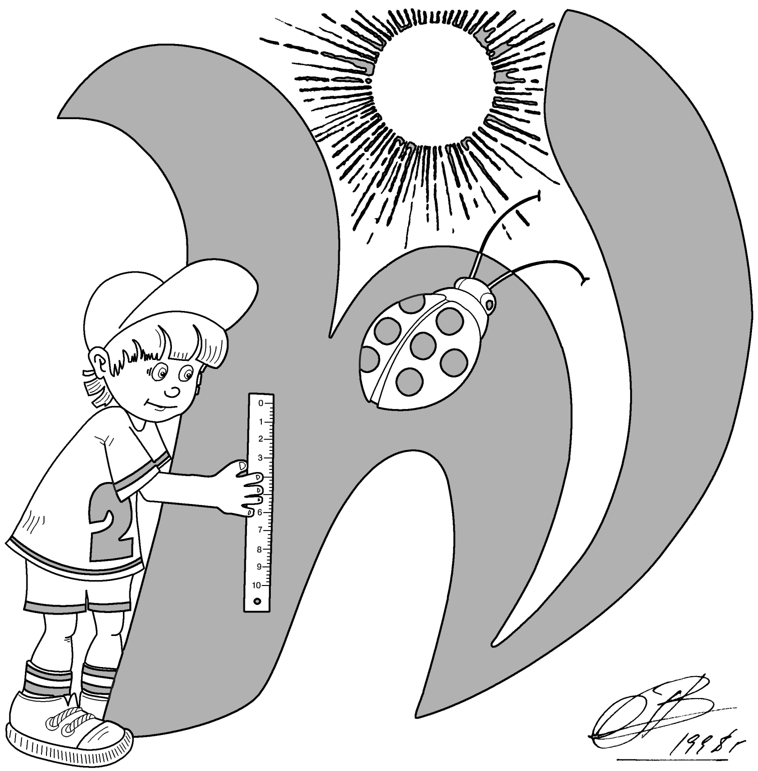
Федеральное агентство по образованию
Центральный оргкомитет Всероссийских олимпиад

XXXIV Всероссийская олимпиада школьников по физике

Региональный этап

Теоретический тур

Методическое пособие



МФТИ, 1999/2000 уч.г.

Комплект задач подготовлен методической комиссией по физике
Центрального оргкомитета Всероссийских олимпиад школьников
Министерства образования и науки Российской Федерации
Телефоны: (095) 408-80-77, 408-86-95.
E-mail: **fizolimp@mail.ru** (с припиской **antispam** к теме письма)

Авторы задач

9 класс	10 класс	11 класс
1. Александров Д.	1. Яманов А.	1. Макаров А.
2. Фольклор	2. Александров Д.	2. Имамбеков А.
3. Мельниковский Л.	3. Дерябкин В.	3. Чивилев В.
4. Кирьяков Б.	4. Мещерский Е.	4. Гуденко А.
	5. Компанеец Р.	5. Слободянин В.

Общая редакция — Слободянин В.

Оформление и верстка — Макаров А., Качура Б.

При подготовке оригинал-макета
использовалась издательская система $\LaTeX\,2_\varepsilon$.

Подписано в печать 14 марта 2005 г. в 22:38.

141700, Московская область, г.Долгопрудный
Московский физико-технический институт

9 класс

Задача 1. Про мышат

Кот Леопольд стоял у края крыши сарая. Два злобных мышонка выстрелили в него из рогатки. Однако камень, описав дугу, через $t_1 = 1{,}2$ с упруго ударился о вертикальную стену сарая у самых лап кота и через $t_2 = 1{,}0$ с упал на землю (рис. 1). На какой высоте находился кот Леопольд?

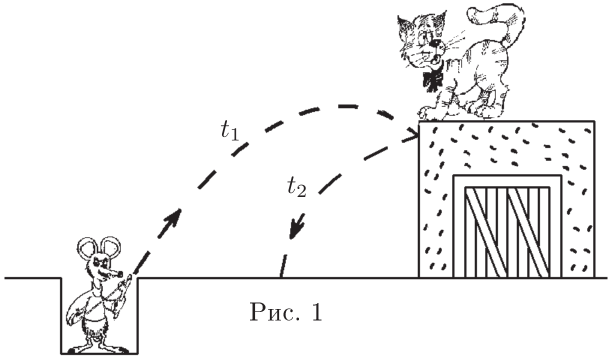


Рис. 1

Задача 2. Зависший груз

Вначале систему грузов (рис. 2) удерживают в состоянии покоя. Первый груз лежит на горизонтальной поверхности, а два других висят на блоках. Оси крайних блоков неподвижны, а средний блок может передвигаться. Считая m_1 и m_3 заданными, определите массу груза m_2, при которой он будет оставаться неподвижным после отпускания грузов. Трением в системе, массами блоков и веревки пренебречь.

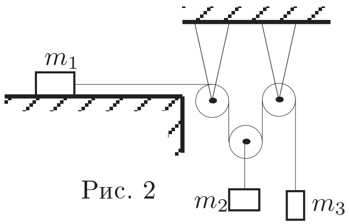


Рис. 2

Задача 3. Морозильник

В лаборатории, температура которой постоянна, находится пустая морозильная камера, на внутренних стенках которой намерзло $m = 5$ кг льда. Компрессор холодильника включается, когда температура в камере поднимается до $-0{,}5$ °C. Через 10 минут работы компрессора температура в камере падает до $-1{,}5$ °C, и компрессор автоматически выключается. Через 30 минут камера вновь нагревается до $-0{,}5$ °C, и цикл повторяется. Оцените, через какое время после отключения компрессора от электрической сети весь лед, намерзший на стенки камеры, растает. Теплоемкость льда $c_л = 2{,}1$ кДж/(кг · К), а его удельная теплота плавления $\lambda = 330$ кДж/кг. Теплоемкостью камеры можно пренебречь.

Задача 4. Эхолот

Скоростной катер, удаляющийся от берега со скоростью $\vec{v}$, проводит исследование морского дна методом ультразвуковой локации, посылая короткие ультразвуковые сигналы в направлении, составляющем угол α с поверхностью моря. При достижении дна ультразвуковой сигнал отражается от него под тем же углом, что и падает (рис. 3). Пренебрегая рассеянием, определите угол наклона дна β, если отраженный сигнал достигает катера при угле $\alpha = \alpha_0$. Скорость звука c в воде считать известной.

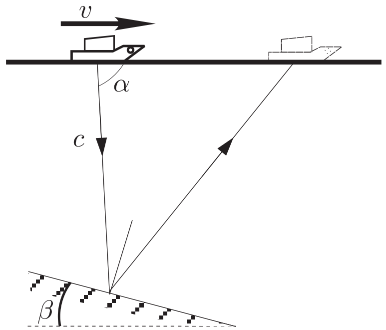


Рис. 3

10 класс

Задача 1. Про тело

Тело массы $m = 1$ кг разгоняется из состояния покоя переменной силой, причем произведение силы на скорость остается величиной постоянной, равной 50 (Н · м)/с.

1. Определите, за какое время t_1 тело достигнет скорости $v_1 = 10$ м/с.
2. Постройте график $v(t)$.
3. Определите с помощью этого графика расстояние S, которое преодолеет тело за время t_1.

