

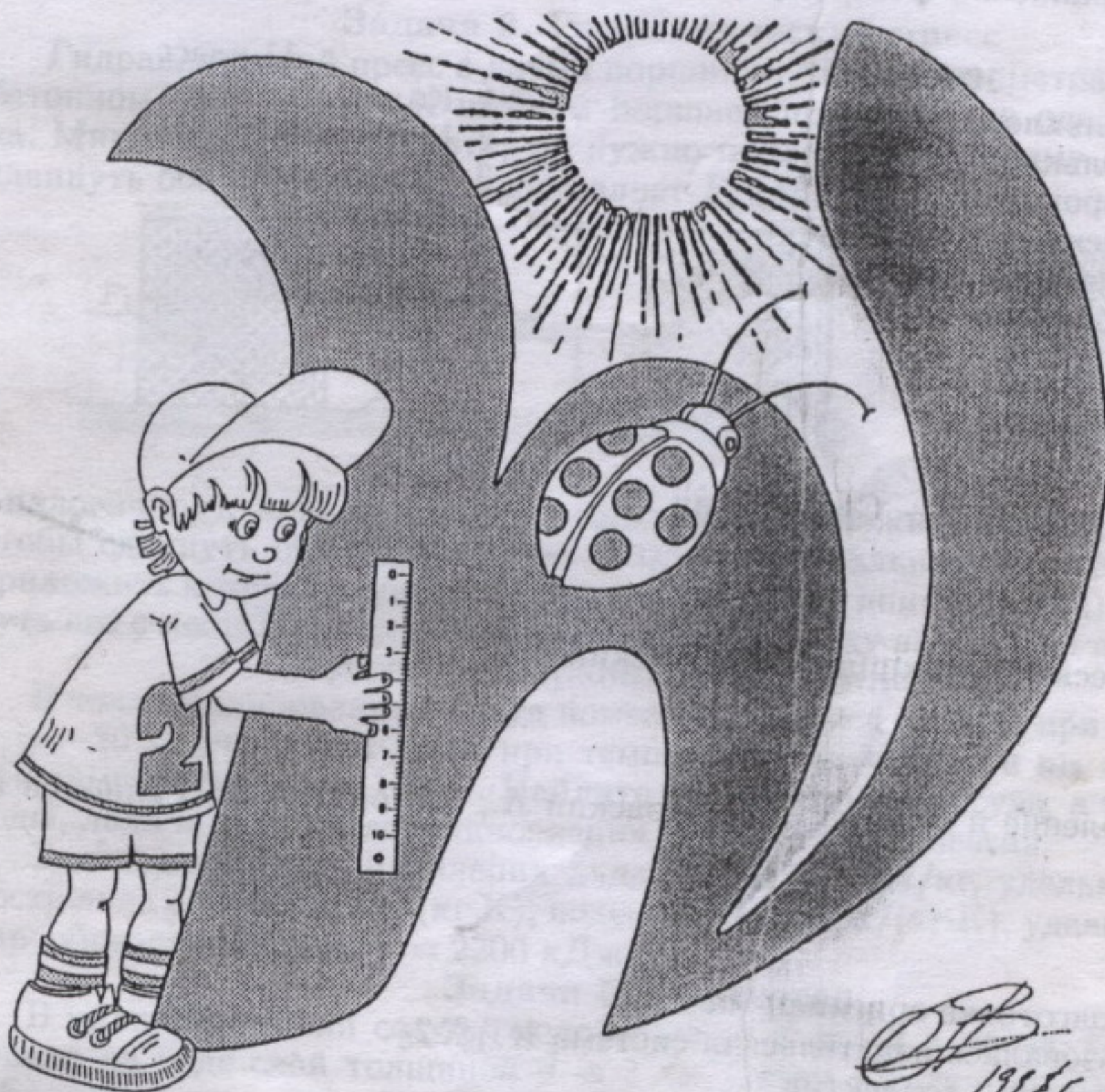
Министерство образования Российской Федерации  
Центральный оргкомитет Всероссийских олимпиад

# XXVIII Всероссийская олимпиада школьников по физике

Региональный этап

Теоретический тур

Методическое пособие



*С.В.*  
1998

МФТИ, 2003/2004 уч.г.

Комплект задач подготовлен методической комиссией по физике Центрального оргкомитета Всероссийских олимпиад школьников Министерства образования Российской Федерации  
Тел.: (095) 408-80-77, 408-86-95.  
E-mail: vip@pop3.mipt.ru

### Авторы задач

#### 8 класс

1. Фольклор
2. Слободянин В.
3. Лесин Д.
4. Александров Д., Чудновский А.
5. Украинский фольклор

#### 10 класс

1. Фольклор
2. Фольклор
3. Сорокин А.
4. Лесин Д.
5. Кузнецов Е.
6. Фольклор

#### 9 класс

1. Кузьмичев С.
2. Слободянин В.
3. Кузьмичев С.
4. Фольклор
5. Фольклор

#### 11 класс

1. Калда Я.
2. Муравьев В.
3. Шеронов А.
4. Варламов С.
5. Чивилев В.
6. Горгадзе В.

Общая редакция — Слободянин В.

Техническая редакция — Чудновский А.

Оформление и верстка — Чудновский А., Самокотин А., Родионов П., Егоров М.

При подготовке оригинал-макета использовалась издательская система L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X 2<sub>ε</sub>.

© Авторский коллектив

Подписано в печать 24 ноября 2003 г. в 01:27.

141700, Московская область, г. Долгопрудный  
Московский физико-технический институт

#### 8 класс

### Задача 1. Пожарный катит бочку

Пожарный катит бочку на продовольственный склад (рис. 1). Для этого он медленно тянет за перекинутую через бочку веревку с силой  $F = 300$  Н. При этом веревка параллельна склону, который составляет угол  $\alpha = 30^\circ$  с горизонтом. Найдите массу  $m$  бочки. Ускорение свободного падения  $g = 10$  Н/кг.

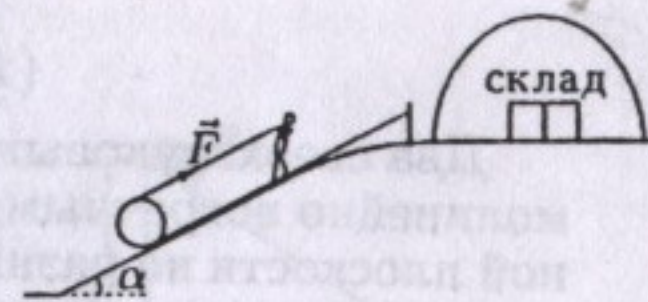


Рис. 1

### Задача 2. Система в равновесии

Левые концы рычагов с длинами плеч  $l_1$ ,  $5l_1$  и  $5l_2$ ,  $l_2$  соответственно соединены нитью, к которой прикреплен груз массой  $M$  (рис. 2). К их правым концам с помощью нити подвешен подвижный блок с грузом массой  $m = 1$  кг. Система находится в равновесии. Полагая, что рычаги и блок легкие, определите  $M$ .

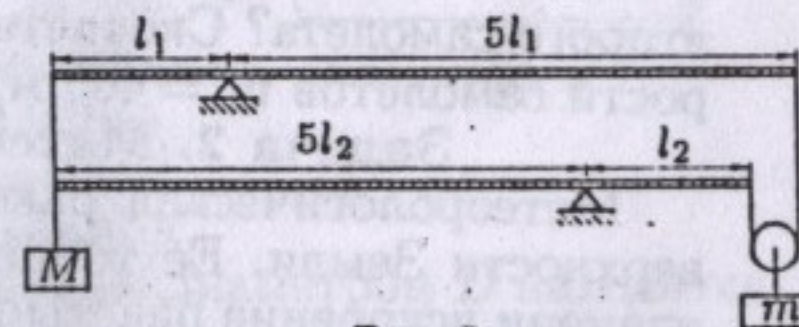


Рис. 2

### Задача 3. Гидравлический пресс

Гидравлический пресс с двумя поршнями разного диаметра закреплен на бетонном полу в цехе. К штокам поршней прижаты два одинаковых ящика. Минимальная сила, которую нужно приложить к левому ящику, чтобы сдвинуть оба ящика вправо, составляет  $F_1$  (рис. 3).

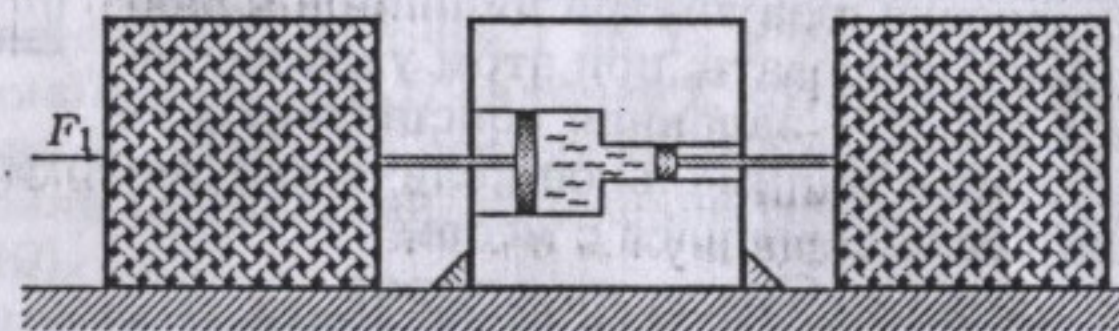


Рис. 3

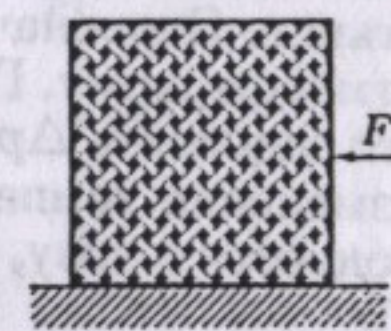


Рис. 4

Аналогично, к правому ящику необходимо приложить силу не меньше  $F_2$ , чтобы сдвинуть оба ящика влево. Какую минимальную силу  $F$  необходимо приложить к точно такому же отдельно стоящему ящику (рис. 4), чтобы сдвинуть его с места? Учитывайте трение только между ящиками и полом.

