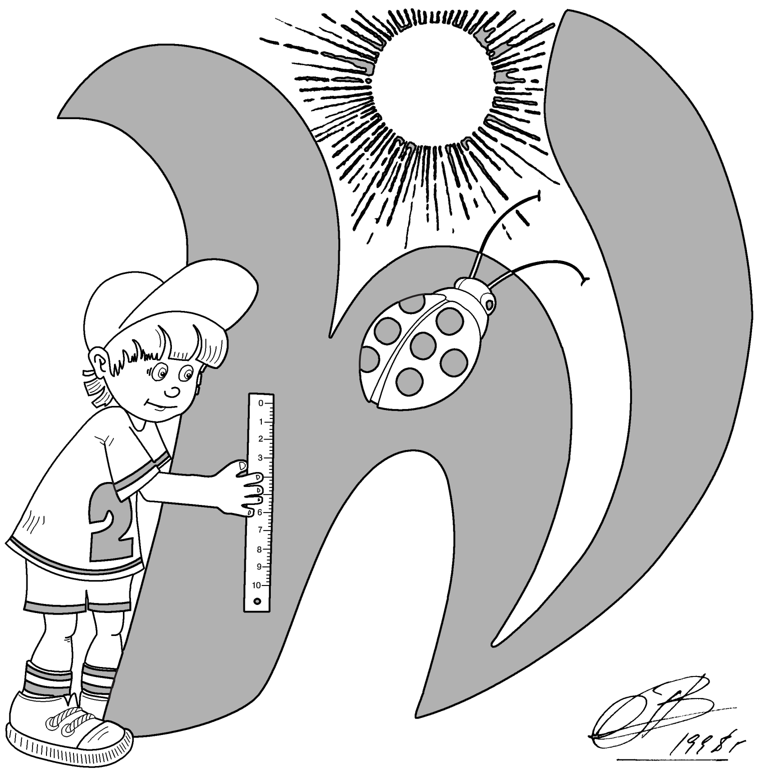
Федеральное агентство по образованию
Центральный оргкомитет Всероссийских олимпиад

XXXV Всероссийская олимпиада школьников по физике

Региональный этап

Теоретический тур

Методическое пособие



МФТИ, 2000/2001 уч.г.

Комплект задач подготовлен методической комиссией по физике
Центрального оргкомитета Всероссийских олимпиад школьников
Министерства образования и науки Российской Федерации
Телефоны: (095) 408-80-77, 408-86-95.
E-mail: **fizolimp@mail.ru** (с припиской **antispam** к теме письма)

Авторский коллектив — Васильев М., Жук С., Кирьяков Б., Колесов Ю., Кузьмичев С., Плис В., Ростовцев Н., Слободянин В., Чешев Ю., Чивилев В., Шеронов А.

Общая редакция — Слободянин В.

Оформление и верстка — Чудновский А., Ильин А., Макаров А., Терехов А.

При подготовке оригинал-макета
использовалась издательская система LaTeX 2_ε.

Подписано в печать 14 марта 2005 г. в 22:41.

141700, Московская область, г.Долгопрудный
Московский физико-технический институт

9 класс

Задача 1. Вездеход

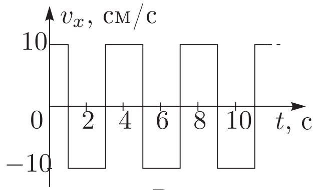


Рис. 1

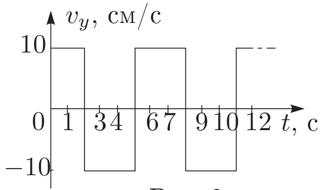


Рис. 2

Модель вездехода движется по горизонтальной поверхности, в плоскости которой находится прямоугольная система координат Oxy. На рисунке приведены графики зависимости проекций скорости v_x и v_y этого вездехода от времени t. Найдите наибольшее расстояние между точками траектории вездехода, если он ехал 5 минут.

Задача 2. Транспортер

Небольшая шайба скользит по гладкой горизонтальной поверхности стола со скоростью v_0 и попадает на ленту транспорера, движущегося против направления движения шайбы со скоростью u. Определите время нахождения шайбы на ленте транспортера, полагая, что лента очень длинная и коэффициент трения скольжения шайбы о ленту равен μ. Как зависит результат от соотношения между v_0 и u?

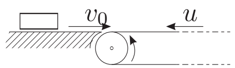


Рис. 3

Задача 3. Самолет

Самолет ежедневно совершает перелеты из пункта A в пункт B и обратно. В течение всего перелета дует ветер с постоянной скоростью u под углом α к линии перелета. При каком угле α время перелета по маршруту A–B–A будет минимально, а при каком — максимально? Найдите отношение минимального времени к максимальному. Скорость самолета в безветренную погоду равна v_0.

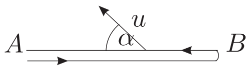


Рис. 4

Задача 4. Замечательная электроплитка

Мальчик Во из центральной Африки приобрел замечательную электроплитку, сопротивление которой не зависело от температуры. Сначала Во включил эту плитку в сеть с напряжением $U_1 = 55$ В, она нагрелась до температуры $t_1 = 55$°C. Затем он включил ее в сеть с напряжением $U_2 = 110$ В, и она нагрелась до температуры $t_2 = 110$°C. До какой температуры нагреется плитка, если ее включить в сеть с напряжением $U_3 = 220$ В?

Примечание. Поток тепла от плитки во внешнюю среду пропорционален разности температур между плиткой и внешней средой. Температура внешней среды постоянна.

10 класс

Задача 1. Шест

Длинный шест AB заталкивают на крышу сарая, двигая его нижний конец A горизонтально по земле с постоянной скоростью v_0 (рис. 5). Найдите скорость конца шеста B (по модулю) в тот момент, когда середина стержня (точка C) попадает на край сарая.

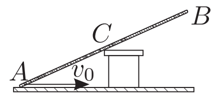


Рис. 5

Задача 2. Сила Архимеда

Оцените выталкивающую силу, дейсвующую на Вас со стороны воздуха в данный момент. Давление, температуру воздуха, массу своего тела и другие необходимые данные задайте сами. Молярная масса воздуха $\mu = 29$ г/моль.