Задача 2. Про точку

Материальная точка движется по дуге окружности радиуса $R = 1$ м. Скорость точки меняется по закону $v = v_0/\cos\alpha$, где $v_0 = 1$ м/с (рис. 4). Найдите ускорение (по модулю) точки M в тот момент, когда угол $\alpha = 60°$.

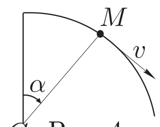


Рис. 4

Задача 3. Злоумышленник ломает линейку

Дюралюминиевую линейку длиной $L = 30$ см изгибают так, что она образует полуокружность. Какова должна быть толщина d линейки, чтобы она при этом не лопнула? Модуль Юнга для дюралюминия $E = 7 \cdot 10^{10}$ Н/м^2, прочность на разрыв $\sigma_{\text{разр}} = 45 \cdot 10^7$ Н/м^2. Считать, что вплоть до разрыва деформации в дюралюминии остаются упругими.

Примечание: Считать известным, что при изгибе тонкой линейки в слое, равноотстоящем от наружной и внутренней поверхностей, нет деформаций растяжения и сжатия.

Задача 4. Кастрюля под крышкой

В вертикальном цилиндрическом сосуде находится вода массы $m = 1$ г. К поверхности воды прилегает поршень площадью $S = 100$ см^2. Воду в цилиндре стали нагревать. В момент времени τ_0, когда ее температура достигла $t_0 = 100$ °C, вода закипела и стала медленно испаряться. Начиная с этого момента времени τ_0 система поддерживалась при температуре t_0.

(а) Какое количество теплоты нужно подвести к воде, чтобы она полностью испарилась?

(б) На какую высоту H при этом поднимется поршень?

Если теперь на поршень, находящийся на высоте H от дна, положить небольшой груз массы 1 г, то

(в) на какое расстояние ΔH сместится поршень?

(г) Какая работа над газом в сосуде будет совершена при этом?

Удельная теплота парообразования воды $\lambda = 2{,}3 \cdot 10^6$ Дж/кг. Трением между стенками цилиндра и поршнем пренебречь.

Задача 5. Борьба за КПД

Найдите максимально возможное значение КПД η цикла, в котором участвует идеальный одноатомный газ. В PV-координатах цикл имеет форму прямоугольного треугольника, левый катет которого — изохора, а верхний катет — изобара (рис. 5).

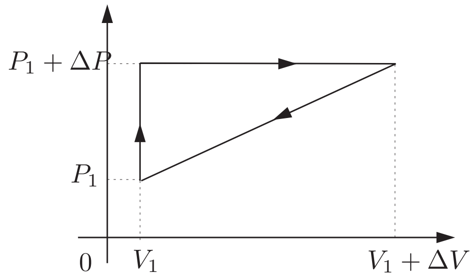


Рис. 5

11 класс

Задача 1. Если кончилось горючее

Двигатель подводной лодки развивает мощность P. При этом ее скорость равна u. Определите, на каком расстоянии S от точки выключения двигателя остановится лодка, если сила сопротивления движению лодки пропорциональна ее скорости. Масса лодки равна M. Глубина погружения лодки не меняется на протяжении всего пути.

Задача 2. Большой маятник

На маленькой планете Tiny проводится эксперимент по проверке теории колебаний. Суть эксперимента такова: измеряется период T малых колебаний математического маятника, длина L нити которого равна радиусу планеты, а точка подвеса маятника отстоит от центра Tiny на расстоянии, которое чуть больше ее удвоенного радиуса. Найдите период T, если ускорение свободного падения вблизи поверхности планеты равно g_{T}. Вращением Tiny вокруг собственной оси и массой нити пренебречь. Атмосфера на планете отсутствует.

Задача 3. Термос в вакууме

На горизонтальной поверхности под вакуумным колоколом стоит теплоизолированный сосуд с двумя поршнями (рис. 6). Между поршнями, а также между нижним поршнем и дном сосуда находятся одинаковые массы идеального одноатомного газа. Верхний поршень массы m теплоизолирован, а на нем стоит гиря такой же массы. Нижний поршень теплопроводящий и его масса равна $2m$. Система находится в термодинамическом равновесии, ее температура $T_1 = 320$ К. Гирю быстро снимают с поршня. Какая температура установится в системе? Трением поршней о стенки сосуда и теплоемкостью системы поршни–сосуд можно пренебречь. Массы газа много меньше m.

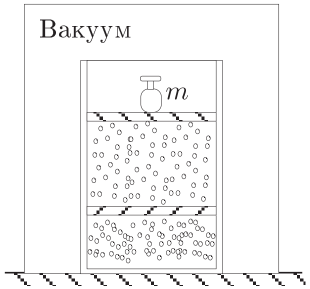


Рис. 6

Задача 4. Вылетающие электроны

Из электронной пушки вылетают электроны со скоростью v_0. Далее электронный пучок летит вдоль оси симметрии плоского конденсатора (рис. 7). На пластины конденсатора подают переменное напряжение с импульсами прямоугольной формы (рис. 8). Амплитуда этого напряжения U_0, а длительность импульса — τ. Длина пластин конденсатора L, а расстояние между ними d. Полагая, что $\tau \ll L/v_0$, найдите минимальное значение U_0 начиная с которого некоторые электроны уже не смогут вылетать

из конденсатора. Заряд электрона e, масса m. Силой тяжести и краевыми эффектами пренебречь.

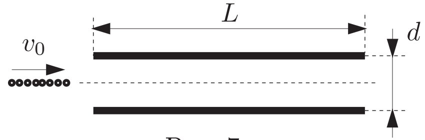


Рис. 7

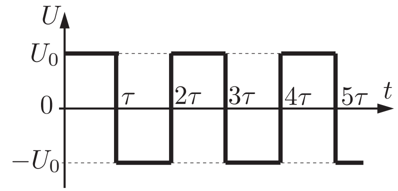


Рис. 8

Задача 5. Пуговицы

На дне двух рядом стоящих стаканов с тонким дном лежит по одинаковой пуговице. Один стакан пустой, а другой заполнен водой. Оба стакана стоят на листе миллиметровой бумаги. Экспериментатор Глюк рассматривая сверху пуговицы в стаканах заметил, что видимый диаметр левой пуговицы в сравнении с клетками миллиметровой бумаги составил 14 мм, а видимый диаметр правой пуговицы — 16 мм (рис. 9). В каком из стаканов, левом или правом налита вода? До какой высоты налита вода в этом стакане, если известно, что расстояние H от глаза Глюка до дна каждого из стаканов равно 28 см. Показатель преломления воды $n = 4/3$.

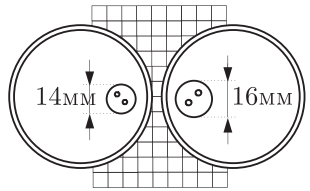


Рис. 9

Возможные решения

9 класс

Задача 1. Про мышат

Пусть ось Oy направлена от уровня Земли вертикально вверх, а v_{0y} — вертикальная составляющая начальной скорости камня. Тогда для времени полета камня до лап кота Леопольда можно записать:

$$v_{0y}t_1 - g\frac{t_1^2}{2} = H.$$

В момент удара камня о стену он имел вертикальную составляющую скорости $v_{1y} = v_{0y} - gt_1$. Т. к. удар абсолютно упругий, а стена вертикальна, то вертикальная составляющая скорости камня не меняется. Тогда можно записать условие падения камня на землю:

$$H + v_{1y}t_2 - g\frac{t_2^2}{2} = 0.$$

Решая совместно полученные уравнения, найдем скорость $v_{0y} = g\dfrac{t_1 + t_2}{2}$.

