откуда следует, что $\varphi_1 \approx 19{,}1°$.

Примерные критерии оценивания

Записан закон Снелла для границы AC 2
Записан закон Снелла для границы AB 2
Выражен показатель n_0 через φ_1 и φ_2 1
Найдена связь между φ_1 и φ_2 1
Показатель преломления n_0 выражен через φ_1 2
Найден угол φ_1 2

Задача 5. Термодинамический «лабиринт»

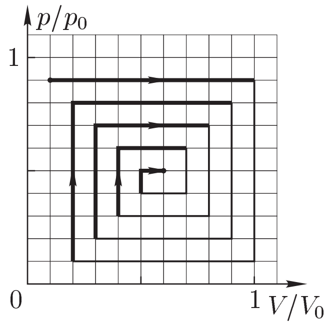


Рис. 25

Теплота подводится к газу на тех изохорах и изобарах, на которых температура возрастает. Обозначим эти участки жирными линиями (рис. 25). Вычислим суммарную работу, совершённую на этих участках, как сумму площадей под выделенными горизонтальными прямыми:

$$\frac{A}{p_0V_0} = \frac{9\cdot 9 + 8\cdot 7 + 7\cdot 5 + 6\cdot 3 + 5\cdot 1}{100},$$

откуда $A = 1{,}95\, p_0V_0$.

Так как метан — многоатомный газ, то его молярная теплоёмкость при постоянном объёме равна $C_V = 3R$. Вычислим изменение внутренней энергии на тех участках, где тепло подводится к газу:

$$\frac{\Delta U}{3p_0V_0} = \frac{1}{100}\Big((10\cdot 9 - 1\cdot 9) + (9\cdot 8 - 2\cdot 1) + (8\cdot 7 - 3\cdot 2) + \\ + (7\cdot 6 - 4\cdot 3) + (6\cdot 5 - 5\cdot 4)\Big) = 2{,}41,$$

откуда $\Delta U = 7{,}23\, p_0V_0$. Тогда подведённое тепло:

$$Q = \Delta U + A = 9{,}18\, p_0V_0.$$

Примерные критерии оценивания

Указаны участки, на которых тепло подводится к газу 2
Вычислена работа на этих участках 3
Определено изменение внутренней энергии 4
Записан верный ответ 1

Методическая комиссия по физике
при центральном оргкомитете
Всероссийских олимпиад школьников

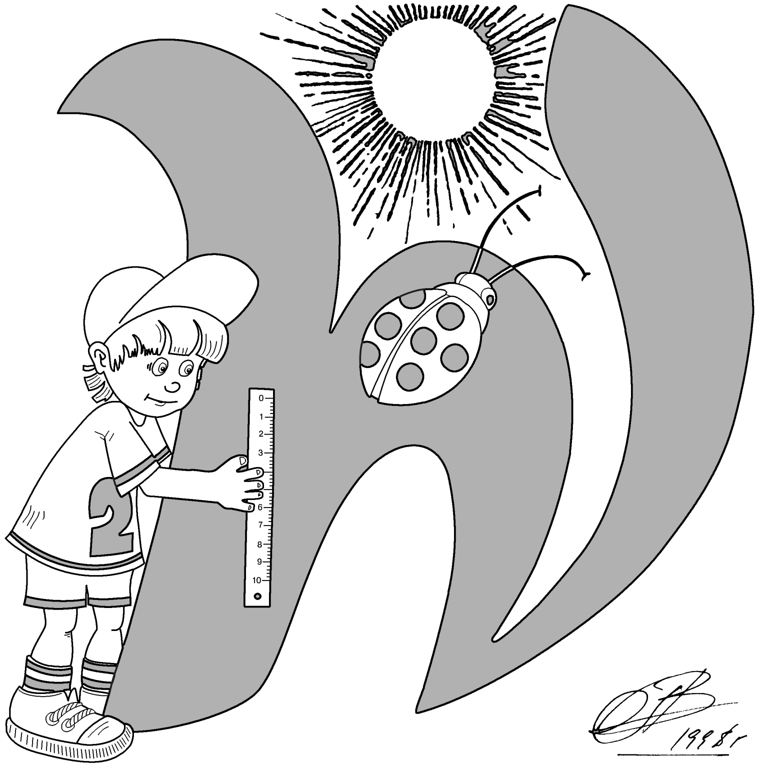
XLIV Всероссийская олимпиада школьников по физике

Региональный этап

Теоретический тур

9, 10 и 11 классы

Методическое пособие



МФТИ, 2009/2010 уч.г.

Комплект задач подготовлен методической комиссией по физике
при центральном оргкомитете Всероссийских олимпиад школьников
Телефоны: (495) 408-80-77, 408-86-95.
E-mail: **physolymp@gmail.com**

Авторы задач

9 класс	10 класс	11 класс
1. Слободянин В.	1. Фольклор	1. Слободянин В.
2. Ко́зел С.	2. Фольклор	2. Замятнин М.
3. Русаков А.	3. Слободянин В.	3. Шеронов А.
4. Гаврилов М.	4. Фольклор	4. Слободянин В.
5. Белонучкин В.	5. Кармазин С.	5. Кудряшова Н.

Общая редакция — Ко́зел С., Слободянин В.

Оформление и вёрстка — Ерофеев И., Сметнёв Д., Матвеев Х.,
Кудряшова Н., Кузнецов И., Старков Г., Землянов В.

При подготовке оригинал-макета
использовалась издательская система $\LaTeX\,2_\varepsilon$.

Подписано в печать 13 декабря 2009 г. в 19:26.

141700, Московская область, г. Долгопрудный
Московский физико-технический институт

Определено значение I 2
Записано второе правило Кирхгофа для контура $ABEF$ 1
Получен квадратный многочлен для $\Delta W/\Delta t$ 2
Квадратный многочлен исследован на максимум 2
Найдено выделившееся количество теплоты 2

Задача 4. Призма на воде

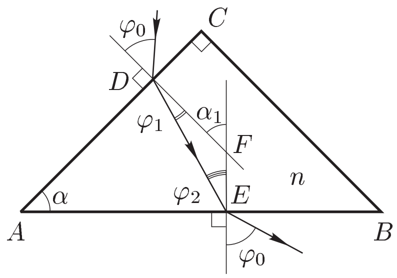


Рис. 24

Пусть показатель преломления стекла равен n. Выполним рисунок, поясняющий ход луча (рис. 24). Запишем закон Снелла для луча, преломляющегося на гранях AC и AB:

$$\text{для грани } AC: \quad \sin\varphi_0 = n\sin\varphi_1; \tag{16}$$

$$\text{для грани } AB: \quad n_0\sin\varphi_0 = n\sin\varphi_2. \tag{17}$$

Разделим почленно уравнение (17) на уравнение (16):

$$n_0 = \frac{\sin\varphi_2}{\sin\varphi_1}.$$

Так как призма равнобедренная и прямоугольная, то угол $\alpha = 45°$. Для треугольника DEF угол α_1 — внешний. По теореме о внешнем угле треугольника:

$$\varphi_1 + \varphi_2 = \alpha_1.$$

Заметим, что углы α и α_1 равны как углы со взаимно перпендикулярными сторонами. С учётом двух последних соотношений получим:

$$n_0 = \frac{\sin(\alpha - \varphi_1)}{\sin\varphi_1} = \frac{\cos\varphi_1 - \sin\varphi_1}{\sqrt{2}\sin\varphi_1} = \frac{1 - \operatorname{tg}\varphi_1}{\sqrt{2}\operatorname{tg}\varphi_1}.$$

Подставив в уравнение значение n_0, окончательно получим:

$$\operatorname{tg}\varphi_1 = \frac{3}{4\sqrt{2}+3} \approx 0{,}347,$$

Рассмотрены динамическая и статическая силы давления песка 2
Найдена высота H 1
Показано, что $F_д + F_c = \mu_i g t$ 2
Получено выражение для μ 1
Найдено численное значение μ 1

Задача 3. Цепь с конденсатором

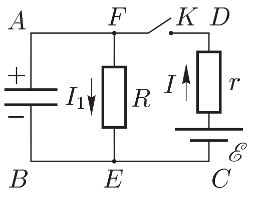


Рис. 23

Энергия, запасённая в конденсаторе, $W = q^2/(2C)$, где q — заряд на обкладках конденсатора, а C — ёмкость конденсатора.

