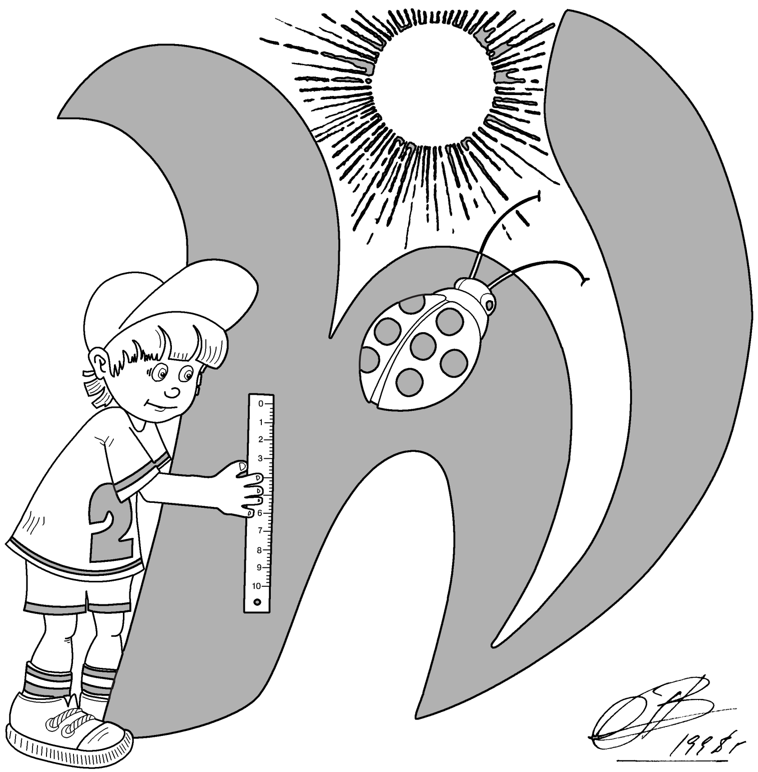
Федеральное агентство по образованию
Центральный оргкомитет Всероссийских олимпиад
Методическая комиссия по физике

XLI Всероссийская олимпиада школьников по физике

Окружной этап

Теоретический тур

Методическое пособие



Москва, 2006/2007 уч.г.

Комплект задач подготовлен методической комиссией по физике
Центрального оргкомитета Всероссийских олимпиад школьников
Телефоны: (495) 408-80-77, 408-86-95, (477) 361-80-43.
E-mail: **physolymp@gmail.com**, **vip@mail.mipt.ru**

Авторы задач

8 класс
1. Кармазин С.
2. Чудновский А.
3. Крюков А.
4. Слободянин В.

9 класс
1. Шведов О.
2. Дунин С.
3. Александров Д.
4. Шведов О.

10 класс
1. Чудновский А.
2. Варгин А.
3. Воробьёв И.
4. Чудновский А.
5. Чудновский А.

11 класс
1. Чудновский А.
2. Чудновский А.
3. Варгин А.
4. Чивилёв В.
5. Шведов О.

Оформление и вёрстка — Чудновский А.

При подготовке оригинал-макета
использовалась издательская система $\LaTeX\,2_\varepsilon$.

Подписано в печать 28 декабря 2007 г. в 15:33.

141700, Московская область, г. Долгопрудный
Московский физико-технический институт

8 класс

Задача 1. Кирпичный «колодец»

Экспериментатор Глюк склеил 4 кирпича (каждый массой $m = 3{,}24$ кг) водоустойчивым клеем. В результате у него получился кирпичный «колодец», который он приклеил ко дну стеклянного сосуда прямоугольной формы, площадь дна которого $S_0 = 540$ см^2. Затем Глюк начал наливать воду из шланга, опущенного в сосуд между его стенкой и кирпичным «колодцем» (рис. 1). Вода из шланга вытекала с постоянной скоростью. Глюк исследовал зависимость уровня воды в сосуде h от времени. График полученной зависимости представлен на рисунке 2, причём время $t = 0$ соответствует моменту начала поступления воды в сосуд. По результатам этого исследования Глюк определил длину C, ширину B и толщину A каждого кирпича, а также плотность материала, из которого они сделаны. Какие он получил значения перечисленных величин? Массой клея пренебречь.