### Задача 4. Выравнивание температур

В теплоизолированный сосуд поместили:  $m_1 = 4$  кг льда при температуре  $t_1 = -20^\circ\text{C}$ ,  $m_2 = 3$  кг воды при температуре  $t_2 = 50^\circ\text{C}$  и  $m_3 = 100$  г пара при температуре  $t_3 = 100^\circ\text{C}$ . Найдите температуру в сосуде, а также массы воды, льда и пара после установления теплового равновесия.

Удельная теплота плавления льда  $\lambda = 340$  кДж/кг, удельная теплоемкость льда  $c_1 = 2,1$  кДж/(кг·К), воды  $c_2 = 4,2$  кДж/(кг·К), удельная теплота парообразования воды  $r = 2300$  кДж/кг.

### Задача 5. Лекарство

В цилиндрический сосуд с водой налили  $V = 0,2$  л масла, которое образовало на воде слой толщиной  $d = 1$  см. Затем в сосуд опустили плоскую таблетку из сала массой  $m = 360$  г и толщиной  $h = 5$  см. На какую высоту  $l$  таблетка будет выступать над маслом? Плотности воды  $\rho_v = 1$  г/см<sup>3</sup>, масла  $\rho_m = 0,8$  г/см<sup>3</sup>; сала  $\rho_c = 0,72$  г/см<sup>3</sup>.

9 класс

**Задача 1. Звук от самолетов**

Два сверхзвуковых самолета движутся горизонтально прямолинейно встречными курсами, находясь в одной вертикальной плоскости на разных высотах. В момент времени  $t_0 = 0$  самолет 1 оказался точно над самолетом 2. Через время  $t_1 = 1,8$  с после этого второй пилот услышал звук от первого самолета. В какой момент времени  $t_2$  первый пилот услышал звук от второго самолета? Скорость звука в воздухе  $u = 324$  м/с, скорости самолетов  $v_1 = 405$  м/с и  $v_2 = 351$  м/с.

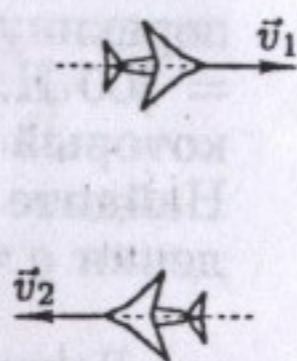


Рис. 5

**Задача 2. Метеорологическая ракета**

Метеорологическая ракета стартует в вертикальном направлении с поверхности Земли. Ее топливо сгорает за  $\tau = 40$  с полета. В течении этого времени ускорение ракеты возрастает линейно от  $a_0 = g$  до  $a_\tau = 5g$ . Найдите мощность двигателя ракеты перед окончанием его работы. Масса незаправленной ракеты  $m_0 = 10$  кг, ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.

**Задача 3. Тяжелый поршень**

В теплоизолированном цилиндрическом сосуде с вертикальными гладкими стенками на небольших опорах лежит тяжелый однородный поршень толщиной  $h$  и плотностью  $\rho$  (рис. 6). Под поршнем находится газ массой  $m$  с удельной теплоемкостью  $c$ . Первоначально давление газа внутри цилиндра равно атмосферному. Газ начинают нагревать, при этом увеличение его давления  $\Delta p = \alpha m \Delta t$ , где  $\alpha$  — заданная константа,  $\Delta t$  — изменение температуры. Какое минимальное количество теплоты  $Q$  нужно подвести к газу, чтобы поршень сдвинулся с места?

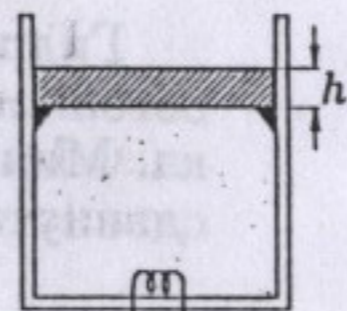


Рис. 6

**Задача 4. Сосуд на опорах**

Легкий цилиндрический сосуд с жидкостью плотностью  $\rho_0$  стоит на двух параллельных опорах, силы реакций которых составляют  $N_1$  и  $N_2$  (рис. 7). В сосуд опустили на нити шарик массой  $m$  и плотностью  $\rho$  так, что он оказался на одной вертикали со второй опорой. При этом шарик полностью погружен в воду и не касается сосуда. Определите новые силы  $N'_1$  и  $N'_2$  реакций опор.

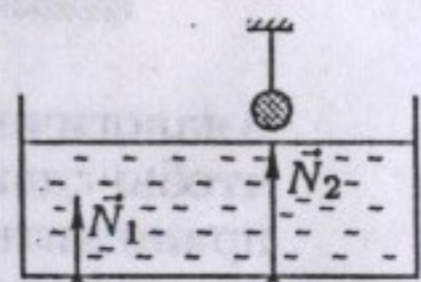


Рис. 7

**Задача 5. Измерения в электрической цепи**

Семь резисторов сопротивлениями  $R_1 = 1$  кОм,  $R_2 = 2$  кОм,  $R_3 = 0,5$  кОм,  $R_4 = 2,5$  кОм,  $R_5 = 2$  кОм,  $R_6 = 1$  кОм,  $R_7 = 1$  кОм соединены с источником постоянного напряжения  $U = 30$  В (рис. 8). К резисторам подключили два вольтметра и два амперметра. Определите их показания  $V_1, V_2, I_1, I_2$ . Приборы считайте идеальными.

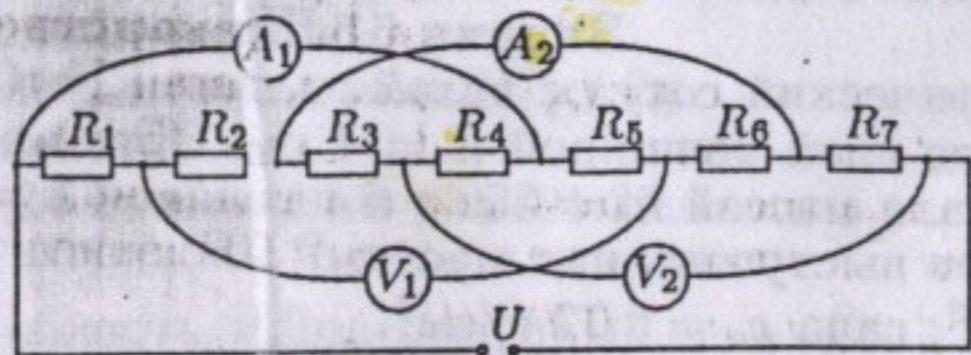


Рис. 8

10 класс

**Задача 1. Клин и шайба (1)**

Вблизи вершины клина массой  $M$ , высотой  $H$  и с длиной основания  $L$  удерживают небольшую шайбу массой  $m$  (рис. 9). Клин покоится на гладкой горизонтальной поверхности. Шайбу отпускают и она соскальзывает к основанию клина. На какое расстояние  $S$  при этом переместится клин?

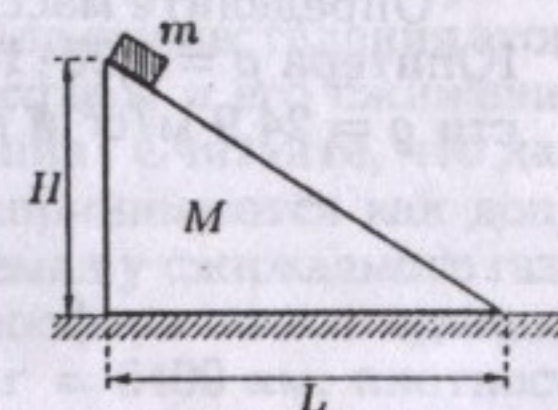


Рис. 9

**Задача 2. Клин и шайба (2)**

При выполнении условий предыдущей задачи найдите максимальную скорость  $V$  клина. Трением между клином и шайбой пренебречь.

**Задача 3. Стакан-поплавок**

В глубоком цилиндрическом сосуде с внутренним диаметром  $D$  находится вода, в которой дном вниз плавает тонкостенный металлический стакан массой  $m$  и высотой  $H$ . Благодаря направляющим стенкам стакана и цилиндра остаются параллельными. Какую минимальную работу  $A$  нужно совершить, чтобы утопить этот стакан, то есть заставить его пойти ко дну? Известно, что утопленный стакан не всплывает, а максимальная масса вмещаемой им воды равна  $M$ .

**Задача 4. Точка на изохоре**

В процессе 1 — 2 — 3 температура идеального газа изменяется от  $T_1$  в точке 1 до  $T_3$  в точке 3, принимая значение  $T_2 = (T_1 + T_3)/2$  в точке 2, которой соответствует объем  $V_2$ . Найдите построением с помощью циркуля и линейки без делений положение точки 2 на графике (рис. 10).

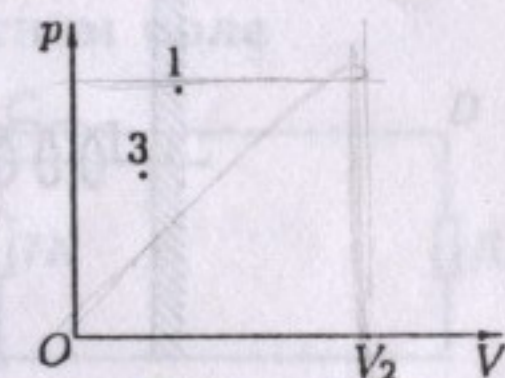


Рис. 10

**Задача 5. Максимальный КПД цикла (1)**

В тепловой машине в качестве рабочего тела используют идеальный одноатомный газ. Машина работает по циклу (рис. 11), состоящему из изохоры 1-2, изобары 2-3 и процесса 3-1, в котором давление и объем связаны линейной зависимостью. Найдите максимальный КПД  $\eta_{\max}$  такого цикла.