Задача 3. Ртуть в трубке

Изогнутая в форме кольца трубка постоянного внутреннего сечения расположена в вертикальной плоскости (рис. 6). Неподвижная заглушка A и свободно перемещающийся столбик ртути B делят трубку на две части. В большей по объему части находится вдвое большее число молей идеального газа, чем в меньшей. Вначале температура газа в меньшей части трубки была $T_1 = 260$ К, в большей — $T_2 = 410$ К, ртуть находилась в положении, при котором радиус, проведенный к ней из центра трубки, составлял с горизонтом угол $\alpha_1 = 30°$. До какой одинаковой температуры нужно довести газы в трубке, чтобы ртуть переместилась в положение C, которому соответствует угол $\alpha_2 = 60°$? Масса газа во много раз меньше массы ртути. Длина столбика ртути и диаметр внутреннего сечения трубки значительно меньше радиуса кольца из трубки. Давление паров ртути не учитывать.

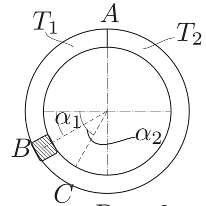


Рис. 6

Задача 4. Бревно

На дне кубической ямы с ребром 1 м лежит цилиндрическое бревно (ось бревна вертикальна). Диаметр бревна равен его высоте и немного меньше 1 метра. Промежутки между бревном и стенками ямы целиком заполнены льдом. После того, как весь лед растаял, бревно всплыло и стало выступать на высоту $h_0 = 86$ мм. Чему равна плотность ρ материала бревна? Плотность воды $\rho_в = 10^3$ кг/м^3, льда $\rho_л = 9 \cdot 10^2$ кг/м^3. Вся вода, получившаяся в результате таяния льда, осталась в яме.

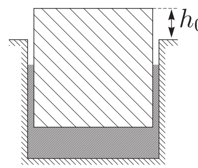


Рис. 7

Задача 5. Оптическая схема

По некоторым слухам, в архиве Снеллиуса нашли чертеж оптической системы. Чернила от времени выцвели, и на чертеже остались видны только главная оптическая ось и две точки: точечный источник S_0 и его изображение S_1, полученное в сферическом зеркале (рис. 8). Как с помощью циркуля и линейки без делений восстановить положение зеркала? Чему равен радиус кривизны этого зеркала?

Рис. 8

11 класс

Задача 1. Мяч

Мяч бросают вертикально вверх в спортивном зале. К потолку он подлетает со скоростью вдвое меньшей начальной, упруго отражается и через время τ после броска возвращается в точку старта. Найдите скорость, с которой мяч вернулся назад, если во время движения на него действовала сила сопротивления движению пропорциональная скорости.

Задача 2. Диаграмма процесса

На рисунке изображена pV диаграмма циклического процесса, состоящего из изохоры, изобары и изотермы. Известно, что максимальное изменение объема равно ΔV, а давления Δp. К сожалению, на рисунке оси p и V диаграммы, а также часть изотермы отсутствуют. Воссановите эти оси p и V.

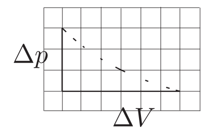


Рис. 9

Задача 3. Шарики на сфере

На гладкой непроводящей незаряженной сфере радиуса R в диаметрально противоположных точках расположены маленькие шарики с зарядами $+q$ и $-q$ (см. рис.) Масса шарика с зарядом $-q$ равна m. Второй шарик жестко закреплен на сфере. В некоторый момент времени шарик с зарядом $-q$ отпускают и он начинает двигаться по сфере без трения. Определите скорость шарика в момент отрыва от сферы. Силу тяжести и силу гравитационного взаимодействия не учитывать.

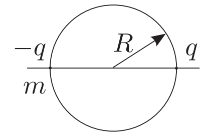


Рис. 10

Задача 4. Схема

В схеме, изображенной на рисунке, $r_1 = 1$ кОм, $r_2 = 2$ кОм, $R = 3$ кОм. Ток через амперметр при замкнутом ключе K_1 и разомкнутом ключе K_2 совпадает с током через амперметр при замкнутом ключе K_2 и разомкнутом ключе K_1 и составляет I_0. Найти ток I через амперметр в случае, когда замкнуты оба ключа.

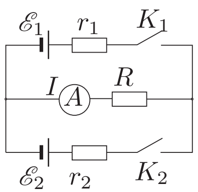


Рис. 11

Задача 5. Мощность светового потока

В плоском зеркале (рис. 12) рассматривают изображение удаленного точечного источника S_0. При некотором угле падения α мощность светового потока от S_0, попадающего в глаз в результате отражения от поверхности стекла становится равной мощности излучения, попадающего в глаз после отражения от зеркального слоя.

Определить для этого угла падения α коэффицент отражения r света от стекла, если коэффициент отражения света от зеркального слоя практически не зависит от угла падения и равен $R = 0{,}93$.

Примечание. Коэффициенты отражения света от границы раздела воздух-стекло и стекло-воздух одинаковы для одной и той же траектории луча.

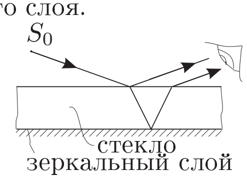


Рис. 12

Возможные решения

9 класс

Задача 1. Вездеход

Изобазим на координатной плоскости траекторию движения вездехода (рис. 13). Из рисунка видно, что движение будет циклическим, с продолжительностью цикла 12 секунд. Максимальное расстояние между точками траектории вездехода $S = 10\sqrt{10}$ см.

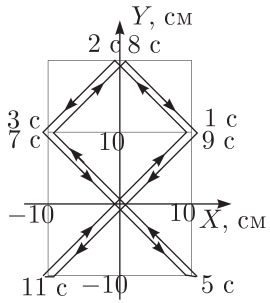


Рис. 13

Задача 2. Транспортер

Перейдем в систему отсчета, движущуюся справа налево со скоростью u. В этой системе лента покоится, а шайба движется по столу со скоростью $v = v_0 + u$. По ленте шайба движется равнозамедленно с ускорением $a = \mu g$. Далее возможны два случая:

а.) Шайба прекратит движение по ленте, и транспортер вытеснит ее обратно на стол. Найдем время движения шайбы до остановки: $v - at = 0 \quad \Rightarrow \quad v_0 + u = \mu g t \quad \Rightarrow \quad t = (v_0 + u)/\mu g$. За это время шайба проскользит по ленте транспортера расстояние $S = (v_0 + u)^2/2\mu g$. Время, через которое шайба вновь окажется на столе, равно $t = S/u = (v_0 + u)^2/2\mu g u$.

б.) Проскальзывание шайбы по ленте не прекратится вплоть до ее попадания обратно на стол. В выбранной нами системе пройденный путь равен: $S = (v_0 + u)t - at^2/2 = ut \quad \Rightarrow \quad v_0 - \mu g t/2 = 0 \quad \Rightarrow \quad t = 2v_0/\mu g$. Эта ситуация возможна в случае, если $v_0 < u$.

