

Министерство образования Российской Федерации  
Центральный оргкомитет Всероссийских олимпиад

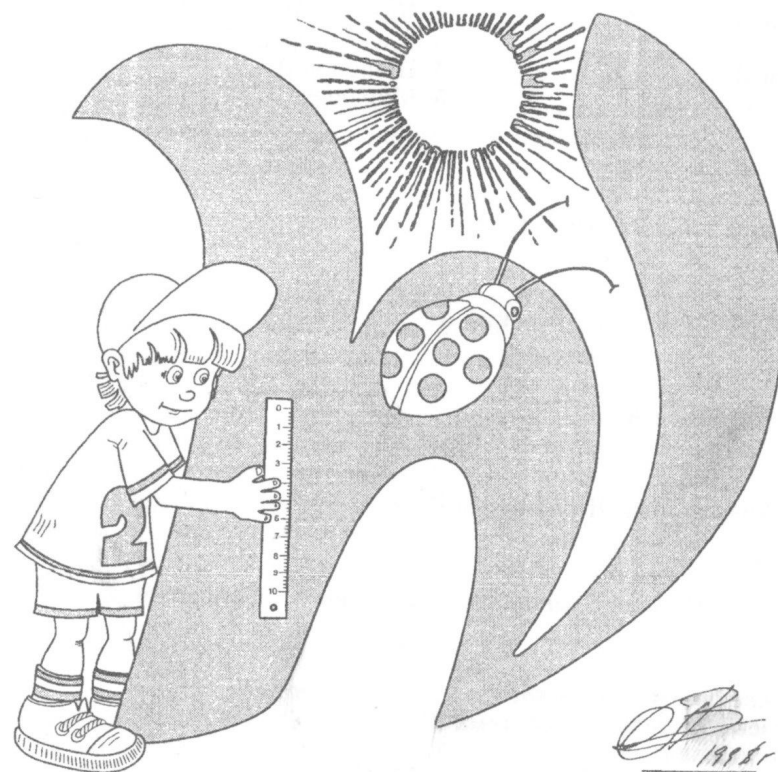
# XXXVII Всероссийская олимпиада школьников по физике

Региональный этап



Теоретический тур

Методическое пособие



МФТИ, 2002/2003 уч.г.

Комплект задач подготовлен методической комиссией по физике  
Центрального оргкомитета Всероссийских олимпиад школьников  
Министерства образования Российской Федерации  
Тел.: (095) 408-80-77, 408-86-95.  
E-mail: vip@pop3.mipt.ru

### Авторы задач

8 класс

1. Александров Д.
2. Слободянин В.
3. Шеронов А.
4. Подлесный Д.

9 класс

1. Чудновский А.
2. Ефимов В.
3. Шеронов А.
4. Подлесный Д.

10 класс

1. Муравьев В.
2. Слободянин В.
3. Чивилев В.
4. Слободянин В.
5. Чудновский А.

11 класс

1. Муравьев В.
2. Чивилев В.
3. Александров Д.
4. Шеронов А.
5. Муравьев В.

Общая редакция — Слободянин В.

Техническая редакция — Чудновский А.

Коррекция — Алябьев А.

Рецензия — Александров Д., Чивилев В.

Оформление и верстка — Чудновский А., Ильин А., Самокотин А.

При подготовке оригинал-макета  
использовалась издательская система L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X 2<sub>ε</sub>.  
© Авторский коллектив  
Подписано в печать 2 декабря 2002 г. в 21:27.

141700, Московская область, г.Долгопрудный  
Московский физико-технический институт

Условия  
8 класс

### Задача 1. Тайна рождения Буратино

Последние исследования историков показали, что Буратино был изготовлен не из одного, а из двух поленьев. Его голову Папа Карло выточил из дуба, а остальные части тела выстругал из сосны. Известно, что плотность дуба  $\rho_1 = 690 \text{ кг/м}^3$ , вес изготовленной из него части тела составляет треть от веса Буратино, а объем — только четверть. Найдите плотность  $\rho_2$  соснового полена.

### Задача 2. Пешеход Глюк

Экспериментатор Глюк шел в лабораторию вдоль железнодорожного полотна со скоростью  $u = 4 \text{ км/ч}$ . Он заметил, что по путям идут две встречные электрички, одна из которых составлена из  $n_1 = 9$  вагонов, а другая — из  $n_2 = 10$  вагонов. Глюк обратил внимание на то, что головные вагоны поравнялись друг с другом как раз напротив него. Это ему показалось удивительным. Но еще больше Глюк удивился, когда увидел, что и последние вагоны разошлись тоже строго напротив него. Глюку стало любопытно, с какой скоростью  $v$  идут электрички. А вы можете ответить на этот вопрос? Считайте, что скорости обеих электричек одинаковы.

### Задача 3. Парафиновое кольцо

В ванну, заполненную водой, опустили кольцо из парафина (рис. 1). Площадь поперечного сечения отверстия кольца  $S = 300 \text{ см}^2$ , а его высота  $H = 5 \text{ см}$ . Какую массу бензина можно влить внутрь кольца так, чтобы он не попал наружу? Известны:  $\rho_в = 1000 \text{ кг/м}^3$  — плотность воды,  $\rho_п = 900 \text{ кг/м}^3$  — плотность парафина,  $\rho_б = 700 \text{ кг/м}^3$  — плотность бензина.

Сюда вливают бензин



Рис. 1

### Задача 4. Чай с кубиками льда

В калориметр с горячим чаем бросили кубик льда, имеющий температуру  $0^\circ\text{C}$ . К моменту установления теплового равновесия температура чая понизилась на  $\Delta t_1 = 12^\circ\text{C}$ . Когда в калориметр бросили другой такой же кубик льда, температура чая понизилась еще на  $\Delta t_2 = 10^\circ\text{C}$ . Найдите массу кубика льда. Первоначальная масса чая  $M = 100 \text{ г}$ . Теплоемкостью калориметра, теплообменом с окружающей средой и примесями заварки в чае пренебречь.

9 класс

**Задача 1. Источник в зазеркалье (1)**

Оптическая система состоит из точечного источника  $S$ , идеальной собирающей линзы с фокусным расстоянием  $F$  и плоского зеркала конечных размеров (рис. 2). Источник находится на двойном фокусном расстоянии от центра  $O$  линзы и лежит на ее главной оптической оси. Зеркало параллельно этой оси, касается линзы, а его края находятся на расстояниях  $a = 3F/2$  и  $b = 5F$  от плоскости линзы. Найдите все изображения источника в системе. Для каждого изображения укажите области в плоскости рисунка, из которых можно увидеть это изображение.

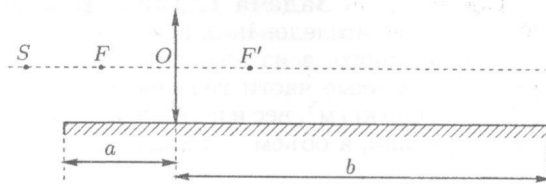


Рис. 2

**Задача 2. Путевая скорость**

Камень бросили вертикально вверх со скоростью  $v_0 = 10$  м/с. Через какое время после начала полета абсолютная величина его мгновенной скорости станет равна путевой скорости? Сопротивление воздуха не учитывать, считать ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с.

*Примечание.* Путевая скорость определяется как отношение пройденного пути ко времени прохождения этого пути.

**Задача 3. Липовое кольцо**

Известно, что бензин растекается по поверхности воды, а брусок из липы в бензине не тонет. В ванну, заполненную водой, опустили кольцо из липы (рис. 3). Площадь поперечного сечения отверстия кольца  $S_k = 300$  см<sup>2</sup>, а его высота  $H = 5$  см. Какую массу бензина можно влить внутрь кольца так, чтобы он не попал наружу? Плотность липы  $\rho_l = 500$  кг/м<sup>3</sup>.