Дифференцируя выражение для энергии по времени, получим:

$$\frac{dW}{dt} = P = UI_C.$$

Запишем второе правило Кирхгофа для контура $ABCD$ (рис. 23), обозначая через I силу тока, текущего через резистор r:

$$Ir + U = \mathscr{E}, \qquad \text{откуда} \qquad I = (\mathscr{E} - U)/r. \tag{14}$$

Применяя второе правило для контура $ABEF$, получим:

$$U = (I - I_C)R, \tag{15}$$

где учтено, что сила тока, текущего через резистор R, равна $I_R = I - I_C$. Подставим в (15) выражение из (14). Тогда:

$$I_C = \frac{dq}{dt} = \frac{\mathscr{E}R - U(R+r)}{Rr}.$$

Исследуем на максимум произведение $U dq/dt = U(\mathscr{E}/r) - U^2(R+r)/(Rr)$. Это квадратный многочлен, представляющий из себя уравнение параболы, ветви которой направлены вниз. Его значение достигает максимума в вершине параболы, то есть при:

$$U = \frac{R}{2(R+r)}\mathscr{E}.$$

Такое же напряжение будет на конденсаторе в момент размыкания ключа. Тогда количество теплоты, выделившееся в цепи после размыкания ключа, равно:

$$Q = W = \frac{CU^2}{2} = \frac{C\mathscr{E}^2}{8}\left(\frac{R}{R+r}\right)^2.$$

Примерные критерии оценивания

Найдено выражение для $\Delta W/\Delta t$ через U и I_C 1

9 класс

Задача 1. Плот и катер

От пристани «Дубки» экспериментатор Глюк отправился в путешествие по реке на плоту. Ровно через час он причалил к пристани «Грибки», где обнаружил, что забыл свой рюкзак на пристани в «Дубках».

К счастью, Глюк увидел на берегу своего друга — теоретика Бага, у которого была моторная лодка. На ней друзья поплыли обратно, забрали рюкзак и вернулись в «Грибки».

Сколько времени моторная лодка плыла против течения, если всё плавание заняло 32 минуты?

Мотор лодки в течение всего плавания работал на полную мощность, а время, которое потребовалось на подбор рюкзака, пренебрежимо мало.

Задача 2. Линейная теплоёмкость

Теплоёмкость некоторых материалов может зависеть от температуры. Рассмотрим брусок массы $m_1 = 1$ кг, изготовленный из материала, удельная теплоёмкость которого зависит от температуры t по закону:

$$c = c_1(1 + \alpha t),$$

где $c_1 = 1{,}4 \cdot 10^3$ Дж/(кг·°C), $\alpha = 0{,}014$ °C^{-1}. Такой брусок, нагретый до температуры $t_1 = 100$ °C, опускают в калориметр, в котором находится некоторая масса m_2 воды при температуре $t_2 = 20$ °C. После установления теплового равновесия температура в калориметре оказалась равной $t_0 = 60$ °C.

Пренебрегая теплоёмкостью калориметра и тепловыми потерями, определите массу m_2 воды в калориметре. Известно, что удельная теплоёмкость воды $c_2 = 4{,}2 \cdot 10^3$ Дж/(кг · °C).

Задача 3. Цепь с двумя амперметрами

В электрической цепи (рис. 1) сила тока, проходящего через резистор R_3, равна 1 мА. Сопротивления резисторов $R_1 = 1$ кОм, $R_3 = 3$ кОм.

Перерисуйте рисунок 1 в свою тетрадь и укажите на нём направления токов, идущих через резисторы. Чему равно напряжение U батарейки? На сколько миллиампер отличаются показания амперметров A_1 и A_2? Амперметры считайте идеальными.

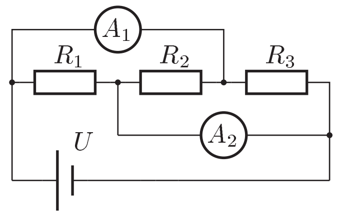


Рис. 1

Задача 4. На киностудии

При съёмке художественного фильма потребовалось заснять эпизод с падением вагонов поезда с моста в реку. Для этого был построен макет железной дороги, моста и вагонов в масштабе 1 : 50. С какой частотой кадров N_1 необходимо снимать этот эпизод, чтобы при просмотре кадров со стандартной частотой $N_0 = 24$ кадра/с ситуация выглядела правдоподобно?

Задача 5. Два зеркала

Перед системой зеркал M_1 и M_2 расположена буква Ь так, как показано на рисунке 2. Постройте на том же рисунке все изображения, даваемые этой системой. Докажите, что других изображений быть не может. Длина каждого из зеркал равна расстоянию между ними.

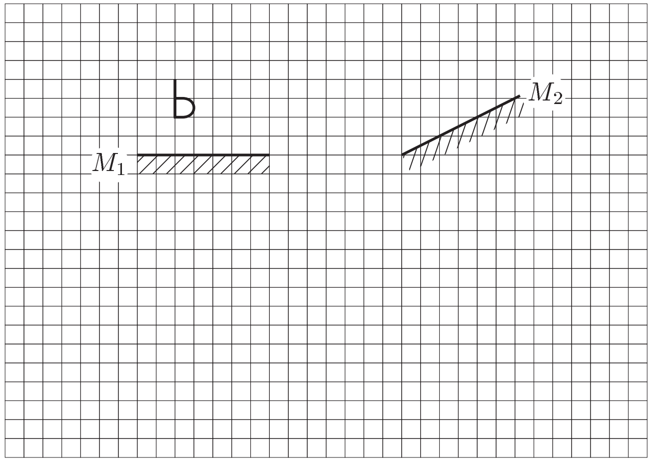


Рис. 2

Учтено, что $m \ll M$ 1
Найдена скорость v_2 1
Получено выражение для K_2 2
Получен численный ответ 1

Задача 2. Нарушение равновесия

Согласно правилу моментов относительно полюса A правый край доски оторвётся от опоры B в момент, когда сила, действующая на левый край доски, станет равной:

$$F = Mg/2. \tag{12}$$

Эта сила складывается из двух составляющих — статической и динамической.

Пока песок летит, он не действует на доску. Время его падения от заслонки бункера до доски равно $\tau = \sqrt{2H/g}$. Зато потом на доску начинает действовать постоянная динамическая составляющая силы:

$$F_{\text{д}i} = \mu_i v,$$

где $v = \sqrt{2gH}$ — скорость песка перед падением на доску, μ_i — массовый расход песка в i-м опыте.

В то же время постепенно начинает расти статическая составляющая силы:

$$F_{\text{с}i} = \mu_i (t - \tau) g,$$

возникающая за счёт увеличения массы песка на доске. Поэтому в момент времени $t > \tau$ суммарная сила, действующая на доску со стороны песка, равна:

$$F_i = F_{\text{д}i} + F_{\text{с}i} = \mu_i g t, \tag{13}$$

причём время t отсчитывается от момента открытия заслонки бункера.

Теперь рассмотрим результаты эксперимента. Так как в первых двух опытах время не зависит от расхода песка, то $\tau_1 = \tau = \sqrt{2H/g}$, откуда высота падения песка:

$$H = g\tau_1^2/2 = 5 \text{ м}.$$

Уменьшение массового расхода в 4 раза приводит к тому, что динамической составляющей уже не хватает для начала опрокидывания доски. Тогда, используя (13) и (12), находим массовый расход песка в первом эксперименте:

$$\mu = \frac{M}{2\tau} = 0{,}2 \text{ кг/с}.$$

Примерные критерии оценивания

Из правила моментов найдено условие отрыва доски 2
Записана связь между H и τ 1

11 класс

Задача 1. Груз на горке

Пусть скорость системы в начальном состоянии v_0, высота горки H. Запишем закон сохранения энергии и закон сохранения импульса для системы груз–горка:

$$mgH + (m+M)\frac{v_0^2}{2} = M\frac{v_1^2}{2} + m\frac{v_2^2}{2}, \tag{7}$$

$$(m+M)v_0 = Mv_1 + mv_2, \tag{8}$$

где v_1 — скорость горки после соскальзывания груза, v_2 — скорость соскользнувшего груза.

