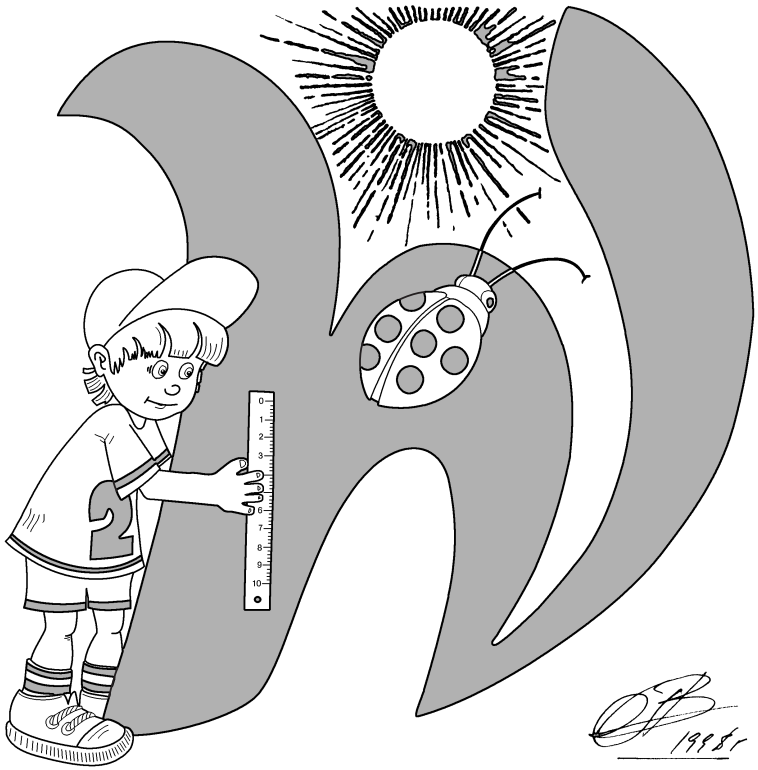
Методическая комиссия по физике
при центральном оргкомитете
Всероссийских олимпиад школьников

Олимпиада Максвелла

Региональный этап

Теоретический тур

Методическое пособие



МФТИ, 2013/2014 уч.г.

Комплект задач подготовлен методической комиссией по физике
при центральном оргкомитете Всероссийских олимпиад школьников
Телефоны: (495) 408-80-77, 408-86-95.
E-mail: **physolymp@gmail.com**

Авторы задач

7 класс	**8 класс**
1. Плис В.	1. Варламов С.
2. Воронов А.	2. Замятнин М.
3. Чивилёв В.	3. Замятнин М.
4. Воронов А.	4. Кармазин С.

Общая редакция — Слободянин В.

Оформление и вёрстка — Паринов Д., Цыбров Ф.

При подготовке оригинал-макета
использовалась издательская система LaTeX 2_ε.
© Авторский коллектив
141700, Московская область, г. Долгопрудный
Московский физико-технический институт

7 класс

Задача 1. Противостояние Марса

В момент противостояния Солнце, Земля и Марс находятся на одной прямой (Земля между Солнцем и Марсом). Продолжительность земного года $T = 365$ суток, марсианского — в $k = 1{,}88$ раза больше. Считая, что планеты обращаются вокруг Солнца по круговым орбитам с общим центром, лежащим в одной плоскости, найдите минимальный промежуток времени τ, между двумя последовательными противостояниями. Планеты движутся в одну сторону.

Задача 2. На метеорологической станции

На метеорологической станции проводят измерения плотности снега в воздухе при помощи осадкомера. Осадкомер представляет собой цилиндрический сосуд с площадью дна 200 см^2 и высотой 40 см, куда собираются осадки. Во время измерений снежинки падали вертикально вниз со скоростью $v = 0{,}6$ м/с. За шесть часов уровень снега в осадкомере достиг $h = 15$ см, а плотность снега в сосуде составила $\rho_0 = 0{,}15$ г/см^3. Определите, чему равна плотность снега ρ в воздухе во время снегопада, то есть масса снега, находящегося в одном кубическом метре воздуха.

Задача 3. Рыбак

Рыбак на лодке с мотором снялся с якоря, при этом случайно обронил в воду весло, и затем поплыл вверх против течения. Через 5 минут, проплыв вдоль берега 1200 м, он обнаружил пропажу весла, развернул лодку и поплыл обратно. Когда он догнал его, то заметил, что весло снесло вниз по течению на 600 м. Считайте, что скорость течения реки и скорость лодки относительно воды постоянны.

1. Через какое время t_0, после обнаружения пропажи весла, рыбак подплыл к нему?
2. Какова скорость v_p течения реки?
3. Какова скорость v_0 моторной лодки в стоячей воде?

Задача 4. Шарик с гелием

Шарик накачали гелием. Масса газа составляет 20% от массы всего шарика. Через день, когда часть гелия просочилась через стенки, объём шарика уменьшился в 2 раза, а масса гелия стала составлять 10% от массы всего шарика. Определите, во сколько раз изменилась средняя плотность воздушного шарика.

8 класс

Задача 1. На прогулке

Экспериментатор Глюк и теоретик Баг по утрам гуляют в парке. Вместе с Глюком на прогулку вышел и его пес Шарик. Баг, не торопясь, бежит трусцой по прямой дорожке навстречу Глюку со скоростью $v_\text{Б}$, а Глюк идет с Шариком навстречу Багу со скоростью $v_\text{Г}$. Когда Глюк увидел Бага, расстояние между ними было равно L. Он тут же отпустил Шарика, и тот со всех ног со скоростью $v_0 = 3(v_\text{Г} + v_\text{Б})$ бросился бежать к товарищу своего хозяина. Шарик, добежав до Бага, некоторое время идет рядом с ним, а затем бросается к своему хозяину. Добежав до него и пройдясь немного рядом с Глюком, он снова бежит к Багу, и так несколько раз. За время сближения приятелей Шарик провел возле каждого из них одинаковое время. Общая длина пути, который успел пройти и пробежать пес, равна $2L$. Сколько времени Шарик бегал со скоростью v_0, если друзья встретились через 1 минуту 40 секунд? До самой встречи скорости приятелей не изменялись.

Задача 2. Плавание наоборот

В герметичном сосуде сверху находится жидкость с плотностью $\rho_0 = 800$ кг/м^3, отделенная легким подвижным поршнем от газа (рис. 1), находящегося внизу и имеющего давление $p = 20$ кПа. В поршне есть круглое отверстие, в которое вставлен цилиндрический поплавок. Причем в жидкость поплавок погружен на некоторую длину h, а в газ на длину $3h$. Площадь основания поплавка S. Поплавок может свободно скользить относительно поршня, а поршень относительно стенок сосуда. Жидкость нигде не подтекает. Какой должна быть плотность поплавка ρ, чтобы система могла оставаться в равновесии? Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2.

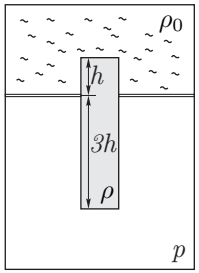


Рис. 1

Задача 3. Разные мощности

На рычаге массой $3m$ висят две льдинки (рис. 2). Точка опоры делит рычаг в соотношении 1:2. К короткому плечу рычага подвешена льдинка массой $4m$.

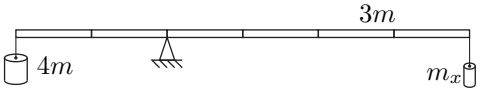


Рис. 2

1. Какую массу должна иметь льдинка, подвешенная к длинному плечу, чтобы система находилась в равновесии?
2. Льдинки одновременно начали нагревать. Во сколько раз должны отличаться мощности подводимого к льдинкам тепла, чтобы равновесие сохранилось? Льдинки находятся при температуре плавления.

Задача 4. Две детали

Теплоизолированный сосуд был до краев наполнен водой при температуре $t_0 = 19°\text{C}$. В середину этого сосуда быстро, но аккуратно опустили деталь, изготовленную из металла плотностью $\rho_1 = 2700$ кг/м^3, нагретую до температуры $t_д = 99°\text{C}$, и закрыли крышкой. После установления теплового равновесия температура воды в сосуде стала равна $t_x = 32{,}2°\text{C}$. Затем в этот же сосуд, наполненный до краев водой при температуре $t_0 = 19°\text{C}$, вновь быстро, но аккуратно опустили две такие же детали, нагретые до той же температуры $t_д = 99°\text{C}$, и закрыли крышкой. В этом случае после установления в сосуде теплового равновесия температура воды равна $t_y = 48{,}8°\text{C}$. Чему равна удельная теплоемкость c_1 металла, из которого изготовлены детали? Плотность воды $\rho_0 = 1000$ кг/м^3. Удельная теплоемкость воды $c_0 = 4200$Дж/(кг $\cdot$ °C).

Возможные решения

7 класс

Задача 1. Противостояние Марса

Два последовательных противостояния наступают через промежуток времени τ, за который Земля обгонит Марс на полный оборот, то есть на 360°.

За это время Земля повернётся на угол

$$\varphi_З = \frac{360°}{T} \cdot \tau,$$

а Марс на угол

$$\varphi_М = \frac{360°}{kT} \cdot \tau.$$

Условие противостояния:

$$360° = \varphi_З - \varphi_М = \frac{360°}{T} \cdot \tau - \frac{360°}{kT} \cdot \tau.$$

Отсюда

$$\tau = T \cdot \frac{k}{k-1} = 365 \cdot \frac{1{,}88}{1{,}88-1} \approx 780 \text{ суток}.$$

Примерные критерии оценивания

Описано условие двух последовательных противостояний 2
Найден угол поворота Земли 2
Найден угол поворота Марса 2
Получен ответ 4

Задача 2. На метеорологической станции

Масса снега в сосуде

$$m = \rho_0 Sh = 0{,}15 \text{ г/см}^3 \cdot 200 \text{ см}^2 \cdot 15 \text{ см} = 450 \text{ г}.$$

Найдём, какой объём занимает снег такой массы в воздухе. Так как снег падал вертикально вниз с постоянной скоростью, то его объём в воздухе

$$V = SH = Svt = 200 \text{ см}^2 \cdot 60 \text{ см/с} \cdot 6 \cdot 3600 \text{ с} = 259200000 \text{ см}^3 = 259{,}2 \text{ м}^3.$$

Плотность снега в воздухе

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{\rho_0 h}{vt} \approx 1{,}736 \text{ г/м}^3.$$

Заметим, что ответ не зависит от площади S.

Примерные критерии оценивания

Найдена масса снега в сосуде 3

Найден объём, занимаемый снегом такой массы в воздухе 5
Найдена плотность снега в воздухе 2

Задача 3. Рыбак

1. Рассмотрим движение лодки относительно воды в реке. Так как весло относительно воды в реке неподвижно, то лодка удалялась от весла и приближалась к нему одно и то же время. Следовательно, рыбак достал весло из воды через $t_0 = 5$ минут после обнаружения пропажи.

2. Весло находилось в воде (5+5) минут = 10 минут = 600 с. Скорость течения реки

$$v_\text{р} = \frac{600\text{ м}}{600\text{ с}} = 1\text{ м/с}.$$

3. Вверх против течения реки рыбак плыл со скоростью $v_\text{верх} = \dfrac{1200\text{ м}}{300\text{ с}} = 4$ м/с. Отсюда найдем скорость лодки в стоячей воде:

$$v_0 = v_\text{верх} + v_\text{р} = (4+1)\text{ м/с} = 5\text{ м/с}.$$

Примерные критерии оценивания

Указание на то, что рыбак в обе стороны плыл одно и то же время 1
Ответ на первый вопрос с обоснованием 3
Ответ на второй вопрос 3
Ответ на третий вопрос 3

Задача 4. Шарик с гелием

Пусть m — масса оболочки шарика, m_1 — масса гелия в первом случае. Масса шарика складывается из массы гелия и оболочки, поэтому

$$m_1 = 0{,}2 \cdot (m_1 + m).$$

Отсюда найдём соотношение между массой гелия m_1 и массой оболочки m шарика в первом случае:

$$m_1 = m/4.$$

Аналогично, во втором случае:

$$m_2 = 0{,}1 \cdot (m_2 + m).$$

$$m_2 = m/9.$$

Отношение плотностей выражается через отношение масс и отношений объёмов:

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{m + m_2}{m + m_1} \cdot \frac{V_1}{V_2}.$$

Подставляя в это выражение массы, выраженные через массу оболочки, получаем ответ:

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{m + m/9}{m + m/4} \cdot \frac{V_1}{V_2} = \frac{10}{9} \cdot \frac{4}{5} \cdot 2 = \frac{16}{9} \approx 1{,}78.$$

Примерные критерии оценивания

Найдено, как связана масса гелия и масса шарика вначале 3
Найдено, как связана масса гелия и масса шарика после изменения 3
Указано, как связано отношение плотностей с отношением масс и объёмов . 1
Получен ответ 3

8 класс

Задача 1. На прогулке

Глюк и Баг встретились через время

$$T = L/(v_Г + v_Б). \quad (1)$$

Пусть τ – время, которое Шарик провел, находясь рядом с каждым из друзей. Тогда вместе с Глюком и Багом он прошел часть пути, равную

$$L_1 = \tau(v_Г + v_Б). \quad (2)$$

Все остальное время $t = T–2\tau$ Шарик бегал со скоростью v_0. За это время он пробежал расстояние:

$$L_2 = (T–2\tau) \cdot 3(v_Г + v_Б). \quad (3)$$

По условию, Шарик пробежал путь $L_1 + L_2 = 2L$. Отсюда следует:

$$\tau(v_Г + v_Б) + (T–2\tau) \cdot 3(v_Г + v_Б) = 2T(v_Г + v_Б). \quad (4)$$

Тогда $\tau = 0{,}2T$. Шарик бегал $T–2\tau = 0{,}6T = 60$ с.

Примерные критерии оценивания

Найдена связь между между T и L (1) 2
Найдена связь между между τ и L_1 (2) 2
Найдена связь между между t и L_2 (3) 2
Записано выражение, связывающее разные времена (например, $\tau = 0{,}2T$) .. 3
Получен численный ответ 1

Задача 2. Плавание наоборот

Из условия равновесия легкого поршня следует, что давление непосредственно над поршнем равно p. Тогда давление у верхнего торца поплавка

$$p_1 = p - \rho_0 gh.$$

Из условия равновесия поплавка

$$p_1 S + mg = pS,$$

получаем выражение

$$(p - \rho_0 gh)S + \rho \cdot 4hSg = pS,$$

из которого получаем ответ:

$$\rho = \rho_1/4 = 200 \text{ кг/м}^3.$$

Примечание. Положение равновесия, рассматриваемое в задаче — неустойчиво.

Примерные критерии оценивания

Записано условие равновесия поршня 1
Найдено давление наверху поплавка 2
Записано условие равновесия поплавка 4
Найдена плотность поплавка 2
Получен численный ответ 1

Задача 3. Разные мощности

1. Расставим силы, действующие на рычаг (рис. 3) и воспользуемся правилом моментов относительно точки опоры:

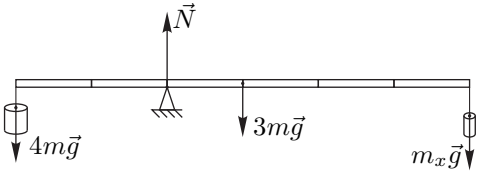


Рис. 3

$$4mg \cdot 2L = 3mgL + m_x g \cdot 4L,$$

отсюда $m_x = 5m/4$.

2. Так как льдинки уже при температуре плавления, вся теплота сразу идет на плавление. Пусть за некоторое время Δt масса левой льдинка уменьшилась на Δm, а правой — на Δm_x. Тогда по правилу моментов:

$$(4m - \Delta m)g \cdot 2L = 3mgL + (m_x - \Delta m_x)g \cdot 4L.$$

Если вычесть из первого уравнения второе, получим $\Delta m = 2\Delta m_x$. Изменение массы льдинки пропорционально подведённому количеству теплоты, которое пропорционально мощности нагрева. Следовательно, мощность нагрева левой льдинки должна быть в 2 раза больше.

Примерные критерии оценивания

Записано правило моментов исходной системы 3
Получен ответ для массы правой льдинки 1
Найдена связь между изменениями масс льдинок $2\Delta m = \Delta m_x$ 3
Приведено доказательство пропорциональности растаявшей массы и мощности 2
Получен ответ для отношения мощностей 1

Задача 4. Две детали

Пусть объем сосуда равен V_0, а объем детали, соответственно, V_1.