Сюда вливают бензин

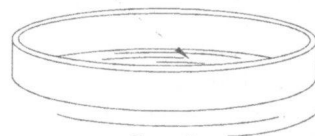


Рис. 3

**Задача 4. Чай со льдом**

В калориметр с горячим чаем бросили кубик льда, имеющий температуру 0°C. После установления теплового равновесия температура чая понизилась на  $\Delta t_1 = 12^\circ\text{C}$ . Когда в калориметр бросили другой такой же кубик льда, температура чая понизилась еще на  $\Delta t_1 = 10^\circ\text{C}$ . Насколько понизится температура чая, если в него бросить точно такой же третий кубик? Теплоемкостью калориметра, теплообменом с окружающей средой и примесями заварки в чае пренебречь.

10 класс

**Задача 1. Потерянное направление**

Материальная точка движется в однородном силовом поле (рис. 4). В точке  $A$  ее скорость  $v_A = 5$  м/с. Построением с помощью циркуля и линейки с делениями определите направление вектора ускорения этой материальной точки и вычислите его модуль. Найдите скорость  $v_B$  в точке  $B$ . Длина шкалы под графиком соответствует 6 м. Необходимые построения делайте на рисунке 4. Текст условия сдайте вместе с решением задачи.

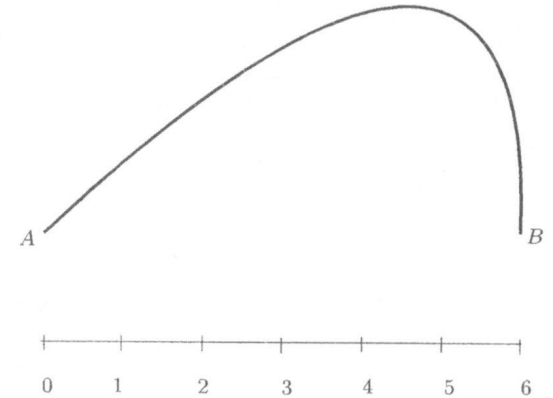


Рис. 4

**Задача 2. Катушка на склоне**

Сначала катушку с нитками положили на наклонную плоскость и свободный конец нити закрепили так, что прямой участок нити оказался параллелен склону (рис. 5). При этом со стороны нити на катушку действовала сила  $T$ . В другой раз катушку установили так, как показано на рисунке 6. Прямой участок нити вновь оказался параллелен склону. В обоих случаях катушка неподвижна. Радиусы обода и оси катушки соответственно равны  $R$  и  $r$ . Найдите величины и направления сил трения  $F_1$  и  $F_2$ , действующих на катушку, в первом и втором случаях.

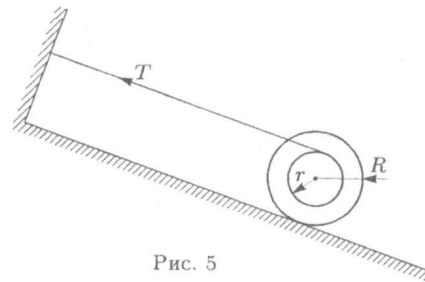


Рис. 5

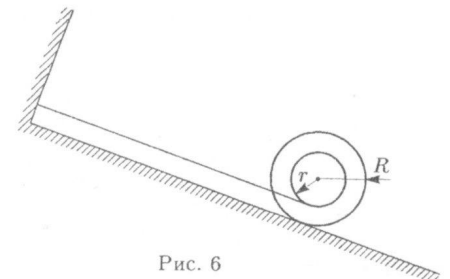


Рис. 6

**Задача 3. Трубка на карусели (1)**

Тонкая трубка постоянного внутреннего сечения с открытыми вертикально расположенными коленами закреплена на горизонтальной платформе (рис. 7). Вертикальные колена трубки высотой  $2H$  расположены на расстояниях  $R$  и  $3R$  от вертикальной оси  $OO'$ . В трубку наливают жидкость плотностью  $\rho$  до высоты  $H$ . Затем левое колено закрывают пробкой и платформу приводят во вращение. При вращении вокруг оси  $OO'$  с постоянной угловой скоростью в коленах устанавливается разность уровней жидкости  $H/2$ .

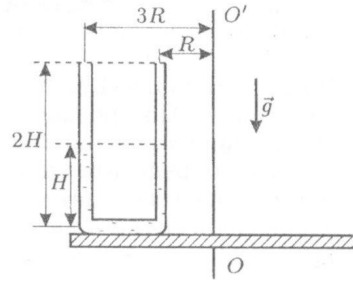


Рис. 7

1. Найдите давление воздуха под пробкой.
  2. Найдите угловую скорость вращения.
- Атмосферное давление  $P_0$  известно. Давление насыщенных паров жидкости не учитывать.

**Задача 4. Температура в центре цикла**

Циклический процесс  $ABDCA$ , совершаемый над идеальным газом, состоит из двух изохор ( $AB$  и  $CD$ ) и двух изобар ( $AC$  и  $BD$ ). Температура газа в точках  $A, B$  и  $C$  соответственно равна  $T_A, T_B$  и  $T_C$ . Найдите температуру  $T_D$  в точке  $D$  и температуру  $T_O$  в точке  $O$ , лежащей на пересечении диагоналей (рис. 8).

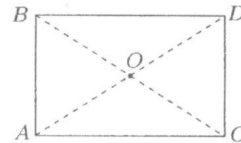


Рис. 8

**Задача 5. Источник в зазеркалье (2)**

Оптическая система состоит из точечного источника  $S$ , идеальной рассеивающей линзы с фокусным расстоянием  $F$  и плоского зеркала конечных размеров (рис. 9). Источник находится на двойном фокусном расстоянии от центра  $O$  линзы и лежит на ее главной оптической оси. Зеркало параллельно этой оси, касается линзы, а его края находятся на расстояниях  $a = 3F/2$  и  $b = F$  от плоскости линзы. Найдите все изображения источника в системе. Для каждого изображения укажите области в плоскости рисунка, из которых можно увидеть это изображение. Каждую область постройте на отдельном рисунке.

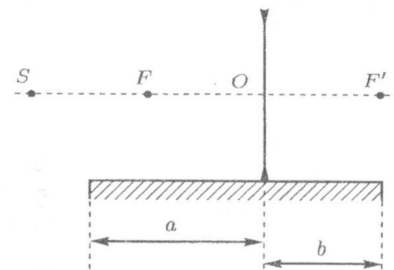


Рис. 9

11 класс

**Задача 1. К вопросу о ширине петли**

По рельсам катится вагонетка. Радиус ее колеса равен  $r$ , а радиус реборды (выступающей части обода колеса, предохраняющей его от схода с рельса) составляет  $R$  (рис. 10). Траектория точки  $A$  реборды имеет вид, показанный на рис. 11. Определите ширину «петли»  $\delta$ .

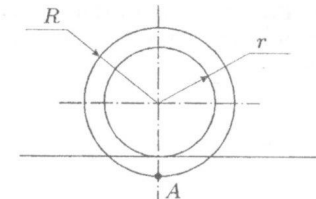


Рис. 10

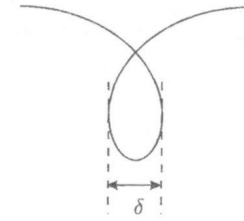


Рис. 11

**Задача 2. Трубка на карусели (2)**

На горизонтальной платформе закреплена тонкая трубка постоянного внутреннего сечения с открытыми вертикально расположенными коленами (рис. 12). Вертикальные колена трубки высотой  $2H$  расположены на расстояниях  $R$  и  $5R$  от вертикальной оси  $OO'$ . В трубку наливают жидкость плотностью  $\rho$  до высоты  $H$ . Затем левое колено закрывают пробкой и платформу приводят во вращение. При вращении вокруг оси  $OO'$  с постоянной угловой скоростью в коленах устанавливается разность уровней жидкости  $H/3$ .

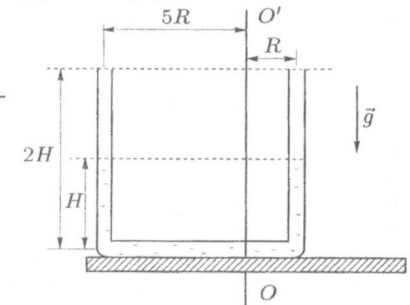


Рис. 12

1. Найти давление воздуха под пробкой.
  2. Найти угловую скорость вращения.
- Атмосферное давление  $P_0$  известно. Давление насыщенных паров жидкости не учитывать.