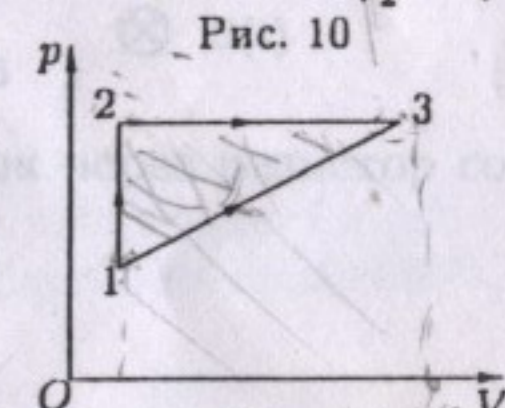


Рис. 11

**Задача 6. Измерения в электрической цепи**

Семь резисторов сопротивлениями  $R_1 = 1$  кОм,  $R_2 = 2$  кОм,  $R_3 = 0,5$  кОм,  $R_4 = 2,5$  кОм,  $R_5 = 2$  кОм,  $R_6 = 1$  кОм,  $R_7 = 1$  кОм соединены с источником постоянного напряжения  $U = 30$  В (рис. 12). К резисторам подключили два вольтметра и два амперметра. Определите их показания  $V_1, V_2, I_1, I_2$ . Приборы считайте идеальными.

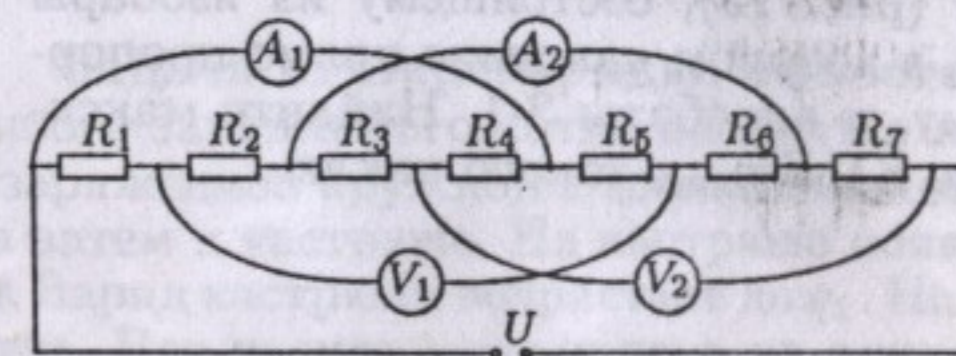


Рис. 12

11 класс

**Задача 1. Взвешивание Земли**

Определите массу  $m$  Юпитера. Считайте известными среднюю плотность Юпитера  $\rho = 1,25 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ , ускорение свободного падения на его поверхности  $g = 24,9 \text{ м/с}^2$  и гравитационную постоянную  $\gamma = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Н}\cdot\text{м}^2/\text{кг}^2$ .

**Задача 2. Двумерные колебания**

На гладкой горизонтальной поверхности находится грузик, прикрепленный двумя одинаковыми пружинами к стенкам. Когда грузик находится в положении равновесия, пружины имеют одинаковое растяжение  $\delta$ . Введем систему координат  $Oxy$  (рис. 13). Траектория грузика, совершающего малые колебания, изображена на рисунке 14. Определите  $\delta$ , если длина пружин в нерастянутом состоянии равна  $a$ .

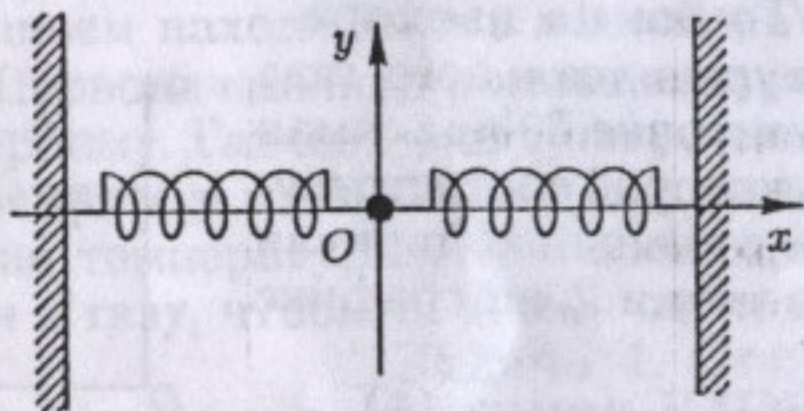


Рис. 13

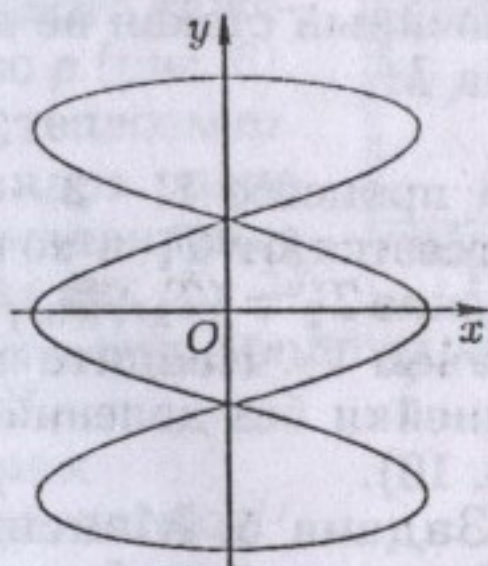


Рис. 14

**Задача 3. Максимальный КПД цикла (2)**

В тепловой машине в качестве рабочего тела используют идеальный одноатомный газ. Машина работает по циклу (рис. 15), состоящему из изобары 1-2, процесса 2-3, в котором давление прямо пропорционально объему, и адиабаты 3-1. Найдите максимальное значение КПД  $\eta_{\text{max}}$  такого цикла.

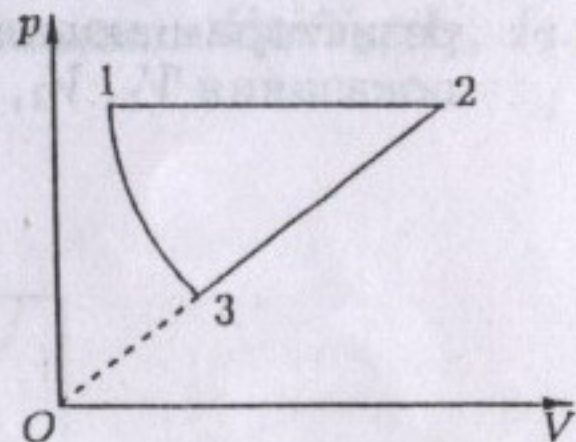


Рис. 15

**Задача 4. Продавец воздуха**

Говорят, что в распоряжении главного злодея романа А.Беляева «Продавец воздуха» была электростанция мощностью  $W = 6 \text{ ГВт}$  (мощность Красноярской ГЭС). Оцените, через какое время  $\tau$  после начала осуществления этого «коварного плана» по откачиванию воздуха из атмосферы и его сжижению жители Земли ощутят снижение атмосферного давления? Считайте, что давления от  $p_1 = 730 \text{ мм рт.ст.}$  до  $p_2 = 780 \text{ мм рт.ст.}$  воспринимаются как допустимые отклонения от нормального, теплота, отнимаемая у сжижаемого газа, передается воде мирового океана. Атмосфера и гидросфера имеют одинаковую среднюю температуру  $t_0 = 4^\circ\text{C}$ . Радиус Земли  $r = 6400 \text{ км}$ , плотность ртути  $\rho = 13600 \text{ кг/м}^3$ . Для воздуха: молярная масса  $\mu = 29 \text{ кг/кмоль}$ , температура кипения  $t \approx -196^\circ\text{C}$ , теплота парообразования  $L \approx 6,7 \text{ кДж/моль}$ , нормальное атмосферное давление  $p_0 = 760 \text{ мм рт.ст.}$

**Задача 5. Проволочный каркас в магнитном поле**

В проволочный каркас в форме двух прямоугольников с размерами  $AB = BC = a$  и  $CD = 2a$  впаяны небольшие по размерам резисторы с сопротивлениями  $R$ ,  $7R$  и  $R_x$  (рис. 16). Конструкция помещена в однородное магнитное поле, направленное перпендикулярно ее плоскости и изменяющееся во времени с постоянной скоростью  $\Delta B/\Delta t = k$ . При каком сопротивлении резистора  $R_x$  ток через резистор сопротивлением  $7R$  не будет течь?

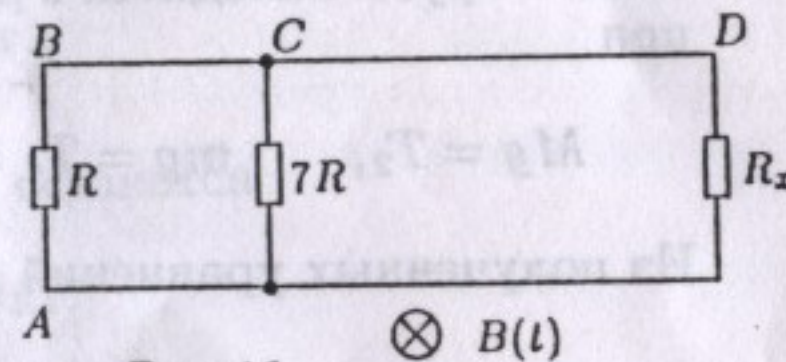


Рис. 16

**Задача 6. Перезарядка емкостей**

Вдали от большого заряженного котла находится незаряженная кастрюля. Небольшой незаряженной кружкой с изолированной ручкой прикасаются сначала к котлу, а затем к кастрюле. На кастрюле появляется заряд  $q_1$ . Процедуру повторяют. Заряд кастрюли возрастает до  $q_2$ . Найдите заряд  $q$  кружки после касания котла. Вся посуда изготовлена из алюминия. Кружкой касаются одних и тех же мест котла и кастрюли.