Обобщая эти два случая, получим $t = (v_0 + u)^2/2\mu g u$, если $v_0 > u$, либо $t = 2v_0/\mu g$, в случае $v_0 < u$.

Задача 3. Самолет

Геометрическое представление абсолютной, относительной и переносной скоростей самолета при перелете «туда» и «обратно» представлено на рисунке. Из правила сложения скоростей (рис. 14) находим время перелета по маршруту A–B–A

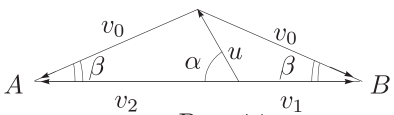


Рис. 14

$$T = \frac{S}{v_0\cos\beta - u\cos\alpha} + \frac{S}{v_0\cos\beta + u\cos\alpha} = \frac{2Sv_0\cos\beta}{v_0^2\cos^2\beta - u^2\cos^2\alpha}. \qquad (1)$$

Здесь S — растояние от A до B. С учетом теоремы синусов: $v_0/\sin\alpha = u/\sin\beta$, выражение (1) может быть преобразовано к виду

$$T = 2S\sqrt{v_0^2 - u^2\sin^2\alpha}/(v_0^2 - u^2).$$

Очевидно, что $T_{\min} = 2S/\sqrt{v_0^2 - u^2}$, $\quad T_{\max} = 2Sv_0/(v_0^2 - u^2)$, $T_{\min}/T_{\max} = \sqrt{1 - (u/v_0)^2}$.

Задача 4. Замечательная электроплитка

Мощность, выделяемая плиткой, равна теплоотдаче плитки, следовательно: $U_1^2/R = A(t_1 - t_0)$, $\quad U_2^2/R = A(t_2 - t_0)$, $\quad U_3^2/R = A(t_3 - t_0)$. Здесь t_0 — температура окружающей среды, R — сопротивление плитки и A — коэффициент пропорциональности. Разделив второе уравнение на первое, получим $(U_2/U_1)^2 = (t_2 - t_0)/(t_1 - t_0)$. После численной подстановки получим: $t_0 = 36{,}7$°C; аналогично — $(U_3/U_1)^2 = (t_3 - t_0)/(t_1 - t_0)$, $\quad t_3 = 300$°C.

10 класс

Задача 1. Шест

В момент, когда точка C касается крыши сарая, ее скорость направлена вдоль стержня. Далее возможны несколько способов рассуждения:

1. В указанный момент времени движение шеста можно рассматривать как вращение вокруг мгновенной оси вращения O. Очевидно, что $v_A = v_B = v_0$.

2. Проекция v_A на стержень равна проекции v_B на стержень (стержень несжимаем). Точка C не имеет проекции скорости на направление, перпендикулярное стержню. Поскольку C — середина стержня, то проекция скорости точки A на направление, перпендикулярное оси стержня, должна равняться по величине и быть противоположной по знаку проекции скорости точки B на это направление, следовательно $v_A = v_B = v_0$.

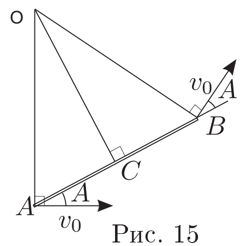


Рис. 15

Задача 2. Сила Архимеда

Выталкивающая сила определяется законом Архимеда: $F_{\text{выт}} = \rho V g$, где g — ускорение свободного падения, V — объем тела человека. Плотность воздуха ρ можно вычислить из уравнения Менделеева-Клапейрона: $pV = (m/\mu)RT$, $\quad \rho = \mu p/(RT)$, где p — давление, T — температура воздуха, R — универсальная газовая постоянная. Объем V нетрудно оценить по массе человека m, поскольку плотность человеческого тела примерно равна плотности воды. Задавшись значениями $p = 10^5$ Па, $T = 300$К и $V = 60$ л, получаем: $F_{\text{выт}} = \mu p V g/(RT) \approx 0{,}7$ Н.

Задача 3. Ртуть в трубке

Пусть p_1 — давление газа в меньшей части трубки в начале, а p_2 — в конце опыта. V — объем трубки, m — масса ртути, ν — число молей газа в меньшей части трубки, S — площадь внутреннего сечения трубки. Тогда

$$p_1\frac{1}{3}V = \nu R T_1, \qquad (p_1 + \frac{mg\cos\alpha_1}{S})\frac{2}{3}V = 2\nu R T_2,$$

$$p_2\frac{5}{12}V = \nu R T, \qquad (p_2 + \frac{mg\cos\alpha_2}{S})\frac{7}{12}V = 2\nu R T.$$

Решая эту систему с учетом значений $\cos\alpha_1$ и $\cos\alpha_2$, получим $T = 250$К.

Задача 4. Бревно

Объем воды в яме: $V = d^3(1-\pi/4)\rho_л/\rho_в$. Высота части бревна, находящейся над водой равна h. $\Rightarrow$ $\rho\pi d^3/4 = \rho_в(d-h)\pi d^2/4$ $\Rightarrow$ $h = d(1-\rho/\rho_в)$. Уровень H воды в траншее с бревном найдем из условия: $h_0 = h - (d - H)$. Всего в траншее находится масса: $\rho_в H d^2 = \rho_в V + \rho\pi d^3/4$ $\Rightarrow$ $H = d(1 - \pi/4)\rho_л/\rho_в + d(\pi/4)\rho/\rho_в$.

Окончательно: $\rho = \rho_л - \rho_в h_0/(d(1-\pi/4)) \approx 0{,}5 \cdot 10^3$ кг/м^3.

Задача 5. Оптическая схема

Если пустить луч из точки S_0 в вершину зеркала, то отраженный луч пойдет симметрично падающему лучу относительно главной оптической оси и пройдет через точку S_1. Поставив точку S_0' (симметрично точке S_0 относительно главной оси), найдем оптический центр O зеркала (рис. 16). Проведем прямую a через точки S_1 и S_0. С этой прямой совпадают падающий на зеркало и отраженный от него лучи. Следовательно, точка B, лежащая на пересечении прямой a с главной оптической осью есть центр кривизны зеркала. Значит, OB — радиус кривизны зеркала.

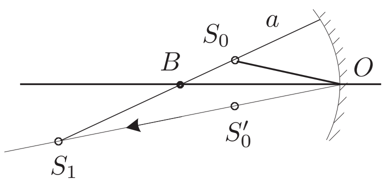


Рис. 16

11 класс

Задача 1. Мяч

При движении вверх: $mdv/dt = -mq - kv$ $\Rightarrow$ $m(v_0/2 - v_0) = -mgt_1 - kH$. При движении вниз: $mdv/dt = mq - kv$ $\Rightarrow$ $m(v - v_0/2) = mgt_2 - kH$. Отсюда: $v = g(t_1 + t_2) = g\tau$.