Запишем уравнения теплового баланса для первого и для второго случаев:

$$c_1\rho_1 V_1(t_д - t_x) = c_0\rho_0(V_0 - V_1)(t_x - t_0), \tag{5}$$

$$c_1\rho_1 \cdot 2V_1(t_д - t_y) = c_0\rho_0(V_0 - 2V_1)(t_y - t_0). \tag{6}$$

Преобразуем эти выражения:

$$c_1\rho_1 V_1\frac{t_д - t_x}{t_x - t_0} + c_0\rho_0 V_1 = c_0 V_0\rho_0,$$

$$c_1\rho_1(2V_1)\frac{t_д - t_y}{t_y - t_0} + c_0\rho_0(2V_1) = c_0 V_0\rho_0.$$

Из равенства правых частей уравнений следует равенство левых частей, на объём V_1 можно сократить:

$$c_1\rho_1\frac{t_д - t_x}{t_x - t_0} + c_0\rho_0 = 2c_1\rho_1\frac{t_д - t_y}{t_y - t_0} + 2c_0\rho_0,$$

откуда

$$c_1 = c_0\frac{\rho_0}{\rho_1}\frac{1}{\left(\dfrac{t_д - t_x}{t_x - t_0} - 2\dfrac{t_д - t_y}{t_y - t_0}\right)} = 919{,}642 \text{ Дж/(кг}\cdot{}^\circ\text{C)} \approx 920 \text{ Дж/(кг}\cdot{}^\circ\text{C)}.$$

Примерные критерии оценивания

Записано уравнение теплового баланса (5) 3
Записано уравнение теплового баланса (6) 3
Получено выражение для теплоёмкости c_1 3
Приведён числовой ответ 1

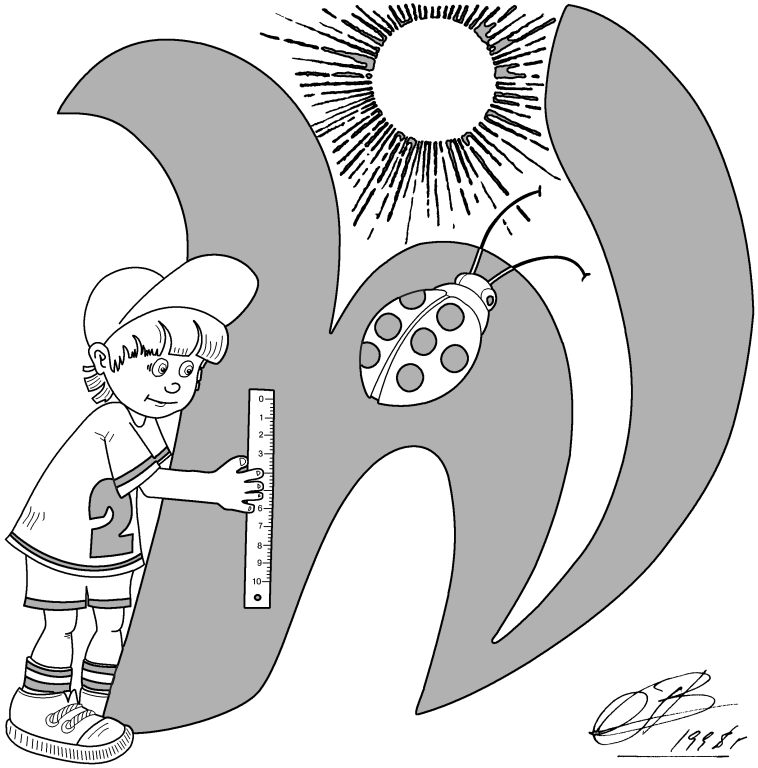
Методическая комиссия по физике
при центральном оргкомитете
Всероссийских олимпиад школьников

XLVIII Всероссийская олимпиада школьников по физике

Региональный этап

Теоретический тур

Методическое пособие



МФТИ, 2013/2014 уч.г.

Комплект задач подготовлен методической комиссией по физике
при центральном оргкомитете Всероссийских олимпиад школьников
Телефоны: (495) 408-80-77, 408-86-95.
E-mail: **physolymp@gmail.com**

Авторы задач

9 класс	**10 класс**	**11 класс**
1. Замятнин М.	1. Савинов Е.	1. Слободянин В.
2. Замятнин М.	2. Савинов Е., Слободянин В.	2. Осин М.
3. Кармазин С.	3. Шеронов А.	3. Бабинцев В.
4. Александров Д.	4. Слободянин В., Сеитов А.	4. Кобякин А.
5. Ерофеев И.	5. Шень А.	5. Замятнин М.

Общая редакция — Слободянин В.

Оформление и вёрстка — Паринов Д., Цыбров Ф.

При подготовке оригинал-макета
использовалась издательская система LaTeX 2_ε.
© Авторский коллектив
141700, Московская область, г. Долгопрудный
Московский физико-технический институт

9 класс

Задача 1. Опасная затея

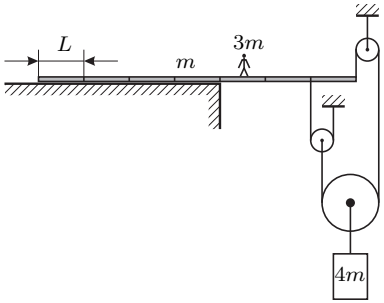


Рис. 1

Доска массой m лежит, выступая на 3/7 своей длины, на краю обрыва. Длина одной седьмой части доски $L = 1$ м. К свисающему краю доски с помощью невесомых блоков и нитей (рис. 1) прикреплен противовес, имеющий массу $4m$. На каком расстоянии от края обрыва на доске может стоять человек массой $3m$, чтобы доска оставалась горизонтальной?

Задача 2. Туда-сюда

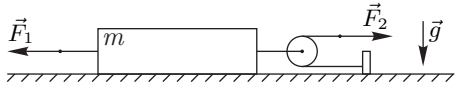


Рис. 2

К системе, приведённой на рисунке 2, прикладывают в указном направлении внешние силы F_1 и F_2, графики зависимости которых от времени даны на рис. 3 и рис. 4 соответственно. Масса бруска $m = 1$ кг, коэффициент трения между плоскостью и бруском $\mu = 0{,}4$, ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2. Нити лёгкие, нерастяжимые и длинные. Блок невесомый. На какое расстояние переместится брусок за 10 секунд, если изначально он покоится?

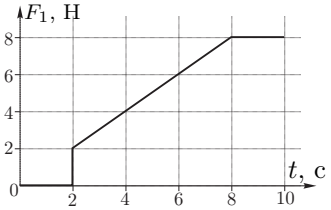


Рис. 3

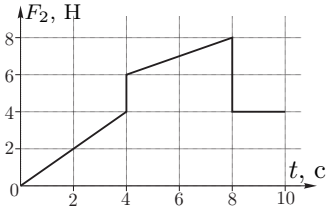


Рис. 4

Задача 3. Две детали

Теплоизолированный сосуд был до краев наполнен водой при температуре $t_0 = 19°$C. В середину этого сосуда быстро, но аккуратно опустили деталь, изготовленную из металла плотностью $\rho_1 = 2700$ кг/м^3, нагретую до температуры $t_д = 99°$C, и закрыли крышкой. После установления теплового равновесия температура воды в сосуде равна $t_x = 32{,}2°$C. Затем в этот же сосуд, наполненный до краев водой при температуре $t_0 = 19°$C, вновь быстро, но аккуратно опустили две такие же детали, нагретые до той же температуры $t_д = 99°$C, и закрыли крышкой. В этом случае после установления в сосуде теплового равновесия температура воды равна $t_y = 48{,}8°$C. Чему равна удельная теплоемкость c_1 металла, из которого изготовлены детали? Плотность воды $\rho_0 = 1000$ кг/м^3. Удельная теплоемкость воды $c_0 = 4200$Дж/(кг $\cdot$ °C).

Задача 4. Эквивалентная схема

На рис. 5 приведена блок-схема регулируемого источника постоянного тока. Идеальная батарея, обеспечивающая постоянное напряжение U_0, защищена от короткого замыкания резистором, сопротивление которого r. Выходное напряжение задается резистором сопротивлением R. К выходным разъемам A и B подключают нагрузку, сопротивление которой $R_н$.

Для упрощения расчета силы тока, текущего через нагрузку $R_н$, схему регулируемого источника принято представлять в виде эквивалентной схемы (рис. 6), обеспечивающей такую же силу тока, текущего через нагрузку, как и реальный источник (рис. 5) . Выразите напряжение U_1 и сопротивление r_1 эквивалентной схемы через параметры (U_0, R, и r) источника.

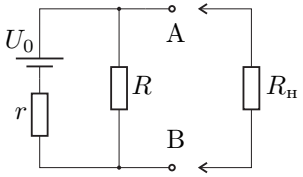


Рис. 5

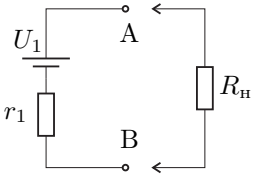


Рис. 6

Задача 5. Вода и ртуть

В тонкой U-образной трубке постоянного сечения находится вода и ртуть одинаковых объемов. Длина горизонтальной части трубки $l = 40$ см. Трубку раскрутили вокруг колена с водой (рис. 7), и оказалось, что уровни жидкостей в трубке одинаковы и равны $h = 25$ см. Пренебрегая эффектом смачивания, определите период T вращения трубки.

Справочные данные: ускорение свободного падения $g = 9{,}8$ м/с^2; плотности воды и ртути равны $\rho_в = 1{,}0$ г/см^3 и $\rho_р = 13{,}5$ г/см^3 соответственно.

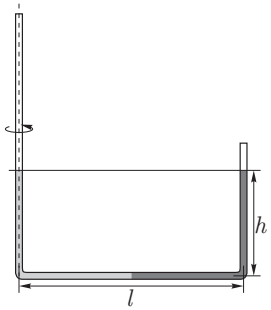


Рис. 7

10 класс

Задача 1. Три блока

К двум лёгким подвижным блокам подвешены грузы, массы которых m_1 и m_2. Лёгкая нерастяжимая нить, на которой висит блок с грузом m_1, образует с горизонтом угол α. Грузы удерживают в равновесии (рис. 8). Найдите ускорение грузов сразу после того, как их освободят. Считайте, что радиусы блоков $r \ll L$.

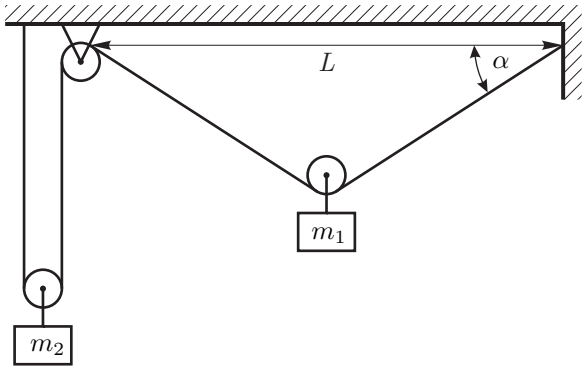


Рис. 8

Задача 2. Переменное трение

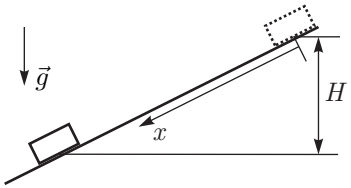


Рис. 9

Небольшой груз соскальзывает без начальной скорости по наклонной плоскости. Известно, что коэффициент трения между грузом и плоскостью меняется по закону:

$$\mu(x) = \alpha x,$$

где x — расстояние вдоль плоскости от начального положения груза. Опустившись на высоту H по вертикали (рис. 9), груз останавливается. Найдите максимальную скорость груза в процессе движения.

Задача 3. Работа в цикле

Рабочим телом тепловой машины является идеальный одноатомный газ. Цикл состоит из изобарного расширения (1, 2), адиабатического расширения (2, 3) и изотермического сжатия (3, 1). Модуль работы при изотермическом сжатии равен A_{31}. Определите, чему может быть равна работа газа при адиабатическом расширении A_{23}, если у указанного цикла КПД $\eta \leqslant 40\%$?

Задача 4. Чёрный ящик

Теоретик Баг предложил экспериментатору Глюку определить схему электрического «чёрного» ящика (ЧЯ) с двумя выводами. В ящике находятся два одинаковых диода и два разных резистора. Вольтамперная характеристика (ВАХ) «чёрного» ящика приведена на рис. 10, а ВАХ диода – на рис. 11.

Восстановите схему ЧЯ и определите сопротивление каждого из резисторов.

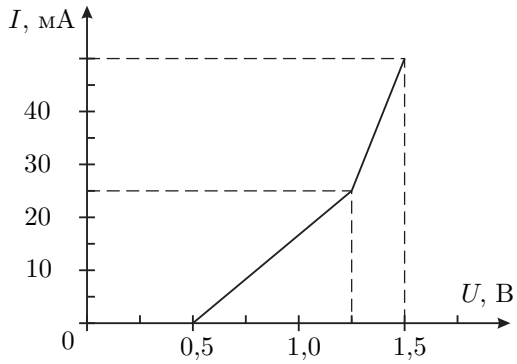


Рис. 10

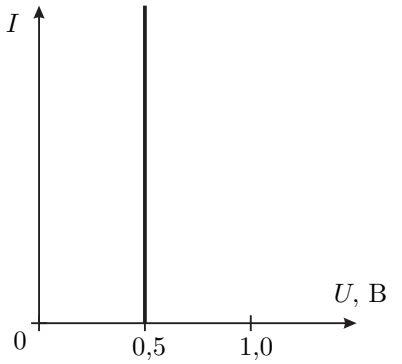


Рис. 11

Задача 5. Две пружины

На двух легких одинаковых пружинах, соединенных нитью AB, висит груз массы m. Жесткость каждой пружины k. Между витками пружины протянули еще две нити: одну прикрепили к потолку и к верхнему концу B нижней пружины, а вторую к грузу и нижнему концу A верхней пружины (рис. 12). Эти две нити не провисают, но и не натянуты. Нить AB перерезали. Через некоторое время система пришла к новому положению равновесия. Найдите изменение потенциальной энергии системы.

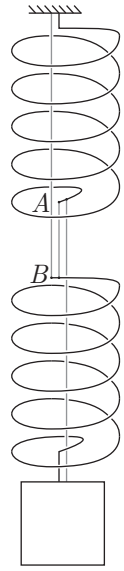


Рис. 12

11 класс

Задача 1. Колонна из песка

Рис. 13

Как-то теоретик Баг, гуляя по берегу моря, увидел как отдыхающий строит замок из песка (рис. 13). Он решил узнать, какой максимальной высоты колонну можно построить из влажного песка. В одной из работ Леонарда Эйлера он обнаружил, что максимальная высота цилиндрической колонны изготовленной из однородного и изотропного материала, может быть рассчитана по формуле

$$H = 1{,}25 \cdot E^{\alpha} R^{\beta} \rho^{\gamma} g^{\lambda}, \qquad (1)$$

где α, β, γ и λ — некоторые числовые коэффициенты, R — радиус колонны, ρ — плотность материала, из которого она изготовлена, g — ускорение свободного падения, E — модуль Юнга. Баг рассчитал, что если колонну сделать из влажного песка, то при её радиусе $R_1 = 5\,\text{см}$, высота колонны окажется 1,0 м. Друг Бага, экспериментатор Глюк, решил собрать более «солидную» колонну. Он сделал радиус её основания $R_2 = 15\,\text{см}$. Колонна какой высоты получилась у Глюка?

Справочные данные: плотность влажного песка $\rho = 1{,}5 \times 10^3\,\text{кг/м}^3$, его модуль Юнга $E = 3{,}0 \times 10^6\,\text{Па}$, ускорение свободного падения $g = 9{,}8\,\text{м/с}^2$.

Примечание. Модуль Юнга — это коэффициент пропорциональности между давлением (или растяжением), действующим на плоскую поверхность исследуемого образца и его относительным сжатием (удлинением).

Задача 2. Ползущая пружина

Вблизи края гладкой горизонтальной полуплоскости лежат два одинаковых груза, соединенные лёгкой нерастянутой пружиной, длина которой l_0, а жёсткость — k. К грузу, ближайшему к краю плоскости, с помощью нерастяжимой нити, перекинутой через лёгкий блок, прикреплён ещё один такой же груз массой m (рис. 14). Его удерживают так, что участок нити, идущий от блока к этому грузу, вертикален. Нижний груз отпускают.

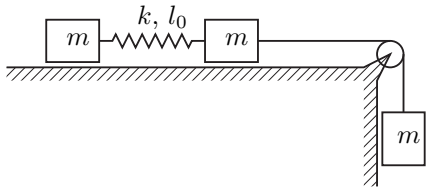


Рис. 14

Через какое минимальное время τ удлинение Δl пружины станет максимальным?

Найдите это удлинение.

Задача 3. Градирня

На промышленных предприятиях для охлаждения больших объемов воды используют градирни (рис. 15). Рассмотрим идеализированную градирню, представляющую собой широкий цилиндр диаметром $D = 15\,\text{м}$, в котором на некоторой высоте H от основания через специальные форсунки (1) распыляется горячая вода, температура которой $t_1 = 50°\text{C}$. По мере падения она остывает до температуры $t_2 = 28°\text{C}$. Посредством вентилятора навстречу падающим каплям снизу со скоростью $u = 2{,}0\,\text{м/с}$ поднимается воздух при температуре $t_0 = 29°\text{C}$. Считайте, что его температура на протяжении всего пути остается неизменной, а влажность меняется от $\varphi = 40\%$ на входе, до $\varphi_1 = 100\%$ на выходе из градирни. Какова производительность q градирни, то есть, сколько тонн воды охлаждается в ней за один час?