Возможные решения

8 класс

Задача 1. Пожарный катит бочку

Поскольку бочку катят медленно, момент силы тяжести относительно точки касания бочки со склоном уравнивается моментом силы  $\vec{F}$  (рис. 17). Плечо силы  $\vec{F}$  равно  $2R$ , а плечо силы тяжести равно  $R/2$ , так как катет, лежащий против угла  $30^\circ$ , вдвое меньше гипотенузы. Следовательно,

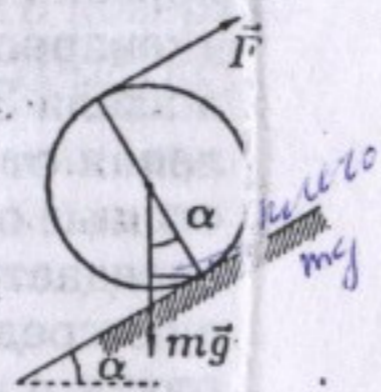


Рис. 17

*Уч. р. 17 м. 17*  
 $2RF = \frac{R}{2}mg$ , откуда  $m = \frac{4F}{g} = 120 \text{ кг.}$

Задача 2. Система в равновесии

Обозначим силы натяжения нитей через  $T_1, T_2, T_3$  и  $T_4$  (рис. 18). Условия равновесия для верхнего и нижнего рычагов имеют вид:

$$T_1 l_1 = T_3 5l_1, \quad (T_2 - T_1) 5l_2 = T_3 l_2.$$

Блок и грузы находятся в равновесии при

$$Mg = T_2, \quad mg = T_4 = 2T_3.$$

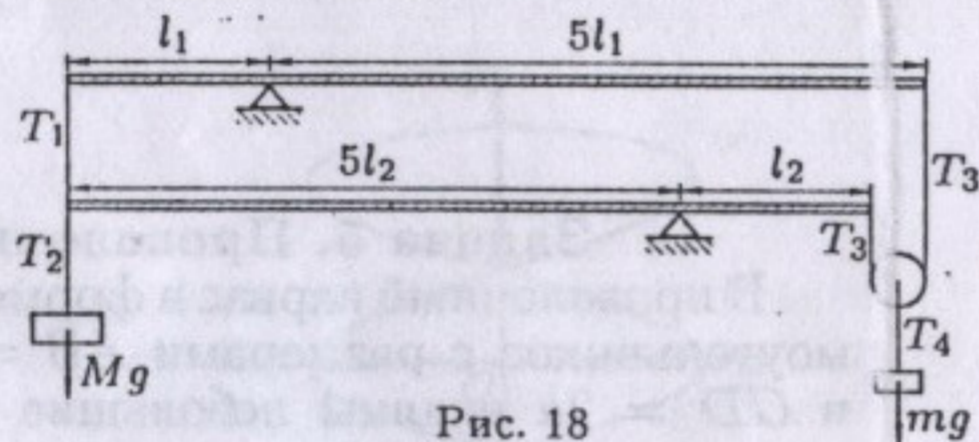


Рис. 18

Из полученных уравнений находим  $M = 2,6 \text{ кг.}$

Задача 3. Гидравлический пресс *(Разбор условия)*

Чтобы сдвинуть ящик с места, нужно преодолеть силу трения  $F_{\text{тр}}$ . В первом опыте силы  $T_{1л}$  и  $T_{1п}$  давления на левый и правый поршни соответственно связаны соотношением

$$T_{1л} = kT_{1п},$$

где  $k$  — отношение площадей поршней. Минимальная сила  $F_1$  определяется условиями:

$$F_1 = F_{\text{тр}} + T_{1л}, \quad T_{1п} = F_{\text{тр}}.$$

Аналогично, для второго опыта (когда сила действует справа):

$$F_2 = F_{\text{тр}} + T_{2п}, \quad T_{2л} = F_{\text{тр}}, \quad T_{2л} = kT_{2п}.$$

Из всех написанных уравнений находим

$$F = F_{\text{тр}} = \frac{F_1 F_2}{F_1 + F_2}.$$

Задача 4. Выравнивание температур

Рассчитаем, сколько энергии выделится при охлаждении системы, пока она не превратится в лед массой  $M = m_1 + m_2 + m_3 = 7,1 \text{ кг}$ , находящийся при температуре  $t_1$ :

$$Q = rm_3 + c_2 m_3 (100^\circ\text{C} - 0^\circ\text{C}) + c_2 m_2 (t_2 - 0^\circ\text{C}) + \\ + \lambda(m_2 + m_3) + c_1 (m_2 + m_3) (0^\circ\text{C} - t_1) = 2086,2 \text{ кДж.}$$

Теперь посмотрим в какое состояние придет лед массой  $M$ , если к нему подвести теплоту  $Q$ . Для его нагрева до  $0^\circ\text{C}$  требуется

$$Q_1 = c_1 M (0^\circ\text{C} - t_1) = 298,2 \text{ кДж.}$$

Еще останется подвести

$$Q'_1 = Q - Q_1 = 1788 \text{ кДж.}$$

Для превращения льда в воду требуется

$$Q_2 = \lambda M = 2414 \text{ кДж.}$$

Поскольку  $Q'_1 < Q_2$ , то в воду превратится не весь лед, а только

$$M_2 = M \frac{Q'_1}{Q_2} = 5,26 \text{ кг.}$$

Весь пар сконденсируется, следовательно, льда останется

$$M_1 = M - M_2 = 1,84 \text{ кг.}$$

Равновесная температура  $t_0 = 0^\circ\text{C}$ .

Задача 5. Лекарство

Площадь сечения сосуда  $S = V/d$ , а таблетки  $s = m/(\rho_c h)$ . Толщина слоя масла после погружения таблетки

$$D = \frac{V}{S - s} = \frac{d}{1 - (md)/(\rho_c V h)} = 2 \text{ см.}$$

Применим закон Архимеда для сала:

$$\rho_c s h g = (\rho_m g D + \rho_v g (h - D - l)) s,$$

откуда

$$l = h - D - \frac{\rho_c h - \rho_m D}{\rho_v} = 1 \text{ см.}$$

9 класс

**Задача 1. Звук от самолетов**

Границей зоны, в которую дошел звук от первого самолета, является конус. Его вершина в каждый момент времени совпадает с положением самолета. Осью конуса является траектория самолета. Для первого самолета угол  $2\alpha_1$  раствора конуса определяется соотношением  $\sin \alpha_1 = u/v_1$ . Пусть  $H$  — высота первого самолета над вторым, а  $O_1$  и  $O_2$  — точки, в которых находились самолеты в момент  $t_0$ . В момент  $t_1$  самолеты окажутся в точках  $A_1$  и  $A_2$  (рис. 19). Тогда  $O_1A_1 = v_1 t_1$ ,  $O_2A_2 = v_2 t_1$ , откуда

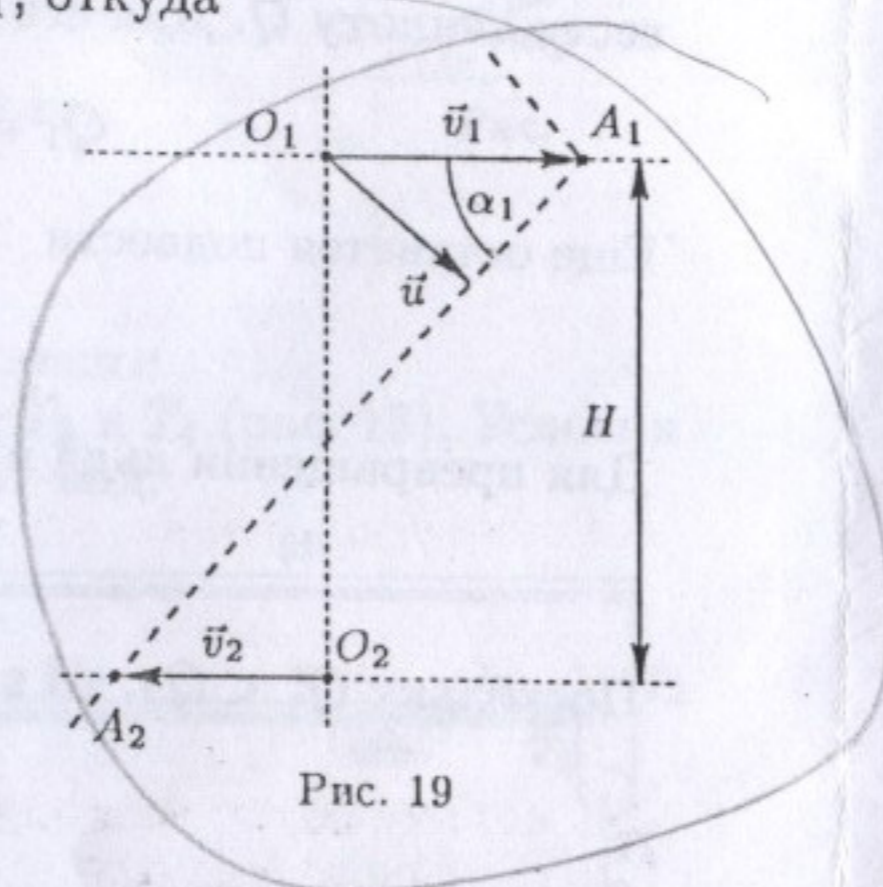
$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{H}{(v_1 + v_2)t_1}, \quad t_1 = \frac{H}{(v_1 + v_2) \operatorname{tg} \alpha_1}.$$