Задача 2. Диаграмма процесса

На рисунке четко видна точка A на изотерме. Используя ее, введем Δp_A и ΔV_A. Тогда $\Delta V = 2\Delta V_A$, $\Delta p = 3\Delta p_A$.

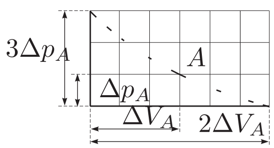


Рис. 17

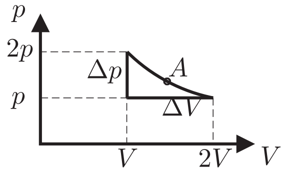


Рис. 18

Пусть изохоре соответствует объем V, а изобаре — давление p. Тогда на изотерме:

$$(p + 3\Delta p_A)V = (V + 2\Delta V_A)p, \qquad (1)$$

$$(p + \Delta p_A)(V + \Delta V_A) = (V + 2\Delta V_A)p. \qquad (2)$$

Из (1) следует $p = (3/2)V\Delta p_A/\Delta V_A$. После подстановки в (2) и приведения подобных членов получим:

$$V = 2\Delta V_A = \Delta V \quad \Rightarrow \quad V = \Delta V \quad \Rightarrow \quad p = 3\Delta p_A = \Delta p.$$

Таким образом, диаграмма выглядит так (рис. 17).

Задача 3. Шарики на сфере

Уравнение движения шарика по сфере имеет вид:

$$\frac{mv^2}{R} = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{a^2}\cos\alpha - N. \quad (1)$$

Закон сохранения энергии дает:

$$-\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{2R} = \frac{mv^2}{2} - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{a}. \quad (2).$$

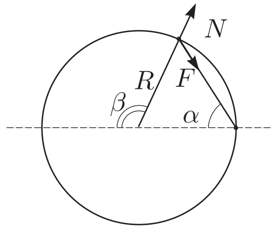


Рис. 19

В момент отрыва сила реакции $N = 0$. Совместное решение уравнений (1) и (2) дает $\cos\alpha = 3/4$ или $\beta = 2\alpha$ $\Rightarrow$ $\cos\beta = \cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1 = 1/8$ $\Rightarrow$ $v = \sqrt{q^2/(12\pi\varepsilon_0 mR)}$.

Задача 4. Схема

Из закона Ома для случаев, когда замкнуто только по одному ключу, следует: $\mathscr{E}_1 = I_0(R + r_1)$; $\mathscr{E}_2 = I_0(R + r_2)$.

Когда замкнуты оба ключа, запишем уравнения Кирхгофа:

$$\mathscr{E}_1 - I_1 r_1 = IR = \mathscr{E}_2 - I_2 r_2; \quad I = I_1 + I_2,$$

где положительные направления токов выбраны так, как текли бы токи при $\mathscr{E}_1 = \mathscr{E}_2$. Решая систему, находим

$$I_1 = \frac{(\mathscr{E}_1 - \mathscr{E}_2)R + \mathscr{E}_1 r_2}{r_1 r_2 + R(r_1 + r_2)}, \quad I_2 = \frac{(\mathscr{E}_2 - \mathscr{E}_1)R + \mathscr{E}_2 r_1}{r_1 r_2 + R(r_1 + r_2)}.$$

Подставляя выражения для $\mathscr{E}_1$, $\mathscr{E}_2$, получим $I = I_0(1 + r_1 r_2/(r_1 r_2 + R(r_1 + r_2))) = 13I_0/11$.

Задача 5. Мощность светового потока

На рисунке видно, что угол преломления α равен углу падения β. Отсюда согласно принципу обратимости световых лучей следует, во-первых, что угол преломления ψ равен углу падения φ и, во-вторых, что коэффициенты отражения света в точках A и B одинаковы.

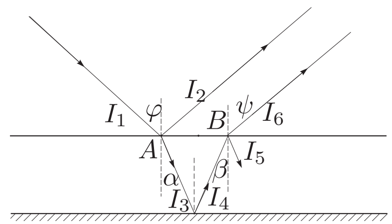


Рис. 20

На рисунке $I_1, I_2, \ldots, I_6$ — соответствующие световые потоки. Тогда мощность второго светового потока $I_2 = rI_1$, где r — коэффициент отражения света от стекла. Мощность светового потока 6:

$$I_6 = I_4 - I_5 = I_4 - rI_4 = (1-r)I_4 = (1-r)RI_3 = R(1-r)(I_1 - I_2) = R(1-r)^2 I,$$

где R — коэффициент отражения света от зеркального слоя. По условию задачи $I_2 = I_6$. Из этих соотношений получаем: $r = R(1-r)^2$. После преобразования из окончательного уравнения $r^2 - (2 + 1/R)r + 1 = 0$ находим $r = 0{,}37$.

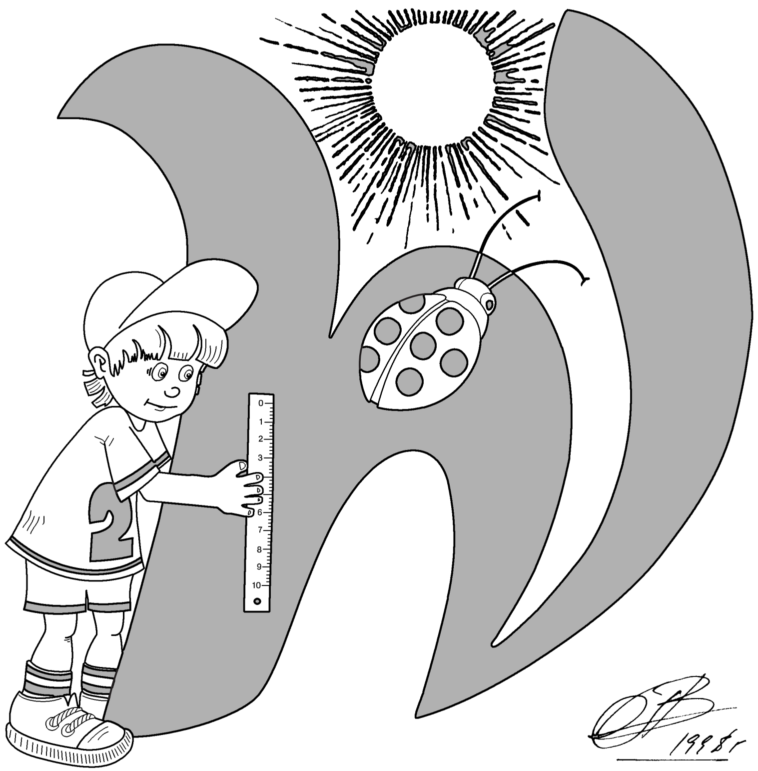
Федеральное агентство по образованию
Центральный оргкомитет Всероссийских олимпиад

XXXV Всероссийская олимпиада школьников по физике

Региональный этап

Второй тур (МО)

Методическое пособие



МФТИ, 2000/2001 уч.г.