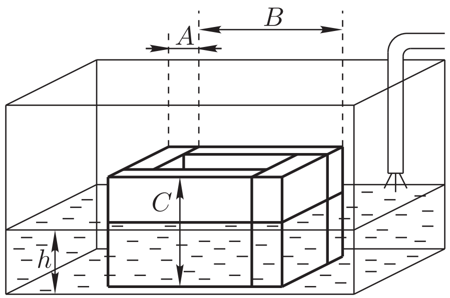


Рис. 1

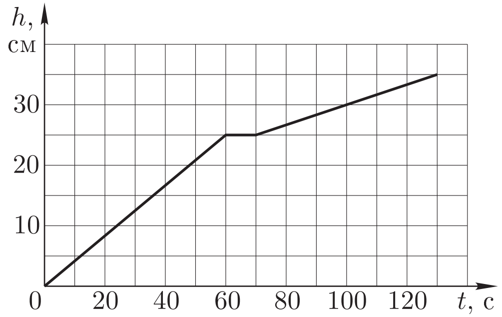


Рис. 2

Задача 2. Протягивание проволоки

Проволоку площадью поперечного сечения S протягивают через систему шкивов (рис. 3). Шкив, отмеченный изогнутой стрелкой, жёстко закреплён на валу электромотора, а остальные могут вращаться свободно. Найдите минимальную мощность $N_{\min}$ мотора, необходимую для протягивания проволоки со скоростью v, если известно, что из-за внутреннего трения при изгибе на верхнем шкиве температура проволоки увеличивается на ΔT. Материал, из которого изготовлена проволока, имеет плотность ρ и удельную теплоёмкость c.

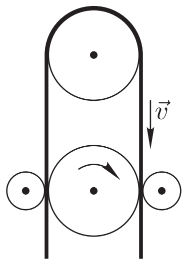


Рис. 3

Задача 3. Воздушный шар

Профессор Глюк, стоя на берегу моря, решил запустить воздушный шар объёмом $V = 30$ л. Масса оболочки шара $m = 0{,}02$ кг. Глюк наполнил шар гелием при нормальном давлении. Найдите высоту подъёма воздушного шара, если плотность гелия при нормальных условиях $\rho_{=}0{,}18$ г/л. Объём шара при подъёме не меняется. Зависимость плотности воздуха от высоты над уровнем моря представлена на рисунке 4.

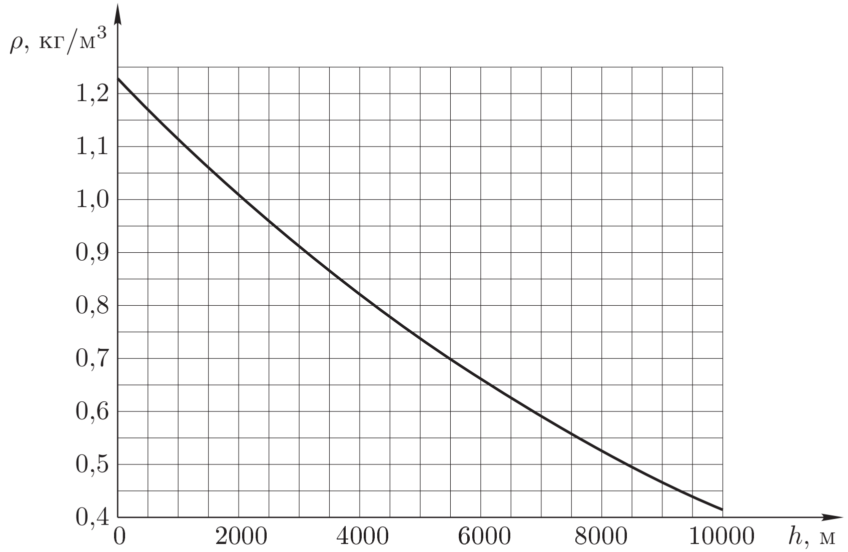


Рис. 4

Задача 4. «Лесенка»