Аналогично,

$$t_2 = \frac{H}{(v_1 + v_2) \operatorname{tg} \alpha_2}.$$

Окончательно,

$$t_2 = t_1 \frac{\operatorname{tg} \alpha_1}{\operatorname{tg} \alpha_2} = t_1 \sqrt{\frac{v_2^2 - u^2}{v_1^2 - u^2}} = 1,0 \text{ с.}$$



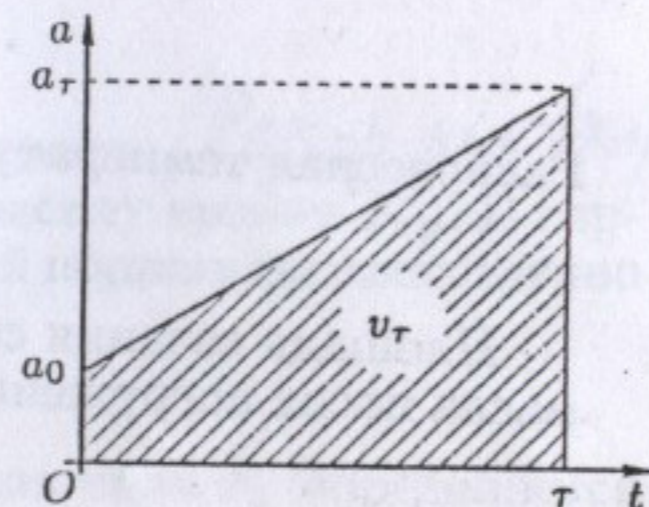
**Задача 2. Метеорологическая ракета**

Ускорение ракеты

$$a(t) = a_0 + (a_\tau - a_0) \frac{t}{\tau}.$$

По аналогии с тем, что пройденному пути соответствует площадь под графиком скорости, найдем скорость  $v_\tau$  ракеты в момент  $\tau$  как площадь под графиком ускорения (рис. 20):

$$v_\tau = \frac{\tau}{2}(a_0 + a_\tau).$$



Согласно второму закону Ньютона,

$$m_0 a_\tau = F - mg,$$

где  $F$  — сила тяги в конце полета. Мощность двигателя в этот момент

$$N = F v_\tau = \frac{m_0 \tau}{2} (a_\tau + g)(a_0 + a_\tau) = 720 \text{ кВт.}$$

**Задача 3. Тяжелый поршень**

Пусть  $M$  — масса поршня,  $S$  — площадь его основания, тогда чтобы он сдвинулся с места, давление газа в цилиндре должно превысить атмосферное на величину

$$\Delta p = \frac{Mg}{S} = \rho gh.$$

Из связи  $\Delta p$  и  $\Delta t$  находим

$$\Delta t = \frac{\Delta p}{\alpha m}.$$

Следовательно,

$$Q = cm\Delta t = \frac{c}{\alpha} \Delta p = \frac{c\rho gh}{\alpha}.$$

**Задача 4. Сосуд на опорах**

Пусть  $F$  и  $F'$  — силы давления жидкости на основание сосуда до и после погружения шарика, тогда

$$F' = F + \rho_0 \frac{mg}{\rho}.$$

Поскольку сосуд легкий и цилиндрический, то при увеличении уровня воды центр масс сосуда с водой не смещается по горизонтали. Следовательно, точки приложения сил  $F$  и  $F'$  совпадают. Запишем условия равновесия сосуда до и после погружения шарика:

$$N_1 + N_2 = F, \quad N'_1 + N'_2 = F',$$

$$N_1 l_1 = N_2 l_2, \quad N'_1 l_1 = N'_2 l_2,$$

где  $l_1$  и  $l_2$  — плечи реакций опор относительно точки приложения силы  $F$ . Откуда

$$N'_1 = N_1 \left( 1 + \frac{mg\rho_0}{(N_1 + N_2)\rho} \right), \quad N'_2 = N_2 \left( 1 + \frac{mg\rho_0}{(N_1 + N_2)\rho} \right).$$

Заметим, что ответ не зависит от места погружения шарика.

**Задача 5. Измерения в электрической цепи**

Перерисуем схему без вольтметров (рис. 21). Сопротивление каждой из параллельных ветвей цепи составляет

$$r = R_1 + R_2 = R_3 + R_4 = R_5 + R_6 = 3 \text{ кОм,}$$

поэтому полное сопротивление цепи

$$R = \frac{r}{3} + R_7 = 2 \text{ кОм.}$$

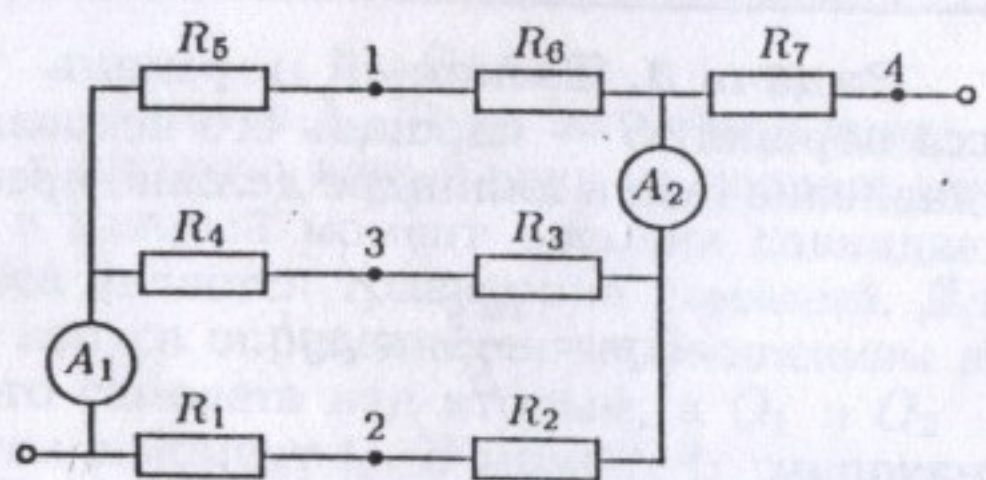


Рис. 21

Через резистор  $R_7$  сила тока  $I = U/R$ . Через каждую из параллельных ветвей цепи течет одинаковый ток, поэтому сила тока в каждой из них  $i = I/3$ , откуда

$$I_1 = I_2 = 2i = \frac{2U}{3R} = 10 \text{ мА.}$$

Показания  $V_1$  и  $V_2$  вольтметров найдем как напряжения между соответствующими точками:

$$V_1 = |U_{12}| = iR_5 - iR_1 = \frac{U}{3R}(R_5 - R_1) = 5 \text{ В,}$$

$$V_2 = |U_{34}| = iR_3 + IR_7 = \frac{U}{3R}(R_3 + 3R_7) = 17,5 \text{ В.}$$

10 класс

**Задача 1. Клин и шайба (1)**

Поскольку внешние силы, действующие на систему «клин-шайба», не имеют горизонтальных составляющих, горизонтальная координата центра масс системы не меняется:

$$m(L - S) - MS = 0, \quad \text{откуда} \quad S = \frac{m}{m + M}L.$$

**Задача 2. Клин и шайба (2)**

Скорость клина будет максимальной, когда шайба достигнет его основания. Пусть  $\vec{u}$  — скорость шайбы в этот момент относительно клина, а  $\vec{v} = \vec{V} + \vec{u}$  — ее скорость в неподвижной системе отсчета (рис. 22). По теореме косинусов для треугольника скоростей:

$$v^2 = u^2 + V^2 - 2uV \cos \alpha. \quad (1)$$

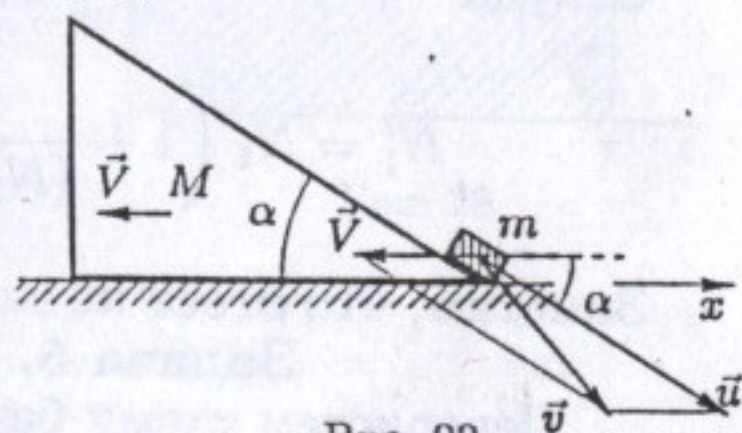


Рис. 22

Поскольку внешние силы, действующие на систему «клин-шайба» вертикальны, проекция импульса системы на ось  $x$  не меняется:  $0 = m(u \cos \alpha - V) - MV$ , откуда

$$u = \frac{m + M}{m \cos \alpha} V. \quad (2)$$

По закону сохранения энергии:

$$mgH = \frac{mv^2}{2} + \frac{MV^2}{2}.$$

Подставив (1) и (2) в последнее уравнение и учитывая, что  $\cos \alpha = L/\sqrt{H^2 + L^2}$ , найдем

$$V = \sqrt{2gH \left(1 + \frac{M}{m}\right)^{-1} \left(\frac{M}{m} + \left(1 + \frac{M}{m}\right) \frac{H^2}{L^2}\right)^{-1}}.$$

**Задача 3. Стакан-поплавок**

Будем медленно опускать стакан в воду. Для этого к нему нужно прикладывать вертикально вниз силу  $F$ , уравнивающую сумму силы Архимеда и силы тяжести, действующих на стакан. Пока в стакане нет воды,  $F$  линейно зависит от глубины погружения  $x$ , причем  $F(0) = 0$ .