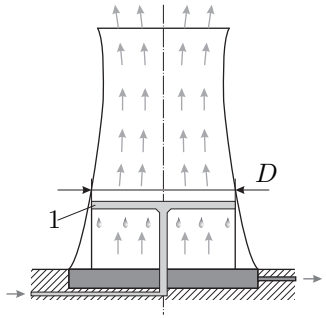


Рис. 15

Справочные данные для воды:
удельная теплоемкость $c = 4{,}2 \times 10^3\,\text{Дж/(кг}\cdot°\text{C)}$; удельная теплота парообразования $L = 2{,}3 \times 10^6\,\text{Дж/кг}$, температурная зависимость давления насыщенных паров приведена на графике (рис. 16).

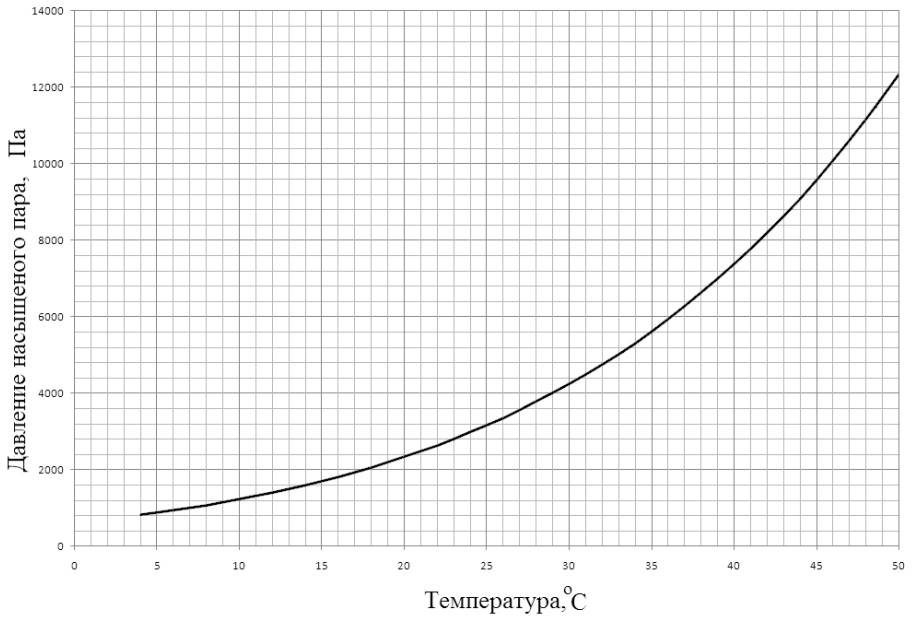


Рис. 16

Задача 4. Конденсаторы

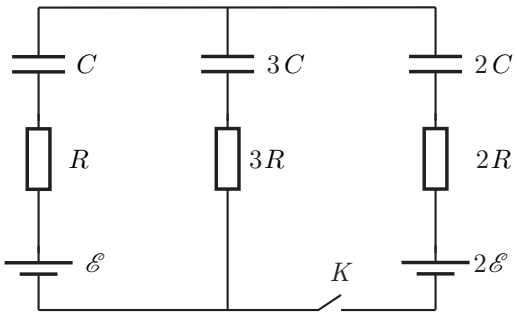


Рис. 17

Параметры электрической цепи указаны на схеме (рис. 17). Вначале ключ K разомкнут.

1. Определите напряжение на конденсаторе емкостью C.
2. Определите силу тока, который потечёт через резистор сопротивлением $3R$, сразу после замыкания ключа K.
3. Какое напряжение установится на конденсаторе емкостью C после того, как переходные процессы в цепи завершатся?

Задача 5. Много катушек

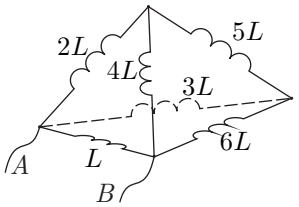


Рис. 18

Шесть идеальных катушек индуктивности соединили в электрическую цепь так, что катушки образовали ребра тетраэдра (рис. 18). К вершинам A и B подсоединили последовательно соединенные резистор сопротивлением $R = 100$ Ом, батарейку с ЭДС $\mathscr{E} = 4{,}6$ В, миллиамперметр и ключ. Индуктивность катушки $L = 1$ мГн. Взаимной индуктивностью катушек пренебречь.

1. Вычислите силу тока I_{60}, протекающего через миллиамперметр спустя 1 минуту после замыкания ключа.
2. Вычислите силу тока, протекающего через каждую из катушек в тот момент, когда сила тока, протекающего через миллиамперметр, равна $I_A = 23$ мА.

Возможные решения

9 класс

Задача 1. Опасная затея

Из невесомости блоков и нитей, найдём связь между силами натяжения нитей (рис. 19). Заметим, что равновесие может нарушиться как при опрокидывании доски относительно края обрыва, так и при подъёме правого края вверх. Расставим силы, действующие на доску и в системе. Из условия равновесия нижнего блока $4T = 4mg$, или $T = mg$. Рассмотрим случай, когда доска опрокидывается влево (правый конец идёт вверх), тогда сила реакции опоры приложена к левому краю доски (N_1 на рис. 19). Запишем правило моментов для сил, приложенных к левому краю доски, относительно этой точки:

$$mg\frac{7L}{2} + 3mg(4L + x_1) + T \cdot 6L = 2T \cdot 7L, \quad \text{откуда} \quad x_1 = -\frac{5L}{2} < 0,$$

то есть человек может на 2,5 м зайти от края обрыва влево.

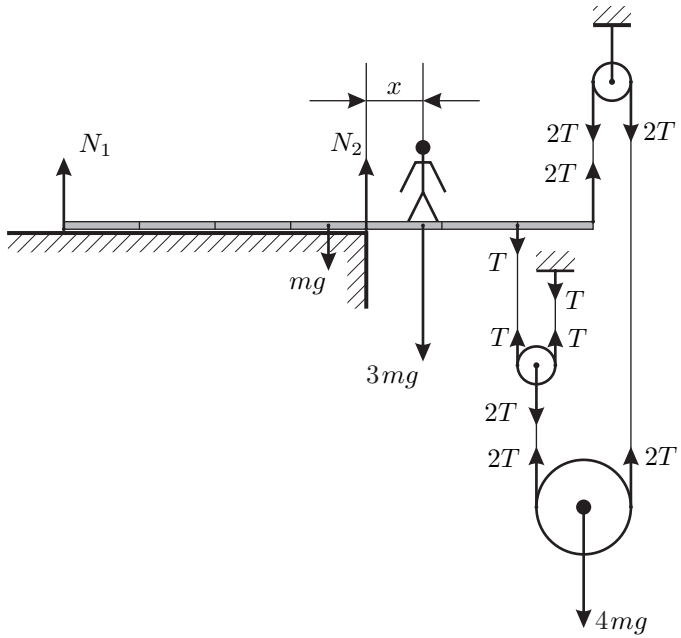


Рис. 19

Теперь рассмотрим случай, когда доска опрокидывается вправо (правый конец идёт вниз), тогда сила реакции опоры приложена к точке, находящейся на расстоянии $4L$ от левого края доски (N_2 на рис. 19). Запишем правило

моментов для сил, приложенных к доске, относительно этой точки:

$$mg\frac{L}{2} + 2T \cdot 3L = 3mgx_2 + T \cdot 2L, \quad \text{откуда} \quad x_2 = \frac{3L}{2} > 0,$$

то есть человек может на 1,5 м выйти вправо за край обрыва. При нахождении человека между этими крайними точками система будет в равновесии, а сила реакции опоры N будет приложена где-то между рассмотренными крайними положениями.

Примерные критерии оценивания

Указаны все силы (кроме силы реакции опоры), действующие на доску, и их точки приложения 1
Найдены силы натяжения нитей 1
Указана точка приложения силы реакции опоры в случае, когда правый конец доски поднимается 1,5
Записано правило моментов для первого случая 1,5
Найдено расстояние x_1 1
Указана точка приложения силы реакции опоры в случае, когда правый конец доски опускается 1,5
Записано правило моментов для второго случая 1,5
Найдено расстояние x_2 1

Задача 2. Туда-сюда

Заметим, что подвижный блок увеличивает силу F_2 в два раза. Если направить ось x вправо, то проекция силы, действующей на брусок со стороны нитей, равна:

$$F_x = 2F_2 - F_1.$$

Построим график зависимости F_x от времени t (рис. 20).

Брусок сдвинется с места, когда суммарная внешняя сила превысит максимально возможную силу трения покоя, равную $F_{\text{тр}} = \mu mg = 4$ Н. Из графика видно (рис. 21), что движение начнётся в момент времени $t_0 = 4$ с. Брусок будет двигаться с постоянным ускорением: $a_{x,1} = (F_x - F_{\text{тр}})/m = 4$ м/с^2, пока в момент времени $t_1 = 8$ с нити не перестанут действовать на брусок. Скорость бруска в этот момент составит $v_{x,1} = a_{x,1}(t_1 - t_0) = 16$ м/с.

После $t_1 = 8$ с брусок будет двигаться только под действием силы трения с ускорением $a_{x,2} = -4$ м/с^2. При $t_2 = 10$ с скорость равна $v_{x,2} = v_{x,1} + a_{x,2}(t_2 - t_1) = 8$ м/с.

Перемещение Δx бруска есть площадь под графиком $v_x(t)$, поэтому удобно построить график (рис. 22). За 10 с брусок сместится на расстояние

$$\Delta x = 1/2 \cdot 16 \cdot 4 \text{ м} + 1/2 \cdot (16 + 8) \cdot 2 \text{ м} = 56 \text{ м}.$$

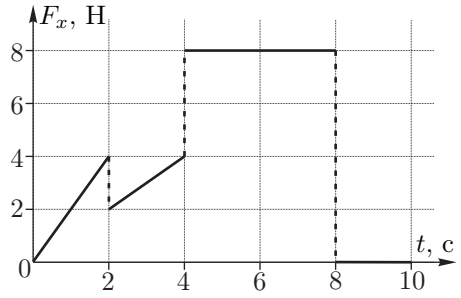


Рис. 20

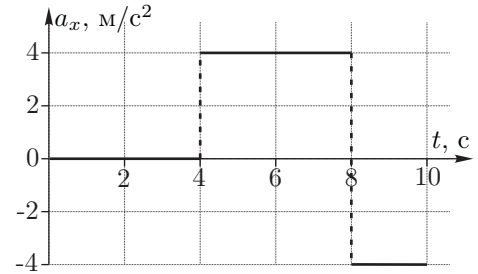


Рис. 21

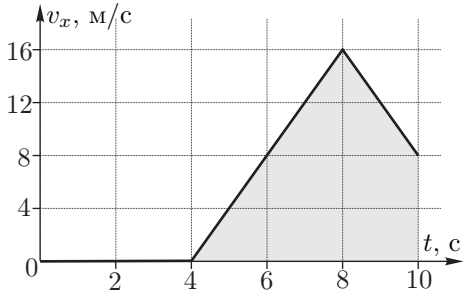


Рис. 22

Примерные критерии оценивания

Учтено, что подвижный блок увеличивает силу в 2 раза 1
Найдена максимально возможная сила трения покоя 1
Указано, что брусок сдвинется, когда $|F_x|$ превысит $F_{\text{тр}}$ 1
Найдено ускорение $a_{x,1}$ 1
Найдено ускорение $a_{x,2}$ 1
Описано изменение скорости в моменты времени $4 \div 8$ с 1
Описано изменение скорости в моменты времени $8 \div 10$ с 1
Найдено перемещение в моменты времени $4 \div 8$ с 1
Найдено перемещение в моменты времени $8 \div 10$ с 1
Получен ответ для перемещения 1

Задача 3. Две детали

Пусть объем сосуда равен V_0, а объем детали, соответственно, V_1.

Запишем уравнения теплового баланса для первого и для второго случаев:

$$c_1\rho_1 V_1(t_\text{д} - t_x) = c_0\rho_0(V_0 - V_1)(t_x - t_0), \tag{2}$$

$$c_1\rho_1 \cdot 2V_1(t_\text{д} - t_y) = c_0\rho_0(V_0 - 2V_1)(t_y - t_0). \tag{3}$$

Исключим из этой системы объем V_0. Для этого выразим в каждом уравнении величину $c_0\rho_0V_0$ и приравняем получившиеся выражения:

$$\frac{c_1\rho_1V_1(t_д - t_x) + c_0\rho_0V_1(t_x - t_0)}{t_x - t_0} = \frac{c_1\rho_1 \cdot 2V_1(t_д - t_y) + c_0\rho_0 \cdot 2V_1(t_y - t_0)}{t_y - t_0}$$

Объём V_1 сократится. После алгебраических преобразований получим ответ:

$$c_1 = c_0\frac{\rho_0}{\rho_1}\frac{1}{\left(\dfrac{t_д - t_x}{t_x - t_0} - 2\dfrac{t_д - t_y}{t_y - t_0}\right)} \approx 920 \text{ Дж/(кг} \cdot {}^\circ\text{C)}.$$

Примерные критерии оценивания

Учтено, что в первом случае оставшийся объём воды в сосуде $V_0 - V_1$ 1
Записано уравнение теплового баланса (2) 2
Учтено, что во втором случае оставшийся объём воды в сосуде $V_0 - 2V_1$ 1
Записано уравнение теплового баланса (3) 2
Получено выражение для теплоёмкости c_1 3
Получен численный ответ 1

Задача 4. Эквивалентная схема

Первое решение. Найдём напряжение U_{AB} на разъёмах регулируемого источника в зависимости от силы тока I, текущего через нагрузку (рис. 23):

$$U_{AB} = U_0 - I_0r = I'R.$$

Учитывая, что $I_0 = I + I'$, можно выразить I':

$$U_0 - (I + I')r = I'R, \quad \text{откуда} \quad I' = \frac{U_0 - Ir}{R + r}.$$

Значит,

$$U_{AB} = I'R = U_0\frac{R}{R + r} - I\frac{Rr}{R + r}. \qquad (4)$$

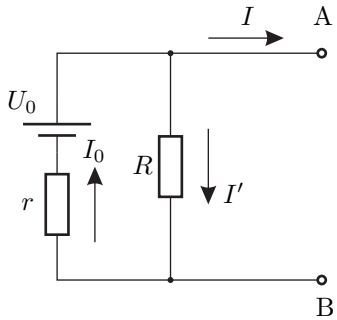


Рис. 23

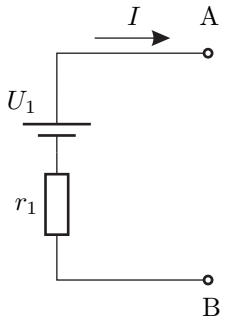


Рис. 24

Для эквивалентной схемы (рис. 24):

$$U_{AB} = U_1 - Ir_1. \qquad (5)$$

Чтобы при любом значении I формулы (4) и (5) давали одинаковый результат, необходимо

$$U_1 = U_0\frac{R}{R + r}, \qquad r_1 = \frac{Rr}{R + r}. \qquad (6)$$

Примечание. При решении этой задачи можно сравнивать не только напряжение на разъёмах источника, но и силу тока через нагрузку, взяв в качестве параметра, например, сопротивление нагрузки.

