и объем $V_1$ **деформированного** (растянутого) резинового жгута. Приведите поясняющий рисунок. Проведите соответствующие измерения. Следите за тем, чтобы деформация жгута была однородной. Повторите измерения для 2 – 3 различных масс груза. Результаты занесите в таблицу. Обозначим увеличение интересующих нас параметров символами $\Delta L$, $\Delta d$, $\Delta V$.

| № измерения | $L_0$, см | | | | | | | $\Delta V/V_0$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | | | | | | | | |
| 2 | | | | | | | | |
| 3 | | | | | | | | |
| 4 | | | | | | | | |

1) Постройте график зависимости $\Delta d/d_0$ от $\Delta L/L_0$. Оцените отношение $\mu = (\Delta d/d_0)$ к $(\Delta L/L_0)$ при $(\Delta L/L_0)$ стремящемся к нулю. Коэффициент $\mu$ часто встречается в теории упругости и называется коэффициентом Пуассона.
2) Найдите объем растянутого жгута при $L \approx 3L_0$ Укажите, растёт или уменьшается объем жгута при его растяжении.

**Приборы и оборудование**: резиновый шнур диаметром 2,5 – 3,0 мм, трубка (например, обрезок пластиковой трубы диаметром 25 – 30 мм и длиной 25 – 30 см) или деревянный цилиндр, измерительная лента (или рулетка) длиной не менее 1 м, груз (например, пластиковая бутылка емкостью 0,4 – 0,5 л примерно на 2/3 заполненная водой), емкость для сливания воды (подойдёт пластиковая бутылка объемом полтора литра с обрезанная горлышком), миллиметровая бумага для построения графика.

**Возможное решение**

Длину недеформированного жгута $L_0$ можно измерить непосредственно с помощью измерительной ленты. Определим диаметр $d_0$ методом рядов. Для этого намотаем без натяга плотно (виток к витку) жгут на пластиковую трубу, сосчитаем число витков $N$ и измерим длину $s$ (вдоль трубы) которую заняла намотка. Тогда искомое значение $d_0 = s/N$. Объём жгута можно вычислить по формуле

$$V_0 = \frac{d_0^2 L_0}{1,273}. \tag{1}$$

Для исследования деформированного жгута подвесим на нем бутылку с водой (например, можно привязать жгут к горлышку бутылки). Под действием веса бутылки с водой жгут растянется, новое значение его длины можно измерить непосредственно. Будем плотно наматывать растянутый жгут на трубу (на конце жгута все время висит бутылка, что обеспечивает постоянство его натяжения). При этом диаметр жгута при намотке не меняется (намотка плотная и велика сила трения между трубой и жгутом). Значит, его можно определить методом рядов, аналогично случаю нерастянутого жгута. Когда отношение $\Delta L/L_0$ мало (вычисления по первой измеренной точке) значение коэффициента Пуассона примерно равно 0,5. При увеличении $\Delta L/L_0$ искомое отношение убывает, следовательно, зависимость нелинейная, а проведение прямой по первым нескольким точкам необоснованно, так как они лежат уже вне области применимости линейного приближения. Новое значение объема найдём с помощью формулы (1). Вычисления показывают, что при длине жгута $L = 3L_0$ его объём несколько больше, чем при отсутствии деформации. (Возможное значение $\Delta V/V$ порядка 20%) При малых деформациях объём практически постоянен (однако это сложно наблюдать из-за малой точности измерений).

*Примерные критерии оценивания*

| | |
|---|---|
| Измерение длины недеформированного жгута | 0,5 балла |
| Описание метода измерения диаметра методом рядов | 1 балл |
| Измерение диаметра недеформированного жгута | 1 балл |
| Вычисление объема недеформированного жгута | 1 балла |
| Описание метода измерения диаметра деформированного жгута | 1,5 балла |
| Измерения для четырех значений масс грузов | 4 х 0,5 балла = 2 балла |
| График | 1 балл |
| Значение коэффициента Пуассона (по первой точке) | 1 балл |
| Значение относительного изменения объема | 1 балл |

**Задание 7.2. и 8.2. Минимизируем угол**

С помощью выданного вам оборудования соберите конструкцию, подобную изображенной на рис. 1.