Поскольку нас не интересует конечная скорость горки, то исключим из уравнений (7) и (8) скорость v_1, в результате чего получим:

$$v_2^2 - 2v_0v_2 + v_0^2 - 2gH\left(\frac{M}{m+M}\right) = 0.$$

Так как по условию задачи $v_2 > v_0$, то запишем:

$$v_2 = v_0 + \sqrt{2gH\left(\frac{M}{m+M}\right)}. \tag{9}$$

Теперь учтём, что $m \ll M$. В этом случае уравнение (9) упростится:

$$v_2 = v_0 + \sqrt{2gH}.$$

Кинетическая энергия груза, съехавшего с горки, равна:

$$\text{К}_2 = \frac{mv_2^2}{2} = \frac{mv_0^2}{2} + mgH + mv_0\sqrt{2gH}. \tag{10}$$

По условию $\Pi = 4\text{К}_1$, откуда следует, что:

$$v_0 = \sqrt{\frac{gH}{2}}. \tag{11}$$

После подстановки (11) в (10) окончательно имеем:

$$\text{К}_2 = \text{К}_1 + \Pi + mgH = 2{,}25\Pi = 2{,}25 \text{ Дж}.$$

Примерные критерии оценивания

Записан закон сохранения энергии 1
Записан закон сохранения импульса 1
Решена полученная из них система уравнений 3

10 класс

Задача 1. «Абсолютно» упругий удар

Доска массы M и длины L скользит с некоторой скоростью v_0 по гладкой горизонтальной поверхности. На левом краю доски лежит кубик массы m. Коэффициент трения скольжения между кубиком и доской равен μ.

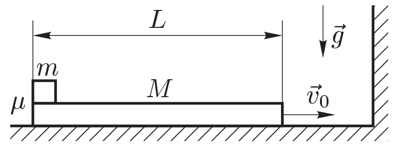


Рис. 3

Доска испытывает абсолютно упругий удар о вертикальную стенку (рис. 3). При какой максимальной скорости $v_0 = v_{\max}$ доски кубик с неё не упадёт? Размерами кубика по сравнению с L пренебречь. В процессе всего движения кубик не опрокидывается.

Задача 2. Электростатическое взаимодействие

Определите модуль силы электростатического отталкивания двух маленьких заряженных шариков одинаковой массы m. Один из них висит на нити длины L, другой — на нити длины $2L$. Угол между нитями равен 60° (рис. 4).

Задача 3. Процесс с идеальным газом

Идеальный газ в количестве ν моль участвует в процессе AB, изображённом на рисунке 5 в координатах $\rho(T)$, где ρ — плотность газа, а T — его температура. При каких условиях (температуре) давление газа на 25% меньше максимального? Температура T_0 известна.

Задача 4. «Сферический» резистор

Из трёх проволок, каждая из которых имеет сопротивление $R = 96$ Ом, сделали три кольца и соединили их так, что длина участка между любыми двумя ближайшими узлами одинакова (рис. 6). Чему равно сопротивление R_{AB} конструкции между узлами A и B?

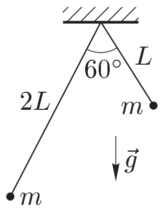


Рис. 4

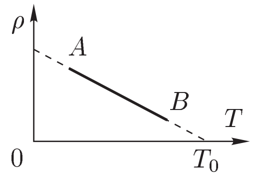


Рис. 5

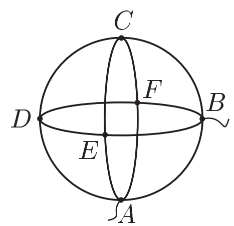


Рис. 6

Задача 5. Полость в стене

Таблица 1

V, л	p, кПа
1,0	100
0,8	110
0,6	130
0,4	150
0,2	175

В толстой бетонной стене была обнаружена внутренняя полость. Для определения её объёма в стене просверлили тонкое отверстие, соединяющее полость с атмосферой. Через это отверстие тонким шлангом полость герметично соединили с поршневым насосом и манометром (рис. 7). В начальном состоянии поршень насоса находился в верхнем положении, а давление в системе насос–полость равнялось атмосферному. Затем была исследована зависимость давления в системе от объёма воздуха в насосе $p(V)$. Полученные экспериментальные результаты представлены в таблице 1.

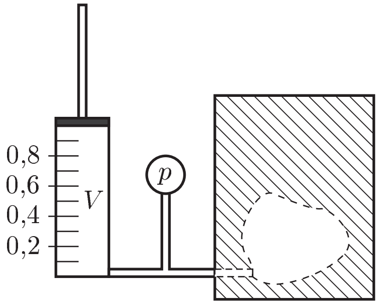


Рис. 7

Путём графического анализа результатов эксперимента, определите объём внутренней полости. Погрешность измерения давления в данном эксперименте составляла 3%. Погрешностью определения объёма под поршнем насоса можно пренебречь. Уменьшение объёма насоса производилось квазистатически, то есть настолько медленно, что температуру воздуха в системе насос–полость на протяжении всего эксперимента можно считать равной температуре окружающей среды.

Задача 5. Полость в стене

Пусть объём полости равен V_0. Тогда из уравнения состояния:

$$p(V+V_0)=C=\mathrm{const}\,,\qquad \text{или}\qquad V=\frac{C}{p}-V_0,$$

так как температура воздуха по условию задачи постоянна. Если построить график в координатах (p^{-1},V), то он должен представлять из себя прямую линию (рис. 22).

Таблица 1

p^{-1}, МПа$^{-1}$	Δp^{-1}, МПа$^{-1}$
10,0	0,3
9,1	0,3
7,7	0,2
6,7	0,2
5,7	0,2

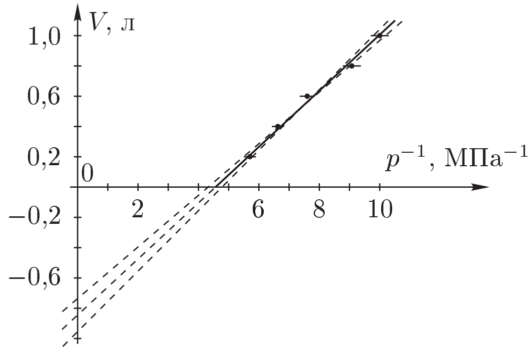


Рис. 22

Значения для построения графика приведены в таблице 1. Заметим, что удобнее строить график зависимости $V(p^{-1})$, а не $p(V^{-1})$, так как мы пытаемся определить объём. Это уменьшит погрешность его определения и облегчит обработку результатов.

Оценим погрешность p^{-1}:

$$\Delta p^{-1}=\frac{1}{p}-\frac{1}{p+\Delta p}=\frac{\Delta p}{p(p+\Delta p)}\approx\frac{\Delta p}{p^2}\approx\frac{\varepsilon_p}{p},$$

где $\varepsilon_p=3\%$ — относительная погрешность измерения давления.

Отложим на графике экспериментальные точки. Проведём через них прямые с наименьшим и наибольшим возможным наклоном. Так мы получим значения $V_{\min}$ и $V_{\max}$, соответствующие пересечению графика с осью V. Из этих значений оценим погрешность $\Delta V\approx(V_{\max}-V_{\min})/2$.

В итоге получаем ответ $V_0=(0{,}82\pm0{,}05)$ л.

Примерные критерии оценивания

Записано уравнение состояния 2
Построение графика:
Если построен график $V(p)$ или $p(V)$ (нелинейный) 1
Если построен график $V(1/p)$ или $p(1/V)$ (линейный) 4
Определён V_0 2
Оценена погрешность определения V_0 2

Примерные критерии оценивания

Записано уравнение Менделеева-Клапейрона 1
Записано уравнение изображённого процесса 2
Найдена зависимость $p(T)$ 2
Найдено выражение для $p_{\max}$ 2
Записано квадратное уравнение относительно (T/T_0) 1
Решено квадратное уравнение 2

Задача 4. «Сферический» резистор

Подключим к узлам A и B батарейку. Сопротивление участка проволоки между двумя ближайшими узлами $r = R/4$. В силу симметрии цепи относительно плоскости, в которой лежит кольцо $ABCD$, точки E и F можно соединить между собой. При этом сопротивление R_{AB} не изменится. Нарисуем эквивалентную схему получившейся цепи (рис. 18).