Окончательно получим $H = g\dfrac{t_1t_2}{2} = 6{,}0$ м.

Задача 2. Зависший груз

Поскольку груз m_2 остается неподвижным, его наличие или отсутствие не должно влиять на характер движения грузов m_1 и m_3. Поэтому схему из условия можно преобразовать (рис. 10). Согласно второму закону Ньютона,

$$a = \frac{m_3g}{m_1 + m_3}.$$

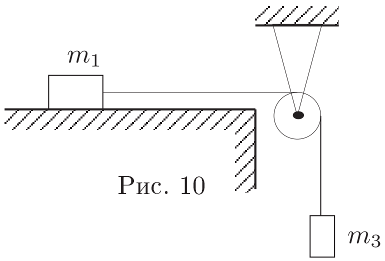


Рис. 10

Натяжение T нити найдем из уравнения движения любого из грузов: $m_1a = T$ или $m_3a = m_2g - T$, откуда

$$T = g\frac{m_1m_3}{m_1 + m_2}.$$

Поскольку груз m_2 неподвижен, его ускорение равно нулю: $\dfrac{2T - m_2g}{m_2} = 0$.

Отсюда $m_2 = \dfrac{2T}{g}$, или $m_2 = \dfrac{2m_1m_3}{m_1 + m_3}$.

Задача 3. Морозильник

Поток тепла в камеру зависит от разности температур снаружи и внутри камеры. При таянии льда поток тепла в камеру практически такой же, как и в рабочем режиме. Мощность потока тепла можно определить по нагреванию камеры при отключенном компрессоре: $P = mc_л\dfrac{\Delta t}{\tau}$, где $\tau = 30$ мин., по условию. $\Delta t = -0{,}5$ °C – (–1,5 °C) = 1 °C.

Время T размораживания всего льда найдем из условия $PT = m\lambda$. Следовательно, $T = \dfrac{\lambda}{c_л}\dfrac{\tau}{\Delta t} \approx 79$ ч ≈ 3 сут.

Задача 4. Эхолот

Будем решать задачу в системе отсчета, связанной с катером. В ней вектор скорости посланного сигнала $\vec{u} = \vec{c} - \vec{v}$.

Он должен быть перпендикулярен дну, иначе эхо-сигнал не сможет достичь катера. Из рисунка 11 видно, что $\operatorname{tg}\beta = \dfrac{u_x}{u_y}$, где $u_x = c\cos\alpha - v$, $u_y = c\sin\alpha$. Следовательно, $\operatorname{tg}\beta = \dfrac{c\cos\alpha - v}{c\sin\alpha}$.

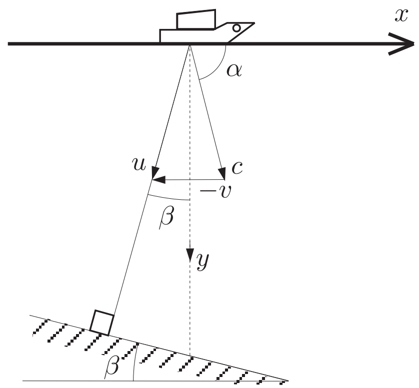


Рис. 11

10 класс

Задача 1. Про тело

Произведение силы на скорость есть мощность N, т. е. $N = 50$ (Н·м)/с. Следовательно, $\frac{mv^2}{2} = Nt$, откуда $t = \frac{mv^2}{2N}$. Находим время разгона: $t_1 = 1$ с. Поскольку $v = \sqrt{\frac{2N}{m}}\sqrt{t}$, то $v = 10\sqrt{t}$.

График зависимости $v(t)$ приведен на рис. 12. Путь, пройденный телом за 1 с, численно равен площади под графиком скорости. По клеточкам вычислим $S \approx (6{,}7 \pm 0{,}3)$ м.

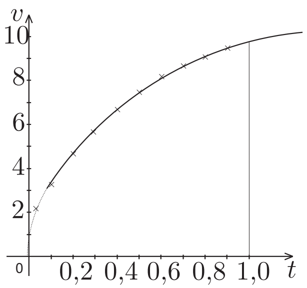


Рис. 12

Задача 2. Про точку

Введем систему координат так, как показано на рис. 13. Получим:

$$v_x = \left(\frac{v_0}{\cos\alpha}\right)\cos\alpha = v_0 = \text{const}\,.$$

Следовательно, $a_x = 0$, т.е. $a = a_y$.

Проекция вектора ускорения $\vec{a}$ на радиус CM численно равна центростремительному ускорению: $a\cos\alpha = v^2/R$, откуда:

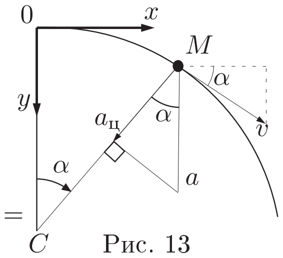


Рис. 13

$$a = \frac{v_0^2}{R\cos^3\alpha} = 8 \text{ м/с}^2.$$

Задача 3. Злоумышленник ломает линейку

Наружная длина линейки с радиусом изгиба R равна:

$$l = \left(R + \frac{d}{2}\right)\pi = \pi R + \frac{\pi d}{2} = L + \frac{\pi d}{2}.$$

Удлинение внешней поверхности линейки $\Delta l = \frac{\pi d}{2}$.

Из закона Гука следует, что механическое напряжение $\sigma = E\frac{\Delta l}{L}$. Линейка не лопнет при

$$d \leqslant \frac{2L\sigma_{\text{разр}}}{\pi E} = 1{,}23 \text{ мм}.$$

Задача 4. Кастрюля под крышкой

Заметим, что давление пара в сосуде, создаваемое весом поршня и внешним атмосферным давлением, равно нормальному, т. е. 10^5 Па.

(а) Обратите внимание на то, что работа газа против сил внешнего давления входит в λ! $\Rightarrow$ $Q = m\lambda = 2{,}3 \cdot 10^3$ Дж.

(б) Поршень остановится после того, как вся вода выкипит, ибо в дальнейшем по условию температура в сосуде поддерживается постоянной и равной T_0. $PV = \frac{m}{\mu}RT$, где $V = HS$, следовательно $H = \frac{mRT}{\mu SP} \approx 17{,}2$ см.

(в) При изотермическом процессе даже незначительное увеличение давления (в нашем случае это 0,001%) приведет к конденсации всего пара. Следовательно $\Delta H = H = 17{,}2$ см.

(г) Давление водяного пара при $t_0 = 100\,^\circ$C равно нормальному атмосферному, поэтому

$$A = P_{\text{атм}}SH \approx 10^5 \text{ Па} \cdot (100 \cdot 17{,}2) \cdot 10^{-6} \text{ м}^3 \approx 170 \text{ Дж}.$$

Задача 5. Борьба за КПД

Из рис. 14 видно, что $\eta = \frac{A}{Q_V + Q_P}$ (1), здесь $A = \frac{1}{2}\Delta P \Delta V$ (2). Тепло, подводимое к газу на изобаре и изохоре, есть $Q_V = \nu c_V \Delta T_1$ (3) и $Q_P = \nu c_P \Delta T_2$ (4).