Прикрепите кнопками лист миллиметровой бумаги к листу фанеры. Прикрепите один конец нити к кнопке, которую воткните в верхний угол листа фанеры. На расстоянии $L_0 = 13 - 15$ см от кнопки привяжите к нити тяжелый груз (обозначим получившийся участок нити $AB$). Ещё через 13 см привяжите к нити лёгкий груз (второй участок нити обозначим $BC$). Потяните за свободный конец нити так, чтобы она оказалась горизонтальной. С помощью транспортира измерьте угол $\varphi_1$ между участками нити $AB$ и $BC$. Определите длину $L_1$ проекции участка нити $BC$ на горизонтальную ось. Увеличьте натяжение нити и измерьте новое значение угла $\varphi_2$ и длину $L_2$ проекции участка $BC$. Снимите серию значений параметров $\varphi_i$ и $L_i$ (не менее 10 точек). Постройте график $\varphi(L)$ и с его помощью определите минимальное значение угла $\varphi$. Укажите, при какой длине $L_i$ достигается этот угол.

**Приборы и оборудование**: Лист миллиметровой бумаги, лист картона, нить, два груза разных масс, 5 металлопластиковых кнопок, бумажный транспортир.

**Указания организаторам**: Лист картона или фанеры должен иметь размеры не менее формата А3. Нить хлопчатобумажная длиной 1 м. В качестве грузов можно использовать, например, две гайки: М 8 и М 12. Металлопластиковые кнопки нужны для крепления листа бумаги к листу картона. Бумажный транспортир печатается по высланному вам шаблону.

**Рис. 1**

**Возможное решение.**

Алгоритм выполнения работы прописан достаточно детально в условии задания. Основная сложность состоит в аккуратном выполнении задания и обработке экспериментальных данных (что часто требуется делать при выполнении настоящей научной работы).

Снимем искомую зависимость φ($L$). Результаты измерений занесём в таблицу.

| № | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $L_i$, см | 14,9 | 14,8 | 14,7 | 14,6 | 14,0 | 13,0 | 11,8 | 10,3 | 7,9 | 3,9 |
| $\varphi_i$, град. | 163 | 159 | 155 | 149 | 142 | 142 | 145 | 150 | 158 | 170 |

Поскольку φ($L$) гладкая функция (без изломов), координату $L_i$, соответствующую минимуму этой функции наиболее точно можно определить по графику.

**Примечание для организаторов олимпиады.** Зависимость φ($L$) может быть получена теоретически и имеет вид:

$$\varphi = \pi - \arctan\left(\frac{1-k}{k}\sqrt{\left(\frac{L_0}{L}\right)^2 - 1}\right) + \arccos\left(\frac{L}{L_0}\right). \qquad (1)$$

где $k$ – отношение масс лёгкого тяжёлого грузов.

Поиск минимума этой функции – дело трудоемкое, а полученная функция столь громоздка, что ей анализ теряет всякую наглядность.

*Примерные критерии оценивания*

1. Построение таблицы (указание наименования строк и единиц измеряемых величин) 1 балл
2. Заполнение таблицы (не менее 10 измерений) 3 балла
3. Построение координатной сетки для графика 1 балл
4. Построение графика 3 балла
5. Определение максимума φ 1 балл
6. Определение длины $L$, соответствующей максимуму φ 1 балл

**Задание 9.1. и 10.1. Удельное сопротивление металла**

Определите удельное электрическое сопротивление металла, из которого изготовлена проволока.

**Приборы и оборудование**: Моток проволоки (плотность $\rho = 8{,}9$ г/см$^3$), мультиметр, пластмассовая соломинка известной массы $M$, линейка длиной 30 см, шариковая ручка, кусочек наждачной бумаги.

**Указания организаторам**: В работе используется медная лакированная проволока диаметром $d = 0{,}15$ мм. Её длина $10 – 12$ м. Проволоку следует выдавать сильно запутанным мотком со свободным концом длиной 40 – 50 см. Наждачная бумага должна быть мелкой (№ 1 или 2). Шариковая ручка с тонким стержнем. Стержень нужен для намотки на него проволоки и измерение её диаметра.

**Возможное решение.**

1. Зачищаем концы медной лакированной проволоки наждачной бумагой.
2. Мультиметром (в режиме омметра) измеряем сопротивление $R$ проволоки с учетом ненулевого начального показания прибора (сопротивления при закороченных концах мультиметра).
3. Определяем массу $m$ мотка проволоки методом неравноплечных весов, используя в качестве рычага соломинку. Длины плеч измеряем линейкой.
4. Диаметр $d$ проволоки измеряем методом рядов, используя для намотки стержень шариковой авторучки.

**Теория:**

Масса проволоки $m = DL(\pi d^2/4)$, (1)

где $D$ – плотность меди, $L$ – длина проволоки, $d$ – диаметр проволоки.

Сопротивление проволоки равно $R = (\rho L)/(\pi d^2/4)$, (2)

где $\rho$ – удельное сопротивление меди.