**Задача 3. Неидеальный газ**

Для определения значения постоянной адиабаты  $\gamma = c_p/c_v$  неидеального газа экспериментатор Глюк провел изобарический 1-2 и изохорический 1-3 процессы, в ходе которых внутренняя энергия газа изменялась на одну и ту же малую величину (рис. 13). Оказалось, что в изохорическом процессе изменение температуры вдвое больше, чем в изобарическом, и что в изобарическом процессе треть теплоты, полученной газом, пошла на совершение работы против внешних сил. Чему равно значение  $\gamma$  для исследуемого Глюком газа?

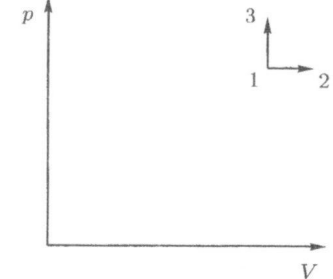


Рис. 13

**Задача 4. Разные вольтметры**

Вольтметр  $V_{me}$  магнитоэлектрической системы подключен к четырем источникам тока с ЭДС  $\mathcal{E}_1 = 1$  В,  $\mathcal{E}_2 = 2$  В,  $\mathcal{E}_3 = 3$  В,  $\mathcal{E}_4 = 4$  В (рис. 14). Для ограничения токов в схему включены резисторы. Их сопротивления  $R_1 = 1$  кОм,  $R_2 = 2$  кОм,  $R_3 = 3$  кОм,  $R_4 = 4$  кОм. Если вольтметр  $V_{me}$  заменить на электростатический вольтметр  $V_{es}$ , то показания последнего окажутся в 2 раза больше, чем у  $V_{me}$ . Найдите величину тока, протекающего через вольтметр  $V_{me}$  в первом эксперименте. Указание: электростатический вольтметр является идеальным вольтметром в отличие от магнитоэлектрического, который имеет конечное внутреннее сопротивление.

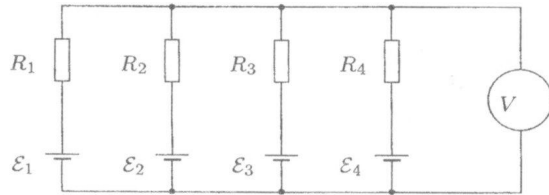


Рис. 14

**Задача 5. Заряд шара**

Шар радиуса  $R$  через катушку индуктивности  $L$  соединен с землей (рис. 15). Из бесконечности на него налетает пучок электронов. Определите максимальный заряд шара и постройте график зависимости силы тока, текущего через катушку, от времени. Считайте, что изначально шар был не заряжен, плотность электронов в налетающем пучке  $n$ , а их скорость  $v \ll c$ , где  $c$  — скорость света.

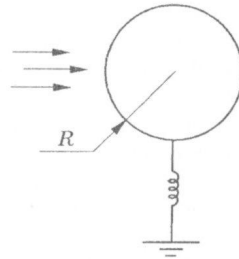


Рис. 15

**Возможные решения**

8 класс

**Задача 1. Тайна рождения Буратино**

Пусть масса дуба  $m_1$ , его объем  $V_1$ , масса сосны  $m_2$ , объем сосны  $V_2$ , масса Буратино  $m$ , его объем  $V$ , средняя плотность Буратино  $\rho$ . Тогда

$$\rho_1 = \frac{m_1}{V_1} = \frac{m}{3} : \frac{V}{4} = \frac{4m}{3V} = \frac{4}{3}\rho. \quad (1)$$

$$\rho_2 = \frac{m_2}{V_2} = \frac{2m}{3} : \frac{3V}{4} = \frac{8m}{9V} = \frac{8}{9}\rho. \quad (2)$$

Из (1) и (2) находим

$$\rho_2 = \frac{8}{9}\rho = \frac{8}{9} \cdot \frac{3}{4} \rho_1 = \frac{2}{3} \rho_1 = 460 \text{ кг/м}^3.$$

**Задача 2. Пешеход Глюк**

*Первый способ.* Наиболее короткое решение получается, если перейти в систему отсчета, связанную с Глюком. В этом случае скорость одной электрички  $v_1 = v - u$ , а скорость другой составляет  $v_2 = v + u$ . Пусть  $l$  — длина одного вагона, тогда длина первой электрички  $L_1 = n_1 l$ , а второй  $L_2 = n_2 l$ . Обе электрички пройдут мимо Глюка за одно и то же время

$$t = \frac{n_1 l}{v - u} = \frac{n_2 l}{v + u}.$$

Из этого уравнения следует, что скорость электричек

$$v = u \frac{n_2 + n_1}{n_2 - n_1} = 76 \text{ км/ч}.$$

*Второй способ.* В системе отсчета, связанной с железнодорожным полотном, за время  $t$  первая электричка пройдет путь  $L_1 = n_1 l + ut$ , а вторая — путь  $L_2 = n_2 l - ut$ . Поскольку скорости электричек одинаковы, то и  $L_1 = L_2$ . Из этого равенства находим  $l = 2ut(n_2 - n_1)$ . Скорость электричек  $v = L_1/t = (2n_1 + 1)u = 76 \text{ км/ч}$ .

**Задача 3. Парафиновое кольцо**

Пусть  $s$  — площадь горизонтального сечения парафинового кольца (рис. 16). Вес кольца уравновешивает сила гидростатического давления:  $mg = ps$ , где  $m = \rho_{\text{п}} s H$ ,  $p = \rho_{\text{в}} g h$ , а  $h$  — глубина погружения кольца. Отсюда

$$\rho_{\text{п}} g H = \rho_{\text{в}} g h. \quad (1)$$

При заполнении внутренней части кольца бензином гидростатическое давление на уровне нижнего края кольца остается постоянным. Поскольку плотность  $\rho_{\text{б}}$  бензина меньше плотности  $\rho_{\text{в}}$  воды, общая высота слоя бензина и воды внутри кольца будет больше высоты  $h$  воды снаружи кольца. Так как

парафин в бензине тонет, бензин, в конечном счете, станет переливаться через верхний край кольца. Пусть  $x$  — максимальная толщина слоя бензина, влитого внутрь кольца, тогда  $(H - x)$  — толщина слоя воды внутри кольца. Запишем в аналитическом виде установленное нами равенство гидростатических давлений:

$$\rho_6 gx + \rho_в g(H - x) = \rho_в gh. \quad (2)$$

Решая совместно уравнения (1) и (2), получим:

$$x = H \frac{\rho_в - \rho_п}{\rho_в - \rho_6} = \frac{5}{3} \text{ см} \approx 1,67 \text{ см}.$$

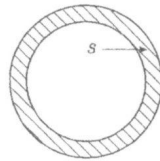


Рис. 16

Объем влитого бензина  $V = Sx = 500 \text{ см}^3$ . Масса влитого бензина  $m_6 = \rho_6 V = 0,35 \text{ кг}$ .