Электрическая цепь состоит из нескольких сборок резисторов, соединённых последовательно по схеме (рис. 5). Сборка номер n состоит из n соединённых параллельно резисторов, сопротивление которых пробегают ряд значений от R до R/n, где $R = 6$ кОм, напряжение на батарейке $U = 12$ В. Вычислите силу тока I_n через амперметр для одного или нескольких значений n из диапазона от 1 до 10.

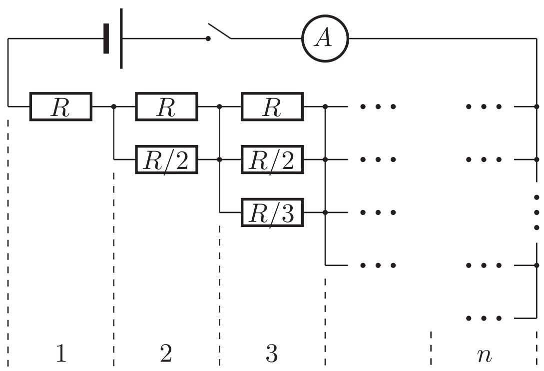


Рис. 5

Примечание. Число баллов за задачу равно максимальному n из указанного диапазона, для которого I_n подсчитано верно.

9 класс

Задача 1. Падение тела

Приведён график зависимости скорости падающего на Землю тела массой $m = 1$ кг от времени в единицах t_0 (рис. 6).

1. Определите промежуток времени t_0.

2. Чему равна сила сопротивления воздуха $f(v)$, действующая на тело, движущееся со скоростью

а) $v = 10$ м/с,

б) $v = 8$ м/с?

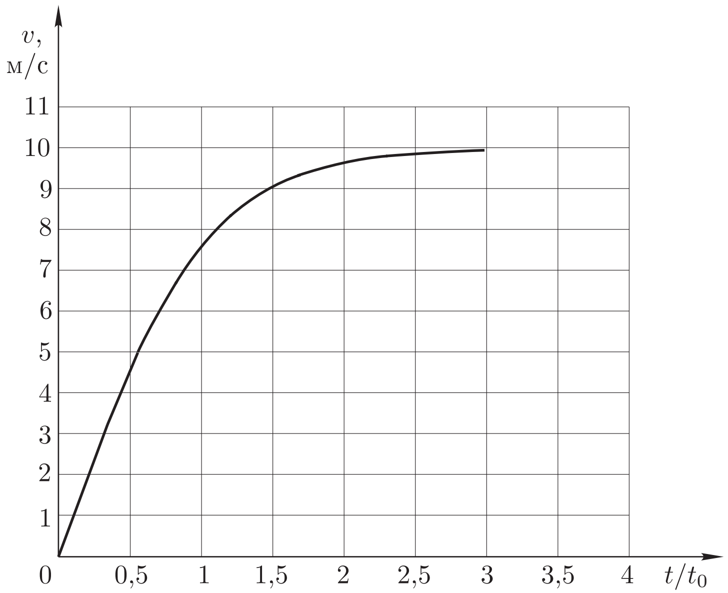


Рис. 6

Задача 2. Доски и шайбы

На гладкой поверхности расположены параллельно друг другу две длинных и узких доски, а между ними — четыре шайбы радиуса R. Расстояние между досками $3L$, а начальное положение шайб показано на рисунке 7. Левая доска начинает двигаться вправо со скоростью v. Масса каждой доски m, масса каждой из шайб $m/2$. Материал, из которого сделаны доски и шайбы, таков, что все столкновения можно считать абсолютно неупругими. Тела при соударении не слипаются. Радиус шайб $R < L$ и достаточно мал для того, чтобы шайбы не задевали друг за друга. На каком расстоянии от правой доски будет находится левая доска через достаточно большое время t после начала движения?