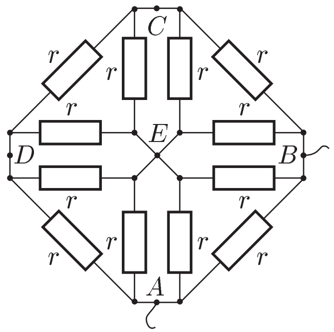


Рис. 18

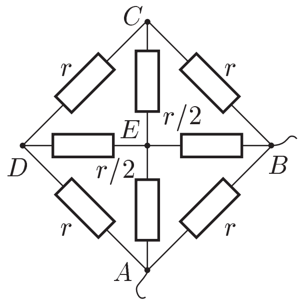


Рис. 19

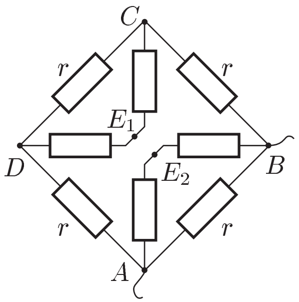


Рис. 20

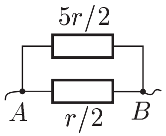


Рис. 21

Если узел E (рис. 19) разъединить так, как показано на рисунке 20, то сопротивление R_{AB} не изменится, потому что после разъединения E напряжение на участке E_1E_2 будет равно нулю в силу симметрии. Теперь легко вычислить сопротивление отдельных участков:

$$R_{CD} = r/2, \qquad R_{ADCB} = 5r/2.$$

Эквивалентная схема изображена на рисунке 21. Сопротивление получившейся цепи $R_{AB} = 5r/12 = 5R/48 = 10$ Ом.

Примерные критерии оценивания

Показано, что точки E и F можно соединить 3
Схема приведена к упрощённому виду 2
Приведена идея разъединения узла E 3
Вычислено R_{AB} 2

11 класс

Задача 1. Груз на горке

Слева направо по гладкой плоскости скользит тяжёлая горка массы M, на вершине которой покоится лёгкий груз массы m (рис. 8). Кинетическая энергия $К_1$ груза в четыре раза меньше его потенциальной энергии П. Груз съезжает с горки без трения. Найдите его кинетическую энергию $К_2$, когда он окажется на плоскости. Считайте, что $П = 1$ Дж, а $M \gg m$.

Задача 2. Нарушение равновесия

Некто провёл серию экспериментов по исследованию устойчивости системы, изображённой на рисунке 9.

Из бункера, расположенного на высоте H над выступающим краем однородной доски, лежащей на двух опорах, сразу после открывания заслонки начинает высыпаться песок с массовым расходом μ кг/с. Расстояние между опорами составляет 2/3 от длины доски. Система устроена так, что попадая в лёгкую чашу, закреплённую на краю доски, песок там и остаётся.

Экспериментатор заметил, что в первом опыте край доски оторвался от опоры B спустя время $\tau_1 = 1{,}00$ с после открывания заслонки. После этого экспериментатор вдвое уменьшил массовый расход песка и обнаружил, что доска снова оторвалась от опоры B спустя время τ_1. В третий раз он уменьшил расход вчетверо по сравнению с первоначальным, и доска оторвалась от опоры B уже спустя время $\tau_2 = 1{,}75$ с.

Зная, что масса доски $M = 700$ г, определите высоту H, с которой падал песок, и массовый расход μ песка в первом эксперименте.

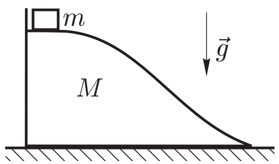


Рис. 8

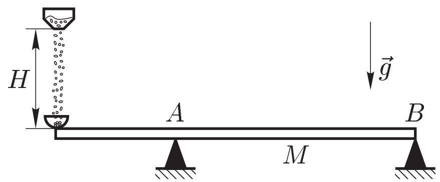


Рис. 9

Задача 3. Цепь с конденсатором

Электрическая схема (рис. 10) состоит из источника постоянного тока с ЭДС $\mathscr{E}$ и внутренним сопротивлением r, конденсатора ёмкостью C и резистора R. В начальный момент конденсатор не заряжен.

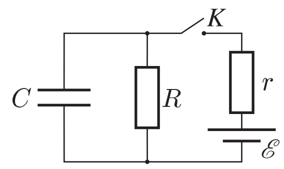


Рис. 10

Ключ K в схеме сначала замыкают, а затем размыкают в тот момент, когда скорость изменения энергии, запасённой в конденсаторе, достигает максимума. Какое количество теплоты выделится в схеме после размыкания ключа?

Задача 4. Призма на воде

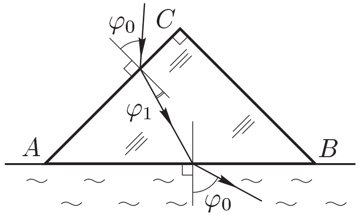


Рис. 11

Поверхности воды касается равнобедренная стеклянная призма ABC (рис. 11). Луч света, падающий из воздуха под углом φ_0 на грань AC, после прохождения призмы выходит через грань AB под тем же углом φ_0. Чему равен угол преломления φ_1?

Показатель преломления воды $n_0 = 4/3$, угол C при вершине призмы — прямой. Величина угла φ_0 неизвестна.

Задача 5. Термодинамический «лабиринт»

Над 1 моль метана (CH_4) совершается процесс, график которого изображён на рисунке 12. Перенесите график процесса в тетрадь и выделите на нём участки, на которых к газу подводится теплота. Какое количество теплоты было подведено к газу в этом процессе? p_0 и V_0 считать известными.

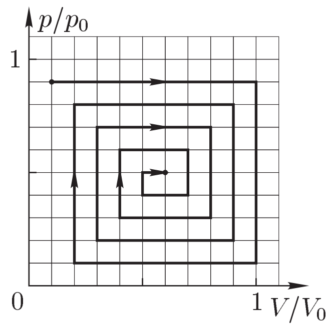


Рис. 12

Согласно правилу моментов:

$$mg \cdot 2L\sin(60^\circ - \alpha) = mg \cdot L\sin\alpha.$$

Отсюда $\cos\alpha = \dfrac{2\sin\alpha}{\sqrt{3}}$, а $\sin\alpha = \sqrt{\dfrac{3}{7}} \approx 0{,}65$.

Из (3) получаем ответ:

$$F = 0{,}65mg.$$

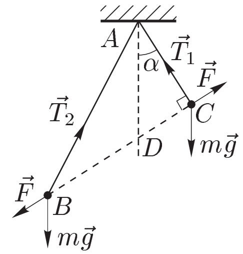


Рис. 17

Примерные критерии оценивания

Показано, что $\angle ACB$ прямой 1
Найдена связь между F, α и mg 2
Применено правило моментов относительно точки A 3
Получено выражение, из которого можно найти угол α 2
Найдена сила F 2

Задача 3. Процесс с идеальным газом

Запишем уравнение Менделеева–Клапейрона в виде:

$$p = \frac{R}{\mu}\rho T, \tag{4}$$

где p — давление газа. Если обозначить $t = T/T_0$, а ρ_0 — максимальная плотность газа, то уравнение рассматриваемого процесса примет вид:

$$\rho = \rho_0\,(1 - t)\,, \qquad \text{откуда} \qquad p = \rho_0 T_0 \frac{R}{\mu}(t - t^2). \tag{5}$$

Исследуем на максимум выражение (5). Это квадратный многочлен относительно t, представляющий из себя уравнение параболы, ветви которой направлены вниз, и его значение достигает максимума в вершине параболы, то есть при $t = 1/2$. Отсюда находим максимальное давление:

$$p_{\max} = \frac{1}{4}\frac{R}{\mu}\rho_0 T_0. \tag{6}$$

С учётом (6) уравнение (5) принимает вид:

$$\frac{p}{p_{\max}} = 4(t - t^2).$$

В задаче требуется найти условия, когда $p/p_{\max} = 3/4$. Решая уравнение, находим, что $T/T_0 = 1/2 \pm 1/4$. Таким образом, условию задачи удовлетворяют два значения температуры:

$$T_1 = \frac{1}{4}T_0 \qquad \text{и} \qquad T_2 = \frac{3}{4}T_0.$$

10 класс

Задача 1. «Абсолютно» упругий удар

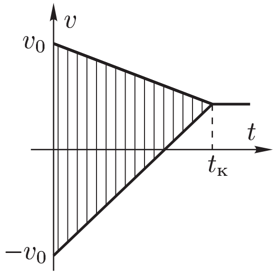


Рис. 16

Сразу после удара о стенку доска изменит направление движения на противоположенное, а кубик продолжит движение к стенке. Сила трения скольжения вызовет изменение как скорости кубика, так и скорости доски. Уравнение движения для кубика и доски:

$$v_к = -v_0 + \mu g t,$$
$$M a_д = F_{тр} = \mu m g, \qquad \text{откуда} \qquad a_д = \mu g m / M.$$

Следовательно, скорость доски $v_д = v_0 - \mu g t m / M$.