Исключая из (1) и (2) длину проволоки $L$ получаем выражение для удельного сопротивления

$$\rho = RD(\pi d^2/4)^2/m.$$

*Примерные критерии оценивания*

| | |
|---|---|
| 1. Метод определения $\rho$, теоретическое обоснование метода | 3 балла |
| 2. Измерение сопротивления проволоки $R$ (число, размерность) | 2 балла |
| 3. Измерение массы проволоки (метод, результат (число, размерность)) | 3 балла |
| 4. Измерение диаметра проволоки (метод, результат) | 2 балла |
| 5. Вычисление $\rho$ (число, размерность) | 3 балла |
| 6. Оценка погрешности | 2 балла |

**Задание 9.2. Физический маятник**

Известно, что при малых колебаниях тела, свободно вращающегося вокруг горизонтальной оси, период колебаний $T$ связан с расстоянием $h$ от центра масс тела до точки, вокруг которой происходит качание, следующим образом:

$$T^2 = \frac{A}{h^\alpha} + Bh^\beta \qquad (1)$$

где α, β - неизвестные натуральные числа, *A, B* -неизвестные коэффициенты.

**Задание.** Снимите зависимость *T(h).* Определите значения α, β *A, B*. Определите значение $h_0$, при котором период колебаний минимален.

**Оборудование.** Металлический стержень, уголок, штатив, измерительная лента, секундомер, нитка, миллиметровая бумага( для построения графика).

**Возможное решение**

1. Снимем зависимость *T(h)*.

2. Заметим, что т.к. α, β ≥1 при малых $h$: $Bh^\beta \ll \frac{A}{h^\alpha}$ => $T^2 \approx \frac{A}{h^\alpha}$. Возьмем некоторые 2 малых значения $h$: $h_1$ и $h_2$, тогда $\left(\frac{T_1}{T_2}\right)^2 = \left(\frac{h_2}{h_1}\right)^\alpha$, отсюда находим α=1.

3. Преобразуем формулу (1): $T^2h = A + Bh^{\beta+1}$ Выберем функции $\varphi(T,h) = T^2h$, $f(h) = h^{\beta+1}$. Угловой наклон графика φ(*f*) численно равен *B*, а координата пересечения графика с осью f численно равна *A*. В условии сказано, что β -натуральное число. Предположим, β=1. Построим график в координатах φ(*f*). Линейность графика подтверждает то, что β=1. Из графика находим *A* и *B*. Теоретические значения коэффициентов *A* и *B* равны соответственно $\frac{\pi^2 l^2}{3g}$ и $\frac{\pi^2}{g}$, где $l$ - длина стержня.

4. Практически невозможно измерить $h_0$ непосредственно, т.к. вблизи $h_0$ $T$ слабо зависит от $h$. $T^2 = \frac{A}{h} + Bh = \frac{A+Bh^2}{h} = \frac{A - 2\sqrt{AB}\,h + Bh^2}{h} + 2\sqrt{AB} = \frac{(\sqrt{A} - \sqrt{B}\,h)^2}{h} + 2\sqrt{AB}$ => минимальное значение периода достигается при $h_0 = \sqrt{\frac{A}{B}}$.

*Критерии оценивания*

Снята зависимость *T(h)* на всем диапазоне *h*.........................................................................3

Способ нахождения α............................................................................................................1

Определено значение α=1.....................................................................................................1

Идея выбора функций $\varphi(T,h) = T^2h$, $f(h) = h^{\beta+1}$ ..........................................................................2

График φ(*f*) при β=1..............................................................................................................2

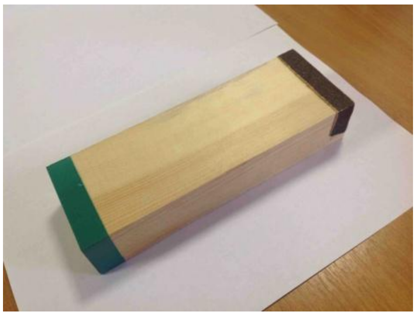
Значение *A*..............................................................................................................................2

Значение *B*..............................................................................................................................2

Способ нахождения $h_0$..........................................................................................................1

Значение $h_0$..............................................................................................................................1

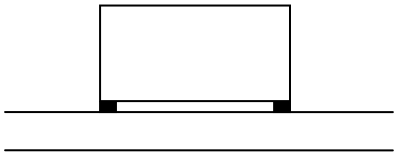
**Задание 10.2 и 11.2. Коробка с полосками**



***Оборудование:*** Деревянный брусок с наклеенными полосками наждачной бумаги и изоляционная ленты у средних граней; Наклонная плоскость; брусок, для регулировки угла наклона плоскости; лист миллиметровой бумаги. Для фиксации бумаги можно использовать скотч, выдаваемый по требованию.