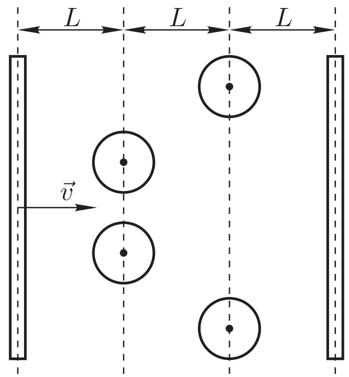


Рис. 7

Задача 3. Цилиндр в воде

Тонкая прямая проволока, представляющая собой цилиндр длины L сечением S, изготовлена из однородного материала с плотностью ρ. Удерживая за верхний конец, проволоку вертикально погружают на половину своей длины в жидкость с плотностью ρ_0 ($\rho > \rho_0$). Найдите силу натяжения проволоки на расстоянии h от её нижнего конца. Ускорение свободного падения равно g. Атмосферное давление P_0.

Задача 4. Пара одинаковых линз

Две одинаковые собирающие тонкие линзы Л$_1$ и Л$_2$ с фокусным расстоянием F каждая расположены на расстоянии l друг от друга ($l > 2F$). Линзу Л$_3$ с каким фокусным расстоянием F' следует поставить посередине между линзами Л$_1$ и Л$_2$, чтобы любой луч, падающий на оптическую систему под малым углом к главной оптической оси, выходил бы из неё параллельно своему первоначальному направлению? Главные оптические оси всех трёх линз совпадают.

10 класс

Задача 1. Результирующая сила

Однородный нерастяжимый канат линейной плотностью ρ (кг/м) тянут через блок радиусом r (рис. 8). В некоторый момент разность длин свисающих кусков равна h, а левый конец каната движется вниз со скоростью v и ускорением a. Найдите горизонтальную F_x и вертикальную F_y проекции суммы всех сил, действующих на канат в этот момент времени. Свисающие концы каната движутся по вертикали.

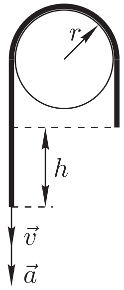


Рис. 8

Задача 2. Канал в бруске

Брусок массой M покоится на гладкой горизонтальной поверхности. В бруске просверлен тонкий канал, состоящий из трёх участков: горизонтального, вертикального и плавно их соединяющего изогнутого участка (рис. 9). В канал влетает с некоторой горизонтальной скоростью маленький шарик массой m. В процессе движения шарик поднимается до максимальной высоты H в вертикальном канале. Определите скорости v_1 шарика и v_2 бруска сразу после того, как шарик выскользнет из канала. Трение не учитывайте.

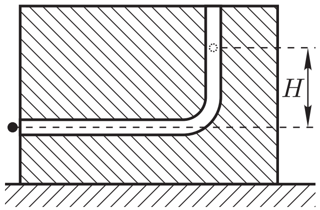


Рис. 9

Задача 3. Смещение поршня

К поршню, который делит герметичный горизонтальный цилиндр на два отсека равной длины, прикреплён шток, проходящий через отверстие в торце цилиндра (рис. 10). Начальное давление воздуха в отсеках одинаково и равно внешнему. Найдите, на какую долю x первоначальной длины отсека сместится поршень, если внешнее давление изменить в n раз. Проведите расчёт для $n_1 = 50$ и $n_2 = 1/50$. Отношение площади s штока к площади S поршня $\alpha = s/S = 0{,}02$. Температура воздуха в цилиндре поддерживается постоянной. Трение не учитывайте.

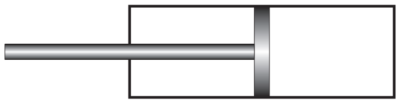


Рис. 10

Задача 4. Расширение гелия

Гелий в количестве ν молей находится в теплоизолированном вертикальном сосуде под поршнем, на котором стоит гиря, масса которой в α раз больше массы поршня (рис. 11). Над поршнем вакуум. Если к гелию медленно подвести теплоту Q, объём гелия увеличится на такую же величину, как если бы вместо подведения тепла гирю быстро сняли. Найдите изменение ΔT_2 температуры гелия во втором процессе. Гелий можно считать идеальным газом.