#### Задача 4. Чай с кубиками льда

Запишем уравнение теплового баланса для первого случая:

$$cM\Delta t_1 = m\lambda + cm(t_1 - \Delta t_1),$$

где  $m$  — масса кубика льда,  $\lambda$  — удельная теплота плавления льда,  $c$  — удельная теплоемкость воды,  $t_1$  — исходная температура чая. Отсюда

$$\left(\frac{M}{m} + 1\right) \Delta t_1 = \frac{\lambda}{c} + t_1. \quad (1)$$

В случае бросания в чай второго кубика мы можем записать уравнение, аналогичное уравнению (1):

$$\left(\frac{M}{2m} + 1\right) (\Delta t_1 + \Delta t_2) = \frac{\lambda}{c} + t_1. \quad (2)$$

Исключая из (1) и (2) правые части, получим:

$$\left(\frac{M}{m} + 1\right) \Delta t_1 = \left(\frac{M}{2m} + 1\right) (\Delta t_1 + \Delta t_2),$$

откуда легко найти отношение масс:

$$\frac{M}{m} = \frac{2\Delta t_2}{\Delta t_1 - \Delta t_2} = 10, \quad \text{следовательно,} \quad m = 10 \text{ г}.$$

9 класс

#### Задача 1. Источник в зазеркалье (1)

Источник имеет два первичных изображения:  $S_1$  — в зеркале и  $S_2$  — в линзе.  $S_2$  симметрично  $S$  относительно плоскости линзы, так как источник находится на двойном фокусном расстоянии (рис. 17).  $S_3$  есть изображение источника  $S_1$  в линзе, а  $S_4$  — источника  $S_2$  в зеркале. Других изображений нет. Области, из которых можно увидеть изображения, определяются пучками лучей, образующих эти изображения. Изображение  $S_1$  можно увидеть из области 1 верхней полуплоскости (рис. 18). Изображение  $S_3$  видно из области 3, ограниченной лучами, преломившимися на краях линзы. Изображение  $S_2$  видно из области 2, которая ограничена лучами от линзы и краем зеркала. Область видимости  $S_4$  задается теми лучами, которые попали на зеркало от источника  $S_2$  после линзы.

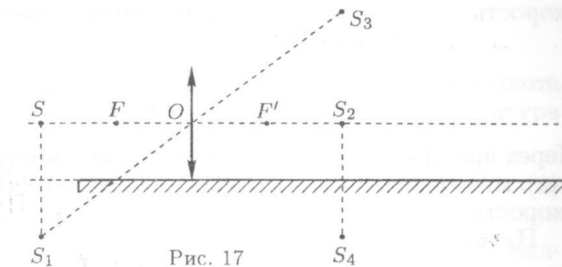


Рис. 17

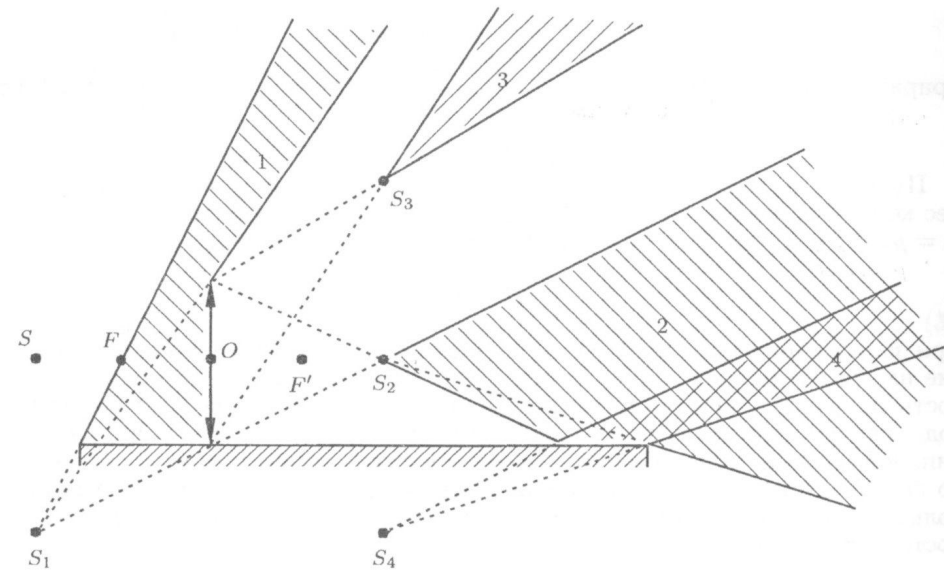


Рис. 18

**Задача 2. Путевая скорость**

Из графика (рис. 19) видно, что при движении камня вверх его средняя скорость  $v_{\text{ср}}$  всегда больше мгновенной скорости, так как

$$v_{\text{ср}} = \frac{v_0 + v}{2} = v + \frac{gt_1}{2}.$$

Через время  $t_0 = v_0/g$  камень достигнет максимальной высоты  $H = v_0^2/(2g)$ , а его мгновенная скорость обратится в ноль. При  $t > t_0$  величина мгновенной скорости  $v = g(t - t_0) = gt - v_0$ . (1)

Путь, пройденный камнем за время  $t$ ,

$$S = H + \frac{g(t - t_0)^2}{2} = \frac{v_0^2}{g} + \frac{gt^2}{2} - v_0t.$$

Отсюда находим путевую скорость

$$v_{\text{п}} = \frac{S}{t} = \frac{v_0^2}{gt} + \frac{gt}{2} - v_0. \quad (2)$$

Приравняв (1) и (2), получим  $\frac{gt}{2} = \frac{v_0^2}{gt}$ , откуда  $t = \frac{v_0}{g}\sqrt{2} \approx 1,4 \text{ с}$ .

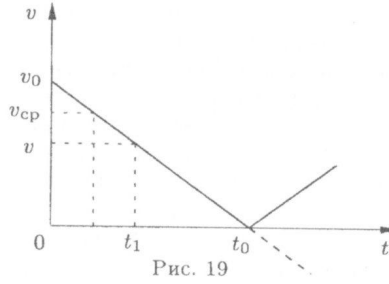


Рис. 19

**Задача 3. Липовое кольцо**

Пусть  $s$  — площадь горизонтального сечения парафинового кольца (рис. 20). Вес кольца уравновешивает сила гидростатического давления:  $mg = ps$ , где  $m = \rho_{\text{л}}sH$ ,  $p = \rho_{\text{в}}gh$ , а  $h$  — глубина погружения кольца. Отсюда

$$\rho_{\text{л}}gH = \rho_{\text{в}}gh. \quad (1)$$

При заполнении внутренней части кольца бензином гидростатическое давление на уровне нижнего края кольца остается постоянным. Поскольку плотность  $\rho_{\text{б}}$  бензина меньше плотности  $\rho_{\text{в}}$  воды, общая высота слоя бензина и воды внутри кольца будет больше высоты  $h$  воды снаружи кольца. Так как липа в бензине не тонет, бензин, в конечном счете, станет подтекать под кольцо снизу. Пусть  $x$  — максимальная толщина слоя бензина, влитого внутрь кольца. Запишем в аналитическом виде установленное нами равенство гидростатических давлений:

$$\rho_{\text{б}}gx = \rho_{\text{в}}gh. \quad (2)$$

Решая совместно уравнения (1) и (2), получим:

$$x = H\rho_{\text{л}}/\rho_{\text{б}}.$$

Объем влитого бензина  $V = Sx = SH\rho_{\text{л}}/\rho_{\text{б}}$ .  
 Масса влитого бензина  $m_{\text{б}} = \rho_{\text{б}}V = SH\rho_{\text{л}} = 0,75 \text{ кг}$ .

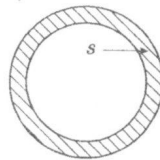


Рис. 20

**Задача 4. Чай со льдом**

Запишем уравнение теплового баланса для первого случая:

$$cM\Delta t_1 = m\lambda + cm(t_1 - \Delta t_1),$$

где  $M$  — исходная масса чая,  $m$  — масса кубика льда,  $\lambda$  — удельная теплота плавления льда,  $c$  — удельная теплоемкость воды,  $t_1$  — исходная температура чая. Отсюда

$$\left(\frac{M}{m} + 1\right)\Delta t_1 = \frac{\lambda}{c} + t_1. \quad (1)$$

В случае бросания в чай второго кубика мы можем записать уравнение, аналогичное уравнению (1):

$$\left(\frac{M}{2m} + 1\right)(\Delta t_1 + \Delta t_2) = \frac{\lambda}{c} + t_1. \quad (2)$$

Исключая из (1) и (2) правые части, получим:

$$\left(\frac{M}{m} + 1\right)\Delta t_1 = \left(\frac{M}{2m} + 1\right)(\Delta t_1 + \Delta t_2),$$