Второе решение. Напряжение U_1 эквивалентной схемы есть показания вольтметра, подключенного к выводам A и B. Так как по условию схемы эквивалентны, при подключении к исходной схеме вольтметр показывает то же самое:

$$U_1 = U_0\frac{R}{R + r}.$$

При коротком замыкании между выводами A и B исходной схемы течёт ток силой $I_{к.з.} = U_0/r$. При коротком замыкании выводов эквивалентной схемы сила тока должна быть такой же, причём ток течёт только через резистор r_1, поэтому:

$$r_1 = \frac{U_1}{I_{к.з.}} = r \cdot \frac{U_1}{U_0} = \frac{Rr}{R + r}.$$

Примерные критерии оценивания

Первое решение

Получено выражение (4), или любое другое выражение, связывающее напряжение или ток нагрузки с величиной, взятой в качестве параметра для исходной схемы 3
Получено выражение (5), или любое другое выражение, связывающее напряжение или ток нагрузки с величиной, взятой в качестве параметра для эквивалентной схемы 1
В работе присутствует идея, что при любых значениях параметра выражения (4) и (5) должны давать одинаковый результат 2
Указано, какие именно величины должны быть равны, чтобы при любых значениях параметра выражения (4) и (5) давали одинаковый результат 2
Найдено U_1 1
Найдено r_1 1

Второе решение

Указано, что при подключении вольтметра к разным схемам должно быть одинаковое значение напряжения 2
Найдено напряжение на U_1 2
Указано, что сила тока короткого замыкания одинакова 2

Найдена сила тока короткого замыкания для исходной схемы 1
Найдена сила тока короткого замыкания для эквивалентной схемы 1
Найдено сопротивление r_1 2

Задача 5. Вода и ртуть

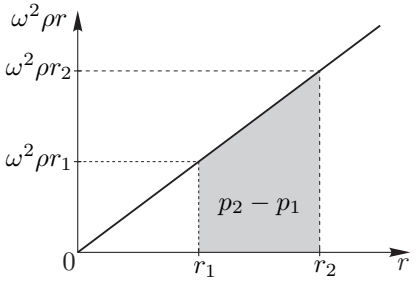


Рис. 25

Найдем изменение давления в горизонтальной части трубки. Для этого запишем уравнение движения малого элемента жидкости длиной Δr, находящегося на расстоянии r от оси вращения:

$$a_{\text{цс}}\rho S\Delta r = \omega^2 r\rho S\Delta r = S\Delta p,$$

где ω — угловая скорость вращения трубки, Δp — перепад давлений на концах малого элемента жидкости длиной Δr. При вычислении разности давлений на концах горизонтального участка трубки (заштрихованная площадь под графиком (рис. 25)) получим:

$$p_2 - p_1 = \omega^2\rho(r_2 - r_1)\cdot\frac{r_1 + r_2}{2} = \omega^2\rho\frac{r_2^2 - r_1^2}{2}. \qquad (7)$$

Перепад давлений между правым и левым коленом равен сумме перепадов давлений в горизонтальной части трубки, заполненной водой и ртутью:

$$p_2 - p_1 = \omega^2\rho_{\text{в}}\frac{(l/2)^2 - 0}{2} + \omega^2\rho_{\text{р}}\frac{l^2 - (l/2)^2}{2} = (3\rho_{\text{р}} + \rho_{\text{в}})\frac{\omega^2 l^2}{8}. \qquad (8)$$

Этот перепад давлений и поддерживает разность давлений вертикальных столбов воды и ртути:

$$(3\rho_{\text{р}} + \rho_{\text{в}})\frac{\omega^2 l^2}{8} = \rho_{\text{р}}gh - \rho_{\text{в}}gh, \qquad (9)$$

откуда $\omega = \sqrt{\dfrac{8gh}{l^2}\cdot\dfrac{\rho_{\text{р}} - \rho_{\text{в}}}{3\rho_{\text{р}} + \rho_{\text{в}}}}$. Период вращения

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{\pi l}{\sqrt{2gh}}\cdot\sqrt{\frac{3\rho_{\text{р}} + \rho_{\text{в}}}{\rho_{\text{р}} - \rho_{\text{в}}}} \approx 1{,}0 \text{ с}.$$

Примерные критерии оценивания

Найден перепад давлений на концах малого элемента жидкости Δr 2
Указано, как найти разность давлений на горизонтальном участке (график или интегрирование) 1

Найдена разность давлений на горизонтальном участке (7) 1
Посчитан перепад давлений для ртути в горизонтальном участке (8) 1
Посчитан перепад давлений для воды в горизонтальном участке (8) 1
Записано выражение (9) 2
Получен ответ для периода в общем виде 1
Получен численный ответ для периода 1

10 класс

Задача 1. Три блока

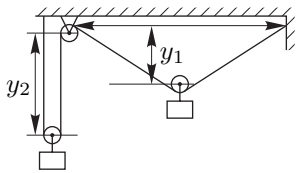


Рис. 26

Так как нить и блоки лёгкие, натяжение верёвки T всюду одинаково. Для груза №1 запишем в проекции на вертикальную ось, направленную вниз, второй закон Ньютона:

$$m_1 a_1 = m_1 g - 2T\sin\alpha.$$

Для груза № 2 второй закон Ньютона в проекции на вертикальную ось даст:

$$m_2 a_2 = m_2 g - 2T.$$

Поскольку нить нерастяжимая, малое смещение по вертикали Δy_1 груза № 1 (рис. 26) и малое смещение по вертикали Δy_2 груза № 2 (рис. 27) связаны соотношением:

$$2\Delta y_1 \sin\alpha + 2\Delta y_2 = 0. \qquad (10)$$

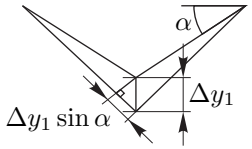


Рис. 27

Рассматривая эти смещения за малый промежуток времени Δt, получаем выражение, связывающее скорости грузов:

$$v_1 \sin\alpha + v_2 = 0.$$

Найдём связь между малыми изменениями скоростей:

$$\Delta(v_1\sin\alpha) + \Delta v_2 = \Delta v_1 \sin\alpha + v_1\Delta(\sin\alpha) + \Delta v_2 = 0.$$

Так как в начальный момент времени скорости грузов равны нулю, то эти изменения скоростей связаны соотношением:

$$\Delta v_1 \sin\alpha + \Delta v_2 = 0.$$

Отсюда следует такая же связь между ускорениями грузов:

$$a_1 \sin\alpha + a_2 = 0. \qquad (11)$$

Решая полученную систему уравнений, находим:

$$a_1 = g\frac{m_1 - m_2\sin\alpha}{m_1 + m_2\sin^2\alpha}, \quad a_2 = -g\sin\alpha\frac{m_1 - m_2\sin\alpha}{m_1 + m_2\sin^2\alpha}.$$

Примерные критерии оценивания

Записан второй закон Ньютона для груза №1 2
Записан второй закон Ньютона для груза №2 2
Указана связь между малыми смещениями грузов 2

Обоснован переход от выражения (10) к выражению (11) 1
Записано выражение для связи ускорений (11) 1
Правильный ответ для a_1 1
Правильный ответ для a_2 1

Задача 2. Переменное трение

Если груз находится в точке x, то проекция равнодействующей силы на ось x равна:

$$F_x = mg\sin\varphi - \alpha x mg\cos\varphi,$$

где φ — угол наклона плоскости. Скорость будет максимальной когда $F_x = 0$, в этот момент координата груза равна $x_0 = (\operatorname{tg}\varphi)/\alpha$.

При перемещении груза на расстояние L сила трения линейно возрастает от нуля до некоторого максимального значения $\alpha L \cdot mg\cos\varphi$. Тогда модуль работы силы трения можно найти как произведение силы $(\alpha L mg\cos\varphi)/2$ на пройденный путь L.

Потенциальная энергия груза идёт на работу силы трения:

$$mgH = \frac{\alpha L^2 mg\cos\varphi}{2} = \frac{\alpha H^2 mg\cos\varphi}{2\sin^2\varphi} = \frac{\alpha H^2 mg}{2\sin\varphi}\frac{\alpha}{\operatorname{tg}\varphi} = mg\frac{H^2}{2x_0\sin\varphi}.$$

Откуда получаем, что $x_0 = H/(2\sin\varphi)$.

Запишем закон сохранения энергии при перемещении из точки $x = 0$ в точку $x = x_0$:

$$\frac{mgH}{2} = \frac{mv^2}{2} + \frac{1}{2}\cdot mgx_0\sin\varphi = \frac{mv^2}{2} + \frac{mgH}{4}.$$

Откуда

$$v = \sqrt{\frac{gH}{2}}.$$

Альтернативное решение

Построим график (рис. 28) проекции равнодействующей силы на ось X от перемещения x. Работа равнодействующей силы равна нулю, так как кинетическая энергия в конце и в начале одинакова и равна нулю. Из этого следует, что работа по разгону тела (соответствует площади треугольника над осью x) равна по модулю работе по торможению тела (площадь треугольника под осью x). Эти треугольники равны, поэтому график пересекает ось x в точке $L/2$. Работа равнодействующей силы по разгону тела (верхний треугольник) равна изменению кинетической энергии $mv^2/2$. Площадь верхнего треугольника есть половина площади прямоугольника. Площадь прямоугольника численно равна работе силы тяжести при опускании

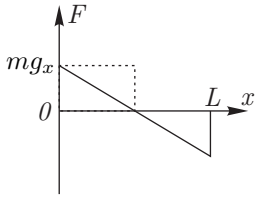


Рис. 28

груза на $H/2$. Отсюда получаем равенство $mv^2/2 = mgH/4$, из которого получается ответ.

Примерные критерии оценивания

Указано, что скорость максимальна, когда равнодействующая сила равна нулю 2
Указано как найти работу силы при её линейном изменении 2
Получено, что скорость максимальна, когда тело прошло половину пути ... 2
Записан закон сохранения энергии при перемещении тела из точки $x = 0$ в точку $x = x_0$ 2
Получен ответ 2

Задача 3. Работа в цикле

В данном цикле теплота подводится на участке (1, 2), отводится на (3, 1). Тогда КПД равен

$$\eta = 1 - \frac{Q_{31}}{Q_{12}}.$$

Поскольку на изотерме изменение внутренней энергии равно нулю, то $Q_{31} = A_{31}$. Получим выражение для Q_{12}:

$$Q_{12} = \frac{Q_{31}}{1-\eta} = \frac{A_{31}}{1-\eta}.$$

Воспользуемся первым началом термодинамики и тем, что газ идеальный одноатомный:

$$Q_{12} = A_{12} + \Delta U_{12} = p\Delta V_{12} + \frac{3}{2}\nu R\Delta T_{12} = \frac{5}{3}\Delta U_{12}.$$

Процесс (2, 3) адиабатический (теплота не подводится, работа совершается за счёт уменьшения внутренней энергии), и изменение внутренней энергии в цикле равно нулю, поэтому:

$$A_{23} = -\Delta U_{23} = \Delta U_{12} + \Delta U_{31} = \Delta U_{12} + 0 = \Delta U_{12}.$$

Выражаем работу при адиабатическом расширении A_{23} через работу на изотерме A_{31} и КПД η:

$$A_{23} = \Delta U_{12} = \frac{3}{5}Q_{12} = \frac{3}{5(1-\eta)}A_{31}. \qquad (12)$$

КПД принимает значения $\eta \in (0,\, 0{,}4]$, поэтому работа при адиабатическом расширении A_{23} принимает значения:

$$\frac{3}{5}A_{31} < A_{23} \leqslant A_{31}.$$

Примерные критерии оценивания

Определены участки, где подводится и отводится теплота, записано выражение для КПД 2
Из уравнения состояния идеального газа получено выражение для изобарного процесса $p\Delta V_{12} = \nu R\Delta T_{12}$ 2
Указано, что работа на изобаре $A_{12} = p\Delta V_{12}$, изменение внутренней энергии одноатмного газа $\Delta U_{12} = \frac{3}{2}\nu R\Delta T_{12}$ 1
Получено выражение (12) 3
Проведён анализ выражения (12) и получен ответ 2

Задача 4. Чёрный ящик

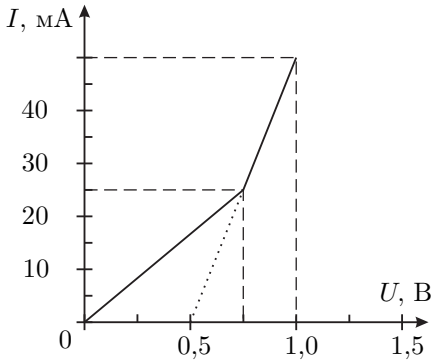


Рис. 29

Поскольку на ВАХ присутствуют два излома, то в цепи два диода включены последовательно. Так как ток через ЧЯ начинает течь при достижении напряжения 0,5 В, следует считать, что к одному из диодов параллельно не подключены резисторы. Для удобства дальнейшего анализа, перерисуем ВАХ чёрного ящика, исключив из неё участок с одиночным диодом. Получим характеристику, изображенную на рис. 29. Так как теперь ВАХ содержит излом, а сила тока линейно зависит от напряжения, мы можем сделать вывод, что в цепи есть резистор, включенный параллельно диоду (схема на рис. 30) или диоду с последовательно соединенным с ним резистором (схема на рис. 31).

Вторая схема не соответствует фрагменту цепи ЧЯ, так излом ВАХ происходит при напряжении большем, чем напряжение открытия $U_0 = 0{,}5$ В. Таким образом остается проанализировать первую схему.

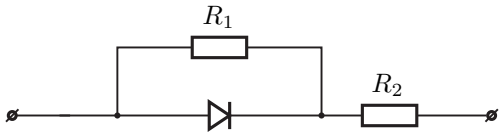


Рис. 30

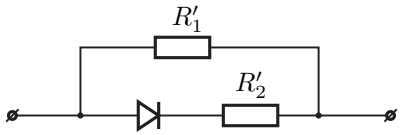


Рис. 31

Пока диод закрыт, сила тока в цепи пропорциональна напряжению, а коэффициент пропорциональности найдем, взяв напряжение и силу тока для точки излома ВАХ:

$$R_{1,2} = R_1 + R_2 = (750\ \text{мВ}/25\ \text{мА}) = 30\ \text{Ом}.$$

В момент открытия диода, напряжение на нём, а значит и на резисторе R_1, будет равно $U_0 = 0{,}5$ В. Значит:

$$R_1 = (500\ \text{мВ}/25\ \text{мА}) = 20\ \text{Ом}.$$

Сопротивление резистора $R_2 = R_{1,2} - R_2 = 10$ Ом. Изобразим цепь ЧЯ и укажем на ней значения сопротивлений резисторов (рис. 32).

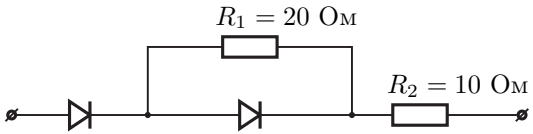


Рис. 32

Примерные критерии оценивания

Слелан вывод о том, что один из диодов подключен последовательно к остальной цепи 2
Показано, что схема 1 — единственная возможная 3
Найдено суммарное сопротивление $R_{1,2}$ 2
Найдено сопротивление R_1 2
Найдено сопротивление R_2 1

Задача 5. Две пружины

В начальный момент (до перерезания нити AB) кинетическая энергия системы была равна нулю. После того, как нить AB перерезали, и колебания прекратились, кинетическая энергия вновь оказалась равной нулю. Потенциальная же энергия, связанная с деформацией пружин, и с взаимодействием груза с Землей, изменилась. Потенциальная энергия двух пружин, каждая и которых растянута силой mg на величину $\Delta x_1 = \dfrac{mg}{k}$, равна

$$E_{\text{п},1} = 2 \cdot \frac{k\Delta x_1^2}{2} = \frac{(mg)^2}{k}.$$

После перерезания нити AB, пружины оказались соединенными параллельно. Груз приподнялся. Теперь каждая из пружин растянута на вдвое меньшую длину:

$$\Delta x_2 = \frac{mg}{2k}.$$

Потенциальная энергия пружин после перерезания нити:

$$E_{\text{п},2} = 2 \cdot \frac{k\Delta x_2^2}{2} = \frac{(mg)^2}{4k}.$$

После перерезания нити положение точки B не изменится, а груз поднимется на высоту

$$\Delta h = \Delta x_1 - \Delta x_2 = \frac{mg}{2k}.$$

Изменение потенциальной энергии груза в поле тяжести равно

$$\Delta E_{\text{т}} = mg\Delta h = \frac{(mg)^2}{2k}.$$

В итоге потенциальная энергия системы изменится на:

$$\Delta E = E_{\text{п},2} - E_{\text{п},1} + \Delta E_{\text{т}} = -\frac{(mg)^2}{4k}.$$

Знак минус говорит о том, что потенциальная энергия уменьшится.

Примерные критерии оценивания

Найдено растяжение каждой пружины вначале 1
Найдена начальная потенциальная энергия пружин 1
Найдено конечное растяжение каждой пружины 2
Найдена конечная потенциальная энергия пружин 1
Найдена высота подъёма груза 2
Записано изменение потенциальной энергии груза в поле тяжести 1
Получен конечный ответ для изменение потенциальной энергии системы ... 2

11 класс

Задача 1. Колонна из песка

Поскольку высота имеет размерность длины, то все прочие размерности в выражении (1) должны в итоге дать ноль:

$$\dim\left(E^\alpha R^\beta \rho^\gamma g^\lambda\right) = M^\alpha L^{-\alpha} T^{-2\alpha} L^\beta M^\gamma L^{-3\gamma} L^\lambda T^{-2\lambda} = \\ = M^{\alpha+\gamma} T^{-2(\alpha+\lambda)} L^{\lambda-\alpha-3\gamma+\beta} = L,$$

а это значит, что

$$\begin{cases} \alpha + \gamma = 0, & M \\ \alpha + \lambda = 0, & T \\ \lambda - \alpha - 3\gamma + \beta = 1. & L \end{cases} \tag{13}$$

Решая эту систему уравнений получим: $\alpha = -\gamma = -\lambda$ и $\alpha + \beta = 1$. С учётом этих соотношений уравнение (1) перепишем в виде:

$$H = 1{,}25 \cdot \left(\frac{E}{\rho g}\right)^\alpha R^{1-\alpha}. \tag{14}$$

Введём параметр

$$r = \frac{E}{\rho g} = \left(\frac{3{,}0 \times 10^6}{1{,}5 \times 10^3 \cdot 9{,}8}\right)\text{м} \approx 204\,\text{м}.$$

Теперь уравнение (1) примет вид: $H = 1{,}25\, r^\alpha\, R^{1-\alpha}$. По расчетам Бага

$$1\,\text{м} = 1{,}25\,(204\,\text{м})^\alpha\,(0{,}05\,\text{м})^{1-\alpha} = 1{,}25\,\left(\frac{204\,\text{м}}{0{,}05\,\text{м}}\right)^\alpha (0{,}05\,\text{м}).$$

Это выражение преобразуем к виду: $16 = (4080)^\alpha$. Откуда находим

$$\alpha = \frac{\ln 16}{\ln(4080)} = \frac{2{,}773}{8{,}314} = \frac{1}{3}.$$

Применим уравнение (14) для случая расчета Бага и эксперимента Глюка, а затем поделим одно на другое:

$$\frac{H_2}{H_1} = \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^{\frac{2}{3}}.$$

Отсюда следует, что $H_2 = \left(\frac{0{,}15}{0{,}05}\right)^{\frac{2}{3}} \cdot 1\,\text{м} = 2{,}08\,\text{м} \approx 2\,\text{м}$.