ΔT_1 и ΔT_2 найдем из уравнения состояния:

$$PV = \nu RT, \;\Rightarrow\; V_1\Delta P = \nu R\Delta T_1 \;\; (5), \;\; P_2\Delta V = \nu R \Delta T_2. \quad (6)$$

Подставляя (2),(3) и (4) в (1), получим:

$$\eta = \frac{1}{2}\frac{\Delta P\Delta V}{\nu c_V\dfrac{V_1\Delta P}{\nu R} + \nu c_P\dfrac{P_2\Delta V}{\nu R}},$$

$$\eta = \frac{1}{2\left(\dfrac{c_V}{R}\dfrac{V_1}{\Delta V} + \dfrac{c_P}{R}\dfrac{P_2}{\Delta P}\right)} \quad (7).$$

Из (7) видно, что при уменьшении V_1 и P_2 КПД цикла возрастает. $\min V_1 = 0$, $\min P_2 = \Delta P$. Отсюда,

$$\eta_{\max} = \frac{1}{2\dfrac{c_P}{R}\left(\dfrac{\Delta P}{\Delta P}\right)} = \frac{R}{2c_p} = \frac{1}{5}.$$

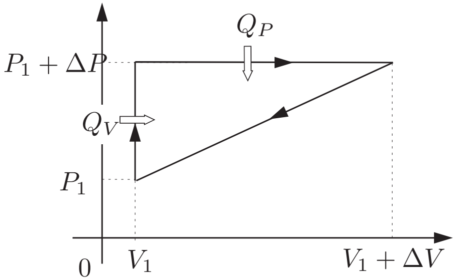


Рис. 14

11 класс

Задача 1. Если кончилось горючее

$$F = \alpha u, \tag{1}$$

$$P = Fu = \alpha u^2, \tag{2}$$

$$\alpha = \frac{P}{u^2}. \tag{3}$$

Воспользуемся вторым законом Ньютона:

$$m\frac{dv}{dt} = -\alpha v \tag{4}$$

или с учетом того, что $v\,dt = ds$ получим: $m\,dv = -\alpha ds$. Перейдем к конечным приращениям:

$$m\Delta v = -\alpha\Delta s. \tag{5}$$

Максимальному пути $\Delta s = s_0$ соответствует $\Delta v = -u$. Окончательно находим:

$$s_0 = \frac{mu}{\alpha} = \frac{mu^3}{P}.$$

Задача 2. Большой маятник

Пусть $\angle ACO = \alpha \ll 1$ (рис. 15). Поскольку угол отклонения груза мал, то $OA \approx AC$, $AC = R$, следовательно, $\angle AOC \approx \alpha$. Тогда $\angle DAO \approx 2\alpha$ как внешний для $\triangle OAC$.

Запишем уравнение движения груза:

$$ma = -T, \text{ где } a = R\ddot{\alpha},\ T = mg_{\text{T}}\sin 2\alpha$$

или в силу малости угла α можно записать приближенное равенство:

$$mR\ddot{\alpha} = -mg_{\text{T}}\cdot 2\alpha \ \Rightarrow\ \ddot{\alpha} + \left(\frac{2g_{\text{T}}}{R}\right)\alpha = 0.$$

Это уравнение колебаний. Из него следует, что период колебаний маятника

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{R}{2g_{\text{T}}}}.$$

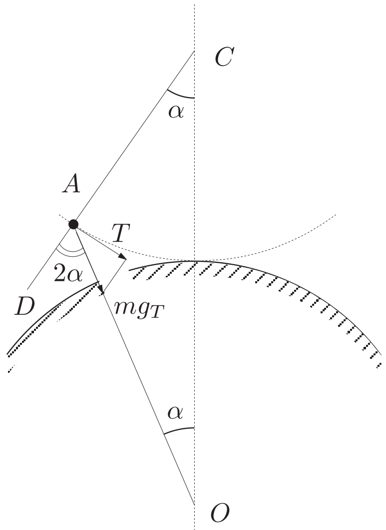


Рис. 15

Задача 3. Термос в вакууме

Пусть в начале расстояние от дна сосуда до нижнего поршня h_1, расстояние между поршнями h_2, а площадь каждого из поршней S. $P_1Sh_1 = P_2Sh_2 = \nu RT_1$, Из условия ясно, что давление верхнего газа в два раза меньше, чем нижнего: $P_1 = 2P_2$. Следовательно $h_2 = 2h_1$. После снятия гири $h_2' = 3h_1'$.

Поскольку система адиабатически изолирована, $U + \Delta A = 0$ или иначе

$$2\nu c_V(T_1 - T_2) = 2mg(h_1' - h_1) + mg((h_2' + h_1') - (h_2 + h_1)),$$

где ν — число молей газа, $c_V = \dfrac{3}{2}R$. Запишем начальное и конечное уравнения состояния газа под верхним поршнем:

$$\frac{2mg}{S}Sh_2 = \nu RT_1,$$
$$\frac{mg}{S}Sh_2' = \nu RT_2.$$

Из записанных уравнений найдем:

$$T_2 = \frac{8c_V + 5R}{8(R + c_V)}T_1 = \frac{17}{20}T_1 = 272\ \text{К}.$$

Задача 4. Вылетающие электроны

Для электронов, которые попали в конденсатор в момент смены полярности, построим график зависимости поперечной скорости $v_\perp$ от времени. В течении времени τ эта скорость достигнет значения $v_\text{m} = a_\perp\tau = \left(e\dfrac{u}{d}\right)\dfrac{\tau}{m}$. За следующий промежуток времени τ она достигнет 0 и т. д. (рис. 16).

Из графика видно, что частица будет дрейфовать к одной из пластин. Дрейфовая скорость (она же и средняя) может быть найдена как $v_\text{др} = \dfrac{v_\text{m}}{2} = \dfrac{eu\tau}{2md}$. При определенных условиях такой электрон столкнется с пластиной. Время от влета в конденсатор до столкновения с пластиной есть $T \approx \dfrac{d/2}{v_\text{др}} = \dfrac{md^2}{eu\tau}$ (здесь T найдено с точностью до τ). Условие столкновения $T < \dfrac{L}{v_0}$. Отсюда найдем условие на u_0:

$$u_0 \geqslant \frac{mv_0d^2}{eL\tau}.$$

Задача 5. Пуговицы

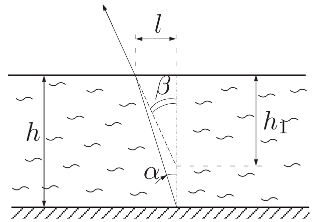


Рис. 16

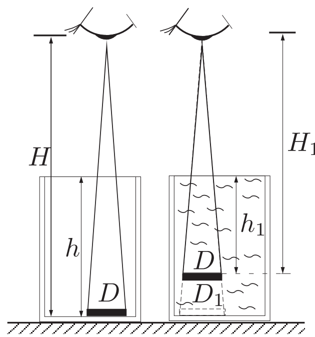


Рис. 17

Углы, под которыми Глюк видит пуговицы, малы. Поэтому можно использовать параксиальное приближение:

$$\sin\alpha \approx \operatorname{tg}\alpha \approx \alpha,\ \cos\alpha \approx 1.$$

Из рис. 16 видно, что:

$$\beta \approx \alpha n,\ \beta \approx \frac{l}{h_1},\ \alpha \approx \frac{l}{h}\ \Rightarrow\ h_1 \approx \frac{h}{n}.$$

Таким образом кажущаяся толщина слоя воды в стакане h_1 меньше истинной толщины слоя воды.