**Запрещается отрывать полоски!**

***Задание***



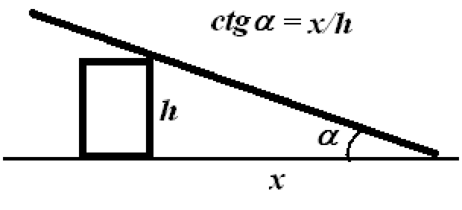
**1.** Поставьте брусок на наклонную плоскость полосками вниз. Полоски должны быть ориентированы поперек длинной стороны наклонной плоскости. Плавно увеличивайте наклон пластины, пока брусок не начнёт скользить по ней. Зафиксируйте критические углы наклона (при которых брусок начинает скользить) для случаев, когда впереди (ниже) полоска наждачной бумаги и впереди (ниже) полоска изоляционная ленты.

Обнаруживается ли надёжно по Вашим результатам различие критических наклонов в указанных случаях или нет?

**2**. Предложите и обоснуйте метод нахождения (с помощью указанного оборудования) разность $\Delta\mu$ коэффициентов трения между материалом полосок и наклонной плоскостью. Выведите формулу расчёта $\Delta\mu$ разницы коэффициентов трения.

**3**. Проведите необходимые измерения. Убедитесь, что они воспроизводимы. Представьте их в удобном для восприятия и обработки виде. Рассчитайте по полученным данным разницу $\Delta\mu$ коэффициентов трения с указанием возможной погрешности.

***Указания организаторам.*** Ориентировочно размеры бруска 10х5х3 см (годится брусок из набора школьного оборудования), центр масс должен практически совпадать с «центром» бруска. Полоски наклеиваются поперёк у краёв двух самых узких и длинных граней коробки. Одинаковые полоски наклеиваются у противоположных углов (рис.)! Их длина равна ширине бруска, а ширина 3 – 5 мм. Две вырезаются из наждачной или шлифовальной бумаги, а две из изоляционной ленты с гладкой поверхностью. Проследите, чтобы клей не попадал на лицевую, наждачную поверхность, а брусок соприкасался с наклонной плоскостью только посредством наклеенных полосок. Ширина наклонной плоскости должна быть больше ширины бруска, а длина примерно 30 – 50 см. Для обеспечения однородности поверхности наклонной плоскости на неё можно скотчем прикрепить лист писчей бумаги. Брусок для регулировки угла наклона плоскости должен иметь (ориентировочно) размеры 20х10х5 см. Он должен устойчиво стоять вертикально (поэтому важно выдержать прямые углы). Вместо бруска, поддерживающего наклонную плоскость, можно использовать штатив с лапкой.

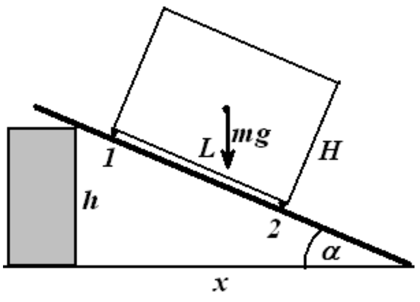



**Возможное решение**

**1.а)** Для определения угла наклона плоскости ставим брусок на миллиметровую бумагу и измеряем по ней расстояние x от бруска до вершины угла $\alpha$, образуемого пластиной с горизонталью, тогда $\text{tg}\alpha = h/x$, где $h$ = const высота бруска. Поэтому при фиксированной высоте наклон однозначно задаётся значением $x$.

**б**) Если выполнить предложенные действия, то обнаружится, что при наждачной полоске у нижнего угла бруска угол наклона плоскости, приводящий к проскальзыванию, заметно больше, чем в случае, когда она сверху.

**2**. **а)** Рассмотрим случай начала проскальзывания бруска. Обозначим коэффициенты трения у верхней и нижней полоски $\mu_1$ и $\mu_2$, продольный и поперечный размеры бруска $H$ и $L$, массу бруска $m$ и ускорение свободного падения g. (Считаем, что $\mu_2$ относится к наждачной бумаге, а $\mu_1$ к гладкой поверхности изоляционной ленты.)