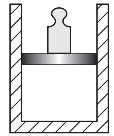


Рис. 11

Задача 5. Падение сквозь конденсатор

Плоский конденсатор подключён к источнику постоянного напряжения U. Пластины конденсатора расположены вертикально и имеют форму прямоугольников высотой H (рис. 12). Точно над центром конденсатора на высоте h над верхними краями пластин удерживают крупинку, имеющую массу m и несущую заряд q. Крупинку отпускают, и она начинает падать в поле тяжести g. При каком минимальном расстоянии d между пластинами крупинка сможет пролететь через конденсатор, не задев пластин? Краевые эффекты и сопротивление воздуха не учитывайте.

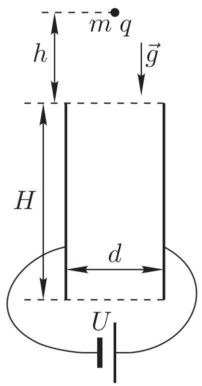


Рис. 12

11 класс

Задача 1. Соскальзывающий канат

Симметричная жёстко закреплённая труба состоит из трёх частей: двух прямых вертикальных участков AB и CD и соединяющего их участка BC, имеющего форму полуокружности (рис. 13). Через трубу пропущен однородный тяжёлый канат, который может двигаться внутри неё без трения. В начальный момент времени его концы находятся на одной высоте. Вследствие пренебрежимо малого внешнего воздействия канат начинает соскальзывать в одну из сторон. Найдите ускорение a концов каната и долю k длины каната, на которую опустится один из его концов, в тот момент, когда вертикальная составляющая силы, действующей на канат со стороны трубы, станет равна нулю. Длиной изогнутого участка трубы можно пренебречь по сравнению с длиной вертикальных кусков каната в любой момент времени.

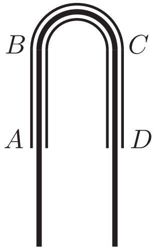


Рис. 13

Задача 2. «Убегание» жидкости

Одно колено высокой симметричной U-образной трубки, имеющей площадь поперечного сечения S, открыто в атмосферу, а второе — наглухо закрыто. Трубка заполнена жидкостью плотностью ρ, причём в открытом колене уровень жидкости доходит до краёв, а в закрытом — на h ниже из-за оставшегося под крышкой воздуха (рис. 14). Трубку нагревают от начальной комнатной температуры T_1 до температуры T_2 кипения жидкости при атмосферном давлении P_0. Найдите объём ΔV жидкости, вылившейся из открытого колена к моменту закипания, если известно, что уровень жидкости в закрытом колене остался выше горизонтального участка трубы. Испарением жидкости из открытого колена в процессе нагревания и давлением насыщенных паров жидкости при комнатной температуре можно пренебречь.

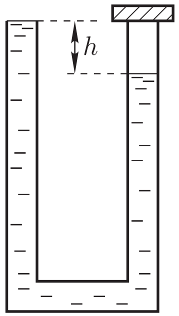


Рис. 14

Задача 3. Частица и переменный конденсатор

Одна из пластин плоского конденсатора закреплена, а другую можно передвигать. Расстояние между пластинами можно устанавливать любым в пределах от 0 до d. Имеется источник постоянного напряжения, который вне зависимости от расстояния между пластинами поддерживает на конденсаторе напряжение U. Требуется разогнать частицу с зарядом $q > 0$, первоначально покоившуюся между пластинами конденсатора, до максимально возможной кинетической энергии. При этом частица не должна приближаться к пластинам ближе, чем на расстояние a. Найдите эту энергию и укажите полярность подключения источника, начальное положение частицы и способ перемещения пластины, при которых этот максимум достигается. Силу тяжести и краевые эффекты не учитывайте.