Это явление будет восприниматься наблюдателем как увеличение диаметра пуговицы от D до D_1 (рис. 17).

$$\frac{D}{H_1} = \frac{D_1}{H}\ \text{где}\ H_1 = H - (h - h_1) = H - \left(h - \frac{h}{n}\right),$$

$$\frac{D}{D_1} = \frac{H - h\dfrac{n-1}{n}}{H}\ \Rightarrow\ h = H\frac{n}{n-1}\left(1 - \frac{D}{D_1}\right) = 14\ \text{см}.$$

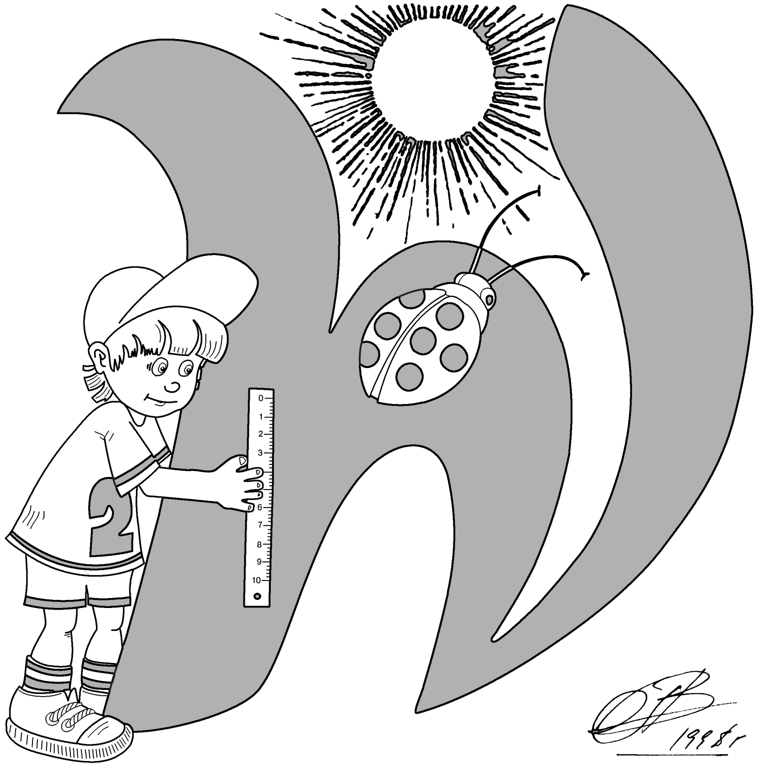
Федеральное агентство по образованию
Центральный оргкомитет Всероссийских олимпиад

XXXIV Всероссийская олимпиада школьников по физике

Региональный этап

Второй тур (МО)

Методическое пособие



МФТИ, 1999/2000 уч.г.

Комплект задач подготовлен методической комиссией по физике
Центрального оргкомитета Всероссийских олимпиад школьников
Министерства образования и науки Российской Федерации
Телефоны: (095) 408-80-77, 408-86-95.
E-mail: **fizolimp@mail.ru** (с припиской **antispam** к теме письма)

Авторы задач

9 класс	10 класс	11 класс
1. Судаков О.	1. Шеронов А.	1. Можаев В.
2. Судаков О.	2. Шеронов А.	2. Можаев В.
3. Судаков О.	3. Шеронов А.	3. Можаев В.
4. Судаков О.	4. Фольклор	4. Можаев В.

Общая редакция — Слободянин В.

Оформление и верстка — Дидовик А., Макаров А.

При подготовке оригинал-макета
использовалась издательская система LaTeX 2_{ε}.

Подписано в печать 14 марта 2005 г. в 22:38.

141700, Московская область, г.Долгопрудный
Московский физико-технический институт

9 класс

Задача 1. Вареные яйца

(8 очков). Определите среднюю плотность куриного яйца, сваренного вкрутую.

Оборудование и материалы.

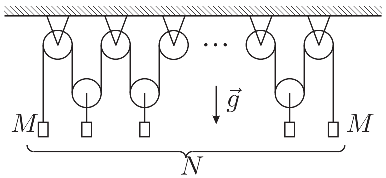
Куриное яйцо, целофановый пакет, стакан, мензурка, полоска скотча, вода.

Примечание.

В отчете по экспериментальным задачам приведите вывод необходимых расчетных формул, описание опытов, результаты измерений и их ошибки. После проведения опытов выданные Вам яйца можно съесть.

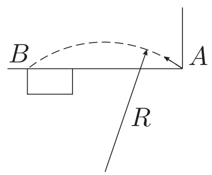
Задача 2. Муха и блоки

(12 очков). Невесомая нерастяжимая нить перекинута через невесомые блоки. Трение в блоках отсутствует. К подвижным блокам и концам нити прикреплено $N > 2$ грузов. Масса каждого из крайних грузов равна M. Система находится в равновесии в вертикальной плоскости. Грузы неподвижны. На один из грузов садится муха массы m. С каким ускорением будет опускаться муха?



Задача 3. Угловой удар

(8 очков). Футболисту требуется попасть из угловой точки поля A в дальний нижний угол ворот, точку B. Расстояние $AB = 40$ м. Если при ударе мяч закрутить вокруг вертикальной оси, то вихревое движение воздуха вокруг мяча приводит к возникновению горизонтальной силы, перпендикулярной горизонтальной составляющей скорости мяча. Если спроектировать траекторию мяча на плоскость поля, то она имеет вид дуги окружности радиуса R. Определите минимальную поступательную скорость мяча в точке A, если радиус дуги $R = 40$ м. При расчетах следует пренебречь сопротивлением воздуха поступательному движению мяча.



Задача 4. Цилиндр в упоре

(12 очков). Проделайте следующий опыт. Поместите металлический цилиндр между вертикальным упором с полоской лейкопластыря и наклонно расположенной линейкой, к которой приклеена полоска наждачной бумаги (см. рисунок). Если плавно увеличивать угол между линейкой и упором, то можно заметить, что сначала цилиндр плавно вращается, потом скользит, а затем вращается в противоположную сторону. Почему цилиндр меняет направление вращения? Предложите физическую модель этого опыта. Ипользуя данные этого опыта и проведя необходимые дополнительные измерения, определите коэффициент трения боковой поверхности цилиндра о наждачную бумагу и пластырь. Следует считать, что сила трения скольжения пропорциональна силе нормального давления.

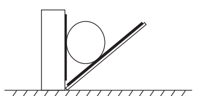


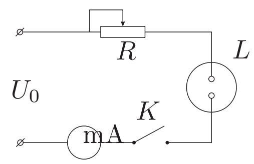
Рис. 3

Оборудование и материалы.

Цилиндр, вертикальный упор с полоской лейкопластыря, линейка с приклеенной к ней полоской наждачной бумаги, металлический угольник.