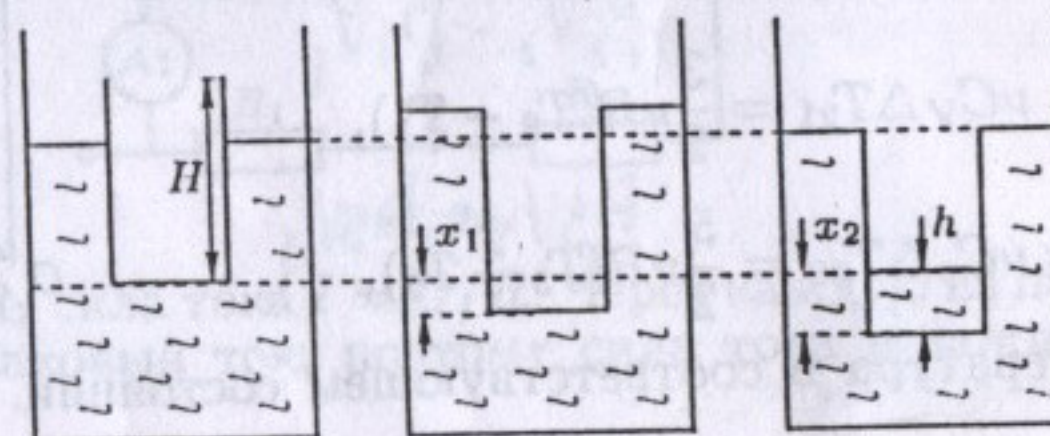


Рис. 23

Край стакана сравнивается с уровнем жидкости в сосуде при  $x = x_1$  (рис. 23). При этом  $F(x_1) = Mg - mg = F_0$ . По мере дальнейшего опускания стакана в него начнет затекать вода. Сила тяжести, действующая на стакан с жидкостью будет увеличиваться, а  $F$  — уменьшаться линейно с  $x$ . При  $x = x_2$  сила  $F$  достигнет нулевого значения и стакан утонет:

$$mg + Mg \frac{h}{H} - Mg = F(x_2) = 0, \quad \text{откуда} \quad h = H \left(1 - \frac{m}{M}\right).$$

Нетрудно показать, что это произойдет, когда уровень воды в сосуде станет равным первоначальному, поэтому  $x_2 = h$ .

Построим график зависимости  $F(x)$ ,  $0 \leq x \leq x_2$  (рис. 24). Совершенной работе соответствует площадь под графиком:

$$A = \frac{1}{2} F_0 x_2 = \frac{1}{2} MgH \left(1 - \frac{m}{M}\right)^2.$$

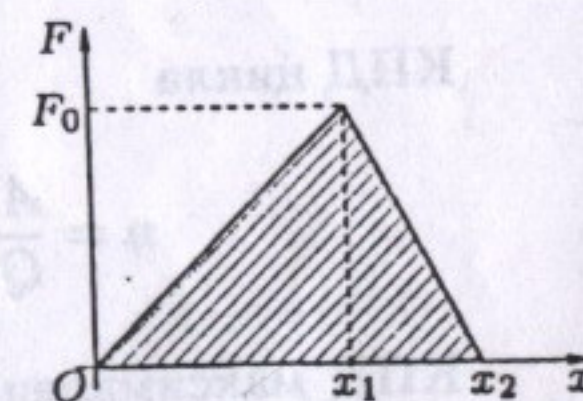


Рис. 24

Обратите внимание на то, что результат не зависит от диаметра сосуда.

**Задача 4. Точка на изохоре**

Через точку 1 проведем изобару до пересечения в точке  $A$  с изохорой  $V_2$  (рис. 25). Соединим отрезком точки  $A$  и  $O$ . Через точку 1 проведем изохору

до пересечения в точке  $B$  с прямой  $OA$ . Через точку  $B$  проведем изобару до пересечения в точке  $1'$  с изохорой  $V_2$ . Полученная точка  $1'$  лежит на изотерме  $T_1$ , так как из построения следует

$$\frac{V_1}{V_{1'}} = \frac{p_{1'}}{p_1}$$

Аналогично построим точку  $3'$  пересечения изотермы  $T_3$  с изохорой  $V_2$ . В изохорическом процессе давление прямо пропорционально температуре. Поскольку

$$T_2 = \frac{T_1 + T_3}{2}, \quad \text{то} \quad p_2 = \frac{p_{1'} + p_{3'}}{2},$$

поэтому точка  $2$  лежит посередине отрезка  $1'3'$ .

**Задача 5. Максимальный КПД цикла (1)**

Пусть  $\nu$  — количество газа,  $R$  — универсальная газовая постоянная. Система получает теплоту на участках  $1-2$  и  $2-3$ :

$$Q_{12} = \nu C_V \Delta T_{21} = \frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_1),$$

$$Q_{23} = \nu C_p \Delta T_{32} = \frac{5}{2} \nu R (T_3 - T_2),$$

где  $T_i$  — температура в соответствующем состоянии. Введем коэффициенты  $\alpha$  и  $\beta$ :

$$\alpha = \frac{p_2}{p_1}, \quad \beta = \frac{V_3}{V_1},$$

где  $p_i$  и  $V_i$  — давление и объем в соответствующем состоянии. Используя уравнение Менделеева-Клапейрона  $pV = \nu RT$ , получаем выражение для теплоты, подводимой к системе за цикл:

$$Q = Q_{12} + Q_{23} = \frac{3}{2} (p_2 V_1 - p_1 V_1) + \frac{5}{2} (p_2 V_3 - p_2 V_1) = \frac{3}{2} (\alpha - 1) p_1 V_1 + \frac{5}{2} \alpha (\beta - 1) p_1 V_1.$$

Работа газа за цикл равна площади треугольника  $1-2-3$  в координатах  $(V; p)$ :

$$A = \frac{1}{2} (\alpha - 1) p_1 \cdot (\beta - 1) V_1.$$

КПД цикла

$$\eta = \frac{A}{Q} = \frac{(\alpha - 1)(\beta - 1)}{3(\alpha - 1) + 5(\beta - 1)} = \frac{1}{5} - \left( \frac{\frac{3}{5\beta} + \frac{1}{\alpha} - \frac{8}{5\alpha\beta}}{5 - \frac{2}{\beta} - \frac{3}{\alpha\beta}} \right).$$

КПД максимален, когда выражение в скобках минимально. Поскольку оно положительно и стремится к 0 при больших  $\alpha$  и  $\beta$ , то

$$\eta_{\max} = \frac{1}{5}.$$

**Задача 6. Измерения в электрической цепи**

Перерисуем схему без вольтметров (рис. 26). Сопротивление каждой из параллельных ветвей цепи составляет

$$r = R_1 + R_2 = R_3 + R_4 = R_5 + R_6 = 3 \text{ кОм},$$

поэтому полное сопротивление цепи

$$R = \frac{r}{3} + R_7 = 2 \text{ кОм}.$$

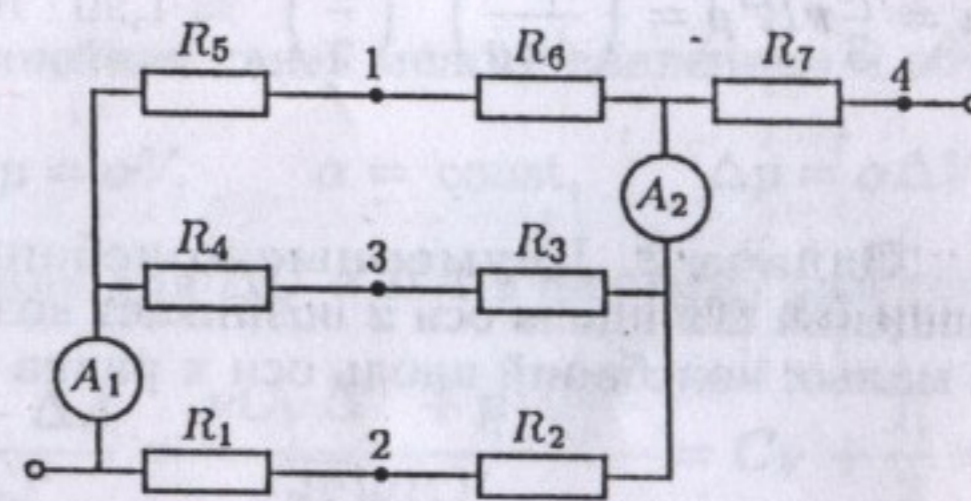


Рис. 26

Через резистор  $R_7$  сила тока  $I = U/R$ . Через каждую из параллельных ветвей цепи течет одинаковый ток, поэтому сила тока в каждой из них  $i = I/3$ , откуда

$$I_1 = I_2 = 2i = \frac{2U}{3R} = 10 \text{ мА}.$$

Показания  $V_1$  и  $V_2$  вольтметров найдем как напряжения между соответствующими точками:

$$V_1 = |U_{12}| = iR_5 - iR_1 = \frac{U}{3R} (R_5 - R_1) = 5 \text{ В},$$

$$V_2 = |U_{34}| = iR_3 + IR_7 = \frac{U}{3R} (R_3 + 3R_7) = 17,5 \text{ В}.$$



11 класс

Задача 1. Взвешивание Земли

По закону всемирного тяготения

$$g = \frac{\gamma m}{R^2} = \frac{4}{3}\pi\rho R\gamma, \quad \text{откуда} \quad R = \frac{3g}{4\pi\gamma\rho}$$

Следовательно,

$$m = \frac{4}{3}\pi R^3\rho = \left(\frac{3}{4\pi\rho}\right)^2 \left(\frac{g}{\gamma}\right)^3 \approx 1,90 \cdot 10^{27} \text{ кг.}$$