Комплект задач подготовлен методической комиссией по физике
Центрального оргкомитета Всероссийских олимпиад школьников
Министерства образования и науки Российской Федерации
Телефоны: (095) 408-80-77, 408-86-95.
E-mail: **fizolimp@mail.ru** (с припиской **antispam** к теме письма)

Авторский коллектив — Кирьяков Б., Кузьмичев С., Можаев В., Полтавский Я., Чешев Ю., Шеронов А.

Общая редакция — Слободянин В.

Оформление и верстка — Чудновский А., Макаров А.

При подготовке оригинал-макета
использовалась издательская система LaTeX 2_ε.

Подписано в печать 14 марта 2005 г. в 22:41.

141700, Московская область, г.Долгопрудный
Московский физико-технический институт

9 класс

Задача 1. Летающий куб

Куб с ребром b совершает поступательное движение над горизонтальной поверхностью стола. В тонкой крышке стола имеется прорезь в виде ленты шириной L. В некоторый момент времени куб занимает положение, показанное на рис., и имеет горизонтально направленную скорость v_0. Считая, что на куб действует только сила тяжести, определите, при каком значении v_0 и при каком минимальном L куб пролетит через прорезь в столе?

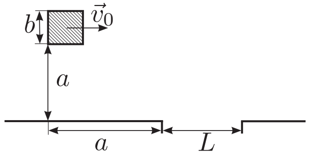


Рис. 1

Задача 2. Лебедка

Груз массой m подтягивается по гладкой горизонтальной поверхности к вертикальной стенке с помощью троса, блока и лебедки Л (см.рис.). Скорость троса относительно блока постоянна и равна v_0. Если характеризовать положение груза на плоскости углом α, то от точки 1 ($\alpha_1 = 30°$) до точки 2 ($\alpha_2 = 45°$) груз перемещается за время t_0.

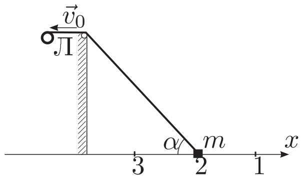


Рис. 2

1. Найдите работу, совершенную лебедкой, за время перемещения груза из точки 1 в точку 2.

2. Найдите время перемещения груза из точки 2 в точку 3 ($\alpha_3 = 60°$).

Задача 3. Катушка

Если на ось стоящей на столе катушки положить линейку (рис. 3), то при ее перемещении катушка будет катиться по столу. Определите экспериментально, как перемещение катушки L зависит от перемещения линейки S, если L и S отсчитываются относительно стола. Постройте график зависимости $L = f(S)$. По графику найдите, во сколько раз радиус колеса катушки R больше радиуса ее оси r.

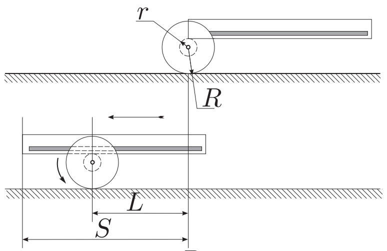


Рис. 3

Оборудование. Катушка, линейка без делений, миллиметровая бумага (приклеена к столу).

Задача 4. Размеры бруска

Определите линейные размеры деревянного бруска в форме прямоугольного параллелепипеда. Плотность материала бруска $\rho = 0{,}77$ г/см^3.

Оборудование. Динамометр Бакушинского, брусок, скотч, нить, две кнопки.

Примечание. Динамометр, нить и скотч использовать ТОЛЬКО для определения силы.

10 класс

Задача 1. Влажный воздух

«Влажный» термометр психрометра, висящего в комнате, показывает температуру 13°C ($T_{\text{вл}} = 286$ K). «Сухой» термометр этого психрометра показывает при этом температуру 15°C ($T_{1\text{с}} = 288$ K).

1. Определите относительную влажность воздуха в комнате.

2. Сколько «росы» выпадет из каждого кубометра влажного воздуха комнаты, если температура в ней понизится, и «сухой» термометр будет показывать температуру 10°C ($T_{2\text{с}} = 283$ K).

Давление насыщенного водяного пара при температуре 15°C равно $p_{1\text{н}} = 12{,}8$ мм.рт.ст. Также известно, что вблизи комнатной температуры малые относительные изменения давления насыщенного водяного пара $\Delta p_{\text{н}}/p_{\text{н}}$ связаны с малыми относительными изменениями его температуры $\Delta T_{\text{н}}/T_{\text{н}}$ соотношением $\Delta p_{\text{н}}/p_{\text{н}} = 18\Delta T_{\text{н}}/T_{\text{н}}$.

Задача 2. Фокусное расстояние

Измерьте фокусное расстояние F линзы с помощью линейки. Попробуйте построить схему эксперимента так, чтобы это расстояние можно было измерить, а не вычислить, комбинируя результаты промежуточных измерений.

Примечание. Для собирающей линзы справедлива формула:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{F}.$$

Для рассеивающей линзы справедлива формула:

$$\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = -\frac{1}{F}.$$

Здесь a — расстояние от точечного источника (находящегося на главной оптической оси) до линзы, b — расстояние от его изображения до линзы.

Оборудование. Короткофокусная линза, линейка, экран, лампочка от карманного фонарика на подставке, источник тока, соединительные провода.

11 класс

Задача 1. Груз на пружине

Верхний конец пружины жесткостью k прикреплен к неподвижной опоре, а ее нижний конец скреплен с грузом массой M. Груз удерживают на уровне AA', когда пружина не деформирована (рис. 4). Нерастяжимая нить, длина которой равна 1/3 длины всей пружины, прикреплена одним концом к грузику, а другим — к витку пружины. Длина нити равна длине элемента пружины «закороченного» нитью. Груз принудительно опускают на высоту $h = 2Mg/k$, а затем отпускают. На какую максимальную высоту поднимется груз относительно уровня BB'?

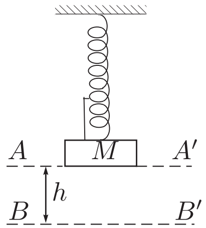


Рис. 4

Задача 2. Поршень и гиря

В вакуумной камере расположен цилиндр (рис. 5). В цилиндре под поршнем массой M, на котором стоит гиря массой m, находится ν молей двухатомного газа при температуре T_0. Поршень может скользить по внутренней поверхности цилиндра без трения. На какой высоте от дна цилиндра расположится поршень, если убрать гирю?