10 класс

Задача 1. Газоразрядная лампа

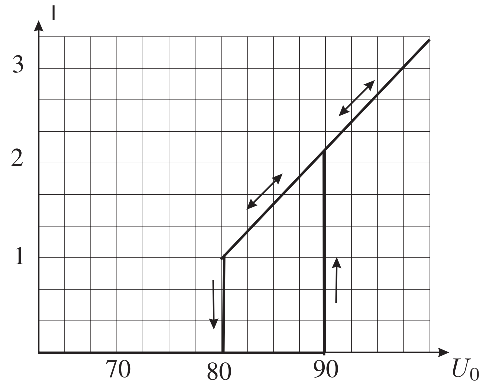


Газоразрядная лампа L включена последовательно с переменным сопротивлением R и источником постоянного напряжения U_0, величина которого может изменяться (рис. 4). Вольтамперная характеристика лампы приведена на рис. 5 (I — ток через лампу, U_L — напряжение на ее электродах). Ток в лампе возникает скачком, если напряжение на ее электродах не меньше напряжения «зажигания» $U_з = 90$ В. Если разряд в лампе «горит» и ток через нее идет, то напряжение на ее электродах может быть снижено до напряжения “гашения” равного $U_г = 80$ В. Минимальный ток, который может при этом протекать через лампу равен 1 мА.

а) При какой минимальной величине напряжения источника U_0 разряд в лампе возникнет после замыкания ключа K, и будет продолжать гореть, если сопротивление $R = 15$ кОм?

б) Как изменится ток через лампу, если после этого напряжение источника увеличить на $\Delta U_0 = 5$ В?

в) На сколько необходимо изменить после этого сопротивление R, чтобы разряд в лампе погас?



Задача 2. Линейный процесс

Моль идеального газа расширяется так, что давление линейно зависит от объема. Объем при этом увеличивается в 3 раза, а начальная и конечная температура газа равны. Найти работу, совершенную газом, если разность между максимальной и минимальной температурами газа в процессе расширения составила $\Delta T = 100$ К.

Задача 3. Выцветший чертеж

На рисунке приведены в натуральном масштабе стрелка AB и ее мнимое изображение $A'B'$, полученные с помощью тонкой линзы. Построением с помощью линейки с делениями определить фокусное расстояние линзы.

Задача 4. Сложные колебания

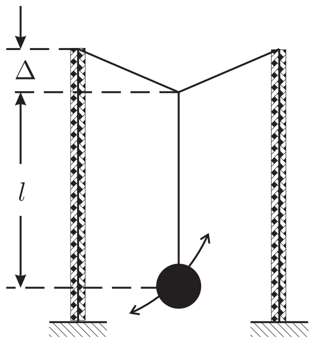
К середине горизонтально натянутой нити подвешен шарик, так что вертикальное провисание нити Δ мало по сравнению с длиной l подвеса шарика

($\Delta \ll l$). Шарик отклоняется от вертикали в плоскости, составляющей угол 45° с вертикальной плоскостью рисунка, и отпускается. Наблюдение за возникшими колебаниями показывает, что плоскость колебаний шарика “поворачивается” так, что через несколько колебаний шарик снова колеблется в плоскости первоначального отклонения.

а) Суперпозицией каких колебаний оказывается указанное движение шарика?

б) Вывести формулу для периода “вращения” плоскости колебаний шарика, задавшись необходимыми для этого параметрами маятника и параметрами его периодического движения.

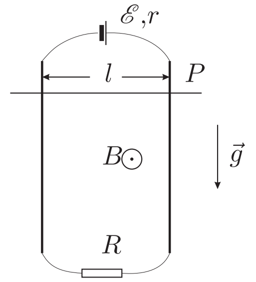
в) С помощью линейки и часов измерить эти параметры и сравнить теоретическую формулу с экспериментальными данными. Оценить ошибки измерений.



11 класс

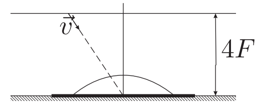
Задача 1. Падающая рейка

По двум длинным вертикальным рейкам, соединенным внизу резистором с сопротивлением $R = 2$ Ом, а сверху батареей с ЭДС $\mathscr{E} = 1$ В и внутренним сопротивлением $r = 2$ Ом, может скользить без трения проводящая перемычка P, масса которой $M = 10^{-2}$ кг (см. рис.). Расстояние между рейками $l = 10$ см. Система находится в однородном магнитном поле напряженностью $B = 1$ Тл, вектор индукции которого перпендикулярен плоскости рисунка. Какую установившуюся скорость приобретет перемычка при падении в поле силы тяжести? Омическим сопротивлением реек и перемычки пренебречь.



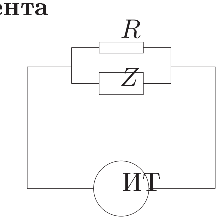
Задача 2. Линза на зеркале

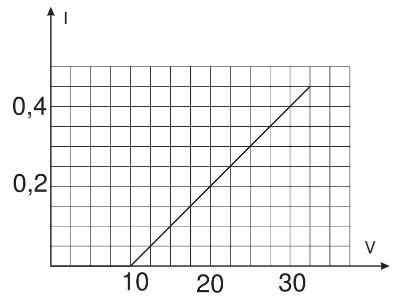
На горизонтальном столе лежит плоское зеркало, на котором расположена плосковыпуклая тонкая линза с фокусным расстоянием F. Сверху в направлении на оптический центр линзы O под некоторым углом к главной оптической оси линзы летит муха. В тот момент, когда она пересекает горизонтальную плоскость, расположенную на расстоянии $4F$ от плоскости зеркала, ее скорость равна v. Полагая, что формула тонкой линзы является точной (Гауссова оптика), определите в этот момент времени скорость изображения мухи.



Задача 3. Мощность нелийненого элемента

К источнику постоянного тока подключен резистор с сопротивлением $R = 100$ Ом и нелинейный элемент Z, вольтамперная характеристика которого изображена на рис. 2. Определите мощность тепловыделения на элементе Z, если источник тока поддерживает в цепи постоянный ток $I_0 =$ $= 0\,5$ А.





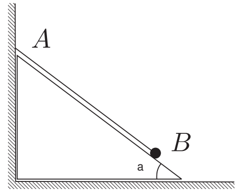
Задача 4. Ускорение грузика

В комнате на полу вплотную к стене расположен неподвижный клин. На клине, образующем угол α с горизонтом, лежит нерастяжимая невесомая веревка (см. рис. 1). Один из концов веревки закреплен на стене в точке A. К нижнему концу веревки прикреплен небольшой грузик B. В некоторый момент времени клин начинает двигаться вправо с постоянным ускорением a. С каким ускорением движется грузик, пока он находится на клине?

Возможные решения

9 класс

Задача 1. Вареные яйца



Объем яйца определяется через соответствующий объем воды, вытесненной яйцом при его погружении в стакан с водой. Воду в стакан можно наливать до краев или до предельного мениска. Яйцо следует аккуратно извлечь с помощью закрепленной на нем полоски скотча и долить из мензурки воду до прежнего уровня. Объем долитой воды будет равен объему яйца. Если тот же опыт провести с яйцом, помещенным в пустой полиэтиленовый пакет так, чтобы пакет с яйцом плавал, то соответствующий объем долитой воды будет пропорционален весу яйца. Типичное значение объема яйца 50 см^3, вес — 55 г, плотность $\rho \approx 1\,1$ г/см^3.