Введём силы нормального давления $N_1$ и $N_2$ в точках 1 и 2 (верхняя и нижняя полоски). В граничном случае силы трения равны $\mu_1 N_1$ и $\mu_2 N_2$. Тогда из равновесия сил по нормали к пластине:

$$N_1 + N_2 = mg\cos\alpha \qquad (1);$$

из равновесия вдоль пластины:

$$\mu_1 N_1 + \mu_2 N_2 = mg\sin\alpha \qquad (2);$$

из равенства моментов сил относительно центра масс (или средней точки нижней грани):

$$(N_2 - N_1)L/2 = (\mu_1 N_1 + \mu_2 N_2)H/2 = mg\sin\alpha H/2 \qquad (3).$$

Отсюда можно найти

$$N_1 = (mg/2)(\cos\alpha - H\sin\alpha/L) \text{ и } N_2 = (mg/2)(\cos\alpha + \text{H}\sin\alpha/L). \qquad (4)$$

После подстановки этих выражений в уравнение (2) получим соотношение, связывающее коэффициенты трения с критическим углом:

$$(\mu_1 + \mu_2) + (\mu_2 - \mu_1)H\text{tg}\alpha/L = 2\text{tg}\alpha. \qquad (5)$$

При полоске с $\mu_1$ ниже, обозначив критический угол $\beta$, получим:

$$(\mu_1 + \mu_2) - (\mu_2 - \mu_1)H\text{tg}\beta/L = 2\text{tg}\beta. \qquad (6)$$

Отсюда находим, что $(\mu_1 + \mu_2) = \text{tg}\alpha + \text{tg}\beta$ (7).

А для искомой разности коэффициентов трения имеем:

$$\mu_2 - \mu_1 = 2L(\text{tg}\alpha - \text{tg}\beta)/H(\text{tg}\alpha + \text{tg}\beta) \qquad (8).$$

**б**) $H$ и $L$ измеряются с помощью миллиметровой бумаги. Тангенсы углов наклона выражаются через $h$ и $x$ (**1.а**), которые можно измерить с помощью миллиметровой бумаге. Если в рассмотренных выше двух случаях обозначить расстояния от бруска до вершины угла $x_1$ и $x_2$, то $\text{tg}\alpha = h/x_1$, а $\text{tg}\beta = h/x_2$. Для разницы коэффициентов трения получим выражение:

$$\mu_2 - \mu_1 = 2L(x_2 - x_1)/H(x_2 + x_1) \qquad (9),$$

в которое $h$ не входит! То есть для нахождения разности коэффициентов трения достаточно определить лишь $x_1$, $x_2$.

<Анализ измеримости, выбор измеряемых величин **1 балл**>

**3. а)** Измерения $L$ и $H$ достаточно просты и проводятся с ошибкой не больше 0,5 мм. Для $H$ относительная погрешность не больше 2%. Достаточно однократного аккуратного измерения.

**б**) Измерения расстояния $x$ менее надёжны, ибо, во-первых, трудно уловить момент начала проскальзывания, и во-вторых, брусок может зацепиться за локальный дефект поверхности бумаги, покрывающей наклонную плоскость. Поэтому сначала грубо определяем $x$ с избытком и недостатком, постепенно сужая границы. Влияние локальных дефектов можно устранить, помещая брусок на разные места плоскости, или, слегка постукивая по ней, проверить, будет брусок безостановочно соскальзывать или затормозится. При таких предосторожностях можно сузить границы до диапазона 1-2 мм, что при $x_2 - x_1$ около 20-30 мм даёт относительную погрешность меньше 10%. При троекратном попадании в этот диапазон можно считать, что воспроизводимость измерений достаточна.

<Указание причин погрешности, способ сужения границ, постукивание, проверка воспроизводимости (троекратное попадание в диапазон 1-2 мм) оценка относительной погрешности в $\mu_2 - \mu_1$.>

**3. в)**

**ТАБЛИЦА ИЗМЕРЕНИЙ**

| | Одна сторона | | Размеры |
|---|---|---|---|
| № | $x_1$ в мм | $x_2$ в мм | бруска |
| 1 | | | $L$ в мм |
| 2 | | | |
| 3 | | | $H$ в мм |
| Ср. | | | |

$$\mu_2 - \mu_1 = 2L(x_2 - x_1)/H(x_1 + x_2).$$

Основной вклад в погрешность определения $\mu_1 - \mu_2$ вносит погрешность $(x_1 - x_2)$, это примерно 10%.

<Таблица измерений или другое чёткое и полное представление измерений. Вычисление искомой разности коэффициентов трения. Попадание в 10% ворота, в случае приведённых данных от 0,45 до 0,51.>

**Организаторам целесообразно провести независимые измерения коэффициентов трения $\mu_2$ и $\mu_1$.**

Эти измерения коэффициентов трения наждачной бумаги и изоляционной ленты по отдельности у нас согласовывались лучше, чем 10%.