Примечание. Первообразная функции $1/(x+k)$ есть $\ln(x+k)$.

Задача 4. Электромагнитная пушка

В длинном соленоиде радиусом r создано однородное магнитное поле с индукцией B_0, направленной вдоль оси O цилиндра (рис. 15). На расстоянии R_0 от оси, перпендикулярно оси, укреплена прямолинейная трубка AM из диэлектрика. Угол AOM равен $\alpha = \pi/3$. Длина трубки значительно меньше длины соленоида. Внутри трубки в точке A находится небольшой шарик массой m с положительным зарядом q. Найдите скорость шарика в момент вылета из трубки в следующих случаях.

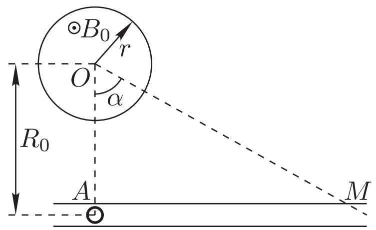


Рис. 15

1. Магнитное поле исчезает за малое время, в течение которого шарик смещается на расстояние, значительно меньшее R_0.

2. Индукция магнитного поля уменьшается с постоянной скоростью $dB/dt = -k < 0$ в течение всего времени движения шарика по трубке.

Трением и электромагнитным действием трубки на шарик пренебречь.

Задача 5. Пара неодинаковых линз

Две тонкие линзы Л$_1$ и Л$_2$ с фокусными расстояниями F_1 и F_2 расположены на расстоянии L друг от друга. Тонкую линзу Л$_3$ располагают между линзами Л$_1$ и Л$_2$ таким образом, что любой луч, падающий на оптическую систему под малым углом к главной оптической оси, выходит из неё параллельно своему первоначальному направлению. Найдите фокусное расстояние F_3 линзы Л$_3$ и расстояния l_1 и l_2 от линзы Л$_3$ до линз Л$_1$ и Л$_2$. Главные оптические оси всех трёх линз совпадают.

Примечание. Фокусные расстояния собирающих линз принимаются положительными, рассеивающих — отрицательными.

Возможные решения

8 класс

Задача 1. Кирпичный «колодец»

Проанализируем график, представленный на рисунке 16. Его первый участок от нулевой до 60-й секунды соответствует заполнению водой пространства между стенками сосуда и кирпичами. Объём наливаемой воды определяется произведением высоты h на разность между площадью дна сосуда S_0 и площадью внешнего сечения кирпичного «колодца» $S_1 = (A + B)^2$.

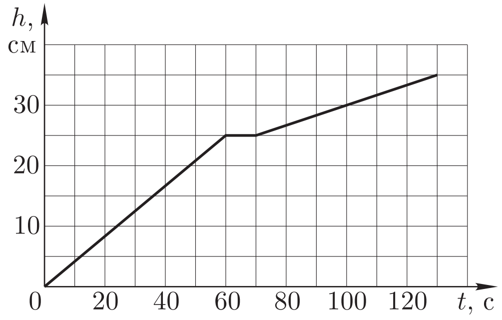


Рис. 16

В течение последующих 10 с уровень воды в сосуде не меняется, что обусловлено заполнением водой внутренней полости «колодца» через верхний край кирпичей. Площадь сечения внутренней полости $S_2 = (B - A)^2$. Начиная с 70-й секунды уровень воды превышает высоту кирпичной конструкции. Из графика следует, что длина кирпича $C = 25$ см. С этого момента заполнение сосуда происходит медленнее, чем на первом участке, так как площадь сечения заполняемого объёма стала больше и равна теперь площади дна сосуда. Участок графика от 70-й до 130-й секунды позволяет определить расход поступающей в сосуд воды v в литрах в секунду. Поскольку за $\Delta t_3 = 60$ с в сосуд поступил объём $\Delta h S_0$, где $\Delta h = 10$ см, то

$$v = \Delta h S_0/\Delta t_3 = 10 \text{ см} \times 540 \text{ см}^2/60 \text{ с} = 90 \text{ см}^3/\text{с} = 0{,}09 \text{ л/с}.$$