Примерные критерии оценивания

Записана система (13) 2

Решена система (13) 1
Записано уравнение (14) или эквивалентное ему 2
Найдено значение коэффициента α 3
Отношение высот выражено через отношение радиусов 1
Найдена высота H_2 1

Задача 2. Ползущая пружина

Рассмотрим груз (1), к которому прикреплена только пружина (рис. 33). На него действует только сила F_1 со стороны пружины:

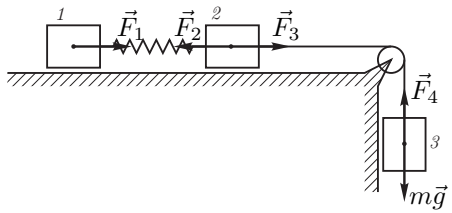


Рис. 33

$$ma_1 = F_1. \qquad (15)$$

Так как пружина лёгкая,

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = 0, \quad \text{или} \quad F_1 = F_2 = F. \qquad (16)$$

Груз (2) движется под действием силы F_2 со стороны пружины и силы F_3 со стороны нити:

$$ma_2 = F_3 - F_2. \qquad (17)$$

На груз (3) действуют силы тяжести mg и реакции нити F_4:

$$ma_3 = mg - F_4. \qquad (18)$$

Поскольку нить нерастяжима, то

$$F_3 = F_4; \quad a_2 = a_3. \qquad (19)$$

Выразим из уравнений (15) — (19) разность ускорений

$$a_2 - a_1 = \frac{g}{2} - \frac{3F}{2m}.$$

С учётом закона Гука получаем:

$$\ddot{x} = a_2 - a_1 = \frac{g}{2} - \frac{3k}{2m}x, \qquad (20)$$

где x — удлинение пружины.

Введём обозначения:

$$\omega^2 = \frac{3k}{2m}; \quad A_0 = \frac{mg}{3k}; \quad y = x - A_0;$$

и перепишем уравнение (20):

$$\ddot{y} + \omega^2 y = 0.$$

Мы получили уравнение колебаний, решение которого имеет вид

$$y = A\cos(\omega t) + B\sin(\omega t),$$

или, возвращаясь к переменной x:

$$x = A\cos(\omega t) + B\sin(\omega t) + A_0.$$

Из условия, что система в начальный момент времени неподвижна ($\dot{x}(0) = 0$) следует, что $B = 0$, а из условия, что пружина не растянута — $A + A_0 = 0$. Отсюда получаем

$$x = A_0\left(1 - \cos(\omega t)\right).$$

Максимальное удлинение $\Delta l = 2A_0 = \dfrac{2mg}{3k}$ достигается впервые через время $\tau = \dfrac{\pi}{\omega} = \pi\sqrt{\dfrac{2m}{3k}}$.

Примерные критерии оценивания

Запись второго закона Ньютона для каждого из грузов (по 0,5 балла) 1,5
Равенство сил, действующих на грузы 1 и 2 со стороны пружины 0,5
Связи сил и ускорений, обусловленные нерастяжимостью нити 1
Получено уравнение (20) 2
Записано и решено уравнение колебаний 3
Найдено Δl 1
Найдено τ 1

Задача 3. Градирня

По условию задачи температура воздуха, проходящего через градирню, не меняется, а вода остывает за счёт испарения. Изменение температуры Δt воды найдём на основе уравнения теплового баланса:

$$L\Delta m_1 = cq\Delta t,$$

где Δm_1 — масса испарившейся воды в единицу времени, q — масса воды, проходящей через градирню в единицу времени.

В градирню ежесекундно поступает объем воздуха

$$V_1 = Su = \frac{\pi D^2}{4}u.$$

Масса водяного газа (пара), поступающего в единицу времени в градирню вместе с воздухом, равна

$$m_{\text{вх}} = \frac{V_1\mu p}{RT}, \quad \text{или} \quad m_{\text{вх}} = \frac{\pi D^2 u\mu p}{4RT},$$

где p — давление водяного пара на входе.

Масса пара, выходящего из градирни за то же время, равна

$$m_{\text{вых}} = \frac{V_1\mu p_{\text{нас}}}{RT}, \quad \text{или} \quad m_{\text{вых}} = \frac{\pi D^2 u\mu p_{\text{нас}}}{4RT}.$$

Таким образом, из поступающей в градирню воды ежесекундно испаряется

$$\Delta m_1 = \frac{\pi D^2 u\mu p_{\text{нас}}}{4RT}(1 - \varphi).$$

Тогда

$$q = \frac{\Delta m_1 L}{c\Delta t} = \frac{\pi D^2 u\mu p_{\text{нас}}(1-\varphi)L}{4RTc\Delta t} \approx 150 \text{ кг/с} = 540 \text{ т/час}.$$

Примерные критерии оценивания

Уравнение теплового баланса 2
Выражение для объёма воздуха, поступающего ежесекундно 1
Выражение для массы пара, поступающего в градирню в единицу времени . 2
Выражение для массы пара, выходящего из градирни за единицу времени . 2
Найдена масса воды, испаряющейся за единицу времени 1
Получен ответ 2

Задача 4. Конденсаторы

1. Вначале в замкнутом контуре, состоящем из емкостей C и $3C$, ток не протекал. На рис. 34 изображена эквивалентная схема этой цепи. Суммарный заряд, сосредоточенный на верхних обкладках конденсаторов C и $3C$, равен нулю. Значит,

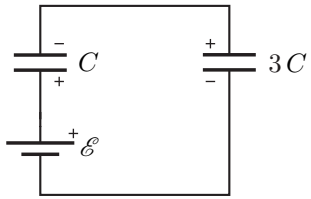


Рис. 34

$$\mathscr{E} = \frac{q}{C} + \frac{q}{3C} = \frac{4q}{3C}.$$

После алгебраических преобразований найдём искомое напряжение:

$$U_C = \frac{q}{C} = \frac{3}{4}\mathscr{E}.$$

2. Сразу после замыкания ключа K, заряд и напряжение на конденсаторе $2C$ равны нулю. Согласно второму закону Кирхгофа для контура №1 (рис. 35) запишем:

$$\mathscr{E} = -I_1 R + U_C + U_{3C} + I_3 \cdot 3R. \tag{21}$$

Поскольку $\mathscr{E} = U_C + U_{3C}$, уравнение (21) примет вид:

$$I_1 R = I_3 \cdot 3R, \quad \text{или} \quad I_1 = 3I_3.$$

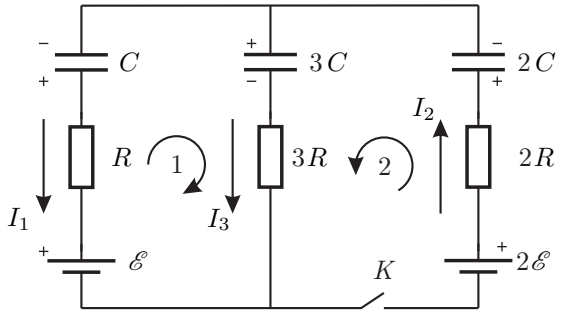


Рис. 35

Согласно второму закону Кирхгофа для контура №2 запишем:

$$2\mathscr{E} = I_2 \cdot 2R + U_{3C} + I_3 \cdot 3R, \quad \text{или} \quad \frac{7\mathscr{E}}{4R} = 2I_2 + 3I_3.$$

По первому закону Кирхгофа $I_2 = I_1 + I_3 = 4I_3$. Тогда

$$I_3 = \frac{7\mathscr{E}}{44R}.$$

3. После того, как переходные процессы завершатся, ток по контурам течь не будет. На рис. 36 изображена эквивалентная схема этой цепи. Суммарный заряд, сосредоточенный на верхних обкладках конденсаторов C, $2C$ и $3C$, равен нулю:

$$q_1 + q_2 = q_3.$$

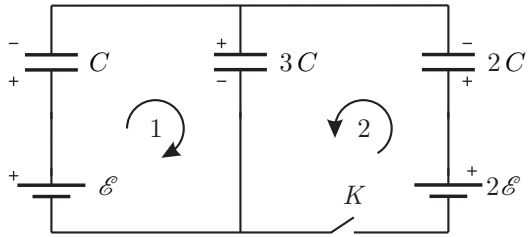


Рис. 36

Для контура №1: $$\mathscr{E} = \frac{q_1}{C} + \frac{q_3}{3C}.$$

Для контура №2: $$2\mathscr{E} = \frac{q_2}{2C} + \frac{q_3}{3C}.$$

Решая полученную систему уравнений, найдем

$$q_1 = \frac{1}{6}C\mathscr{E}, \quad U_1 = \frac{q_1}{C} = \frac{1}{6}\mathscr{E}.$$

Примерные критерии оценивания

До замыкания ключа:

Найдено напряжение на конденсаторе C до замыкания ключа 2

Сразу после замыкания ключа:

Записаны вторые законы Кирхгофа для двух различных контуров.....2

Записан первый закон Кирхгофа.....1

Определена сила тока, текущего через резистор $3R$ сразу после замыкания ключа.....1

После прекращения всех переходных процессов:

Записан закон сохранения заряда 1

Записаны вторые законы Кирхгофа для двух различных контуров.....2

Найдено напряжение на конденсаторе ёмкостью C.....1

Задача 5. Много катушек

1. Система катушек в тетраэдре имеет индуктивность порядка L. Характерное время установления токов в системе равно $L/R = 10^{-5}$ с. Таким образом, за минуту в цепи переходные процессы прекратятся и искомая сила тока $I_{60} = \mathscr{E}/R = 46$ мА.

2. Перерисуем схему в виде, более удобном для анализа (рис. 37).

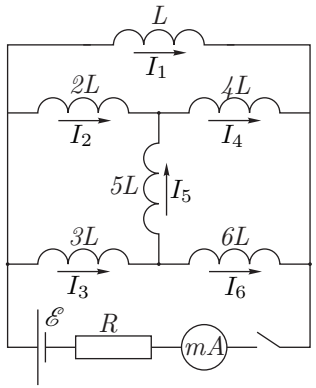


Рис. 37

Для любой катушки индуктивности ЭДС самоиндукции

$$\mathscr{E}_i = -L\frac{dI}{dt}.$$

Рассмотрим контура, которые не содержат батареек. Для примера рассмотрим контур из катушек $2L$, $5L$, $3L$. Запишем второй закон Кирхгофа:

$$-2L\frac{dI_2}{dt} + 5L\frac{dI_5}{dt} + 3L\frac{dI_3}{dt} = 0,$$

$$-2L\Delta I_2 + 5L\Delta I_5 + 3L\Delta I_3 = 0.$$

Первый способ. Учитывая, что все токи вначале равны нулю, получаем:

$$-2I_2 + 5I_5 + 3I_3 = 0. \tag{22}$$

Записывая аналогичные равенства для других контуров получаем ещё два уравнения:

$$-I_1 + 4I_4 + 2I_2 = 0, \tag{23}$$

$$-4I_4 - 5I_5 + 6I_6 = 0 \tag{24}$$

Для узлов, к которым присоединена катушка $5L$, применим первый закон Кирхгофа:

$$I_2 + I_5 = I_4, \tag{25}$$

$$I_3 = I_5 + I_6. \tag{26}$$

Решая систему уравнений (22), (23), (24), (25), (26) с учётом того, что суммарный ток через миллиамперметр равен $I_A = I_1 + I_2 + I_3 = 23$ мА, получим:

$$I_5 = 0 \text{ мА}, \quad I_2 = I_4 = 3 \text{ мА}, \quad I_3 = I_6 = 2 \text{ мА}, \quad I_1 = 18 \text{ мА}. \tag{27}$$

Второй способ. По аналогии с уравнением (22) можно провести формальную замену катушек индуктивности резисторами, причём аналогами сопротивлений будут являться индуктивности катушек L. Заметим, что катушки индуктивности $2L$, $4L$, $3L$, $6L$, $5L$ образуют сбалансированный мост, так как верно соотношение:

$$\frac{2L}{4L} = \frac{3L}{6L}.$$

Мост сбалансирован, поэтому ток через катушку $5L$ не течёт.

Индуктивности параллельных ветвей сверху вниз относятся как 1:6:9, следовательно, силы тока будут относиться как 9:1,5:1 соответственно. Ток через миллиамперметр равен 23 мА. Поэтому, получаем ответ (27).

Примерные критерии оценивания

Указано, что индуктивность системы порядка L 1
Указано, что характерное время равно $L/R = 10^{-}5 \ll 60$ с 0,5
Получен ответ $I_{60} = 46$ мА 0,5
Записан второй закон Кирхгофа для одного из контуров, состоящего только из катушек 1
Показано, что для контура, содержащего только катушки, верно соотношение, аналогичное (22) 2

Первый способ

Получены уравнения для трех разных контуров, состоящих только из катушек (по 0,5 балла за каждое) 1,5
Записан первый закон Кирхгофа для двух узлов (по 0,5 балла за каждый) . 1
Записано выражение для суммарного тока через миллиамперметр 0,5
Получен ответ для сил токов через катушки 2

Второй способ

Указано, что мост сбалансирован, ток через катушку $5L$ не течёт 2
Найдено отношение индуктивностей в параллельных ветвях 1
Получен ответ для сил токов через катушки 2

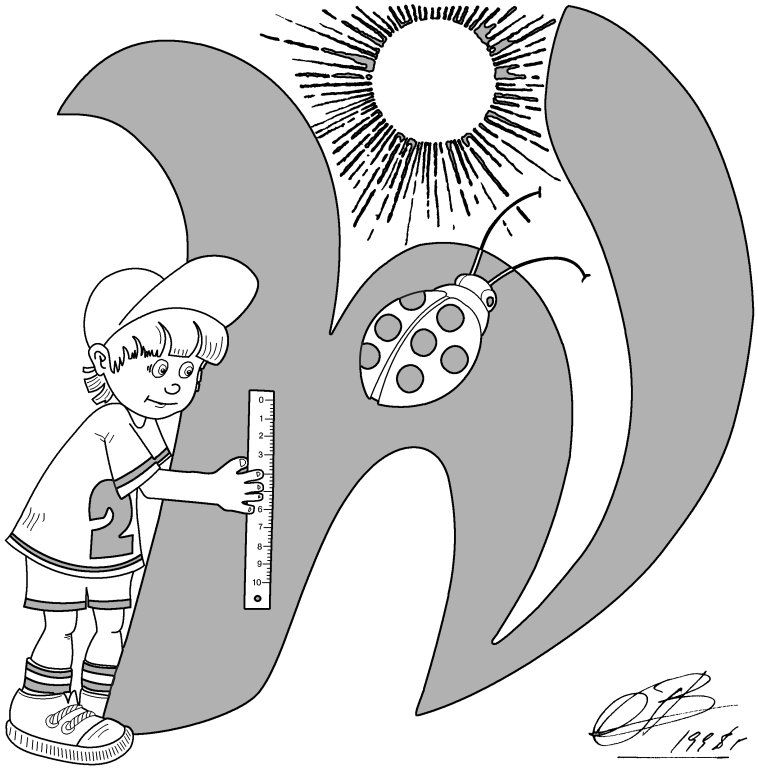
Методическая комиссия по физике
при центральном оргкомитете
Всероссийских олимпиад школьников

Олимпиада Максвелла

Региональный этап

Экспериментальный тур

Методическое пособие



МФТИ, 2013/2014 уч.г.

Комплект задач подготовлен методической комиссией по физике
при центральном оргкомитете Всероссийских олимпиад школьников
Телефоны: (495) 408-80-77, 408-86-95.
E-mail: **physolymp@gmail.com**

Авторы задач

7 класс

1. Бабинцев В.
2. Замятнин М.