Проскальзывание прекратится после того, как скорости доски и кубика сравняются (рис. 16):

$$v_0 - \mu g \frac{m}{M} t_к = -v_0 + \mu g t_к, \qquad \text{откуда} \qquad t_к = \frac{2 v_0}{\mu g} \frac{M}{(M + m)}.$$

Максимальное перемещение кубика относительно доски равно L. Из рисунка видно, что оно численно равно площади заштрихованного треугольника:

$$L = \frac{1}{2} \cdot 2 v_0 \cdot t_к,$$

то есть максимальная скорость, при которой кубик не упадёт с доски:

$$v_{\max} = \sqrt{\frac{\mu g L}{2} \left(1 + \frac{m}{M}\right)}.$$

Примерные критерии оценивания

Найдено выражение для $v_к$ 1
Найдено выражение для $v_д$ 2
Записано условие прекращения относительного проскальзывания 1
Найдено время скольжения 1
Найдена связь L с v_0 и $t_к$ 3
Найдена скорость $v_{\max}$ 2

Задача 2. Электростатическое взаимодействие

Рассмотрим $\triangle ABC$. В нём $\angle BAC = 60°$ (рис. 17). Поскольку $AB = 2AC$, то это прямоугольный треугольник, в котором $\angle ACB = 90°$. Пусть угол между вертикалью AD и нитью AC равен α. Тогда:

$$F = mg \sin \alpha. \tag{3}$$

Выберем в качестве полюса точку A.

Возможные решения

9 класс

Задача 1. Плот и катер

Пусть скорость течения реки u. Тогда расстояние от «Дубков» до «Грибков» равно $L = u t_0$, где t_0 — время плавания на плоте.

Пусть скорость моторной лодки относительно воды равна v. Тогда время t_1, затраченное на движение от «Грибков» до «Дубков», равно:

$$t_1 = \frac{L}{v - u} = t_0 \frac{u}{v - u}.$$

На обратный путь потребовалось время $t_2 = \dfrac{L}{v + u} = t_0 \dfrac{u}{v + u}$.

Всё время плавания на лодке оказалось равным $t_{12} = t_1 + t_2 = t_0 \dfrac{2 v u}{v^2 - u^2}$.

Выразим скорость моторной лодки через скорость течения реки, решив квадратное уравнение относительно v:

$$v^2 - 2 \frac{t_0}{t_{12}} u v - u^2 = 0, \qquad \text{отсюда} \qquad v = u \cdot \left[\left(\frac{t_0}{t_{12}} \right) + \sqrt{1 + \left(\frac{t_0}{t_{12}} \right)^2} \right].$$

Искомое время $t_1 = t_0 \dfrac{u}{v - u} = \dfrac{t_0 t_{12}}{t_0 - t_{12} + \sqrt{t_{12}^2 + t_0^2}} = 20$ минут.

Примерные критерии оценивания

Записано выражение для t_1 1
Записано выражение для t_2 1
Записано выражение для t_{12} 1
Составлено квадратное уравнение 2
Выбран правильный знак для v 1
Получена зависимость $v(u)$ 2
Найдено время t_1 2

Задача 2. Линейная теплоёмкость

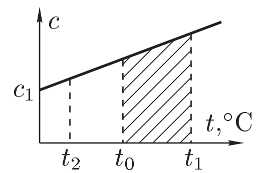


Рис. 13

Построим график зависимости удельной теплоёмкости материала бруска от температуры (рис. 13). На оси абсцисс отмечены точки t_1, t_2 и t_0. За время теплообмена с водой в калориметре температура бруска понизилась с t_1 до t_0. При этом брусок передал воде количество теплоты, численно равное площади заштрихованной поверхности, умноженной на массу бруска $m_1 = 1$ кг. Запишем уравнение теплового баланса:

$$m_2 c_2 (t_0 - t_2) = m_1 c_1 \left(\frac{1 + \alpha t_1 + 1 + \alpha t_0}{2} \right) (t_1 - t_0).$$

Из этого соотношения находим:

$$m_2 = m_1 \frac{c_1}{2c_2} \frac{\alpha(t_1^2 - t_0^2) + 2(t_1 - t_0)}{t_0 - t_2} \approx 0{,}707 \text{ кг}.$$

Примерные критерии оценивания

Определено количество теплоты, переданное бруском 4
Определено количество теплоты, полученное водой 2
Записано уравнение теплового баланса 1
Найдено выражение для m_2 1
Получено численное значение для m_2 2

Задача 3. Цепь с двумя амперметрами

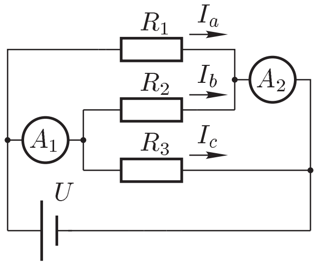


Рис. 14

Перерисуем исходную схему (рис. 14). Через резисторы ток течёт от положительного полюса батарейки к отрицательному. По условию оба амперметра идеальные. Следовательно, все три резистора соединены параллельно и подключены к полюсам батарейки. Поэтому:

$$U = I_c R_3 = 3 \text{ В}, \qquad \text{а} \qquad I_a = \frac{U}{R_1} = 3 \text{ мА}.$$

Для сил токов, протекающих через амперметры, справедливы соотношения:

$$I_a + I_b = I_2, \tag{1}$$

$$I_c + I_b = I_1. \tag{2}$$

Вычитая почленно уравнение (2) из уравнения (1), находим ответ на второй вопрос задачи:

$$I_2 - I_1 = I_a - I_c = 2 \text{ мА}.$$

Примерные критерии оценивания

Указаны направления токов 2
Найдено напряжение U 2
Записана система уравнений для сил токов I_1 и I_2 3
Найдена разница $I_2 - I_1$ 3

Задача 4. На киностудии

Пусть реальный поезд падает с высоты h, тогда высота падения макета равна $h/50$. Обозначим через $t_н$ и $t_м$ времена падения настоящего поезда и макета.

Падение и оригинала, и макета происходит с одним и тем же ускорением, равным ускорению свободного падения. Так как время свободного падения с высоты h пропорционально корню из h, то для времён $t_н$ и $t_м$ выполнено соотношение:

$$\frac{t_н}{t_м} = \sqrt{\frac{h}{h/50}}.$$

Чтобы ситуация выглядела правдоподобно, за время падения оригинала и макета должно быть отснято одинаковое количество кадров. Отсюда:

$$N_0 t_н = N_1 t_м,$$

поэтому, используя предыдущее выражение, окончательно находим:

$$N_1 = \sqrt{50} N_0 \approx 170 \text{ кадров/с}.$$

Примерные критерии оценивания

Найдено отношение времён падения 4
Записано соотношение между полным числом кадров для поезда и макета . 4
Получен численный ответ 2

Задача 5. Два зеркала

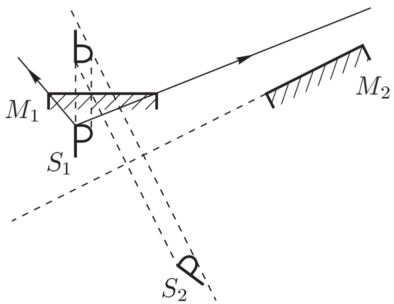


Рис. 15

Два изображения строятся сразу. Это изображение S_1 в зеркале M_1 и S_2 в зеркале M_2 (рис. 15). Теперь проверим, могут ли появиться другие изображения.

S_2 оказывается за отражающей поверхностью обоих зеркал, а поэтому не может дать нового изображения.

Найдём область, из которой видно изображение S_1. Для этого проведём лучи, выходящие из S_1 и проходящие через края зеркала M_1. Изображение будет видно из точек, расположенных между лучами с рабочей стороны зеркала M_1. Самым широким раствор угла «видимости» изображения S_1 будет между лучами, выходящими из самой верхней точки изображения.

Из построения определяем, что зеркало M_2 в эту область не попадает ни для одной из точек изображения. Значит, S_1 не даёт нового изображения в M_2. Итак, в системе есть всего два изображения.