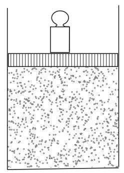


Рис. 5

Задача 3. Сложный конденсатор

В сложном конденсаторе, состоящем из трех пластин (рис. 6), пластины 2 и 3 подсоединены к батарее с ЭДС $\mathscr{E}_2$. Пластины 1 и 3 подсоединены к батарее с ЭДС $\mathscr{E}_1$ с помощью ключа K. Какое количество тепла выделится на резисторах после замыкания ключа K, если площади пластин равны S, а расстояние между ними — d? Считайте, что $d^2 \ll S$.

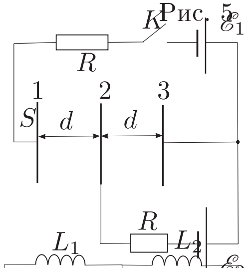


Рис. 6

Задача 4. Колебательный контур

В схеме, изображенной на рис., в начальный момент времени ключ K разомкнут, а конденсатор емкостью C не заряжен. После замыкания ключа в цепи возникают колебания тока.

1. Определите период этих колебаний.
2. Определите максимальные токи, которые будут протекать через катушки индуктивности L_1 и L_2 во время этих колебаний. Параметры элементов схемы указаны на рис., D — идеальный диод.

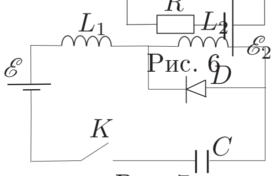


Рис. 7

Задача 5. Труба Галилея

В трубе Галилея в качестве объектива используется собирающая линза с фокусным расстоянием $F_{\text{об}} = 50$ см, а в качестве окуляра рассеивающая линза с фокусным расстоянием $F_{\text{ок}} = 10$ см (рис. 8). Труба настроена на рассматривание удаленных предметов (на бесконечности). На каком расстоянии от окуляра будет находиться изображение оправы объектива? Чему будет равен внутренний диаметр изображения оправы, если внутренний диаметр самой оправы $D = 8$ см?

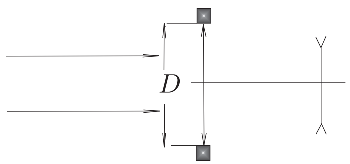


Рис. 8

Возможные решения

9 класс

Задача 1. Летающий куб

Обозначим вершины кубика 1,2,3,4. Тогда $x_1 = x_2 = v_0 t$, а $x_3 = x_4 = b + v_0 t$. Для координат y вершин кубика запишем:

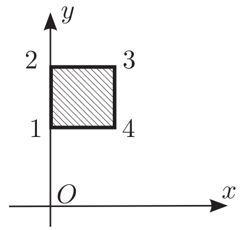


Рис. 9

$$y_1 = a - gt^2/2 = a - gx_1^2/2v_0^2,$$
$$y_2 = a + b - gx_2^2/2v_0^2,$$
$$y_3 = a + b - g(x_3 - b)^2/2v_0^2,$$
$$y_4 = a - g(x_4 - b)^2/2v_0^2.$$

Для моментов времени, когда $y_i = 0$, найдем x_i:

$$x_1 = v_0\sqrt{2a/g},$$
$$x_2 = v_0\sqrt{2(a+b)/g},$$
$$x_3 = v_0\sqrt{2(a+b)/g} + b,$$
$$x_4 = v_0\sqrt{2a/g} + b.$$

Отсюда, если $x_{\min} = x_1 = a$, то $v_0 = \sqrt{ag/2}$. Тогда $x_{\max} = x_3 = \sqrt{a(a+b)} + b = a\sqrt{1+b/a} + b$. $L_{\min} = x_{\max} - x_{\min} = b + a(\sqrt{1+b/a} - 1)$.

Задача 2. Лебедка

Пусть H — высота горки, x — координата груза, а v — горизонтальная скорость груза. Между скоростями v и v_0 выполняется соотношение:

$$v\cos\alpha = v_0, \qquad (1)$$

Из (1) следует, что работа лебедки на участке от точки 1 до 2

$$A = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} = \frac{mv_0^2}{2}(\cos^{-2}\alpha_2 - \cos^{-2}\alpha_1) = \frac{mv_0^2}{2}(2 - 4/3) = mv_0^2/3.$$

Пусть от точки на расстоянии x от стенки груз доезжает до стенки за время t. Тогда длина троса L от блока до груза будет определяться равенством

$$L^2 = (H + v_0 t)^2 = x^2 + H^2. \qquad (2)$$

Из (2) получаем, что $(H + v_0 t)^2 = H^2/\sin^2\alpha$, т.е.

$$t = \frac{H}{v_0}\frac{1 - \sin\alpha}{\sin\alpha}.$$

По условию, $t_1 - t_2 = t_0 = (2 - \sqrt{2})H/v_0$. Аналогично, найдем время движения из 2 в 3: $t_{23} = t_0(\sqrt{2} + 1)(\sqrt{3} - \sqrt{2}) \approx 0{,}77\ t_0$.

Задача 3. Катушка

Решение задачи можно свести к экспериментальной проверке теоретической зависимости. После N оборотов (см.рис.) катушка относительно стола сместится на некоторое расстояние L, а линейка относительно катушки — на расстояние S_1. При отсутствии проскальзывания: $L = 2\pi RN$, $S_1 = 2\pi rN$.

Используя сложение движений из этих соотношений нетрудно получить, что L и S связаны пропорционально: $L = kS$, где $k = R/(R + r)$. Именно это и должны обнаружить школьники на опыте, построив по экспериментальным точкам прямую $L = kS$. По графику $L = f(S)$ можно найти угловой коэффициент k и затем рассчитать отношение радиусов: $R/r = k/(1-k)$.

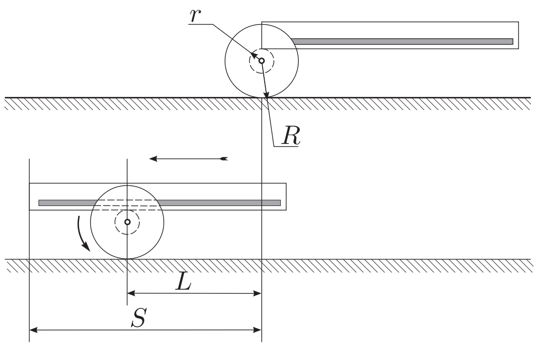


Рис. 10

Задача 4. Размеры бруска

Проведем измерение сил F_i, $(i = 1,2,3)$ (рис. 11), необходимых для того, чтобы вывести брусок из положения равновесия. Уравнение моментов для точки O дает:

$$F_1a_1 = mga_3/2, \quad F_2a_2 = mga_3/2, \quad F_3a_3 = mga_2/2.$$

Также воспользуемся тем, что $m = \rho a_1a_2a_3$. Решая полученную систему, найдем:

$$a_2 = \left(\frac{2F_1F_3}{F_2\rho g}\right)^{1/3}, \quad a_1 = a_2\frac{F_2}{F_1}, \quad a_3 = \left(\frac{2F_1}{\rho g a_2}\right)^{1/2}.$$

Задачу можно решать используя другие комбинации F_i и a_j.