*Примерные критерии оценивания*

| | | |
|---|---|---|
| 1.а) | Указан способ определения наклона | 1 балл |
| 1.б) | Выполнены измерения и представлены результаты | 2 балла |
| 2.а) | Рассмотрено условие равновесия, выведена формула для $\mu_2 - \mu_1$ | 4 балла |
| 2.б) | Проведён анализ измеримости и выбор измеряемых величин | 2 балла |
| 3.а) | Измерены $L$ и $H$ | 1 балл |
| 3.б) | Указаны причины погрешностей измерений | 3 балла |
| 3.в) | Приведена таблица измерений | 2 балла |

**Задание 11.1. Исследование зависимости температуры воды $T_в$ от времени**

В задачах на теплообмен обычно предполагается, что количество теплоты, отдаваемое горячим телом в единицу времени прямо пропорционально разности температур между горячим и холодным телом. Следовательно, можно записать следующее выражение: $C\ \Delta T = \alpha(Тв – Тк)\ \Delta t$

где С – теплоемкость воды, $\Delta T$ – изменение температуры воды за малое время $\Delta t$, Тв – температура воды, Тк – температура окружающей среды, $\alpha$ – коэффициент пропорциональности.

Путем графической обработки полученных экспериментальных данных определите величину коэффициента $\alpha$ для 5-6 различных значений температуры воды в стакане, постройте график зависимости $\alpha$ от разности температур (Тв-Тк) и сделайте вывод о справедливости предположения, сформулированного выше.

Масса налитой воды Мв =150 г, удельная теплоемкость воды Св = 4200 Дж/(кг*град).

Для наливания определенного количества горячей воды в стакан определите сначала требуемый уровень с помощью мерного стакана и холодной воды, сделайте метку в стакане и попросите организатора налить горячей воды до необходимого уровня. Теплоемкостью алюминиевого стакана в условиях эксперимента можно пренебречь. Температура в помещении определяется электронным термометром и выводится на его дисплей в непрерывном режиме.

*Оборудование*: алюминиевый стакан с горячей водой, крышка к стакану, мерный стакан, термометр, секундомер, комнатный термометр (общий на аудиторию).

**Внимание!!! При работе с горячей водой соблюдать предельную осторожность и проявить максимальное внимание с целью *избежать опрокидывания* стакана с водой и стараться не разбить термометр!!!**

**Решение и комментарии:**

Пусть количество теплоты, отдаваемое водой и стаканом за время $\Delta t$ равно Q и при температуре в стакане Тв его содержимое и сам стакан остыли за это время на $\Delta T$ градусов. Тогда, согласно условию задачи

$$(СвМв + СсМс)\ \Delta T = \alpha\ (Тв – Тк)\ \Delta t \qquad (1)$$

Обозначим Со = (СвМв + СсМс). При подстановке численных значений из условия задачи получаем Со = 443 Дж/ град.

Из (1) $\alpha = (Со/(Тв-Тк))\ (\Delta T/\ \Delta t)$ (2)

В выражении (2) $(\Delta T/\ \Delta t)$ - это производная функции Тв(t). Для ее нахождения по экспериментальным данным необходимо построить график представленной в условии зависимости и определить тангенс угла наклона касательной к этому графику в точке, соответствующей определенному значению Тв. Проделав эту операцию несколько раз (при различных Тв), можно с помощью формулы (1) вычислить $\alpha$ для различных значений Тв, что и требуется в задаче. На рис 1 проиллюстрирована эта процедура, а в таблице 2 представлены результаты вычисления $\alpha$ для 8 значений Тв.

**Табл.2**

| № | Тв, град.С | α, Дж/(град. сек) |
|---|---|---|
| 1 | 77 | 0,29 |
| 2 | 65 | 0,27 |
| 3 | 60 | 0,26 |
| 4 | 55 | 0,24 |
| 5 | 50 | 0,22 |
| 6 | 45 | 0,22 |
| 7 | 40 | 0,24 |
| 8 | 36 | 0,25 |

На рис.2 показана полученная зависимость α(*Т*в). Если считать, что среднее значение А = 0,25 Дж/(град. сек), то максимальное отклонение α от этого значения (при Тв=77 град С) составляет 16%. Таким образом, с одной стороны, можно утверждать, что α вплоть до 80 град остается величиной постоянной с точностью до 16-20 %. С другой стороны, в предложенном методе ручной обработки результатов весьма существенную роль играет субъективный фактор (как построить график, как провести касательную зависит от аккуратности исполнителя). Это обстоятельство делает эту задачу особо привлекательной с олимпиадной точки зрения, так как позволяет оценить целый комплекс знаний и умений участников олимпиады.

Для сравнения, на рис .3 представлена зависимость α(Тв) ( в условных единицах как по вертикальной, так и по горизонтальной осям), полученная в результате автоматизированной обработки данных, приведенных в условии задачи. На этом рисунке видно, что в данном случае наблюдается существенный рост α в области высоких температур.