Примерные критерии оценивания

Построено изображение в зеркале M_1 3
Построено изображение в зеркале M_2 3
Показано, что изображение S_1 не отражается в зеркале M_2 4

Методическая комиссия по физике
при центральном оргкомитете
Всероссийских олимпиад школьников

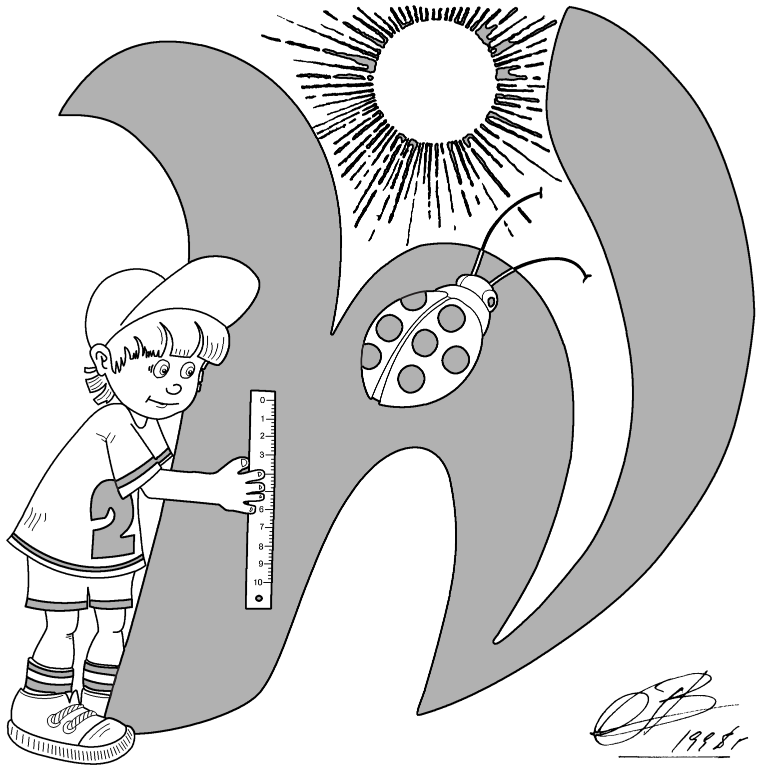
XLIV Всероссийская олимпиада школьников по физике

Региональный этап

Экспериментальный тур

9, 10 и 11 классы

Методическое пособие



МФТИ, 2009/2010 уч.г.

Комплект задач подготовлен методической комиссией по физике
при центральном оргкомитете Всероссийских олимпиад школьников
Телефоны: (495) 408-80-77, 408-86-95.
E-mail: **physolymp@gmail.com**

Авторы задач

9 класс	10 класс	11 класс
1. Кузьмичёв С., Кудряшова Н.	1. Кузьмичёв С., Кудряшова Н.	1. Матвеев Х.
2. Дорошенко А.	2. Чивилёв В., Проскурин М.	2. Чивилёв В., Проскурин М.

Общая редакция — Слободянин В.

Оформление и вёрстка — Ерофеев И., Кудряшова Н., Матвеев Х.,
Сметнёв Д., Старков Г.

При подготовке оригинал-макета
использовалась издательская система LaTeX 2_ε.

Подписано в печать 13 декабря 2009 г. в 19:05.

141700, Московская область, г. Долгопрудный
Московский физико-технический институт

Примерные критерии оценивания

Описан метод измерения расхода, даны основные рассчётные формулы 3
Измерения
- $\geqslant 4$ точек 3
- 2–3 точки 2
- 1 точка 1

Построение графика
- $\geqslant 4$ точек 3
- 2–3 точки 2

Ответ для вязкости 2
Верная оценка погрешности 1
Получено Re и сравнено с $\mathrm{Re}_{\text{кр}}$ 1
Получено $l_{\text{уст}}$ и сравнено с L 1
Вывод о возможности использования предположений 1

Задача 2. Избыточное давление

Решение задачи смотрите в решении задачи 2 для 10 класса.

11 класс

Задача 1. Вязкость масла

Для того, чтобы поддерживать постоянную разность давлений, предлагается следующий способ. Шприц заполняется воздухом на $V_{\text{возд.}} = 20$ мл (разметка на шприце может быть на меньшие объёмы, но с помощью миллиметровой бумаги вы можете сделать шкалу с большим пределом измерения). Со шприца снимается игла, набирается $V_{\text{масла}} = 4$ мл масла и игла надевается обратно, при этом шприц всё время должен находиться в вертикальном положении (чтобы масло не растеклось по стенкам, и потом не пришлось бы долго ждать, пока оно стечёт обратно).

При сжатии воздуха внутри шприца на $\Delta V_{\text{возд.}}$ воздух слегка нагревается, и давление масла увеличивается от p_0 до p, где p_0 — атмосферное давление. Можно считать, что время установления комнатной температуры воздуха в шприце намного меньше времени процесса измерений, и поэтому выполняется закон Бойля–Мариотта:

$$p_0 V_{\text{возд.}} = p(V_{\text{возд.}} - \Delta V_{\text{возд.}}), \qquad \text{откуда} \qquad p = \frac{p_0 V_{\text{возд.}}}{(V_{\text{возд.}} - \Delta V_{\text{возд.}})}.$$

Масло вытекает медленно (около 2–4 минут). Всё это время необходимо пододвигать поршень, чтобы объём воздуха, находящегося в шприце, не изменялся. При этом разность давлений на концах иглы:

$$\Delta p = p - p_0 = \frac{p_0 \Delta V_{\text{возд.}}}{(V_{\text{возд.}} - \Delta V_{\text{возд.}})}.$$

Продолжительность вытекания подобрана большой, что позволяет уменьшить ошибку, связанную с определением времени (около 5 с). При временах вытекания масла 200 с эта ошибка несущественна. Данный метод позволяет определить время вытекания масла при давлениях порядка 1 атм в широком диапазоне $0{,}2p_0 - 4p_0$.

Расход рассчитывается по формуле $Q = \Delta V_{\text{масла}}/\tau$, где τ — время вытекания масла.

Из графика $Q(\Delta p)$ видно, что экспериментальные точки ложатся на прямую, а коэффициент наклона $k = \dfrac{\Delta Q}{\Delta p}$. Тогда вязкость высчитывается по итоговой формуле:

$$\eta = \frac{\pi r^4}{8\,kL} \approx 0{,}3\ \text{Па}\cdot\text{с}.$$

Для данной ситуации $\mathrm{Re} < 1 \ll \mathrm{Re}_{\text{кр}}$ и $l_{\text{уст.}} = 0{,}2r\ \mathrm{Re} \ll L$. Таким образом, наше предположение о ламинарности течения было верным.

9 класс

Задача 1. «Чёрный ящик»

Известно, что внутри «чёрного ящика» находятся несколько вставок с вертикальными вырезами квадратного сечения (рис. 1). Найдите длину стороны выреза a_i и высоту b_i каждой вставки, начиная с уровня, на котором в коробку вставлена трубочка.

Проделайте ваши измерения повторно. Оцените погрешности измерений.

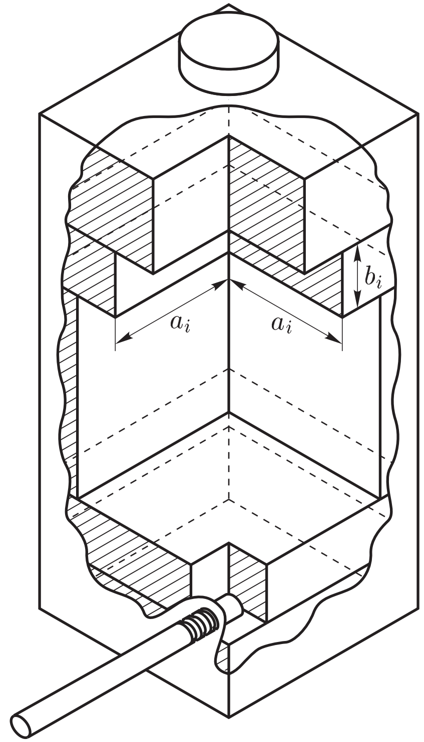


Рис. 1

Оборудование. «Чёрный ящик» (коробка из-под сока со вставленной трубочкой от коктейля), шприц на 20 мл, миллиметровая бумага, скотч, вода.

Рекомендации организаторам.

Для эксперимента необходимо взять коробки из-под сока или молока квадратного или прямоугольного сечения. В нижнюю часть коробки вклейте (например, термоклеем) трубочку для коктейля с гофрированным изгибом (рис. 2).

Перед экспериментом ОБЯЗАТЕЛЬНО нужно добавить в трубочку каплю моющего средства (вроде *Fairy*), чтобы исключить капиллярные эффекты.

Рис. 2

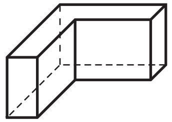


Рис. 3

Миллиметровой бумаги достаточно небольшой полоски (1 см × 20 см), чтобы школьники могли использовать её в качестве шкалы.

Из пенопласта вырезаются вставки (рис. 3), плотно входящие в коробку. Трубочка от коктейля вставляется на высоте 2 − 3 см от дна коробки, герметизируется клеем. В вертикальном положении трубочка должна немного не доходить до верха коробки.