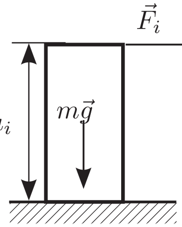


Рис. 11

10 класс

Задача 1. Влажный воздух

«Влажный» термометр показывает температуру $T_{\text{вл}} = 286$ К при которой давление пара в окружающем психрометр воздухе было бы равно давлению насыщенного пара при этой температуре. Давление насыщенного пара при 13°C $p_{2\text{н}}$ по условию равно $p_{2\text{н}} = p_{1\text{н}}(1 - 18(T_{1\text{с}} - T_{\text{вл}})/T_{1\text{с}}) = 0{,}875\ p_{1\text{н}} = 11{,}2$ мм.рт.ст. Относительная влажность воздуха $\varphi = p_{2\text{н}}/p_{1\text{н}} = 0{,}875$. Плотность пара в комнате при 15°C $\rho_1 = p_{2\text{н}}\mu/RT_{\text{вл}} = 12{,}9$ г/м^3. Плотность насыщенного пара при 10°C ($T_{2\text{с}} = 283$ К) $\rho_2 = p_{3\text{н}}\mu/RT_{2\text{с}} = 9{,}2$ г/м^3, где $p_{3\text{н}} = p_{1\text{н}}(1 - 18(T_{1\text{с}} - T_{2\text{с}})/T_{1\text{с}})$. Отсюда находим количество росы, выпадающей из каждого кубометра: $\Delta\rho = 17\dfrac{\mu p_{1\text{н}}}{R}(T_{2\text{с}}^{-1} - T_{\text{вл}}^{-1}) = 3{,}7$ г/м^3.

Задача 2. Фокусное расстояние

Легко видеть, что выданная вам линза — рассеивающая. Установив линзу недалеко от экрана в пучке света от источника, можно наблюдать светлое кольцо вокруг его тени. Смещая линзу, нетрудно добиться того, что ширина светлого кольца h сравняется с радиусом линзы R. Причина появления светлого кольца пояснена на рисунке, на котором свет, падающий на экран от удаленной лампочки, уподоблен пучку лучей, исходящему из точечного источника света S. Появление светлого кольца при этом можно объяснить падением на экран лучей от мнимого источника света S'. Тот факт, что треугольник SKO' на рисунке подобен треугольнику SAO, треугольник $S'MO'$ — треугольнику $S'AO$, а S' является мнимым изображением источника S, позволяет составить систему уравнений:

$$R/r = a/(a + L), \quad R/(r + h) = b/(b + L), \quad 1/a - 1/b = -1/F,$$

где r — радиус тени от линзы на экране; L, a, b — расстояния от линзы до экрана и точек S, S' соответственно. Из уравнений при $h = R$ находим $F = L$, что и дает возможность найти фокусное расстояние F без всяких расчетов, измерив с помощью линейки расстояние L.

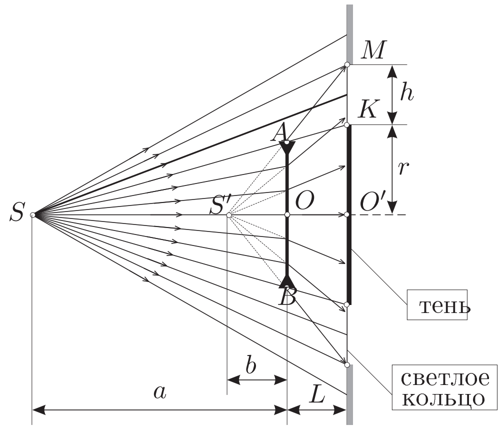


Рис. 12

11 класс

Задача 1. Груз на пружине

Если груз отпустить с уровня AA', то он будет совершать гармонические колебания на пружине с жесткостью $k_1 = \dfrac{kL}{2L/3} = 3k/2$, где L — длина всей пружины. Колебания груза будут происходить относительно уровня отстоящего от уровня AA' на величину $\Delta x = Mg/k_1 = 2Mg/3k$. Максимально груз опустится на высоту $2\Delta x = 4Mg/3k$. Поскольку $2Mg/k > 4Mg/3k$, то поднимаясь вверх с уровня BB' груз поднимется выше уровня AA'.

Обозначим высоту превышения уровня AA' через Δy. Запишем закон сохранения энергии для уровня BB' и максимальной высоты подъема:

$$\frac{k_1h^2}{2} = \frac{k\Delta y^2}{2} + Mg(h + \Delta y).$$

После подстановки k_1 и h, получим:

$$\Delta y^2 + 2\frac{Mg}{k}\Delta y - 2\frac{(Mg)^2}{k^2} = 0.$$

Из данного уравнения получаем $\Delta y = (\sqrt{3} - 1)Mg/k$. Максимальная высота подъема относительно уровня BB' равна $h_{\max} = h + \Delta y = (\sqrt{3} + 1)Mg/k$.

Задача 2. Поршень и гиря

Условие равновесия поршня с гирей

$$\nu RT_0/h_0 = (M + m)g, \tag{1}$$

где h_0 — высота поршня относительно дна сосуда.

Пусть после того, как убрали гирю, поршень приподнимется на величину Δh, а температура газа под поршнем уменьшится на ΔT. По закону сохранения энергии увеличение потенциальной энергии поршня равно уменьшению внутренней энергии газа:

$$Mg\Delta h = \nu C_V \Delta T, \tag{2}$$

где C_V — молярная теплоемкость газа ($C_V = 5R/2$).