Задача 2. Муха и блоки

Натяжение нити постоянно вдоль ее длины, поэтому масса каждого груза, прикрепленного к блокам, равна $2M$. Для любого груза кроме того, на который села муха, имеем: $Ma_1 = Mg - T$. Для груза с мухой:

$$\begin{aligned}(M+m)a &= (M+m)g - T \ \text{— муха села на крайний груз;}\\ (2M+m)a &= (2M+m)g - 2T \ \text{— муха села на любой другой груз.}\end{aligned}$$

Груз с мухой будет падать с ускорением a, все другие грузы будут подниматься с одним и тем же ускорением a_1. Связь ускорений a и a_1 определяем из условия постоянства длины нити $l_1 + 2l_2 + \ldots + 2l_{N-1} + l_N$:

$$\begin{aligned}a &= -2a_1 - \ldots - a_1 = -2(N-2)a_1 - a_1 =\\ &= -(2N-3)a_1 \ \text{— муха села на крайний груз;}\\ 2a &= -a_1 - 2a_1 - \ldots - a_1 = -2(N-3)a_1 - 2a_1 =\\ &= -(2N-4)a_1 \ \text{— муха села на любой другой груз.}\end{aligned}$$

Поэтому в случае когда муха села на крайний груз

$$\left.\begin{array}{r}-M\frac{a}{2N-3} = Mg - T\\ (M+m)a = (M+m)g - T\end{array}\right\} \Rightarrow a = \frac{mg}{M\frac{2N-2}{2N-3} + m},$$

а когда муха села на любой другой груз

$$\left.\begin{array}{r}-M\frac{a}{N-2} = Mg - T\\ (M+m/2)a = (M+m/2)g - T\end{array}\right\} \Rightarrow a = \frac{mg}{2M\frac{N-1}{N-2} + m}.$$

Для $N \gg 1$ имеем $T \approx Mg$, поэтому $a \approx \frac{mg}{M+m}$ или $a \approx \frac{mg}{2M+m}$.

Задача 3. Угловой удар

Длина дуги $l = R\varphi = R\pi/3$. Время полета мяча из A в B $\frac{2v_\perp}{g} = \frac{l}{v_\parallel} \Rightarrow 2v_\perp v_\parallel = lg \leqslant v_\perp^2 + v_\parallel^2 = v_0^2$, поскольку $(v_\perp - v_\parallel)^2 \geqslant 0$. Итак, получаем $v_0 \geqslant \sqrt{lg} = \sqrt{\frac{R\pi g}{3}} \approx 20$ м/с.

Задача 4. Цилиндр в упоре

При равномерном опускании цилиндра силы трения F_1 и F_2, приложенные к цилиндру в точках касания с линейкой и упором, равны между собой $F_1 = F_2 = F$, т.к. цилиндр равномерно катится по одной из поверхностей или скользит. Для проекций сил на горизонтальную и вертикальную оси имеем:

$$F(1+\sin\alpha) + N_1\cos\alpha = mg \qquad (1)$$

$$F\cos\alpha + N_2 - N_1\sin\alpha = 0 \qquad (2)$$

Откуда $F = \frac{mg - N_1\cos\alpha}{1+\sin\alpha} = \frac{N_1\sin\alpha - N_2}{\cos\alpha}$ и $N_1 - N_2 = \frac{mg\cos\alpha}{1+\sin\alpha}$.

При уменьшении угла α наклона линейки разность между силами N_1 и N_2 монотонно растет (рис. 2). Для значений угла α, близких к $\pi/2$, имеем $N_1 \approx N_2$; для $\alpha = 0$ имеем $N_1 = mg$, $N_2 = 0$.

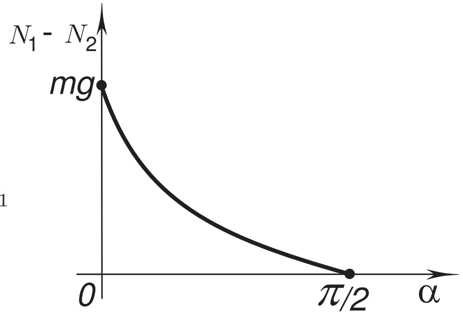


Рис. 15

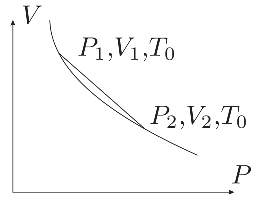
Сила трения скольжения F равна наименьшему значению из величин k_1N_1 и k_2N_2. Для больших углов наклона наблюдается качение по вертикальному упору, поэтому $k_2N_2 > k_1N_1$, $k_2 > k_1$, цилиндр скользит по линейке. В другом предельном случае малых углов наклона $k_2N_2 < k_1N_1$, происходит качение по линейке и скольжение по вертикальному упору. Качение по вертикальному упору прекращается для угла наклона α_0, при котором $F = k_1N_1 = k_2N_2$. Используя уравнение (2), получаем связь коэффициентов трения $k_2 = \frac{k_1}{\sin\alpha_0 - k_1\cos\alpha_0}$. Коэффициент трения k_1 боковой поверхности цилиндра о наждачную бумагу измеряется стандартным способом по тангенсу угла наклона линейки, при котором возникает скольжение цилиндра. Характерные результаты измерений: $k_1 \approx 0{,}6 \div 0{,}8$. Коэффициент трения цилиндра о лейкопластырь можно вычислить, только измерив угол α_0. Этот коэффициент трения зависит от чистоты поверхности пластыря. Он изменяется в пределах $k_2 \approx 1.5 \div 3$.

10 класс

Задача 1. Газоразрядная лампа

Для «горящей» лампы $I = a + bU_L$. Из графика находим $a = -7$, $b = 0\,1$. Ток измеряется в миллиамперах, а напряжение в вольтах. а) $R = 15$ кОм, $I_{\min} = 1$ мА, $U_0 = 95$ В.
б) $R = 15$ кОм, $U_0 + \Delta V_0 = 100$ В, $I = 1\,2$ мА.
в) $U_0 + \Delta U_0 = 100$ В, $I_{\min} = 1$ мА, $R \geqslant 20$ кОм.

Задача 2. Линейный процесс

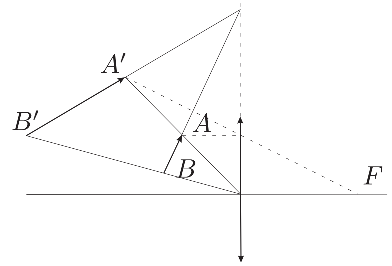


Введем $\beta = V_2/V_1 = 3$. По условию $P_1V_1 = P_2V_2 = \nu RT_0$, тогда $P_1/P_2 = \beta$. $A = \frac{1}{2}(P_1 + P_2)(V_2 - V_1) = \frac{\beta^2-1}{2\beta}RT_0$. Из графика $P = CV + B$, где C и B — некоторые постоянные коэффициенты.