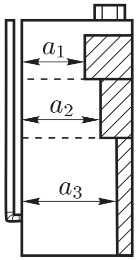


Рис. 4

Важно, чтобы при заполнении коробки водой пенопласт не всплывал. Для того, чтобы вставить пенопласт, проще всего вскрыть верх коробки. Дно коробки вскрывать не следует, так как потом сложно закрепить его герметично. После установки вставок в коробку не следует их вынимать, потому что пенопласт крошится. Чтобы школьники не могли видеть ничего внутри коробки, рекомендуется оставлять отверстие (крышечку) над пенопластом, а не над вырезами (рис. 4). Оставьте около 1 см под крышкой, а верхнюю вставку расположите под отверстием (крышечкой) коробки. В углах плотно расположите кусочки пенопласта, чтобы вставки не всплывали. Тогда школьники не будут видеть внутренностей «чёрного ящика», а вставки будут хорошо зафиксированы. Желательно приклеить вставки к стенкам коробки.

Вполне возможно, что длины сторон квадратов a_i, определённые предложенным в задаче методом, будут несколько превосходить реальные размеры. Это связано с неплотным прилеганием вставок к коробке, а также с тем, что вода попадает в полости в пенопласте. Тем не менее, погрешность определения a_i порядка 5%. Это несложно проверить, проведя эксперимент несколько раз.

Рекомендуется выбирать значения a_1, a_2 и a_3 много больше радиуса трубочки, но меньше длины стороны коробки. Например, $a_1 = 2$ см, $a_2 = 4$ см и $a_3 = 5$ см при ширине коробки 7 см.

Шприц выдавайте без иглы!

Описан метод измерения избыточного давления 3
Выведена формула для Δp 3
Описан верный метод учёта конденсата 2
Получено верное значение Δp 2
Произведено усреднение полученных результатов 1

10 класс

Задача 1. «Чёрный ящик»

Решение задачи смотрите в решении задачи 1 для 9 класса.

Задача 2. Избыточное давление

Надуем шарик до диаметра $d \approx 25$ см. Его можно определить, обернув нитку вокруг шарика и измерив длину окружности $L = \pi d$. Заметим, что для разных сечений значения будут незначительно различаться, так как форма шарика неидеальна. Для большей точности измерим диаметр шарика в трёх перпендикулярных плоскостях и подставим в формулу $V = \pi d^3/6$ усреднённое значение $d_{\text{ср}}$. Погрешность определения диаметра можно оценить из проведённых измерений. Для объёма верно соотношение $\Delta V/V = 3\Delta d/d_{\text{ср}}$.

Подвесим соломинку за её центр масс, сделав таким образом рычажные весы. В качестве гирек будем использовать кусочки бумаги, масса которых определяется их площадью (поверхностная плотность бумаги известна). Из бумаги делается чашечка для гирек. Чашечка и шарик крепятся нитками.

Измерения проведём в два этапа. Сначала уравновесим гирьками надутый шарик. Для большей точности плечи весов стоит выбирать максимально возможными. Замерим длину l_1 плеча, на которое подвешен шарик.

На втором этапе будем уравновешивать сдутый шарик, оставив массу гирек такой же, подвешивая грузик известной массы m_0 на плечо с шариком. Пусть в равновесии его плечо равно l_2. Тогда момент, создаваемый этим новым грузиком, компенсирует момент, создававшийся весом воздуха в шарике: $Pl_1 = m_0 l_2$.

Заметим, что первым делается измерение с надутым шариком, так как при надувании на оболочке конденсируются пары воды, выдыхаемые с воздухом, что приводит к изменению массы шарика. При сдувании конденсат остаётся в шарике.

Вес воздуха в шарике равен разности силы тяжести, действующей на него, и архимедовой силы:

$$P = mg - V\rho_{\text{атм}} g = V\rho_{\text{внутр}} g - V\rho_{\text{атм}} g = m_0 l_2 / l_1,$$

где $\rho_{\text{внутр}}$ — плотность воздуха внутри шарика, а $\rho_{\text{атм}}$ — плотность атмосферного воздуха.

Избыточное давление в шарике:

$$\Delta p = \frac{1}{V}\frac{m_{\text{в}}}{\mu}RT - p_{\text{атм}} = \frac{RT}{\mu}(\rho_{\text{внутр}} - \rho_{\text{атм}}) = \frac{\Delta m_0 l_2}{\mu V l_1}RT = (2{,}5 \pm 0{,}5)\ \text{кПа}.$$

Примерные критерии оценивания

Описан метод нахождения объёма V и приведена верная формула 2

Найдено значение V 2

Задача 2. Тур маслом не испортишь

Предложите способ, благодаря которому с помощью предложенного оборудования можно определить плотность ρ растительного масла. Соберите экспериментальную установку. Схематично изобразите её в отчёте. Выполните необходимые измерения. Для получения большей точности повторите эксперимент не менее 5 раз.

Таблица 1

№ опыта	x_1, [ед.]$_1$	x_2, [ед.]$_2$	...	ρ, кг/м^3
1				
2				
3				
4				
5				
Среднее значение				

Начертите в отчёте таблицу по аналогии с таблицей 1, где x_1, x_2, ... — измеряемые величины, а [ед.]$_1$, [ед.]$_2$, ... — условные обозначения размерностей этих величин. Результаты экспериментов занесите в таблицу и усредните. Приведите полученное значение ρ.

Примечание. Плотность воды $\rho_0 = 1000$ кг/м^3.

Оборудование. Прозрачный цилиндрический сосуд, ёмкость с водой, прозрачная пластиковая трубочка, пластиковая линейка, скотч, ёмкость с растительным маслом, шприц, бумажные салфетки для поддержания в чистоте рабочего места.

Рекомендации организаторам.

1. Растительное масло (20 мл) налить в небольшую ёмкость, например, в пластиковый стакан объёма 100 мл.
2. Трубочка (соломинка для коктейлей) диаметра ≈ 5 мм и длины $\geqslant 12$ см должна быть прозрачной, чтобы сквозь неё можно было видеть границу раздела масла и воды.
3. Целесообразно выдавать участникам олимпиады инсулиновый шприц (с предварительно удалённой иглой).
4. В качестве цилиндрического сосуда желательно выдать стеклянную поллитровую банку или пол-литровую пластмассовую бутылку. У пластмассовой бутылки следует обрезать верхнюю коническую часть.

10 класс

Задача 1. «Чёрный ящик»

Задача полностью совпадает с задачей 1 для 9 класса.

Задача 2. Избыточное давление

Используя имеющееся оборудование, измерьте избыточное давление воздуха в шарике (разность давления внутри него с атмосферным давлением), когда диаметр шарика в надутом состоянии равен примерно 25 см.

1. Найдите объём надутого шарика и оцените погрешность измерения этой величины.

2. Опишите метод измерения разности давлений Δp и изобразите схематически установку. Выведите формулу для определения Δp.

3. При надувании шарика вместе с воздухом человек вдувает в шарик пары воды, которые конденсируются на оболочке. Этот конденсат влияет на точность измерений. Как исключить из рассчётов это влияние?

4. Рассчитайте Δp, проведя придуманный вами эксперимент.

5. Для улучшения точности повторите эксперимент и усредните полученные результаты.

Примечание. Молярная масса воздуха $\mu = 29$ г/моль, комнатную температуру сообщат организаторы.

Оборудование. Воздушный шарик, нитки, ножницы, неоднородный стержень (соломинка для коктейлей с пластилином внутри), линейка, штатив с лапкой, 2 листа офисной бумаги формата А4 (поверхностная плотность бумаги $\rho' = 80$ г/м^2).

Рекомендации организаторам.

В качестве неоднородного стержня выдайте участникам пластиковую соломинку, в которую вставьте кусочки пластилина (не более 1/10 длины трубки).

Необходимо в начале тура объявить участникам комнатную температуру.