Условие равновесия поршня:

$$\frac{\nu R(T_0 - \Delta T)}{h_0 + \Delta h} = Mg. \tag{3}$$

Исключая из уравнений (2) и (3) ΔT, найдем, что

$$\Delta h = \frac{(\nu RT_0 - Mgh_0)C_V}{Mg(C_V + R)} = \frac{5\nu RT_0}{7Mg} - \frac{5}{7}h_0.$$

Подставляя в это выражение h_0 из уравнения (1), получим

$$\Delta h = h_0 + \Delta h = \frac{5}{7}\frac{\nu RT_0}{Mg} + \frac{2}{7}\frac{\nu RT_0}{(M + m)g} = \frac{\nu RT_0}{(M + m)g}\left(1 + \frac{5}{7}\frac{m}{M}\right).$$

Задача 3. Сложный конденсатор

Пусть после замыкания ключа заряд каждой из пластин равен q_1, q_2 и q_3. Из закона сохранения заряда следует, что $q_1 + q_2 + q_3 = 0$. Разность потенциалов между пластинами 2 и 3 равна $\mathscr{E}_2$. Следовательно,

$$q_3 - q_2 - q_1 = \frac{2S\varepsilon_0}{d}\mathscr{E}_2.$$

Аналогично,

$$q_3 + q_2 - q_1 = \frac{2S\varepsilon_0}{d}(\mathscr{E}_1 - \mathscr{E}_2).$$

Решая систему уравнений, находим заряды на каждой из пластин:

$$q_1 = \frac{S\varepsilon_0}{d}(\mathscr{E}_2 - \mathscr{E}_1),$$
$$q_2 = \frac{S\varepsilon_0}{d}(\mathscr{E}_1 - 2\mathscr{E}_2),$$
$$q_3 = \frac{S\varepsilon_0}{d}\mathscr{E}_2.$$

Начальная энергия системы $W_0 = \dfrac{S\varepsilon_0}{2d}\mathscr{E}_2^2$. Конечная энергия системы $W_1 = \dfrac{S\varepsilon_0}{2d}[\mathscr{E}_2^2 + (\mathscr{E}_1 - \mathscr{E}_2)^2]$. Изменение энергии системы $\Delta W = \dfrac{S\varepsilon_0}{2d}(\mathscr{E}_1 - \mathscr{E}_2)^2$.

По закону сохранения энергии работа батарей пошла на изменение энергии конденсаторов плюс выделившееся тепло: $A = \Delta W + Q$. Начальный заряд пластины 1 равен нулю. Значит, работа батареи $\mathscr{E}_1$ равна $A_1 = -\mathscr{E}_1\Delta q_1 = -\mathscr{E}_1 q_1 = \dfrac{S\varepsilon_0}{d}(\mathscr{E}_1 - \mathscr{E}_2)\mathscr{E}_1$. Работа второй батареи $A_2 = -\mathscr{E}_2\Delta q_2 = -\mathscr{E}_2(q_2 + q_3) = \dfrac{S\varepsilon_0}{d}(\mathscr{E}_2 - \mathscr{E}_1)\mathscr{E}_2$. Отсюда

$$Q = \frac{S\varepsilon_0}{d}(\mathscr{E}_1 - \mathscr{E}_2)^2 - \frac{S\varepsilon_0}{2d}(\mathscr{E}_1 - \mathscr{E}_2)^2 = \frac{S\varepsilon_0}{2d}(\mathscr{E}_1 - \mathscr{E}_2)^2.$$

Задача 4. Колебательный контур

1. Очевидно, что период колебаний тока будет состоять из двух полупериодов двух колебательных контуров: $T = \pi\sqrt{(L_1 + L_2)C} + \pi\sqrt{L_1C}$. Первый член соответствует случаю, когда ток в цепи течет по часовой стрелке, а второй член — когда ток течет против часовой стрелки.

2. Рассмотрим случай протекания тока по часовой стрелке. Начальное состояние: ток равен нулю, напряжение на конденсаторе также равно нулю. Ток начинает расти по гармоническому закону, достигает максимума и затем снова спадает до нуля. Найдем напряжение на конденсаторе в конце первого полупериода. Пусть это напряжение равно U_x. Поскольку ток в цепи равен нулю, то работа батареи равна энергии, запасенной в конденсаторе: $CU_x\mathscr{E} = CU_x^2/2$. Отсюда получаем, что $U_x = 2\mathscr{E}$.

Теперь найдем максимальное значение тока в цепи. При максимальном токе ЭДС индукции равна нулю, а напряжение на конденсаторе равно $\mathscr{E}$. По закону сохранения энергии можно записать:

$$C\mathscr{E}^2 = (L_1 + L_2)I_{m1}^2/2 + C\mathscr{E}^2/2.$$

Отсюда $I_{m1} = \mathscr{E}\sqrt{C/(L_1 + L_2)}$. Этот ток протекает одновременно через катушки L_1 и L_2.

При протекании тока против часовой стрелки в начале ток равен нулю, а напряжение на конденсаторе равно $2\mathscr{E}$. При максимальном токе напряжение на конденсаторе снова будет равно $\mathscr{E}$. Закон сохранения энергии для этого случая будет иметь вид:

$$C4\mathscr{E}^2/2 = C\mathscr{E}^2/2 + L_1 I_{m2}^2/2 + C\mathscr{E}^2.$$

Отсюда $I_{m2} = \mathscr{E}\sqrt{C/L_1}$. Этот ток протекает только через катушку L_1. Поскольку $I_{m2} > I_{m1}$, то I_{m2} будет максимальным током, протекаемым через катушку L_1, а I_{m1} будет максимальный ток через катушку L_2.

Задача 5. Труба Галилея

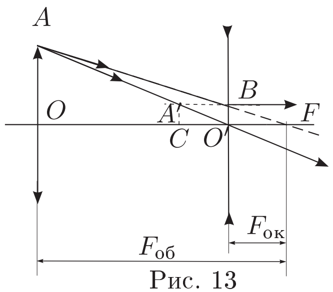


Рис. 13

Поскольку система настроена на рассматривание удаленных предметов, задний фокус объектива должен совпадать с передним фокусом окуляра. Для построения изображения точки A, принадлежащей оправе, проведем два луча: AB и AO'. Луч AB направим так, чтобы его продолжение проходило через фокус окуляра (точка F). Очевидно, что изображением точки A является точка A', а расстояние от изображения оправы до окуляра равно длине отрезка CO'. Из подобия треугольников AFO и BFO' получим

$$\frac{|AO|}{|BO'|} = \frac{|OF|}{|O'F|}.$$

Отсюда $|BO'| = \dfrac{D}{2}\dfrac{F_{ок}}{F_{об}}$. Из подобия треугольников $AO'O$ и $A'O'C$ следует, что

$$\frac{|OO'|}{|CO'|} = \frac{|AO|}{|A'C|}.$$

Отсюда $|CO'| = (F_{об} - F_{ок})\dfrac{F_{ок}}{F_{об}} = 8$ см. Внутренний диаметр изображения оправы $d = 2|BO'| = D\dfrac{F_{ок}}{F_{об}} = 1{,}6$ см.