8 класс

1. Калда Я.,
   Меняйлов М.
2. Замятнин М.

Общая редакция — Слободянин В.

Оформление и вёрстка — Паринов Д., Цыбров Ф.

При подготовке оригинал-макета
использовалась издательская система LaTeX 2_ε.
© Авторский коллектив
141700, Московская область, г. Долгопрудный
Московский физико-технический институт

7 класс

Задача 1. Стрельба «вслепую»

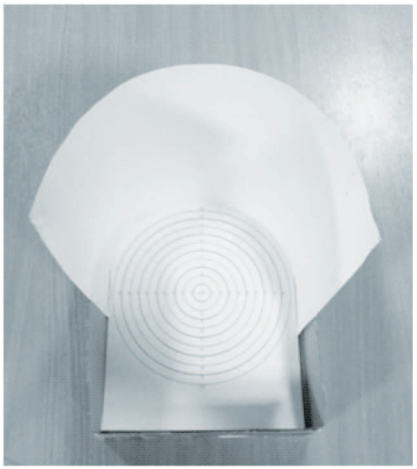


Рис. 1

Положите в коробку для бумаги «мишень». Установить внутри коробки с одной из её коротких сторон лист плотной бумаги так, чтобы он образовывал полуцилиндр (рис. 1). Края бумаги прикрепите к внутренним стенкам коробки с помощью скотча. Бросайте в этот лист бумажные или пластмассовые шарики так, чтобы отражаясь, они падали на мишень. Шарики будут останавливаться на некотором расстоянии от её центра. Измерьте это расстояние. Это легко сделать с помощью нарисованных на листе концентрических окружностей, отстоящих друг от друга на расстоянии 10 мм. Повторите бросания не менее 100 раз. Если шарик выкатится за пределы самой широкой окружности, бросок не засчитывается и его нужно повторить. Результаты ваших измерений занесите в таблицу и усредните результаты. Приведите полученный ответ.

Оборудование. коробка (или крышки от коробки) для бумаги формата А4, «мишень», лист плотной бумаги формата А4, пластмассовые шарики для стрельбы из детского пистолета или салфетка для изготовления маленьких шариков, скотч и ножницы (по требованию).

Задача 2. Шприц-измеритель

Без использования посторонних измерительных приборов (линеек, тетради в клеточку и т.п.) определите площадь прямоугольного треугольника, изображенного на белом листе бумаги. Подробно опишите методику измерений, последовательность действий. Приведите расчетные формулы и результаты измерений. Измерения повторите, по крайне мере, ещё один раз.

Указание: известно, что внутренний диаметр шприца 2,0 см. Площадь круга, имеющего диаметр D, равна $S = 0{,}785D^2$.

Внимание!!! Разбирать шприц нельзя. Строго запрещено использовать свои линейки, угольники. . . .

Оборудование. Шприц, лист бумаги с изображением прямоугольного треугольника.

8 класс

Задача 1. Взвешивание без весов

Цель этого эксперимента — определить плотность ρ стекла, из которого изготовлена меньшая пробирка.

Сначала определите внутренний диаметр исследуемой пробирки d и её внешний диаметр D. Затем погрузите пробирку в ёмкость с водой и добейтесь того, чтобы пробирка плавала вертикально. Что для этого нужно сделать? Измерьте глубину погружения пробирки y и уровень воды x в ней. Также измерьте объём воды в пробирке V_1 и объём V_2 воды, вытесняемый пробиркой (то есть объём погруженной в воду части пробирки). Измерьте объём пробирки V (то есть объём стекла, из которого она изготовлена).

По этим данным рассчитайте массу меньшей пробирки m и её плотность ρ.

Плотность воды $\rho_0 = 1{,}00$ г/см^3.

В своей работе опишите ход ваших измерений и приведите все результаты измерений!

Примечание. Площадь круга $S = 3{,}14R^2$, где R — радиус круга.

Оборудование. Исследуемая малая пробирка; большая пробирка (или мензурка), в который помещается исследуемая пробирка; ёмкость с водой, например, обрезанная сверху пустая пластиковая бутылка объёмом 1,5–2,0 л (ёмкость должна быть достаточно глубокой, чтобы пробирка полностью погружалась в воду); шприцы объёмом 1 мл и 20 мл; штатив (опционально); миллиметровая бумага; скотч и ножницы (по требованию).

Задача 2. Недеструктивный анализ

Определите:

1. массу линейки $m_л$,
2. суммарную массу M шприца и тела внутри шприца,
3. объем тела V, которое находится внутри шприца.

Разбирать шприц категорически запрещено!

Примечание. Плотность воды $\rho_0 = 1000$ кг/м^3.

Оборудование. Шприц 20 мл, внутри которого находится некоторое тело, линейка, стаканчик с водой, салфетки (для удаления пролитой воды), нитки, ножницы и скотч (по требованию).

Возможные решения

7 класс

Задача 1. Стрельба «вслепую»

Если из центра мишени провести два радиуса, образующих малый угол α, то получится фигура, приблизительно соответствующая равнобедренному треугольнику. На каждый элементарный участок треугольника шарики падают с равной вероятностью. Поэтому среднее расстояние от вершины треугольника (образующей угол α) до места падения шариков равно расстоянию от вершины треугольника до его центра масс, а это расстояние равно 2/3 от высоты треугольника (место пересечения медиан) то есть равно 2/3 радиуса мишени.

Примерные критерии оценивания

Приведена таблица измерений с числом измерений более 100 ..... **4**
если число измерений более 90 но менее 100 2
если измерений менее 90 0
Проведено правильное усреднение полученных расстояний **3**
Результат попал в «ворота» (6 – 8) см **3**
(5 – 9) см 1
выход за границы (5 – 9) см 0

Задача 2. Шприц-измеритель

Зная диаметр, а значит и площадь внутреннего сечения шприца, можно определить расстояние между штрихами шкалы шприца как

$$h = \frac{4V}{\pi D^2},$$

где h — расстояние в сантиметрах между штрихами, которым соответствует разность объемов V в миллилитрах (D в сантиметрах). Затем, последовательно приложить шприц шкалой к каждому из катетов треугольника. Повторить измерения два-три раза. Результат усреднить и вычислить площадь треугольника.

Примерные критерии оценивания

Описание метода и последовательности измерений с выводом формул 2
Результаты измерений (табличка или иное внятное представление) 1
Повторные измерения 1
Определение переводного коэффициента из миллилитров в сантиметры 2
Вычисление длины каждого из катетов (по 0,5 баллов) 1
Нахождение площади треугольника (всего 3 балла)
узкие ворота (отклонение $< 6\%$) 3
широкие ворота ($6\% <$ отклонение $< 10\%$) 2
широкие ворота (отклонение $> 10\%$) 0

8 класс

Задача 1. Взвешивание без весов

Обмотав пробирку кусочком миллиметровой бумаги, определим периметр $P = \pi D = 50{,}0$ мм. Тогда внешний диаметр $D = 15{,}9$ мм.

Внутренний димаметр пробирки можно измерить, долив в неё шприцем воду и измерив изменение уровня Δx. Объём налитой воды $\Delta V_1 = \frac{1}{4}\pi d^2 \Delta x$ нам известен, поскольку мы наливаем её шприцом.

Для того, чтобы пробирка плавала вертикально, нужно налить в неё некоторое количество воды. Измеряем уровни x и y, наклеив на пробирку с помощью скотча полоску миллиметровой бумаги, которая служит нам шкалой.

Воду в исследуемую пробирку наливаем шприцем, таким образом мы знаем объём V_1. Для измерения объёма V_2 погрузим малую пробирку в большую до той же глубины y. Отметим уровень воды в большой пробирке. Затем вынем малую пробирку и шприцем дольём в большую пробирку воды до отмеченного уровня. Объём долитой воды равен V_2.

По закону Архимеда

$$(m + \rho_0 V_1)g = \rho_0 V_2 g,$$

значит, массу пробирки можно рассчитать по формуле

$$m = \rho_0(V_2 - V_1). \qquad (1)$$

Измерим объём вытесняемой воды при полном погружении малой пробирки в большую и полный внутренний объём исследуемой пробирки. Разность этих объёмов и есть объём стекла пробирки V.

Рассчитаем плотность материала пробирки по формуле $\rho = \dfrac{m}{V}$.

Примерные критерии оценивания

Измерение диаметров d и D 1
Указано, как добиться вертикального плавания пробирки 1
Измерены уровни x и y 1
Измерен объём V_1 1
Измерен объём V_2 1
Получена формула (1) для массы пробирки 1
Рассчитана масса пробирки 1
Измерен объём пробирки 2
Рассчитана плотность материала пробирки 1

Задача 2. Недеструктивный анализ

1. Так как в шприце находится гайка, то нельзя непосредственно измерить объём набранной воды. Наберём в шприц воды до отметки V_0, так, чтобы гайка была полностью в воде. Подвесим к концу линейки шприц с водой и уравновесим её на краю стола. Запишем правило моментов:

$$(M + m_0)l_0 = m_л \left(\frac{L}{2} - l_0\right), \tag{2}$$

где l_0 — длина плеча от места подвеса шприца до точки опоры, L — длина линейки, m_0 — масса воды в шприце.

Добавим в шприц воды, так что она доходит до отметки V_1. Тогда масса воды $m_1 = \rho_0(V_1 - V_0)$ в граммах численно равна объёму добавленной воды $V_1 - V_0$ в миллилитрах. Правило моментов в этом случае:

$$(M + m_0 + m_1)l_1 = m_л \left(\frac{L}{2} - l_1\right). \tag{3}$$

Выразим из уравнений (2) и (3) массу линейки $m_л$:

$$m_л = \frac{2m_1 l_1 l_0}{(l_0 - l_1)L}. \tag{4}$$

2. Проведём ещё одно измерение, совсем без воды в шприце. Получим уравнение:

$$Ml = m_л \left(\frac{L}{2} - l\right). \tag{5}$$

Отсюда выражаем массу шприца и тела M:

$$M = m_л \left(\frac{L}{2l} - 1\right).$$

3. Из уравнений (2) и (5) выразим массу m_0 и подставим массу линейки $m_л$ из выражения (4):

$$m_0 = \frac{m_л}{l_0}\left(\frac{L}{2} - l_0\right) - \frac{m_л}{l}\left(\frac{L}{2} - l\right) = m_1 \cdot \frac{l_1}{l} \cdot \frac{l - l_0}{l_0 - l_1}.$$

Масса этой воды равна $m_0 = \rho_в(V_0 - V)$. Отсюда находим объём тела V:

$$V = V_0 - \frac{m_0}{\rho_в}.$$

Примерные критерии оценивания

Присутствует идея об использовании в качестве эталона массы массу добавленной воды 1
Записаны правила моментов для случаев (2) и (3) 1
Проведены измерения длин l_0, l_1, L и массы добавленной воды $m_1 = \rho_0(V_1 - V_0)$ 1
Получен ответ для массы линейки $m_л$ 2
Измерена длина l (для равновесия между шприцом с телом и линейкой) ... 1
Получен ответ для массы шприца с телом M 1
Получено выражение для массы воды m_0, такой, что тело полностью погружено 1
Записано выражение для массы воды m_0 через объём тела V и уровень воды V_0 1
Получен ответ для объёма тела V 1

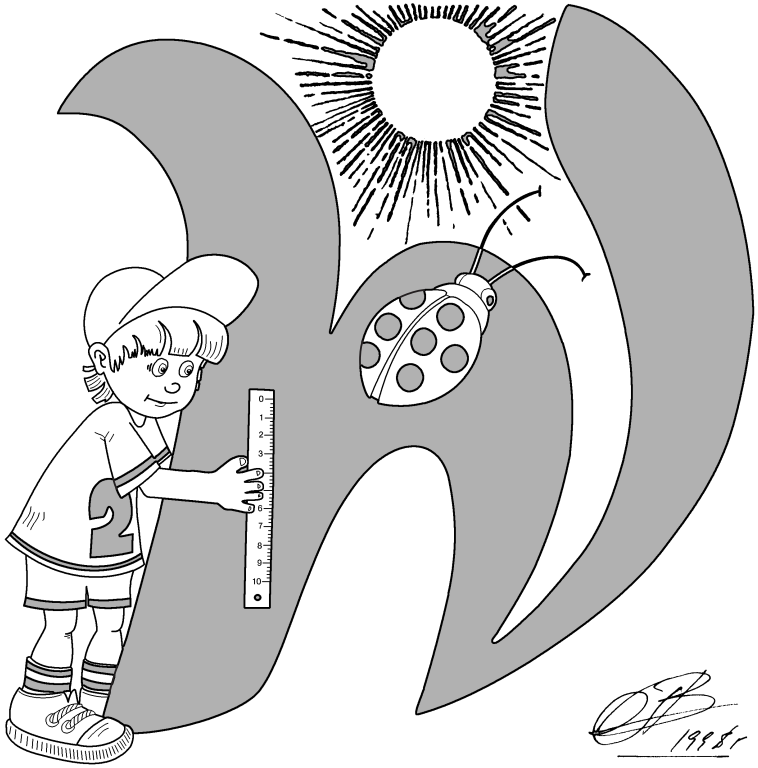
Методическая комиссия по физике
при центральном оргкомитете
Всероссийских олимпиад школьников

XLVIII Всероссийская олимпиада школьников по физике

Региональный этап

Экспериментальный тур

Методическое пособие



МФТИ, 2013/2014 уч.г.

Комплект задач подготовлен методической комиссией по физике
при центральном оргкомитете Всероссийских олимпиад школьников
Телефоны: (495) 408-80-77, 408-86-95.
E-mail: **physolymp@gmail.com**

Авторы задач

9 класс	**10 класс**	**11 класс**
1. Калда Я., Меняйлов М.	1. Воробьёв И.	1. Воробьёв И.
2. Воробьёв И.	2. Слободянин В.	2. Гуденко А.

Общая редакция — Слободянин В.

Оформление и вёрстка — Паринов Д., Цыбров Ф.

При подготовке оригинал-макета
использовалась издательская система LaTeX 2_ε.
© Авторский коллектив
141700, Московская область, г. Долгопрудный
Московский физико-технический институт

9 класс

Задача 1. Взвешивание без весов

Цель этого эксперимента — определить плотность ρ стекла, из которого изготовлена меньшая пробирка.

Погрузите пробирку в ёмкость с водой и снимите зависимость глубины погружения пробирки y от уровня x воды в ней. Добейтесь того, чтобы пробирка плавала вертикально! Что для этого нужно сделать?

В своей тетради начертите таблицу, в которую занесите зависимость y от x. Укажите, относительно какого уровня вы измеряете параметры x и y. По результатам своих измерений постройте график $y(x)$. На графике должно быть не менее 7 точек. Из графика найдите отношение внутреннего диаметра d пробирки к её внешнему диаметру D.

Независимо определите диаметры d и D и сравните их отношение с полученным ранее из графика.

Определите массу меньшей пробирки m, её объём V и рассчитайте плотность ρ.

Плотность воды $\rho_0 = 1{,}00$ г/см^3.

Оборудование. Исследуемая малая пробирка; большая пробирка (или мензурка), в которую помещается исследуемая пробирка; емкость с водой, например, обрезанная сверху пустая пластиковая бутылка объёмом 1,5–2,0 л (ёмкость должна быть достаточно глубокой, чтобы пробирка полностью погружалась в воду); шприцы объемом 1 мл и 20 мл; миллиметровая бумага; скотч и ножницы (по требованию).

Задача 2. И звезда с звездою...

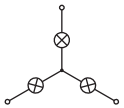


Рис. 1

Внутри «серого» ящика находятся три идеальные одинаковые батарейки, включенные в лучи «звезды». Выводы помечены буквами A, B, C.

Точка соединения трёх ламп изолирована.

1. Убедитесь, что яркости свечения (сопротивления) ламп действительно одинаковы. Поясните, как вы это установили.
2. Исследуйте схему соединения батареек в «сером» ящике с помощью трёх одинаковых ламп, соединённых «звездой» (рис. 1). Укажите схему соединения батареек внутри «серого» ящика.
3. Подключите к каждому выводу «серого» ящика по одному лучу «звезды», содержащей лампочки. Определите яркость свечения каждой лампы. Покажите теоретически, что указанная вами схема не противоречит полученным результатам.

Предостережение

Не оставляйте схему включённой на длительное время, чтобы не «сжечь» лампы и не разрядить батарею.

Оборудование. «Серый ящик» с батарейками, три лампы накаливания, соединённые «звездой».

10 класс

Задача 1. И звезда с звездою...

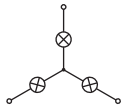


Рис. 2

Внутри «серого» ящика находятся три одинаковые батарейки, включенные в лучи «звезды». Выводы помечены буквами A, B, C.

Точка соединения трёх ламп изолирована.