откуда легко найти отношение масс:

$$\frac{M}{m} = \frac{2\Delta t_2}{\Delta t_1 - \Delta t_2} = 10.$$

В случае бросания в чай третьего кубика получим:

$$\left(\frac{M}{3m} + 1\right)(\Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t_3) = \frac{\lambda}{c} + t_1. \quad (3)$$

Решая совместно уравнения (1) и (3), найдем

$$\Delta t_3 = \frac{2}{1 + 3m/M}\Delta t_1 - \Delta t_2 \approx 8,5^\circ\text{C}.$$

10 класс

**Задача 1. Потерянное направление**

Запишем для движущейся материальной точки кинематические уравнения в векторном виде:

$$\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{a}t, \quad (1)$$

$$\vec{S}_{AB} = \vec{v}_A t + \vec{a} \frac{t^2}{2}, \quad (2)$$

где  $\vec{a}$  — искомое ускорение,  $t$  — время движения из  $A$  в  $B$ ,  $\vec{v}_A$  и  $\vec{v}_B$  — скорости в точках  $A$  и  $B$  соответственно. Подставляя  $\vec{a}t$  из (1) в (2), получим:

$$\vec{S}_{AB} = (\vec{v}_A + \vec{v}_B) \frac{t}{2}, \quad (3)$$

$$\vec{a} \frac{t^2}{2} = (\vec{v}_B - \vec{v}_A) \frac{t}{2}. \quad (4)$$

Из (3) следует, что вектор  $\vec{S}_{AB}$  параллелен вектору  $\vec{v}_A + \vec{v}_B$ , а из (4) замечаем, что ускорение  $\vec{a}$  параллельно вектору  $\vec{v}_B - \vec{v}_A$ . В точках  $A$  и  $B$  проведем касательные к траектории (рис. 21). Пусть  $C$  — точка их пересечения, тогда длина  $AC = v_A t / 2$ , а длина  $CB = v_B t / 2$ . Измерим линейкой отрезки  $AC$ ,  $CB$  и найдем скорость

$$v_B = v_A \frac{CB}{AC} \approx 3,4 \text{ м/с.}$$

Векторы  $\vec{S}_{AB}$  и  $\vec{a}t^2/2$  являются диагоналями параллелограмма, построенного на векторах  $\vec{v}_A t / 2$  и  $\vec{v}_B t / 2$ . Известно, что диагонали параллелограмма в точке пересечения делятся пополам. Следовательно, вектор, проведенный из точки  $C$  к середине стороны  $AB$ , будет параллелен ускорению  $\vec{a}$ . Скалярно перемножим уравнения (4) и (3):

$$\vec{a} \vec{S}_{AB} = \frac{v_B^2 - v_A^2}{2}. \quad (5)$$

Длина проекции вектора  $\vec{S}_{AB}$  на направление  $CO$  составляет

$$\Delta h \approx 2,9 \text{ м.} \quad (6)$$

Из (5) и (6) следует:

$$a = \left| \frac{v_B^2 - v_A^2}{2\Delta h} \right| \approx 2,3 \text{ м/с}^2.$$

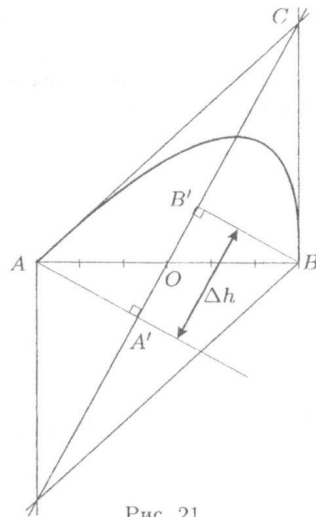


Рис. 21

**Задача 2. Катюшка на склоне**

Тело находится в равновесии, если сумма всех действующих на него сил и сумма моментов этих сил равны нулю. За положительное направление сил примем вектор  $\vec{T}$ . Возьмем в качестве полюса точку  $O$  на оси катушки и будем считать момент силы  $\vec{T}$  положительным. Пусть  $m$  — масса катушки,  $g$  — ускорение свободного падения,  $\alpha$  — угол наклона плоскости к горизонту.

1. Запишем уравнение моментов для первого случая (рис. 22):

$$Tr - F_1 R = 0, \quad \text{откуда} \quad F_1 = T \frac{r}{R}.$$

2. Уравнение моментов для второго случая:

$$-T'r - F_2 R = 0, \quad \text{откуда} \quad F_2 = -T' \frac{r}{R}.$$

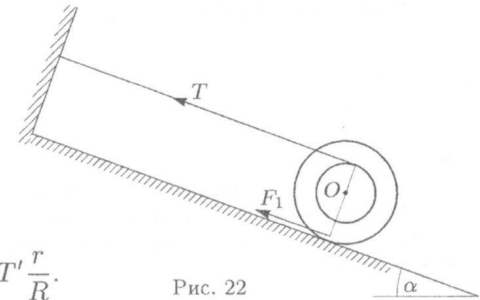


Рис. 22

Заметим, что сила  $\vec{F}_2$  направлена  $\vec{T}$  (рис. 23). Запишем уравнение сил для обоих случаев:

$$T + F_1 - mg \sin \alpha = 0,$$

$$T' + F_2 - mg \sin \alpha = 0.$$

Легко видеть, что

$$T \cdot \frac{R+r}{R} = mg \sin \alpha = T' \cdot \frac{R-r}{R}, \quad \text{откуда} \quad T' = T \cdot \frac{R+r}{R-r}.$$

Подставив  $T'$  в выражение для  $F_2$ , получим  $F_2 = T \cdot \frac{r}{R} \cdot \frac{R+r}{R-r}.$

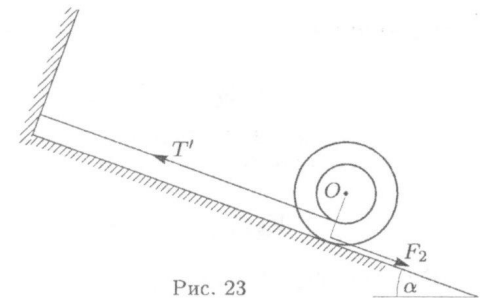


Рис. 23

**Задача 3. Трубка на карусели (1)**

Высоты столба воздуха под пробкой и жидкости в левом и правом коленах равны  $3H/4$ ,  $5H/4$  и  $3H/4$  соответственно. По закону Бойля-Мариотта для воздуха под пробкой  $p \cdot 3H/4 = p_0 H$ . Отсюда давление под пробкой  $p = 4p_0/3$ . Давление у левого и правого изгибов трубки

$$p_1 = p + \rho g \cdot \frac{5}{4} H = \frac{4}{3} p_0 + \frac{5}{4} \rho g H, \quad p_2 = p_0 + \frac{3}{4} \rho g H.$$

Выделим мысленно в горизонтальном колене горизонтальный цилиндр из жидкости длиной  $3R - R = 2R$  и сечением  $S$ . Масса этого цилиндра  $m = 2\rho RS$ , а его центр масс находится на расстоянии  $r = (3R + R)/2 = 2R$



от оси  $OO'$ . По второму закону Ньютона для выделенного цилиндра  $p_1S - p_2S = m\omega^2r$ , где  $\omega$  — угловая скорость. Подставив в последнее равенство записанные выше выражения для  $p_1$ ,  $p_2$ ,  $m$  и  $r$ , получим уравнение

$$\frac{p_0}{3} + \frac{\rho g H}{2} = 4\rho\omega^2 R^2.$$

Отсюда угловая скорость вращения

$$\omega = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2p_0 + 3\rho g H}{6\rho R^2}}.$$