Задача 2. Двумерные колебания

При малом смещении  $\Delta x$  вдоль оси  $x$  возникает возвращающая сила  $F_1 = 2k\Delta x$ . Частота малых колебаний вдоль оси  $x$  равна

$$\omega_x = \sqrt{\frac{2k}{m}}$$

где  $m$  — масса грузика,  $k$  — жесткость пружины. При малом смещении вдоль оси  $y$  возникает возвращающая сила

$$F_2 = 2F_0 \frac{\Delta y}{\delta + a}$$

где  $F_0 = k\delta$  — сила натяжения пружин в положении равновесия. Значит, частота малых колебаний вдоль оси  $y$  равна

$$\omega_y = \sqrt{\frac{2k}{m} \frac{\delta}{\delta + a}}$$

Из картины двумерных колебаний видно, что  $\omega_y/\omega_x = 1/3$ . Следовательно,

$$\frac{\delta}{\delta + a} = \frac{1}{9}, \quad \text{откуда} \quad \delta = \frac{1}{8}a.$$

Задача 3. Максимальный КПД цикла (2)

Обозначим количество газа в системе через  $\nu$ , его молярные теплоемкости при постоянном объеме или давлении через  $C_V$  и  $C_p$  соответственно. Символом  $\Delta$  будем обозначать малые изменения соответствующих величин. Для любого процесса молярная теплоемкость

$$C = \frac{\Delta Q}{\nu\Delta T} = \frac{\Delta U + \Delta A}{\nu\Delta T},$$

Региональный этап. Теоретический тур

где  $\Delta Q$  — теплота, подведенная к системе,  $\Delta T$  — изменение температуры,  $\Delta U = \nu C_V \Delta T$  — изменение внутренней энергии,  $\Delta A = p\Delta V$  — работа системы. Из закона Менделеева-Клапейрона  $pV = \nu RT$  находим

$$p\Delta V + V\Delta p = \nu R\Delta T.$$

Отсюда для процесса 2-3 получаем

$$\Delta V = \frac{\nu R\Delta T}{p + \alpha V} = \frac{\nu R\Delta T}{2p},$$

где использована линейная связь между давлением и объемом:

$$p = \alpha V, \quad \alpha = \text{const}, \quad \Delta p = \alpha\Delta V.$$

Подставим выражения для  $\Delta U$  и  $\Delta A$  в формулу для теплоемкости:

$$C = \frac{\Delta U + \Delta A}{\nu\Delta T} = \frac{\nu C_V \Delta T + p \frac{\nu R\Delta T}{2p}}{\nu\Delta T} = C_V + \frac{R}{2} = \frac{C_V + C_p}{2}.$$

Найдем теперь КПД цикла. Пусть  $T_1, T_2, T_3$  — температуры в соответствующих состояниях системы, тогда на участке 1-2 газ получает теплоту

$$Q_{12} = \nu C_p(T_2 - T_1),$$

а на участке 2-3 отдает теплоту

$$Q_{23} = \nu C(T_2 - T_3).$$

На участке 3-1 теплообмена нет. КПД цикла

$$\eta = 1 - \frac{Q_{23}}{Q_{12}} = 1 - \frac{C(T_2 - T_3)}{C_p(T_2 - T_1)} = 1 - \frac{C_V/C_p + 1}{2} \left( \frac{1 - T_3/T_2}{1 - T_1/T_2} \right).$$

В процессе 3-1 над системой совершается работа, поэтому  $T_1 > T_3$ . Следовательно, при увеличении  $T_2$  выражение в скобках стремится к 1 — своему минимуму. Таким образом,

$$\eta_{\text{max}} = \frac{1 - C_V/C_p}{2} = 0,2,$$

где использовано  $C_V/C_p = 3/5$ .

Handwritten notes and diagrams for the second problem:

$F_0 = k\delta = F_x$   
 $F_y = k \frac{\delta \Delta y}{\delta + a} = ma$   
 $m(a) = \frac{k\delta}{\delta + a} \Delta y$   
 $\omega_y = \sqrt{\frac{2k \cdot \delta}{m(\delta + a)}}$  и при  $\omega_x = \frac{1}{3}$

$w = \sqrt{\frac{2k}{m}}$   
 $\frac{F_y}{F_x} = \text{tg } \alpha$   
 $\text{tg } \alpha = \frac{\delta}{\delta + a}$   
 $F_y = F_x \frac{\delta}{\delta + a}$

**Задача 4. Продавец воздуха**

Жители Земли ощутят изменение атмосферного давления, если масса атмосферы  $M = 4\pi r^2 p_0 / g$  уменьшится на

$$m = M \frac{p_0 - p_1}{p_0} = \frac{4\pi r^2 (p_0 - p_1)}{g}.$$

Для этого можно использовать обращенную тепловую машину (тепловой насос) с охлаждаемым телом температурой  $T_1 = 77$  К и нагреваемым телом температурой  $T_0 = 277$  К. Количество теплоты  $Q$ , выделяющейся при преобразовании в жидкость воздуха массой  $m$ :

$$Q = \frac{m}{\mu} (C_p (T_0 - T_1) + L),$$

где  $C_p = 3R/2$  — теплоемкость при постоянном давлении. Чтобы отобрать у воздуха такое количество теплоты и передать его воде при температуре  $T_0$ , требуется работа  $A$ . Эта работа минимальна, когда мы охлаждаем газ по обратному циклу Карно, для которого

$$\frac{A}{Q} = \frac{T_0 - T_1}{T_1}, \quad \text{откуда} \quad A = Q \frac{T_0 - T_1}{T_1}.$$

Окончательно,

$$\tau = \frac{A}{W} = \frac{4\pi r^2 (p_0 - p_1)}{W g \mu} (C_p (T_0 - T_1) + L) \frac{T_0 - T_1}{T_1} \approx 50 \cdot 10^3 \text{ лет.}$$

**Задача 5. Проволочный каркас в магнитном поле**

ЭДС в левом и правом контурах «направлены» против часовой стрелки (при  $k > 0$ ) и их модули

$$\mathcal{E}_1 = ka^2, \quad \mathcal{E}_2 = 2ka^2.$$

По второму правилу Кирхгофа для левого и правого контуров при токе  $I$  через резисторы с сопротивлениями  $R$  и  $R_x$  получаем

$$\mathcal{E}_1 = IR, \quad \mathcal{E}_2 = IR_x.$$

Отсюда

$$R_x = R \frac{\mathcal{E}_1}{\mathcal{E}_2} = 2R.$$

**Задача 6. Перезарядка емкостей**

Поскольку котел большой, изменением его заряда на протяжении всего эксперимента можно пренебречь. Поэтому заряд, возникающий на кружке после касания котла, будет одинаковым в первом и втором случае. После первого касания кастрюли ее заряд  $q_1$ , а заряд кружки  $q - q_1$ , после второго —

**Региональный этап. Теоретический тур**

соответственно  $q_2$  и  $q_1 + (q - q_2)$ . Отношение зарядов двух соприкасающихся тел зависит только от их формы и взаимного расположения, поэтому

$$\frac{q_1}{q - q_1} = \frac{q_2}{q_1 + q - q_2}, \quad \text{откуда} \quad q = \frac{q_1^2}{q_2 - q_1}.$$

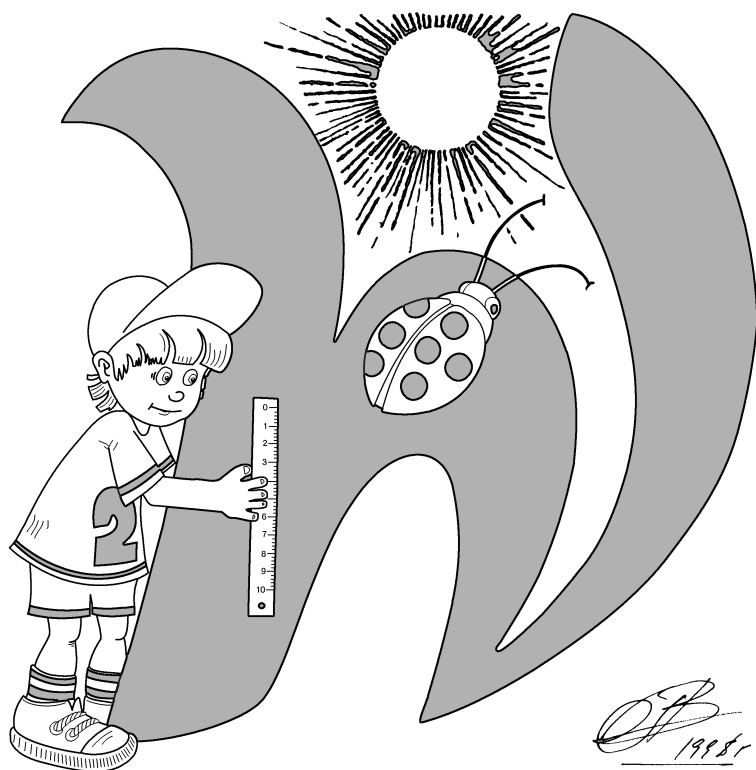
Федеральное агентство по образованию  
Центральный оргкомитет Всероссийских олимпиад

## XXXVIII Всероссийская олимпиада школьников по физике

Региональный этап

Экспериментальный тур

Методическое пособие



МФТИ, 2003/2004 уч.г.

Комплект задач подготовлен методической комиссией по физике  
Центрального оргкомитета Всероссийских олимпиад школьников  
Министерства образования и науки Российской Федерации  
Телефоны: (095) 408-80-77, 408-86-95.  
E-mail: [fizolimp@mail.ru](mailto:fizolimp@mail.ru) (с припиской **antispan** к теме письма)

Авторы задач

8 класс

1. Александров Д.

10 класс

1. Слободянин В.

9 класс

1. Чудновский А.

11 класс

1. Лукьянов И., Сунцов Е.

Общая редакция — Слободянин В.

Оформление и верстка — Чудновский А., Самокотин А.

При подготовке оригинал-макета  
использовалась издательская система  $\text{\LaTeX} 2_{\epsilon}$ .  
© Авторский коллектив  
Подписано в печать 14 марта 2005 г. в 22:43.