1. Убедитесь, что яркости свечения (сопротивления) ламп действительно одинаковы. Поясните, как вы это установили.
2. Исследуйте схему соединения батареек в «сером» ящике с помощью трёх одинаковых ламп, соединённых «звездой» (рис. 2). Укажите схему соединения батареек внутри «серого» ящика.

Примечание. Батарейка имеет внутреннее сопротивление, то есть её можно представить как идеальную батарейку с последовательно соединённым резистором сопротивлением r. Считайте, что $r \ll R$, где R — сопротивление лампы накаливания

Предостережение

Не оставляйте схему включённой на длительное время, чтобы не «сжечь» лампы и не разрядить батарею.

Оборудование. «Серый ящик» с батарейками, три лампы накаливания, соединённые «звездой».

Задача 2. Осмос

Теоретическое введение.

Осмос — это диффузия растворителя в раствор через полупроницаемую мембрану. Мембрана пропускает молекулы растворителя, но оказывается непроницаемой для молекул растворенного вещества. Осмос стремится выровнять концентрации раствора по разные стороны мембраны. Осмос продолжается до тех пор, пока вызванная им разность давлений не достигнет определенного предела, называемого осмотическим давлением. Например, осмотическое давление сладкого чая относительно несладкого превышает 2 атм, а в клетках многих растений оно может достигать 20 атм (что обеспечивает поступление воды из почвы к кроне деревьев). Растительная клетка представляет собой осмотическую систему, у которой полупроницаемой мембраной, разделяющей раствор клеточного сока от наружного раствора (воды), является клеточная стенка.

Осмотическое давление сильно разбавленных растворов недиссоциирующих веществ численно равно давлению, которое оказало бы растворённое вещество, если бы оно при данной температуре находилось в состоянии идеального газа и занимало объем, равный объему раствора (закон Вант-Гоффа):

$$p_{\text{осм}} = nkT,$$

где n — число молекул растворённого вещества в единице объема, k — постоянная Больцмана, T — абсолютная температура. Заметим, что $p_{\text{осм}}$ для любых

растворов не зависит ни от природы растворённого вещества и растворителя, ни от устройства мембраны (лишь бы она была полупроницаема).

Для растворов электролитов в законе Вант-Гоффа появляется поправочный коэффициент i

$$p_{\text{осм}} = inkT,$$

обусловленный диссоциацией электролита в растворе.

В этом эксперименте определение осмотического давления основано на подборе внешнего раствора с известной концентрацией, равной концентрации растворенного вещества в клетках исследуемых тканей. При погружении полосок исследуемой ткани (картофеля) в раствор с повышенной концентрацией, полоски тканей теряют воду и их длина уменьшается. Если же внешний раствор обладает пониженной концентрацией, то клетки поглощают воду из раствора, их объём увеличивается и, соответственно, длина ткани увеличивается.

Примечание: молярностью (или молярной концентрацией) раствора называется отношение числа молей растворённого вещества к объёму раствора, выраженному в литрах. Например, в 0,5 М растворе NaCl — на 1 л раствора приходится 0,5 моль NaCl.

Ход работы. Приготовьте из 1 М раствора NaCl и дистиллированной воды растворы различных концентраций (от 1,0 М до 0,00 М, что соответсвует дистилированной воде). Опишите, как вы это делали. Из картофельного клубня при помощи ножа вырежьте пластинку толщиной 4—5 мм (рекомендуем резать вдоль клубня). Из пластинки нарежьте 6 полосок шириной 3–4 мм. Подрежьте концы полосок так, чтобы они были примерно одинаковой длины. Тщательно измерьте длину каждой полоски (укажите, с какой точностью вам удалось это сделать) и поместите по одной в приготовленные растворы. Полоски должны быть полностью погружены в раствор. Все операции делайте достаточно быстро, не допуская подвядания полосок. Через 20 минут извлеките полоски, и тщательно измерьте их длину. Результаты занесите в таблицу, в которой укажите молярность раствора, в которую была погружена данная полоска, длину полоски до и после нахождения в растворе, изменение длины полоски. Нарежьте новые полоски картофеля и повторите эксперимент. Постройте график изменения длины полоски от молярности раствора, в котором эта полоска находилась. Из графика найдите молярность раствора в клетках картофеля. Оцените погрешность ваших измерений.

Найдите осмотическое давление $p_{\text{осм}}$ предоставлённого вам картофеля.

Значения коэффициента i для растворов NaCl (25°C) различных молярностей указаны в таблице:

C, М	1	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	0,01
i	1,62	1,64	1,66	1,68	1,7	1,73	1,75	1,78	1,83	1,91

Оборудование. 0,2 литра 1 М раствора NaCl; 0,5 литра дистиллированной воды или бутилированной питьевой воды; шприц на 10 мл; штатив (кассета) для пробирок; 6 пробирок; нож или скальпель для нарезки полосок тканей картофеля; линейка; крупный удлинённый клубень картофеля; тарелка; пинцет (или стеклянная палочка); одноразовый стакан на 0,2 л; ёмкость для слива отработанной воды; часы (индивидуальные или настенные в аудитории).

11 класс

Задача 1. Цепная линия

Цепной линией называют кривую, образуемую подвешенной за концы однородной массивной нитью. Пусть погонная плотность нити (масса единицы длины нити) μ, а её натяжение в нижней точке T_0. Величина $\lambda = T_0/\mu g$ является параметром, определяющим форму цепной линии. Если начало координат поместить в низшей точке цепной линии, то её можно задать уравнением:

$$y = \lambda\left[\frac{1}{2}\left(e^{x/\lambda} + e^{-x/\lambda}\right) - 1\right].$$

От Вас не требуется вывод зависимости вертикальной координаты y точки нити от горизонтальной координаты x. Вам следует разобраться в связи y и s, где s — длина отрезка нити, отсчитываемая от низшей точки. Теоретическую зависимость Вы должны проверить, проведя измерения с цепочкой из скрепок.

Теоретическая часть:

1. Пусть натяжение нити в нижней точке равно T_0. Для малого отрезка нити длиной Δs получите выражение для разницы сил натяжения ΔT на его концах, выразив его через μ, и разность высот Δy концов отрезка.
2. Получите выражение для натяжения T нити на высоте y относительно нижней точки при заданном T_0?
3. Докажите, что если верхняя точка нити длины s возвышается над низшей точкой на высоту y (рис. 3), то

$$\lambda = \frac{T_0}{\mu g} = \frac{s^2 - y^2}{2y}.$$

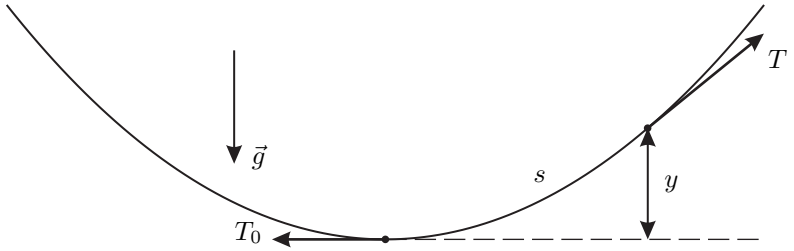


Рис. 3

Экспериментальная часть:

4. Соберите из выданных вам скрепок цепочку. Подвесьте склеенный лист бумаги и цепочку на бруске так, чтобы максимальный провис H составлял $(0{,}3 \div 0{,}5)L$, где L — расстояние между точками подвеса цепочки. Укажите выбранное вами значение H/L, число скрепок n и длину l скрепки (расстояние между точками соприкосновения её с соседними скрепками).

5. Отметьте фломастером на листе бумаги положения последовательных точек соприкосновения скрепок, начав с низшей точки (считайте её нулевой). Определите высоты этих точек, и результаты измерений занесите в таблицу.
6. Для *каждой* точки рассчитайте по измеренным высотам y_i и номеру n_i значения параметра λ.
7. Укажите номера скрепок, для которых проявляется заметное отличие реальной цепочки от идеальной (заметное отличие параметра λ от его среднего значения).
8. Вычислите среднее значение λ.
9. Вычислите среднее отклонение от среднего значения λ.
10. Найдите отношение натяжения в нижней точке к весу одной скрепки:

$$\tau = \frac{T_0}{mg}.$$

Указание: на выданном вам листе отметьте и пронумеруйте точки сцепления скрепок, подпишите рядом их высоты, а результаты измерений и их обработки представьте в таблице. Лист подпишите. По окончании тура вложите его в тетрадь с отчетом о проделанной работе и сдайте вместе с нею.

Оборудование. 30–40 скрепок, лист бумаги формата А2, пенополиуретановый плинтус или деревянный брусок длиной 70–100 см (для крепления бумаги и цепочки: он кладётся на край стола, а цепочка и бумага свисают ниже столешницы), фломастер, 4 «силовые» металлопластиковые кнопки, линейка длиной 40 см.

Задача 2. Закон деформации кольца. Скорость звука

Необходимые сведения

Скорость звука в твёрдом теле можно рассчитать по формуле $c = \sqrt{E/\rho}$, где E — модуль Юнга, ρ — плотность вещества. Модуль Юнга характеризует упругие свойства вещества, определяя жесткость различных систем и конструкций. Например, относительная деформация ε стержня сечением S под действием растягивающей (или сжимающей) силы F равна

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} = \frac{F}{SE}.$$

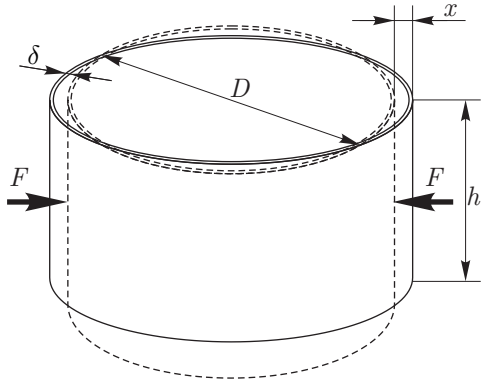


Рис. 4

Эту формулу можно принять в качестве определения модуля Юнга.

Относительное изменение диаметра D кольца шириной h и толщиной стенки δ под действием двух сосредоточенных сил F, действующих вдоль диаметра (рис. 4), при небольших деформациях x можно найти по формуле:

$$\varepsilon = \frac{x}{D} = \beta F^m E^n D^p h^q \delta^i, \qquad (1)$$

где m, n, p, q, i — некоторые целые числа, а β — безразмерный коэффициент.

Задание

1. Руководствуясь соображениями размерностей, известными физическими законами и проведя необходимые измерения, определите показатели степеней m, n, p, q, i в законе деформации кольца (1). Запишите полученный закон деформации кольца.
2. По известной скорости звука $c_0 = 5240$ м/с в алюминии (плотность $\rho_{\text{Al}} = 2{,}70$ г/см^3) определите скорость звука c в полиэтилентерефталате ($\rho_{\text{ПЭТ}} = 1{,}39$ г/см^3).

Оборудование. Тонкостенное алюминиевое кольцо известной массы (указана на внутренней стороне кольца), два тонкостенных кольца из полиэтилентерефталата (ПЭТ) одинаковой ширины и разных диаметров (масса колец также указана на их внутренней стороне), нить, линейка, миллиметровая бумага, скотч и ножницы (по требованию).

Возможные решения

9 класс

Задача 1. Взвешивание без весов

Для того, чтобы пробирка плавала вертикально, нужно налить в нее некоторое количество воды. Та часть пробирки, для которой мы проводим измерения глубины погружения, должна быть цилиндрической. Для измерения требуемых уровней воды наклеим на пробирку с помощью скотча полоску миллиметровой бумаги, которая будет служить нам шкалой. Параметры x и y можно измерять относительно произвольного фиксированного уровня.

Таблица 1: результаты измерений.

№	1	2	3	4	5	6	7
x, мм	30	33	34	38	41	43	47
y, мм	96	98	99	102	104	106	108

Пусть начальный объём воды в пробирке равен $V_{1,0}$, а начальный объём вытесненной пробиркой воды равен $V_{2,0}$, Тогда текущий объем воды в пробирке V_1 равен

$$V_1 = V_{1,0} + \frac{\pi d^2}{4} x,$$

а текущий объем вытесненной пробиркой воды V_2 равен

$$V_2 = V_{2,0} + \frac{\pi D^2}{4} y.$$

По закону Архимеда:

$$(m + \rho_0 V_1) g = \rho_0 V_2 g.$$

Подставив выражения для V_1 и V_2 в закон Архимеда, получим:

$$m + \rho_0 \left(V_{1,0} + \frac{\pi d^2}{4} x \right) = \rho_0 \left(V_{2,0} + \frac{\pi D^2}{4} y \right).$$

Из этой формулы видно, что y линейно зависит от x, то есть угловой коэффициент на графике (рис. 5) равен $k = \dfrac{\Delta y}{\Delta x} = \dfrac{d^2}{D^2}$. В нашем случае $k = 0{,}73 \pm 0{,}05$, откуда $\dfrac{d}{D} = \sqrt{k} = 0{,}85 \pm 0{,}03$.

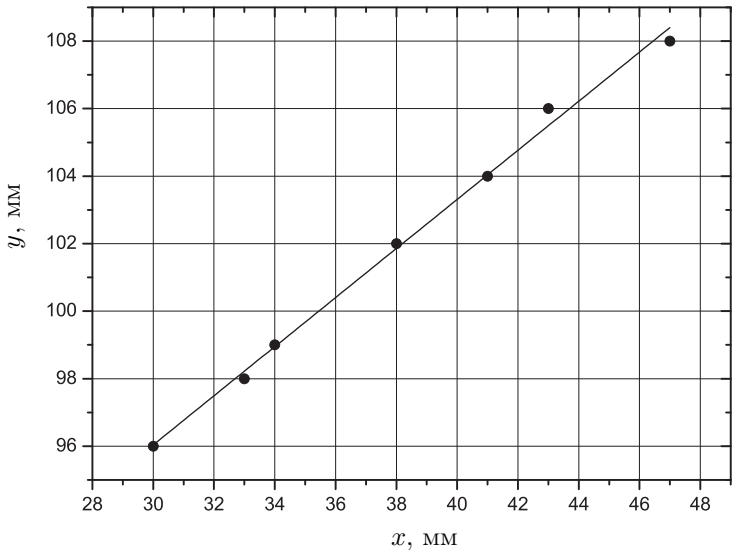


Рис. 5

Обмотав пробирку кусочком миллиметровой бумаги, определим периметр $P = \pi D = 50{,}0 \pm 1{,}0$ мм. Тогда внешний диаметр $D = 15{,}9 \pm 0{,}3$ мм.

Внутренний димаметр пробирки можно измерить, долив в неё шприцем воду и измерив изменение уровня Δx. Объём налитой воды $\Delta V_1 = \frac{1}{4}\pi d^2 \Delta x$ нам известен, поскольку мы наливаем её шприцем. У нас получилось $d = 14{,}0 \pm 0{,}7$ мм.

Объёмы V_1 и V_2 можно измерить непосредственно: воду в пробирку мы заливаем шприцем, а объём вытесненной воды найдём погружая малую пробирку в большую на ту же глубину. Тогда масса пробирки

$$m = \rho_0(V_2 - V_1). \qquad (2)$$

Делаем это для 4–5 значений y и проводим усреднение.

$$m = 16{,}1 \pm 0{,}3 \text{ г}.$$

С помощью большой пробирки и шприцев, найдем внутренний $V_{1,\max}$ и внешний объём $V_{2,\max}$ исследуемой пробирки. Тогда объём стекла пробирки $V = V_{2,\max} - V_{1,\max}$. Полученное нами значение: $V = 7{,}5 \pm 0{,}3$ мл.

Находим плотность стекла:

$$\rho = \frac{m}{V}, \qquad \rho = 2{,}15 \pm 0{,}12.$$

Примерные критерии оценивания

Указано, как добиться вертикального плавания пробирки 1

Таблица измерений $y(x)$, не менее 7 точек 2

Построен график $y(x)$, на котором не менее 7 точек 2

По графику найдено отношение d/D 1

Определён внешний диаметр D 1

Определён внутренний диаметр d 1

Выведена формула (2) для массы пробирки 1

Измерены объёмы V_1 и V_2:

хотя бы при трёх различных глубинах погружения 2

менее, чем при трёх различных глубинах погружения 1

Полученное значение m 1

Измерение объёма пробирки V 2

Полученное значение ρ 1

Задача 2. И звезда с звездою...

1. Найдём такие выводы «серого» ящика, что при подключении двух ламп обе лампы светятся. Поскольку лампы соединены последовательно, то через них протекает ток одинаковой силы. Тогда одинаковая яркость свечения свидетельствует об одинаковой мощности и, следовательно, об одинаковом сопротивлении ламп. Достаточно проверки для двух разных пар ламп.

2. Для определения схемы в «сером» ящике наблюдаем за яркостью свечения ламп при их различном подсоединении к выводам серого ящика.