#### Задача 4. Температура в центре цикла

Точки  $A$  и  $C$  лежат на одной изобаре. Им соответствует давление  $p_A$  и объемы  $V_A$  и  $V_C$ . Применительно к этим точкам уравнение Менделеева-Клапейрона имеет вид:

$$p_A V_A = \nu R T_A, \quad p_A V_C = \nu R T_C.$$

Поделив почленно эти уравнения друг на друга, получим

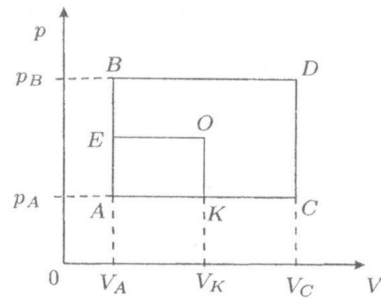
$$V_A/V_C = T_A/T_C. \quad (1)$$

Аналогичное соотношение можно получить для точек  $B$  и  $D$ :

$$V_A/V_C = T_B/T_D. \quad (2)$$

Приравняв выражения (1) и (2), найдем

$$T_D = \frac{T_B T_C}{T_A}.$$



Проведем через точку  $O$  изохору  $KO$  и изобару  $EO$ . Точка  $K$  делит изобару  $AC$  пополам (рис. 24), то есть

$$V_K = \frac{1}{2}(V_A + V_C).$$

Согласно уравнению Менделеева-Клапейрона

$$T_K = \frac{p_A V_K}{\nu R} = \frac{p_A V_A + p_A V_C}{2\nu R} = \frac{1}{2}(T_A + T_C).$$

Аналогичным образом найдем

$$T_E = \frac{1}{2}(T_A + T_B).$$

Температуру  $T_O$  найдем по тому же алгоритму, что и  $T_D$ :

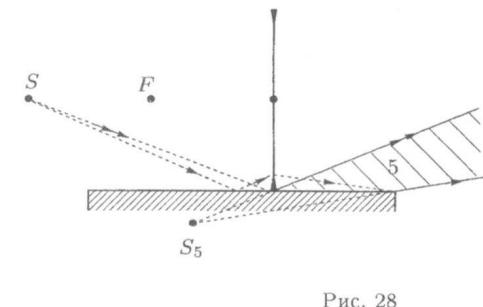
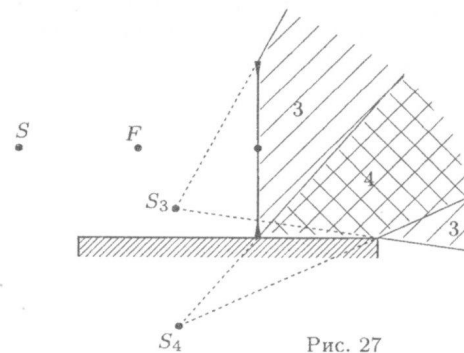
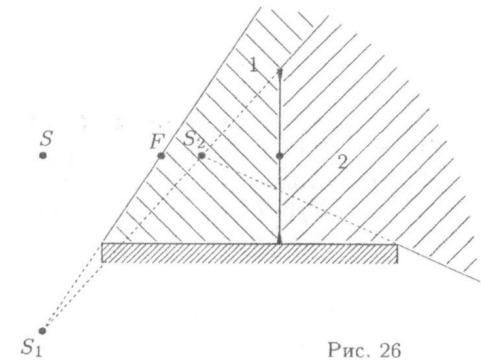
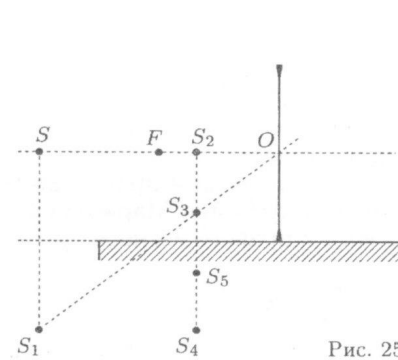
$$T_O = \frac{T_E T_K}{T_A} = \frac{1}{4}(T_A + T_B + T_C + T_D).$$

Заметим, что  $T_O$  определяется как среднее арифметическое температур в углах цикла.

#### Задача 5. Источник в зазеркалье (2)

Источник имеет два первичных изображения:  $S_1$  — в зеркале и  $S_2$  — в линзе.  $S_3$  есть изображение источника  $S_1$  в линзе, а  $S_4$  — источника  $S_2$  в зеркале.  $S_5$  — это изображение источника  $S_3$  в зеркале. Других изображений нет. Области, из которых можно увидеть изображения, определяются пучками лучей, образующих эти изображения. Изображения  $S_1$  можно увидеть из области 1 верхней полуплоскости (рис. 25). Изображения  $S_2$  и  $S_3$  видны из областей 2 и 3, которые ограничены лучами от линзы и краем зеркала. Области видимости  $S_4$  и  $S_5$  задаются теми лучами, которые попали на зеркало после преломления в линзе. На последнем рисунке показан ход лучей, образующих границу видимости источника  $S_5$ . Заметим, что все изображения мнимые.

*Примечание.* Для решения задачи не требуется знание формулы тонкой линзы.



11 класс

**Задача 1. К вопросу о ширине петли**

В моменты, когда точка  $A$  проходит крайнее левое и крайнее правое положения «петли», ее скорость  $v$  направлена вертикально, то есть  $\cos \varphi = v_0/u = (\omega r)/(\omega R) = r/R$  (рис. 29). Здесь  $u$  — скорость точки  $A$  в системе отсчета, связанной с вагонеткой. Время между прохождением двух крайних положений

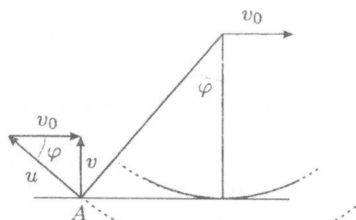


Рис. 29

$$t = \frac{2\varphi}{\omega} = 2 \frac{r}{v_0} \arccos \frac{r}{R}, \quad (1)$$

где  $\omega$  — угловая скорость колеса,  $v_0$  — скорость вагонетки. Величину  $\delta$  находим как сумму двух перемещений: одно — перемещение центра колеса относительно рельса, а другое — движение точки  $A$  относительно центра колеса  $O$ :

$$\delta = 2R \sin \varphi - vt = 2\sqrt{R^2 - r^2} - 2r \arccos \frac{r}{R}.$$

**Задача 2. Трубка на карусели (2)**

Высоты столба воздуха под пробкой и жидкости в левом и правом коленах равны  $5H/6, 7H/6, 5H/6$  соответственно. По закону Бойля-Мариотта для воздуха под пробкой  $P = 6P_0/5$ . Давление у левого и правого изгибов трубки

$$P_1 = P + \rho g \cdot \frac{7}{6}H = \frac{6}{5}P_0 + \frac{7}{6}\rho gH, \quad P_2 = P_0 + \frac{5}{6}\rho gH.$$

Выделим мысленно в горизонтальном колене горизонтальный цилиндр из жидкости длиной  $6R$  и сечением  $S$ . Масса этого цилиндра  $m = 6\rho RS$ , а его центр масс находится на расстоянии  $r = 2R$  от оси  $OO'$ . По второму закону Ньютона для выделенного цилиндра  $P_1S - P_2S = m\omega^2r$ . С учетом выражений для  $P_1, P_2, m$  и  $r$ , находим угловую скорость вращения

$$\omega = \frac{1}{6} \sqrt{\frac{3P_0 + 5\rho gH}{5\rho R^2}}.$$

**Задача 3. Неидеальный газ**

В изохорическом процессе теплота  $\Delta Q_V$ , полученная газом, пошла на увеличение его внутренней энергии:

$$\Delta Q_V = \Delta U = C_V \cdot 2\Delta T, \quad \text{откуда} \quad C_V = \frac{\Delta U}{2\Delta T}.$$

В изобарическом процессе теплота  $\Delta Q_p$ , полученная газом, пошла на увеличение внутренней энергии и работу против внешних сил:

$$\Delta Q_p = \Delta U + \Delta A_p = \Delta U + \frac{\Delta Q_p}{3}, \quad \text{откуда} \quad \Delta Q_p = \frac{3}{2}\Delta U.$$

По определению  $C_p = \frac{\Delta Q_p}{\Delta T} = \frac{3\Delta U}{2\Delta T}.$