Задача 2. Тур маслом не испортишь

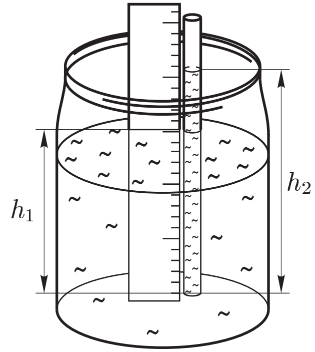


Рис. 9

С помощью скотча прикрепим трубочку к линейке рядом со шкалой(рис. 9). Скотчем же прикрепим к стенке цилиндра с водой систему линейка–трубочка так, чтобы трубочка была вертикальной. Нальём в ёмкость воды почти до уровня, где вертикальные стенки начинают сужаться. Наберём в шприц масла, и будем его понемногу наливать в верхнее отверстие трубочки. Масло станет вытеснять воду. Добьёмся того, чтобы масло вытеснило из трубочки всю воду, но не вытекало из нижнего отверстия. По линейке определим расстояние h_1 от нижнего края трубочки до границы раздела воздух–вода. Измерим расстояние h_2 от нижнего края трубочки до верхней границы масла. Из равенства давления на уровне нижней границы трубочки определим плотность масла:

$$\rho_0 g h_1 = \rho g h_2, \qquad \text{откуда} \qquad \rho = \rho_0 \frac{h_1}{h_2}.$$

Плотность масла должна получаться в пределах:

$$\rho = (0{,}85 - 0{,}93)\ \text{г/см}^3.$$

Примерные критерии оценивания

Приведён рисунок установки с её описанием 2
Записаны формулы для давления масла и воды у нижнего края трубочки . . 3
Получена формула для плотности масла 2
Проведена серия из 5 измерений 4
Если серия состоит из 4 измерений 3
Если серия состоит из 3 измерений 2
Если серия состоит из 2 измерений 1
Если серия состоит из 1 измерения 0
Приведены средние значения плотностей 2
Результат попал в границы от 0,85 г/см^3 до 0,93 г/см^3 2
Если полученное значение ρ не попало в указанные границы 0

Возможные решения

9 класс

Задача 1. «Чёрный ящик»

Для определения площади сечения будем снимать зависимость уровня воды в «чёрном ящике» от объёма налитой жидкости. Чтобы измерить уровень воды в «чёрном ящике», приклеим трубочку вертикально к стенке коробки скотчем. Из миллиметровой бумаги изготовим шкалу и приклеим рядом.

Наливаем воду в «чёрный ящик» до тех пор, пока не станет заметен подъём воды в трубочке. Добавляем воду шприцем порциями, к примеру, по 10 мл. Снимаем зависимость уровня h воды в трубочке от залитого объёма V (рис. 7).

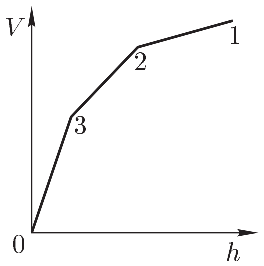


Рис. 7

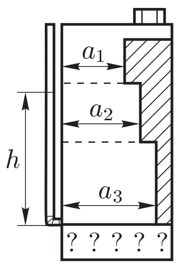


Рис. 8

График имеет два излома и состоит из трёх линейных участков. По наклону этих участков определяем площадь:

$$S = \frac{\Delta V}{\Delta h}, \qquad \text{и сторону квадрата:} \qquad a = \sqrt{S} = \sqrt{\frac{\Delta V}{\Delta h}}.$$

Для определения погрешности результата проведём через экспериментальные точки прямые с максимальным и минимальным наклоном и вычислим их угловые коэффициенты.

В качестве ответа удобно привести вертикальный разрез «чёрного ящика» (рис. 8).

Примерные критерии оценивания

Описание установки и идеи измерений 2
Снятие зависимости $h(V)$ 4
Построение графика $V(h)$ 2
Определение числа интервалов с постоянным сечением 1
Проведение касательных для определения S 2
Определение размеров сечений a 1
Определение уровней, на которых сечение меняется 1
Оценка погрешностей 2

11 класс

Задача 1. Вязкость масла

Рассмотрим вязкую несжимаемую жидкость, текущую вдоль длинной узкой цилиндрической трубки. Если при движении слои жидкости не перемешиваются (рис. 5), а малые выделенные объемы жидкости движутся прямолинейно, то данное течение жидкости называют *ламинарным.*

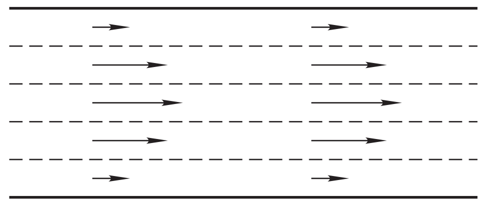


Рис. 5

Для ламинарного течения известны уравнения, достаточно точно описывающие движение жидкости. При превышении скоростью некоторой критической величины течение становится неустойчивым. В среде образуются вихри, а линии тока становятся нестационарными (рис. 6). Такое движение называют *турбулентным.* Его удаётся описывать только приближённо.

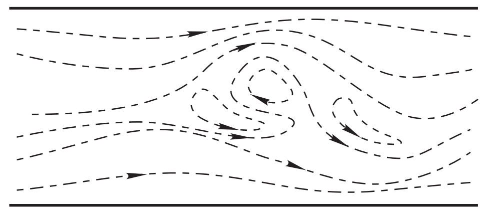


Рис. 6

В данном эксперименте вам предлагается исследовать течение жидкости под действием различных давлений, обработать результаты эксперимента в предположении, что течение ламинарно, и в конце выяснить, верно ли данное предположение.

1. Предложите способ, с помощью которого можно снять зависимость расхода Q масла (объём жидкости, протекающему через сечение трубки в единицу времени) через иглу шприца от разности давлений $\Delta p = p_2 - p_1$ на концах иглы.

Подсказка. При заполнении шприца маслом оставьте внутри него некоторое количество воздуха.

2. Используя предложенный вами способ, снимите зависимость $Q(\Delta p)$ при нескольких значениях разности давлений (не менее 4 точек). Старайтесь при

этом выбирать давления так, чтобы диапазон разности давлений был максимальным из доступных, а точки в этом диапазоне были распределены достаточно равномерно.

Если течение окажется ламинарным, то его можно будет описать с помощью формулы Пуазейля:

$$Q = \frac{\pi r^4}{8\,\eta L}\Delta p, \tag{1}$$

где η — вязкость жидкости, L — длина иглы шприца, r — внутренний радиус иглы.

3. По полученным в предыдущем пункте данным постройте график зависимости расхода от разности давлений. Используя (1), найдите вязкость масла.

Для выяснения, является ли течение жидкости ламинарным, используют так называемое число Рейнольдса Re. По определению:

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho\, vr}{\eta}, \tag{2}$$

где ρ — плотность жидкости, v — средняя скорость её течения.

В случае движения жидкости по цилиндрической трубе критическое значение числа Рейнольдса, при котором течение уже нельзя считать ламинарным, равно $\mathrm{Re}_{\text{кр}} = 1200$.

4. Вычислите число Рейнольдса для вашего эксперимента. Сравнив его с $\mathrm{Re}_{\text{кр}}$, определите характер течения жидкости в игле шприца.

На концах трубки (там, где жидкость только входит в цилиндрическую полость иглы) течение весьма неоднородно. Расстояние от края иглы, на котором оно устанавливается и становится ламинарным, называется $l_{\text{уст}}$.

Формула (1) выведена для ламинарного течения по длинной трубе. Если оказывается, что $l_{\text{уст}} \ll L$, где L — длина иглы шприца, то краевыми неоднородностями можно принебречь, и использование соотношения (1) оправдано.

5. Для иглы $l_{\text{уст}} = 0{,}2r\ \mathrm{Re}$. Определите $l_{\text{уст}}$ для вашего эксперимента и сравните его с L.

6. Теперь, используя все полученные результаты, сделайте вывод о том, верно ли предположение, что течение масла ламинарно.

Оборудование. Шприц (внутренний диаметр иглы $d = 0{,}6$ мм), сосуд с маслом, секундомер, бумажные салфетки (для поддержания рабочего места в чистоте), лист миллиметровой бумаги, пластиковая бутылка.

ВНИМАНИЕ! Аккуратно обращайтесь со шприцем, чтобы не пораниться острой иглой.

Рекомендации организаторам.

1. В данном эксперименте необходимо внимательно подойти к выбору шприца и иглы. Рекомендуется использовать шприц объёмом 20 – 25 мл с ценой деления не более 1 мл.

2. Внутренний диаметр иглы должен быть 0,6 мм, длина иглы > 30 мм.

3. Перед экспериментом желательно смазать поршень шприца маслом, чтобы минимизировать трение (иначе устают руки экспериментатора).

4. Пластиковая бутылка объёма 0,5 л со стандартным горлышком.

5. Масло удобно выдавать в одноразовом пластиковом стаканчике ёмкостью 0,1 л.

6. Перед началом тура напомните участникам о соблюдении правил техники безопасности при работе с колющими предметами.

Задача 2. Избыточное давление

Задача полностью совпадает с задачей 2 для 10 класса.