Тогда $T = \frac{C}{R}V^2 + \frac{B}{R}V = \frac{C}{R}\left(V + \frac{B}{2C}\right)^2 - \frac{B^2}{4CR}$.
T максимальна при $V = -B/2C$
$T_{\max} = -\frac{B^2}{4CR} = \frac{1}{4}\frac{(\beta+1)^2}{\beta}T_0$.
$T_{\max} - T_0 = \Delta T = \frac{4\beta}{(\beta-1)^2}T_0$.
$A = \frac{\beta^2-1}{2\beta}RT_0 = 2\frac{\beta+1}{\beta-1}R\Delta T = 3\,3\cdot 10^3$ Дж.

Задача 3. Выцветший чертеж

Решение представлено на рис. 17.



Задача 4. Сложные колебания

Движение шарика — это суперпозиция двух колебаний с близкими частотами: колебания в плоскости рисунка $\omega_1 = \sqrt{g/l}$ и колебания в плоскости, перпендикулярной плоскости рисунка, $\omega_2 = \sqrt{g/(l+\Delta)}$. Период “вращения” плоскости колебаний шарика $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_1 - \omega_2} \approx T\frac{2l}{\Delta}$, где T — период колебаний маятника. Действительно, $T_1^2 = 4\pi^2/\omega_1^2 = 4\pi^2 l/g$, $T_2^2 = 4\pi^2/\omega_2^2 = 4\pi^2(l + \Delta)/g$. Если $\Delta \ll l$, то $T_1 \approx T_2 \approx T$ и $T_2 - T_1 = \Delta T$.

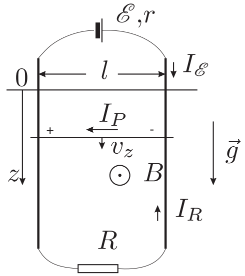
$$T_2^2 - T_1^2 = (T_2 - T_1)(T_2 + T_1) \approx \Delta T \cdot 2T = 4\pi^2\Delta/g = T^2\Delta/l.$$

Отсюда находим $T/\Delta T = 2l/\Delta$ и окончательно

$$T_0 = 2\pi/(\omega_1 - \omega_2) = \frac{1}{\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}} \approx T\frac{T}{\Delta T} = T\frac{2l}{\Delta}.$$

11 класс

Задача 1. Падающая рейка



Предположим, что перемычка движется вниз и в некоторый произвольный момент времени ее координата равна z, а ее скорость $v_z = dz/dt$. В перемычке будет действовать ЭДС индукции $\mathscr{E}_{ind} = Bv_z l$, а ее полярность указана на рис. Через батарею, перемычку и резистор R будут течь токи $I_{\mathscr{E}}$,I_P,I_R соответственно. Уравнение движения перемычки будет иметь вид $M dv_z/dt = Mg - BI_P l$. Закон Ома для верхнего контура (батарея плюс перемычка) $\mathscr{E} + \mathscr{E}_{ind} = I_{\mathscr{E}} r$.

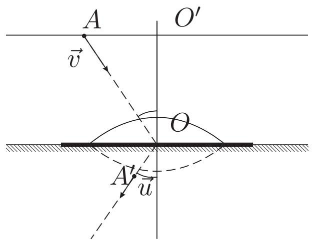
Закон Ома для нижнего контура (перемычка плюс резистор R) $\mathscr{E}_{ind} = I_R R$. Закон сохранения заряда будет иметь вид $I_P = I_{\mathscr{E}} + I_R$. Из трех последних уравнений найдем I_P и, подставив в первое, получим уравнение движения перемычки:

$$M\frac{dv_z}{dt} + \frac{(Bl)^2(R+r)}{Rr}v_z = Mg - \frac{Bl\mathscr{E}}{r}.$$

В установившемся режиме $v_z = \mathrm{const} = v_{\text{уст.}}$, откуда

$$v_{\text{уст.}} = \frac{(Mgr - Bl\mathscr{E})R}{(Bl)^2(R+r)} \approx 5 \text{ м/с}^2.$$

Задача 2. Линза на зеркале



Оптическая сила системы линза + зеркало равна сумме оптических сил двух линз и плоского зеркала: $\frac{1}{F_s} = \frac{1}{F} + \frac{1}{F}$. Следовательно, фокусное расстояние данной системы $F_s = F/2$.

Обозначим расстояние от мухи до оптического центра линзы $|AO|$ через x, а аналогичное расстояние $|A'O|$ до изображения мухи через y. Пусть угол между AO и главной оптической осью линзы OO' равен α. По формуле линзы можно записать: $\frac{1}{x\cos\alpha} + \frac{1}{y\cos\alpha} = \frac{2}{F}$. Продифференцировав данное уравнение по времени: $\frac{\dot{x}}{x^2} = -\frac{\dot{y}}{y^2}$, где $\dot{x}$ — скорость мухи, а $\dot{y}$ — скорость ее изображения $\dot{y} = -(y/x)^2\,\dot{x}$.

В тот момент, когда муха находится на расстоянии $4F$ от плоскости зеркала, аналогичное расстояние от ее изображения b найдем по формуле линзы: $\frac{1}{4F} + \frac{1}{b} = \frac{2}{F}$, откуда $b = 4F/7$. Следовательно, в данный момент времени отношение $y/x = \frac{4F/7}{4F} = 1/7$. Поэтому скорость изображения мухи $u = -v/49$.

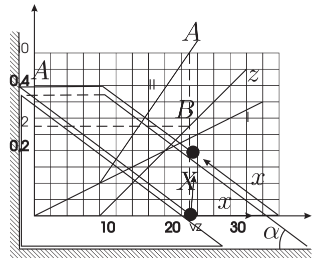
Задача 3. Мощность нелийненого элемента

Данную задачу можно решать как графически, так и аналитически. Мы рассмотрим аналитическое решение данной задачи.

Связь между током I_Z через элемент Z и напряжением V на нем при $V \geqslant 10$ В имеет вид: $I_Z = 0\,02V - 0\,2$. Здесь ток выражен в амперах, а напряжение в вольтах. Аналогичная связь для резистора при $V \geqslant 0$: $I_R = 0\,01V$. При $V = 10$ В суммарный ток через резистор иэлемент Z равен

$0\,1$ А, что меньше, чем $0\,5$ А, а это означает, что напряжение V будет явно больше 10 В и нас будет интересовать значения $V > 10$ В. Суммарный ток $I_{R+Z} = I_R + I_Z = 0\,03V - 0\,2$. Подставляя в это выражение $I_{R+Z} = I_0$, найдем рабочее напряжение $V_Z = V_R$ на резисторе и на элементе: $V_Z = 70/3$ В $= 23\,3$ В. При этом напряжении найдем ток через элемент Z: $I_Z = 8/30$ А $= 0\,267$ А. Выделяемая мощность на элементе Z: $P_Z = I_Z V_Z = 6\,22$ Вт.

Задача 4. Ускорение грузика



Пусть за некоторое время клин переместится на расстояние x. Поскольку нить нерастяжима, то грузик переместится вдоль клина тоже на расстояние x. Полное перемещение грузика будет, очевидно, X. Поскольку все эти перемещения образуют равнобедренный треугольник с углом α при вершине, то $X = 2x\sin(\alpha/2)$. Так как начальная скорость клина и грузика равна нулю, то полученное соотношение между перемещениями справедливо и для ускорений $a_{\text{гр}} = 2a\sin(\alpha/2)$.