141700, Московская область, г.Долгопрудный  
Московский физико-технический институт

## Вниманию организаторов

В 2003/2004 уч.г. Министерством образования РФ установлены следующие сроки проведения региональной олимпиады школьников по физике:

теоретический тур — 11 января 2004 г.,  
экспериментальный тур — 12 января 2004 г.

Напоминаем, что согласно Положению о Всероссийских олимпиадах школьников региональный этап олимпиады проводится для учащихся 9 ÷ 11 классов (в олимпиаде имеют право участвовать школьники и других классов). Департаментам предлагается в качестве эксперимента провести теоретический и экспериментальный туры для учащихся 8 классов.

Каждая теоретическая задача оценивается из 10 баллов, а каждая экспериментальная — из 15 баллов. На выполнение задания каждого тура отводится 4 часа для 8-9 классов и 4,5 часа для 10-11 классов.

Подбор второй задачи экспериментального тура возлагается на местное жюри.

8 класс

### Задача 1. Толщина бумаги

Найдите отношение толщин двух выданных вам листов бумаги.

*Оборудование.* Два листа бумаги формата А4 разной толщины, линейка, ножницы.

9 класс

### Задача 1. Лампочки

Определите схему «черного ящика», если известно, что она содержит элементы только трех типов (рис. 1): источник тока, лампочка, двухпозиционный переключатель. Все лампочки и переключатели выведены наружу.

*Примечание.* Для сокращения записи рекомендуется пользоваться следующими обозначениями:

$L_1 = 0$  — лампочка  $L_1$  не горит;

$L_1 = 1$  — лампочка  $L_1$  горит;

$P_1 = 1$  — переключатель  $P_1$  в положении 1 (отжат);

$P_1 = 2$  — переключатель  $P_1$  в положении 2 (нажат);

аналогично для остальных лампочек и переключателя.

*Оборудование.* «Черный ящик» с выведенными наружу тремя лампочками и двумя переключателями.

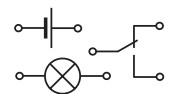


Рис. 1

10 класс

### Задача 1. Поролоновая подушка

Определите модуль Юнга  $E$  (при сжатии) куска поролона.

*Оборудование.* Кусок поролона, штатив с лапкой, карандаш, две линейки, груз известной массы, нитки, миллиметровая бумага.

11 класс

### Задача 1. Растворение витамина

1. Изучите зависимость диаметра  $D$  драже витамина от времени  $t$  растворения в воде и постройте ее график.

2. Дайте теоретическое объяснение полученным результатам.

3. Найдите значения характерных параметров процесса растворения драже витамина.

*Оборудование.* Пять драже витамина, секундомер, штангенциркуль, сосуд с горячей водой, ложечка, салфетки, миллиметровая бумага.

Возможные решения

8 класс

**Задача 1. Толщина бумаги**

Воспользуемся методом рядов: разрежем каждый из листов бумаги на большое (порядка сотни) количество прямоугольников. Из полученных кусочков разных сортов сложим две стопки. Поставим их рядом на стол, а сверху на них установим ребром линейку. При этом к ней сверху нужно прикладывать небольшое усилие, чтобы кусочки бумаги плотно прилегали друг к другу. Подберем количество кусочков в стопках так, чтобы линейка была параллельна поверхности стола. В этом случае искомое отношение будет обратно отношению количества кусочков в соответствующих стопках. На одном из прямоугольников удобно нарисовать шкалу для проверки параллельности линейки и поверхности стола. С линейкой длиной  $40 \div 50$  см толщину стопок можно выровнять с точностью до  $0,1 \div 0,2$  мм.

9 класс

**Задача 1. Лампочки**

Для каждой комбинации положений переключателей определим, какие лампочки горят:

$K_1$	$K_2$	$L_1$	$L_2$	$L_3$
1	1	0	0	0
1	2	0	1	1
2	1	1	1	0
2	2	0	0	0

Заметим, что лампочка  $L_2$  всегда горит одновременно с  $L_1$  или  $L_3$ . Если же переключатели находятся в одинаковых положениях, то лампочки не светят. Можно убедиться, что только схема (рис. 2) удовлетворяет экспериментальным данным.

*Рекомендации для организаторов.* Источник тока должен обеспечивать заметное свечение двух лампочек, соединенных последовательно. На лицевой панели «черного ящика» нужно проставить обозначения лампочек, переключателей и их положений.

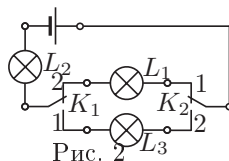


Рис. 2

10 класс

**Задача 1. Поролоновая подушка**

Соберем установку (рис. 3).

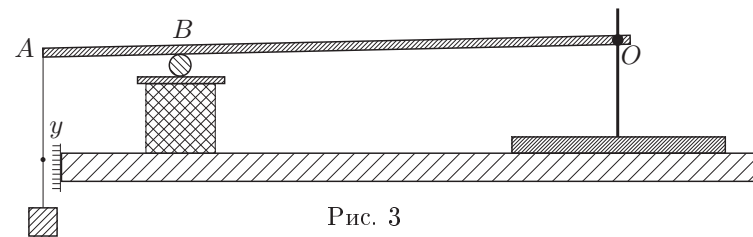


Рис. 3

С помощью лапки штатива обеспечим в точке  $O$  ось вращения линейки  $OA$ . В точке  $B$  линейка опирается на круглый карандаш, который в свою очередь лежит на другой линейке, обеспечивающей равномерное распределение нагрузки на поролон. К концу  $A$  линейки привязана нитка (пока без груза) с узелком напротив шкалы из миллиметровки. Измерим длину линейки  $L = OA$  и плечо  $l = OB$  реакции поролона, а также площадь  $S$  горизонтального сечения и высоту  $h$  куса поролона. Прикрепим к нитке груз массой  $m$  и измерим смещение  $\Delta y$  узелка на нитке.

Модуль Юнга определяется из соотношения:

$$\Delta F = \frac{ES}{h} \Delta x,$$

где  $\Delta x$  — дополнительное сжатия поролона вследствие увеличения силы давления на  $\Delta F$ . Из геометрии установки и условия равновесия находим:

$$\frac{\Delta x}{\Delta y} = \frac{l}{L}, \quad \frac{\Delta F}{mg} = \frac{L}{l}.$$

Из записанных уравнений получаем

$$E = \frac{mgh}{S\Delta y} \left( \frac{L}{l} \right)^2.$$

Следует проделать серию измерений для различных значений  $l$  и построить график зависимости  $1/\Delta y$  от  $l^2$ . По его угловому коэффициенту  $k$  найдем значение модуля Юнга:

$$E = \frac{k m g h L^2}{S}.$$

*Рекомендации для организаторов.* Карандаш круглый, незаточенный. Кусок поролона в форме параллелипипеда, ориентировочные размеры которого  $2 \times 2 \times 10$  см<sup>3</sup>.

11 класс

**Задача 1. Растворение витамина**

Будем считать, что скорость растворения пропорциональна площади  $S$  поверхности драже:

$$\frac{dV}{dt} = -vS.$$

Здесь  $V$  — объем драже,  $v$  — коэффициент пропорциональности. Поскольку  $V = (4/3)\pi R^3$  и  $S = 4\pi R^2$ , где  $R$  — радиус драже, получим

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{4}{3} \pi R^3 \right) = -v4\pi R^2, \quad \frac{dR}{dt} = -v = \text{const}.$$

Следовательно,  $R = R_0 - vt$ ,  $D = D_0 - 2vt$ . Здесь  $D_0 = 2R_0$  — начальный диаметр драже. Физический смысл величины  $v$  — скорость изменения радиуса драже.

Снимем зависимость  $D(t)$ , проводя измерения через каждые 30 с. Построим график этой зависимости. На нем видны два прямолинейных участка. Такой характер зависимости объясняется тем, что драже состоит из двух слоев, которые растворяются с разной скоростью. Излом на графике соответствует началу растворения внутреннего слоя, диаметр которого  $D_1$ .

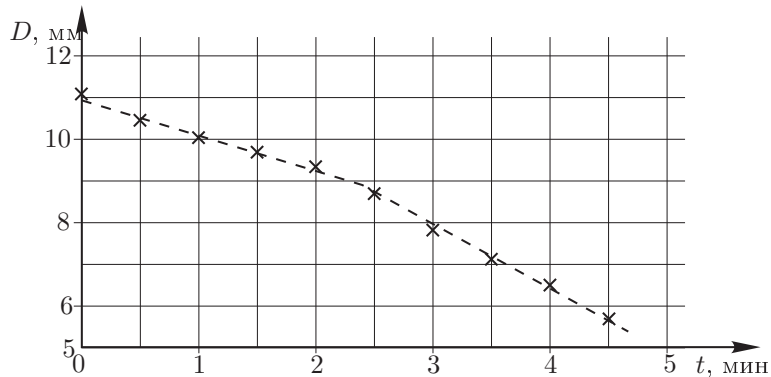


Рис. 4

По графику определяем значения коэффициента  $v$  для каждого из прямолинейных участков.

Для витамина «Гексавит УВИ» были получены следующие результаты:

$$v_1 = (1,5 \pm 0,2) \cdot 10^{-2} \text{ мм/с}, \quad v_2 = (2,5 \pm 0,2) \text{ мм/с}, \quad D_1 = (9,0 \pm 0,4) \text{ мм}.$$

*Рекомендации для организаторов.* Драже должны быть шарообразными, состоять из двух слоев (подойдут любые дешевые, например, «Гексавит УВИ») с разными скоростями растворения слоев и быть как можно большего размера (чтобы увеличить время эксперимента). Каждому участнику выдается банка объемом (0,5 ÷ 1) л с водой при температуре (40 ÷ 45)°С.

Для заметок