Таким образом,  $\gamma = \frac{C_p}{C_V} = 3.$

**Задача 4. Разные вольтметры**

Пусть  $I_i$  — ток через резистор  $R_i$ . Из закона Ома для контура, содержащего  $\mathcal{E}_i, R_i$  и вольтметр, выразим показания вольтметра

$$U = \mathcal{E}_i - I_i R_i, \quad \text{откуда} \quad I_i = \frac{\mathcal{E}_i}{R_i} - U \frac{1}{R_i}. \quad (1)$$

Через вольтметр течет ток  $I = I_1 + I_2 + I_3 + I_4. \quad (2)$

Пусть  $R$  — сопротивление вольтметра, тогда  $I = U/R. \quad (3)$

Из (1), (2) и (3) находим  $U = \frac{\sum \frac{\mathcal{E}_i}{R_i}}{\frac{1}{R} + \sum \frac{1}{R_i}}, \quad (4)$

Учтем, что  $R_{me}$  конечное, а  $R_{es} = \infty$ , и запишем условие  $U_{es} = 2U_{me}$ :

$$\frac{\sum \frac{\mathcal{E}_i}{R_i}}{\sum \frac{1}{R_i}} = U_{es} = 2U_{me} = 2 \frac{\sum \frac{\mathcal{E}_i}{R_i}}{\frac{1}{R_{me}} + \sum \frac{1}{R_i}}, \quad \text{откуда} \quad \frac{1}{R_{me}} = \sum \frac{1}{R_i}.$$

Подставив (4) в (3), получим для вольтметра магнитоэлектрической системы

$$I_{me} = \frac{U_{me}}{R_{me}} = \frac{1}{R_{me}} \cdot \frac{\sum \frac{\mathcal{E}_i}{R_i}}{\frac{1}{R_{me}} + \sum \frac{1}{R_i}} = \frac{1}{2} \sum \frac{\mathcal{E}_i}{R_i} = 2 \text{ мА}.$$

**Задача 5. Заряд шара**

Пусть  $Q$  — заряд шара в некоторый момент времени,  $I$  — ток, протекающий через катушку индуктивности, тогда напряжение на катушке:

$$U = L \frac{dI}{dt} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R}. \quad (1)$$

Из закона сохранения заряда  $dQ = ne\pi R^2 v dt - Idt$  находим

$$I = ne\pi R^2 v - \frac{dQ}{dt}. \quad (2)$$

Продифференцируем (2) по времени и подставим  $dI/dt$  в (1):

$$\frac{d^2 Q}{dt^2} = -\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 RL}. \quad (3)$$

Уравнение (3) описывает гармонические колебания с частотой

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{4\pi\epsilon_0 RL}}. \quad (4)$$

В начальный момент  $Q|_{t=0} = 0$ ,  $\left. \frac{dQ}{dt} \right|_{t=0} = Q_{max}\omega = ne\pi R^2 v$ , (5)

откуда  $Q = Q_{max} \sin \omega t$ , где  $Q_{max} = ne\pi R^2 v \sqrt{4\pi\epsilon_0 RL}$ . (6)

Продифференцировав (6) по времени и подставив в (2), получим (рис. 30)

$$I = ne\pi R^2 v (1 - \cos \omega t).$$

На рисунке 30

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{4\pi\epsilon_0 RL}, \quad I_m = ne\pi R^2 v.$$

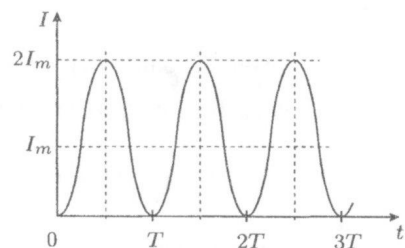


Рис. 30

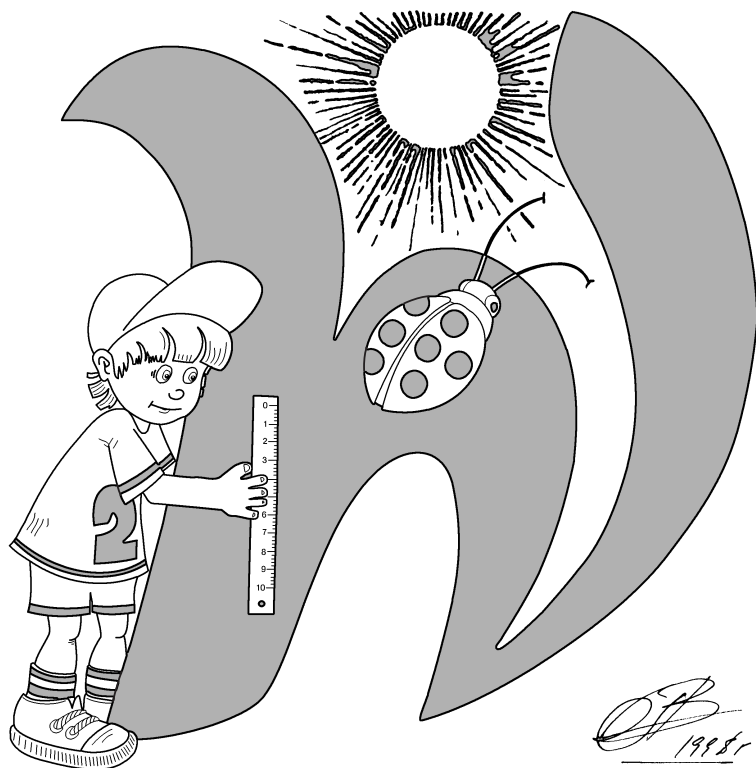
Федеральное агентство по образованию  
Центральный оргкомитет Всероссийских олимпиад

## XXXVII Всероссийская олимпиада школьников по физике

Региональный этап

Экспериментальный тур

Методическое пособие



МФТИ, 2002/2003 уч.г.

Комплект задач подготовлен методической комиссией по физике  
Центрального оргкомитета Всероссийских олимпиад школьников  
Министерства образования и науки Российской Федерации  
Телефоны: (095) 408-80-77, 408-86-95.  
E-mail: [fizolimp@mail.ru](mailto:fizolimp@mail.ru) (с припиской **antispan** к теме письма)

Авторы задач

9 класс	10 класс	11 класс
1. Слободянин В.	1. Кирьяков Б., Слободянин В.	1. Кирьяков Б.

Общая редакция — Слободянин В.

Техническая редакция — Чудновский А.

Оформление и верстка — Чудновский А., Ильин А.

При подготовке оригинал-макета  
использовалась издательская система  $\text{\LaTeX} 2_{\epsilon}$ .  
© Авторский коллектив  
Подписано в печать 14 марта 2005 г. в 22:42.

141700, Московская область, г.Долгопрудный  
Московский физико-технический институт

## Вниманию организаторов

В 2002/2003 уч.г. Министерством образования РФ установлены следующие сроки проведения региональной олимпиады школьников по физике:  
теоретический тур — 11 января 2003 г.,  
экспериментальный тур — 12 января 2003 г.

Напоминаем, что согласно Положению о Всероссийских олимпиадах школьников региональный этап олимпиады проводится для учащихся 9 ÷ 11 классов (в олимпиаде имеют право участвовать школьники и других классов). Департаментам предлагается в качестве эксперимента провести теоретический тур также и для учащихся 8 классов.

Каждая теоретическая задача оценивается из 10 баллов, а каждая экспериментальная — из 15 баллов. На выполнение задания каждого тура отводится 4 часа для 8-9 классов и 5 часов для 10-11 классов.

Подбор второй задачи экспериментального тура возлагается на местное жюри.

9 класс

### Задача 1. «Черный ящик» с тремя резисторами

Произвольная электрическая схема, состоящая только из резисторов и имеющая три вывода, может быть заменена любой из двух эквивалентных схем: «треугольником» (рис. 1) или «звездой» (рис. 2).

Выведите формулы для пересчета сопротивлений схемы «треугольник» в сопротивления схемы «звезда», то есть выразите  $R_A$ ,  $R_B$  и  $R_C$  через  $R_1$ ,  $R_2$  и  $R_3$ .