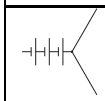
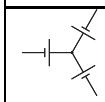
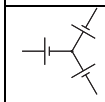
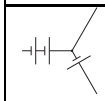
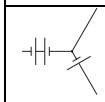
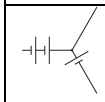
При подсоединении двух ламп получаем следующие результаты:

выводы A и B: две лампы горят **ярко**;

выводы A и C: две лампы горят **тускло**;

выводы B и C: две лампы горят **тускло**;

Определим схему, перебрав все варианты, и исключим те, которые не подходят под проведённые измерения. Все остальные возможные варианты (полученные заменой полярности батареек) будут давать тот же результат при присоединении ламп, что и 6 вариантов, приведённых ниже:

Схема	Причина, по которой не подходит, или указание верности схемы
	Существует пара выводов, для которых лампы не горят
	Для всех пар выводов лампы не горят
	Существует пара выводов, для которых лампы не горят
	Получаем три разных яркости
	Существует пара выводов, для которых лампы не горят
	Удовлетворяет всем условиям, верная схема

При подключении пар выводов, один из которых C, лампы горят тускло, поэтому выводу C соответствует луч с одной батарейкой. При подключении выводов A и B — две батарейки, лампы горят ярко.

Верная схема приведена на рис. 6. Луч с двумя батареями отличить от луча без батарей по характеру свечения нельзя, поэтому возможны две схемы (без учёта изменения полярностей).

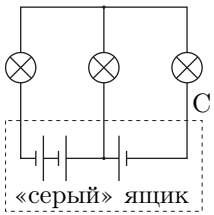


Рис. 6

3. При подсоединении трёх ламп к «серому» ящику: лампа A светится ярко, B — ярко, C — не светится. В этом случае, считая батареи идеальными, а сопротивления ламп одинаковыми, можно рассчитать схему и получить, что силы токов, текущих через выводы A, B равны, а через вывод C ток не течёт. Этот результат можно получить качественными рассуждениями. Если мысленно отключить лампу C, то напряжения на одинаковых лампах (подключенных к A и B) равны, и равны Э.Д.С. одной батареи. Тогда, учитывая полярность третьей батареи, лампа C подсоединяется к контактам, исходное напряжение на которых нулевое. Поэтому, она гореть не будет (даже независимо от её сопротивления), а лампы B и A будут гореть одинаково ярко.

Примерные критерии оценивания

Проверено, что лампы одинаковые 2
Указаны возможные способы подключения ламп к «серому» ящику 1
Указаны результаты измерений (1 балл за каждую пару выводов) 3

Подбирается не только правильный вариант, но и исключаются остальные 0,5
Указано, что смена полярности батарей не приводит к изменению результатов измерений 0,5
Проведена проверка применимости 6 вариантов схем по измерениям с двумя лампами (по 0,5 балла за каждый) 3
Показано, что в верной схеме к выводу C подключена одна батарея 1
Указано, что в отличить выводы A и B невозможно 1
Указан результат измерений при подключении трёх ламп 1
Проверено, что указанная схема не противоречит результатам измерений с тремя лампами 2

10 класс

Задача 1. И звезда с звездою...

1. Найдём такие выводы «серого» ящика, что при подключении двух ламп обе лампы светятся. Поскольку лампы соединены последовательно, то через них протекает ток одинаковой силы. Тогда одинаковая яркость свечения свидетельствует об одинаковой мощности и, следовательно, об одинаковом сопротивлении ламп. Достаточно проверки для двух разных пар ламп.

2. Для определения схемы в «сером» ящике наблюдаем за яркостью свечения ламп при их различном подсоединении к выводам серого ящика. Существует три способа подсоединения двух ламп (к выводам A и B, A и C, B и C) и один — трёх ламп (к A, B и C одновременно).

При подсоединении двух ламп получаем следующие результаты:

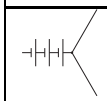
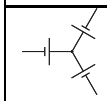
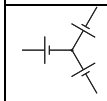
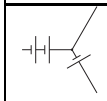
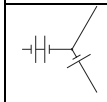
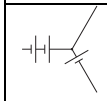
выводы A и B: две лампы горят **ярко**;

выводы A и C: две лампы горят **тускло**;

выводы B и C: две лампы горят **тускло**;

При подсоединении трёх ламп к «серому» ящику: лампа A светится ярко, B — ярко, C — не светится.

3. Определим схему, перебрав все варианты, и исключив те, которые не подходят под проведённые измерения. Все остальные возможные варианты (полученные заменой полярности батареек) будут давать тот же результат при присоединении ламп, что и 6 вариантов, приведённых ниже:

Схема	Причина, по которой не подходит, или указание верности схемы
	Существует пара выводов, для которых лампы не горят
	Для всех пар выводов лампы не горят
	Существует пара выводов, для которых лампы не горят
	Получаем три разных яркости
	Существует пара выводов, для которых лампы не горят
	Удовлетворяет всем условиям, верная схема

При подключении пар выводов, один из которых C, лампы горят тускло, поэтому выводу C соответствует луч с одной батарейкой. При подключении выводов A и B, работают две батарейки, лампы горят ярко.

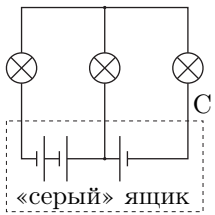


Рис. 7

Это подтверждается измерением с тремя лампами (рис. 7). В этом случае, считая, что внутреннее сопротивление батарей r, а сопротивления ламп R, можно рассчитать схему и получить, что силы токов, текущих через выводы B, C выражаются через I_A:

$$I_C = \frac{2}{3}\cdot\frac{r}{R}\cdot I_A, \quad I_B = \left(1+\frac{2}{3}\cdot\frac{r}{R}\right) I_A.$$

При соотношении $r \ll R$ верны неравенства:

$$I_C \ll I_A < I_B. \tag{3}$$

Таким образом, выводы однозначно определяются, так как лампа C не горит, а B должна светить ярче, чем A. Заметить эту разницу не всегда возможно; это зависит от того, чему равно отношение r/R.

Если считать батареи идеальными ($r = 0$), то ток через вывод C не течёт, а для выводов A и B верно соотношение: $I_A = I_B$. Этот результат можно получить качественными рассуждениями. Если мысленно отключить лампу C, то напряжения на одинаковых лампах (подключенных к A и B) равны, и равны Э.Д.С. одной батареи. Тогда, учитывая полярность третьей батареи, лампа C подсоединяется к контактам, исходное напряжение на которых нулевое. Поэтому, она гореть не будет (даже независимо от её сопротивления), а лампы B и A будут гореть одинаково ярко, поэтому отличить выводы A и B нельзя.

Верная схема приведена на рис. 7.

Примерные критерии оценивания

Проверено, что лампы одинаковые 2

Указаны возможные способы подключения ламп к «серому» ящику 1

Указаны результаты измерений (1 балл за каждый способ подключения) ... 4

Используется факт, что необходимо не только подобрать правильный вариант, но и исключить остальные 0,5

Используется факт, что смена полярности батарей не приводит к изменению результатов измерений 0,5

Проведена проверка применимости 6 вариантов схем по измерениям с двумя лампами (по 0,5 балла за каждый) 3

Показано, что в верной схеме к выводу C подключена одна батарея 1

В случае если батарейки считаются не идеальными:

Получено соотношение (3) 3

В случае если батарейки считаются идеальными:

Теоретически получен результат, подтверждающий измерения с тремя лампами 2
Сделан вывод, что контакты A и B не отличаются 1

Задача 2. Осмос

Чтобы получить раствор NaCl молярности x М ($0 \leqslant x \leqslant 1$) нужно смешать объём xV 1,0 М раствора с объёмом $(1-x)V$ дистиллированной воды. Объёмы измеряем шприцем. Приготовив растворы различных концентраций, проведём первую серию измерений. Посмотрим, при каких концентрациях длина полоски почти не меняется. Этот диапазон имеет смысл исследовать подробнее. Поэтому приготовим новые растворы, концентрации которых будут лежать в этом диапазоне, и проведём вторую серию измерений. Результаты измерений нанесём на график, по полученным точкам проведём сглаживающую кривую. Пересечение этой кривой с осью абсцисс даёт искомую концентрацию NaCl в клеточном соке картофеля. Эта концентрация зависит от условий хранения картофеля, но в большинстве случаев лежит в диапазоне [0,25; 0,35] М.

Зная концентрацию C можно найти осмотическое давление картофеля по формуле $p_{\text{осм}} = iCRT$, которая получается из формулы, данной в условии, если учесть, что $nkT = CN_Akt = CRT$. Нужное значение i берётся из таблицы, приведённой в условии. При расчёте нужно перевести концентрацию из моль/л в моль/м^3, чтобы получить значение давления в Па. В большинстве случаев осмотическое давление картофеля лежит в диапазоне $(11 \div 15) \times 10^5$ Па, то есть $10 \div 15$ атм.

Примерные критерии оценивания

Описано, как получить раствор заданной концентрации 1
Таблица измерений 3
из них:
количество точек 1
разумный шаг измерений 1
Вторая серия проводилась в более узком диапазоне концентраций 2
Построен график, на который нанесены все точки из таблицы 2
Проведена сглаживающая кривая, по точке пересечения найдена концентрация NaCl в клеточном соке 1
Полученная концентрация C лежит в диапазоне [0,25; 0,35] М 3
[0,2; 0,4] М 2
[0,1; 0,5] М 1
Получена формула для вычисления осмотического давления 1
По полученному значению концентрации правильно рассчитано осмотическое давление картофеля 1
Оценка погрешностей измерений 1

11 класс

Задача 1. Цепная линия

1. Для малого отрезка нити длиной Δs с углом наклона α к горизонтали разница сил натяжения на концах $\Delta\vec{T} = -\mu\vec{g}\Delta s$, а изменение величины силы натяжения равно проекции вектора $\Delta\vec{T}$ на направление вектора $\vec{T}$:

$$\Delta T = |\Delta\vec{T}|\sin\alpha = \mu g\Delta s\sin\alpha = \mu g\Delta y.$$

2. На высоте y натяжение нити $T = T_0 + \mu g y$.

3. Рассмотрим отрезок нити от нижней нулевой точки до точки, находящейся на высоте y при длине отрезка s. Пусть T натяжение в этой точке, а T_x и T_y его проекции на горизонталь и вертикаль. Запишем условие равновесия нити в проекциях на горизонталь и вертикаль: $T_x = T_0$ и $T_y = \mu g s$. Отсюда

$$T^2 = T_0^2 + (\mu g s)^2. \qquad (4)$$

После подстановки $T = T_0 + \mu g y$ в уравнение (4) находим

$$\lambda = \frac{T_0}{\mu g} = \frac{s^2 - y^2}{2y}.$$

4. Отметим H/L, число скрепок n. Для повышения точности длину одной скрепки l измеряем по длине натянутого отрезка цепочки из 30–40 скрепок.

5. Если цепочка скрепок подвешена на небольшом расстоянии от миллиметровой бумаги, то положение точек соприкосновения можно отметить с точностью 0,5–1 мм.

6. Рассчитываем λ по формуле:

$$\lambda = \frac{(n_i l)^2 - y_i^2}{2y_i}.$$

Результаты эксперимента приведены в таблице.

Таблица 2: результаты измерений.

№	y (мм)	λ (мм)	$\Delta\lambda$ (мм)
1	8	39	
2	11	119	
3	18	161	4
4	31	160	5
5	45	166	1
6	60	175	10
7	79	172	7
8	99	171	6
9	120	170	5
10	143	168	3
11	163	172	7
12	185	172	7
13	207	175	10
14	231	167	2
15	256	172	7
16	280	167	2
17	304	172	7
18	330	170	5
19	355	149	16
20	369	156	9

$H/L = 370/660 = 0{,}56$,
$n = 42$ скрепки,
$l = 25{,}9$ мм,
$\lambda_{\text{ср}} = 165$ мм, $(\Delta\lambda)_{\text{ср}} = 6$ мм.
$\tau_{\text{ср}} = 6{,}33$, $\varepsilon_\tau = 4\%$.
Для первых двух нижних скрепок заметное отличие λ от теоретического значения. Эти значения λ исключены из определения среднего. Разброс для λ сопоставим с тем, что следует из погрешности измерения y (2%) и «сдвига» на 1 и 2 скрепки.
Вывод: цепочка скрепок в целом адекватно моделирует цепную линию, за исключением ближней окрестности нижней точки

Примерные критерии оценивания

Пункт 1 задания 2
Пункт 2 задания 1
Пункт 3 задания 1
Указано H/L, число скрепок n 1
Длина l измерена с точностью хотя бы 0,1 мм 1
Наличие 15 или более отмеченных точек с указанием высот и номера (не обязательно подряд) 1
Выведена формулы для λ через n_i и l_i 1
Наличие таблицы с данными и обработкой не менее 15 точек 2
Указано, для каких скрепок имеется заметное отклонение от теоретического значения 1
Попадание в ворота для среднего значения λ 2
Попадание в ворота по $(\Delta\lambda)_{\text{ср}}$ 1
Найдено $\tau = T_0/mg = \lambda_{\text{ср}}/l$ 1

Задача 2. Закон деформации кольца. Скорость звука

1. **Закон деформации колец.** Проанализируем уравнение (1). По закону Гука малые деформации пропорциональны силе: $\varepsilon \sim F$, поэтому $m = 1$.

Увеличение ширины кольца в два раза (при прочих равных параметрах кольца) можно представить как два кольца, расположенных рядом. Следовательно, для сохранения относительной деформации потребуется в два раза большая сила. Учитывая, что $m = 1$ получаем $\varepsilon \sim \dfrac{F}{h}$, $q = -1$.

Размерность модуля Юнга $[E] = \text{Н/м}^2 = \text{кг/(м} \cdot \text{с)}$. Для исключения размерности массы и времени (которые присутствуют в силе F и модуле Юнга E) следует считать, что $\varepsilon \sim \dfrac{F}{E}$, поэтому $n = -1$.

Поскольку ε – безразмерная величина, должно выполняться равенство:

$$m - n + p + q + i = 0. \tag{5}$$

С учётом найденных ранее коэффициентов получим:

$$p + i = -1.$$

Для определения показателя степени p проведём эксперимент с двумя кольцами из ПЭТ. Измерим ширину h и длину окружности $L = \pi D$ полиэтилентерефталатовых колец. Зная массу m и плотность ρ этих материалов, вычислим толщину колец $\delta = m/(\rho L h)$. Получим, что $\delta_2 \approx \delta_1$.

Сложим кольца в виде «восьмёрки» и стянем их ниткой. Деформирующая сила для обоих колец будет одинакова. Измеряем абсолютные деформации диаметров колец x_1, x_2 в этом случае.

По условию, ширина колец h одинакова, поэтому для нахождения p используем уравнение:

$$\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} = \left(\frac{D_2}{D_1}\right)^p = \left(\frac{L_2}{L_1}\right)^p.$$

В нашем случае получилось уравнение $1{,}5^p = 2{,}3$. Его корнем является число $p \approx 2{,}05$. Так как по условию p – целое число, то примем $p = 2$.

Показатель степени i находим из уравнения: $i = -p - 1 = -3$.

Закон деформации кольца имеет вид:

$$\varepsilon = \frac{x}{D} = \beta \frac{F D^2}{E h \delta^3}. \tag{6}$$

Для справки, точная формула имеет вид:

$$\varepsilon = \frac{x}{D} = \left(\frac{3\pi^2 - 24}{8\pi}\right) \frac{F D^2}{E h \delta^3}.$$

(Ландау, Лифшиц, т. VII, Теория упругости).

2. **Скорость звука.** Деформацию кольца x выражаем через скорость звука c и массу кольца m:

$$c = \sqrt{\frac{E}{\rho}} = \frac{D^2}{\delta}\sqrt{\frac{\pi\beta F}{mx}}$$

Если кольца деформировать одной и той же силой, то для отношения скоростей звука получаем:

$$c = c_0 \left(\frac{D}{D_0}\right)^2 \left(\frac{\delta_0}{\delta}\right) \sqrt{\frac{m_0 x_0}{mx}}. \tag{7}$$

Деформируем кольца одинаковой силой (для этого достаточно расположить их в виде восьмёрки и стянуть одной и той же нитью). Измеряем их деформации (x — для кольца из полиэтилентерефталата и x_0 — для кольца из алюминия. По полученным данным находим скорость звука в полиэтилентерефталате: $c = 1450$ м/с.

Примерные критерии оценивания

Обоснован и получен результат $m = 1$ 1
Обоснован и получен результат $q = -1$ 1
Обоснован и получен результат $n = -1$ 1
Получено уравнение (5) 1
Указан способ деформирования колец одинаковой силой 2
Приведены измерения длин окружности L_1 и L_2 1
Указано, что толщина колец $\delta = m/(\rho L h)$ 1
Приведены измерения деформаций x_1 и x_2 при одинаковой силе 1
Получен результат $p = 2$ 1
Найдено значение числа $i = -3$ 1
Записан закон деформации кольца (6) 1
Указаны способ нахождения скорости звука в ПЭТ (например формула (7)) 1
Приведены результаты измерений деформаций колец из разных материалов 1
Получен ответ для скорости звука c с точностью 20% 1