*Примерные критерии оценивания*

| | |
|---|---|
| 1.Таблица измерений *Т*(t) – не менее 15 значений | **3 балла** |
| не менее 10 значений | 2 балла |
| менее 10 точек или если измерялось время в зависимости от температуры t(T) | 1 балл |
| 2. Грамотно оформленный график T(t) – если он использовался для расчета α (при наличии на нем нескольких касательных) | 3 балла |
| если не использовался для расчета α | 1 балл |
| 3. Формула для расчета α (или просто расчет по формуле если видны все числа, как они использовались при расчете) | 2 балла |
| 1. Значения α (не менее 5) при разных Тв: | |
| - если получены путем обработки графика (касательные), правильная величина и размерность | 4 балла |
| если численным дифференцированием (разность соседних измеренных значений температуры) правильная величина и размерность | 2 балла |
| в любом случае, если не правильная величина или размерность (или размерность отсутствует) | 1 балл |
| 5. График α (Тв) с учетом погрешности | 2 балла |
| без учета погрешности | 1 балл |
| 6. Обоснованный вывод | 1 балл |

***Рисунок 1***

Определение α по графику $T_в(t)$

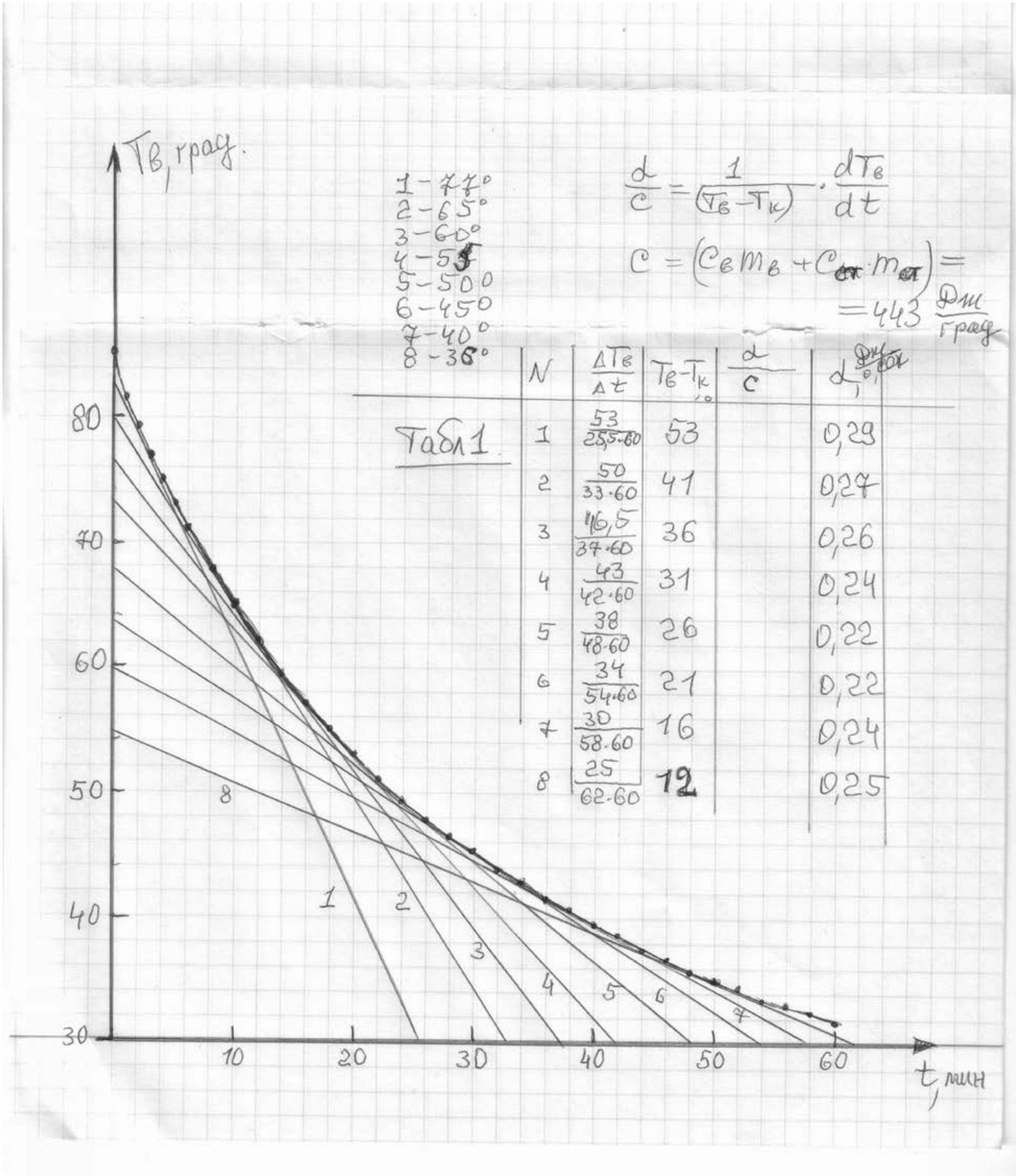


***Рисунок 2***

Полученная по данным таблицы 1 зависимость $\alpha(T_в)$

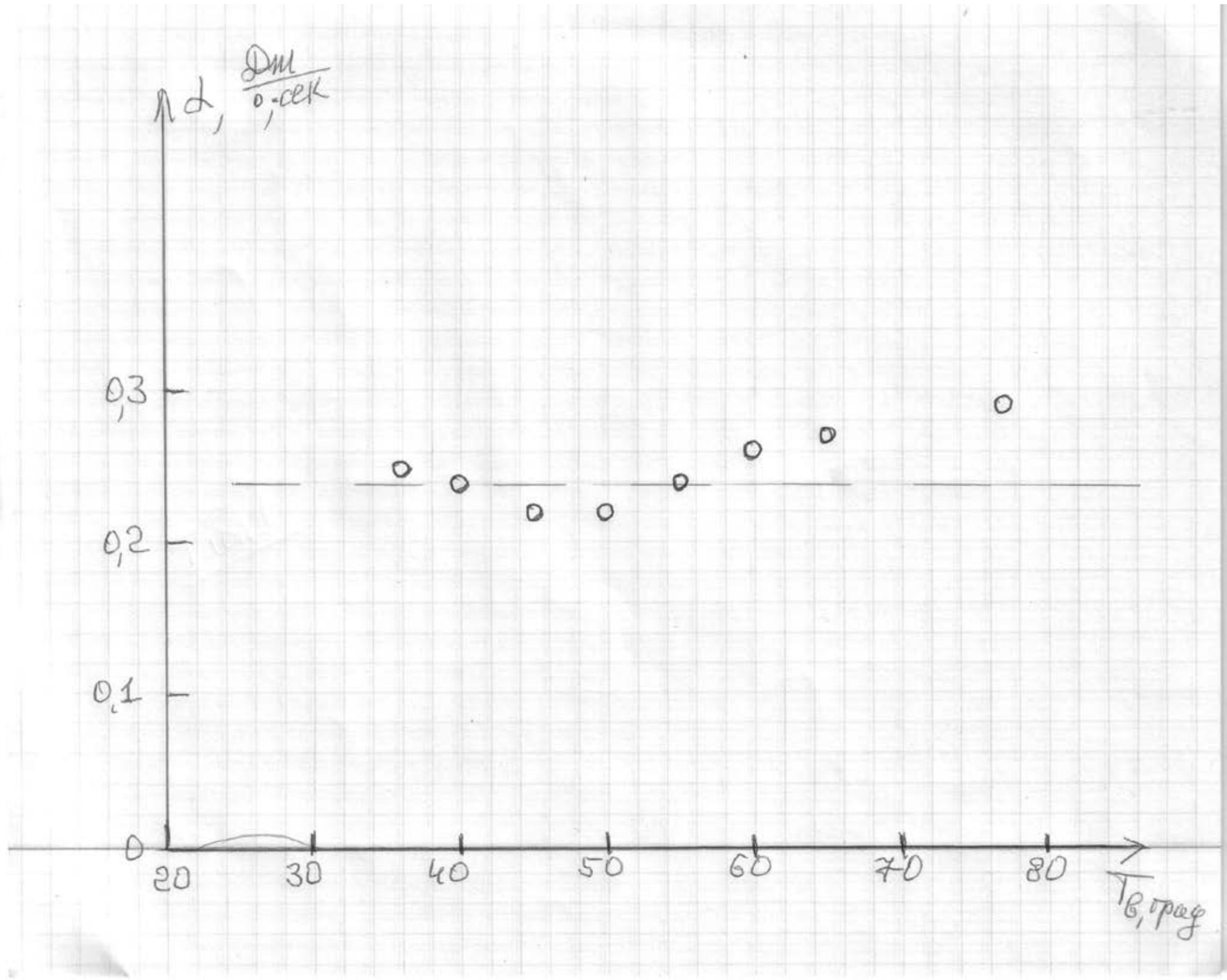


***Рисунок 3***

Зависимость $\alpha(T_в)$, полученная при обработке данных на компьютере (всё в условных единицах)