Определите, по какой схеме («треугольник» или «звезда») соединены три резистора (два постоянных и один переменный) в «черном ящике». Вычислите значения сопротивлений постоянных резисторов и найдите пределы изменения переменного резистора.

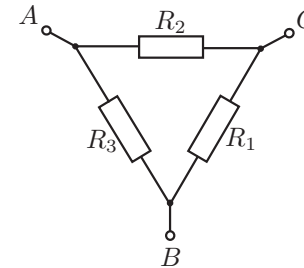


Рис. 1

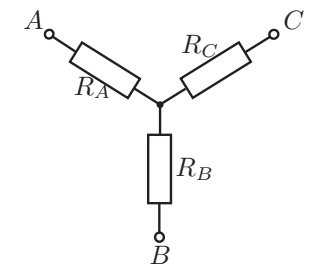


Рис. 2

*Оборудование.* «Черный ящик» с выведенными наружу тремя клеммами  $A$ ,  $B$ ,  $C$  и ручкой регулировки переменного сопротивления, омметр.

10 класс

### Задача 1. «Мягкое» трение

Определите коэффициент трения линейки о мягкий паралон.

*Оборудование.* Три одинаковых линейки, полоска паралона, приклеенная к столу, скотч, ножницы.

*Примечание.* Запрещается отрывать паралон от стола и наклонять стол.

11 класс

### Задача 1. Фокусное расстояние

Измерьте фокусное расстояние  $F$  линзы, используя все предложенное оборудование. Предложите другие способы и измерьте с их помощью фокусное расстояние.

*Оборудование.* Линза, зеркало, линейка, лист белой бумаги.

Возможные решения

9 класс

Задача 1. «Черный ящик» с тремя резисторами

Решение. 1. Из рисунков 2 и 3 следует:

$$R_B + R_C = \frac{R_1(R_2 + R_3)}{R_1 + R_2 + R_3}, \quad (1)$$

$$R_C + R_A = \frac{R_2(R_3 + R_1)}{R_1 + R_2 + R_3}, \quad (2)$$

$$R_A + R_B = \frac{R_3(R_1 + R_2)}{R_1 + R_2 + R_3}. \quad (3)$$

Сложив (1) с (2) и вычтя (3), получим

$$R_A = \frac{R_2 R_3}{R_1 + R_2 + R_3}.$$

Аналогично найдем

$$R_B = \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_2 + R_3}, \quad R_C = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2 + R_3}.$$

2. Предположим, что в «черном ящике» резисторы соединены по схеме «треугольник», тогда сопротивление между любой парой клемм будет зависеть от величины переменного сопротивления. Из опыта получаем, что сопротивление  $R_{AC}$  между клеммами  $A$  и  $C$  постоянно, следовательно, резисторы соединены по схеме «звезда», причем переменный резистор соединен с клеммой  $B$ .

3. Выразим измеренные сопротивления  $R_{AB}$ ,  $R_{AC}$  и  $R_{BC}$  между парами клемм через  $R_A$ ,  $R_B$  и  $R_C$ :

$$R_{AB} = R_A + R_B, \quad R_{AC} = R_A + R_C, \quad R_{BC} = R_B + R_C.$$

Сложив первое из этих уравнений со вторым и вычтя третье, получим

$$R_A = \frac{1}{2}(R_{AB} + R_{AC} - R_{BC}).$$

Аналогично найдем

$$R_B = \frac{1}{2}(R_{AB} + R_{BC} - R_{AC}), \quad R_C = \frac{1}{2}(R_{AC} + R_{BC} - R_{AB}).$$

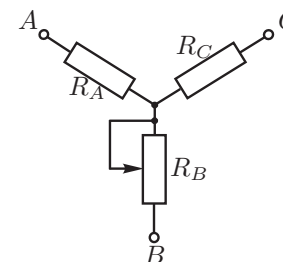


Рис. 4

Рекомендации для организаторов. Внутри черного ящика следует соединить резисторы по схеме «звезда» (рис. 4). Значения сопротивлений можно выбрать следующими:  $R_A \sim 1$  кОм,  $R_C \sim 2$  кОм. Сопротивление переменного резистора  $R_B \sim (0 \div 5)$  кОм.

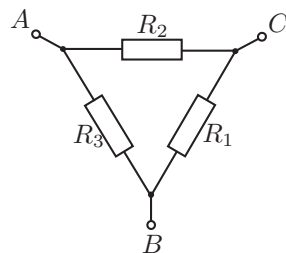


Рис. 3

10 класс

Задача 1. «Мягкое» трение

Для нахождения искомого значения коэффициента трения  $\mu$  можно собрать из двух линейек небольшое устройство, соединив скотчем середину одной с концом другой. Такая конструкция позволяет достичь равномерного распределения давления со стороны линейки на паралон. Если давить на систему вдоль линейки с силой  $\vec{F}$ , много большей веса самой линейки, то при некотором угле  $\alpha$  начнется проскальзывание (рис. 5). Для данной конфигурации оборудования можно записать систему уравнений:

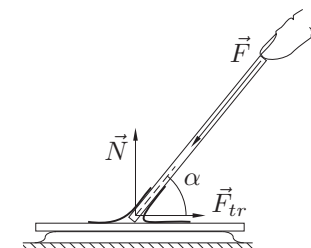


Рис. 5

$$F_{tr} = F \cos \alpha, \quad N = F \sin \alpha, \quad F_{tr} = \mu N,$$

где  $N$  — нормальная реакция опоры,  $\mu$  — искомый коэффициент трения. Силой тяжести пренебрегаем, так как  $F \gg mg$  ( $m$  — масса линейки). Из этой системы получаем:

$$\mu = \operatorname{ctg} \alpha = \frac{\sqrt{L^2 - h^2}}{h},$$

где  $L$  — длина линейки,  $h$  — высота верхней точки наклонной линейки над горизонтальной линейкой.

11 класс

**Задача 1. Фокусное расстояние**

Поперечное увеличение плоского предмета  $AB$ , расположенного перпендикулярно главной оптической оси линзы на двойном фокусном расстоянии от нее, равно единице. Линза, плотно прижатая к плоскому зеркалу, обеспечивает такое же поперечное увеличение, как и линза с удвоенной оптической силой (с вдвое меньшим фокусным расстоянием), так как лучи отражаются от зеркала и проходят через линзу второй раз. Следовательно, если на зеркало положить линзу с фокусным расстоянием  $F$  и в ее фокальной плоскости расположить предмет  $AB$ , то его действительное изображение  $A'B'$  будет иметь те же размеры и находиться в той же плоскости (рис. 6).

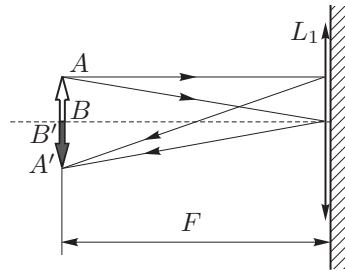


Рис. 6

Предмет, с помощью которого данный опыт можно реализовать на практике, в перечне оборудования отсутствует. Его необходимо изготовить. На листе бумаги следует начертить два параллельных штриха и перегнуть лист так, чтобы штрихи были снаружи (рис. 7). При этом получится одинаковый по своему виду «предмет» по обе стороны сложенного листа. Помещая согнутый лист между глазом и системой «линза-зеркало», можно видеть одновременно «предмет» и его действительное изображение. Ориентируясь на штрихи, остается только найти положение листа, при котором размеры изображения будут равны размеру «предмета», и измерить расстояние от листа до системы «линза-зеркало» с помощью вертикально установленной линейки. Это расстояние и будет искомым фокусным расстоянием  $F$  линзы.

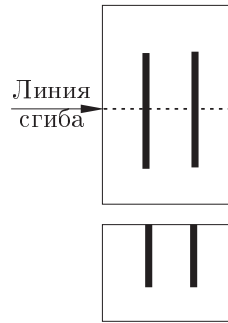


Рис. 7

*Рекомендации для организаторов.* Для успешного решения задачи необходима собирающая линза с фокусным расстоянием  $F \sim 10$  см.

**Для заметок**