Теперь на основе первой части графика (до 60-й секунды) можно определить внешнюю площадь сечения кирпичного «колодца». Поскольку за $\Delta t_1 = 60$ с уровень воды достиг значения $h_0 = 25$ см, то объём поступившей за это время воды с одной стороны равен произведению этой высоты на разность площадей S_0 и S_1, а с другой стороны этот объём равен произведению расхода воды на время её поступления. Таким образом получаем уравнение $h_0((S_0 - (A + B)^2) = v\Delta t_1$ или

$$(A + B)^2 = S_0 - (v\Delta t_1)/h_0 = 540 - (90 \times 60)/25 = 324 \text{ см}^2 \qquad (1)$$

Заполнение внутренней полости «колодца» продолжалось $\Delta t_2 = 10$ с Следовательно $h_0(B - A)^2 = v\Delta t_2$ Или

$$(B - A)^2 = (v\Delta t_2)/h_0 = 36 \text{ см}^2 \qquad (2)$$

Из (1) и (2) находим $B = 12$ см, $A = 6$ см. Таким образом объём одного кирпича равен $V = A \times B \times C = 6 \times 12 \times 25 = 1800$ см^3 = 0,0018 м^3 а плотность $\rho = M_к/V = 3{,}24/0{,}0018 = 1800$ кг/м^3.

Критерии оценивания

Длина 2
Расход 2
Ширина 2
Толщина 2
Плотность 2

Задача 2. Протягивание проволоки

Мотор, протягивая проволоку, должен совершить, как минимум, работу, необходимую для нагревания проволоки. Поэтому минимальную мощность можно найти, если подсчитать необходимое для такого нагревания количество теплоты. За время t будет протянута проволока массой $m = \rho Sl$, где $l = vt$ — длина протянутой проволоки. Для её нагрева на ΔT требуется теплота $Q = cm\Delta T$. Минимальная работа мотора $A_{\min} = Q$, а его мощность

$$N_{\min} = \frac{A_{\min}}{t} = \frac{Q}{t} = \frac{cm\Delta T}{t} = c\rho Sv\Delta T.$$

Критерии оценивания

Выражение для m 3
Выражение для Q 2
Равенство минимальной работы и теплоты 2
Ответ 3

Задача 3. Воздушный шар

Шар достигнет высоты где подъёмная сила (сила Архимеда) уравняется с весом шара с гелием:

$$V\rho g = mg + V\rho_g.$$

Разделим правую и левую часть уравнения на V и сокращая g получим:

$$\rho = \frac{m}{V} + \rho_{=}0{,}847 \text{ г/л} \approx 0{,}85 \text{ г/л}.$$

Высоту подъёма шара определяется по графику зависимости плотности от высоты над уровнем моря. Таким образом шар достигнет высоты приблизительно $h = 3700$ м.

Критерии оценивания

Средняя плотность шара 3
Идея равенства плостности шара и плотности воздуха 3
Вычисление h 4

Задача 4. «Лесенка»

Если n одинаковых резисторов соединить параллельно, то их эквивалентное сопротивление будет равно $R_n = R/n$. Например, с учётом этого обстоятельства схему 3-ой сборки можно представить в виде (рис. 17), а её сопротивление

$$R_3 = \frac{R}{1+2+3} = R\left(\frac{1}{(3\cdot 4)/2}\right) = R\left(\frac{1}{6}\right) = 1{,}0\ \text{кОм}.$$

Аналогично, для n-ой сборки

$$R_n = R\left(\frac{2}{n\,(n+1)}\right) = 2R\left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right).$$

Эквивалентную схему цепи из 3-х сборок можно представить в виде (рис. 18). Её сопротивление

$$R_{э(3)} = R\left(1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}\right) = \frac{3}{2}R = 9\ \text{кОм}.$$

Из закона Ома следует, что сила тока, протекающего через амперметр,

$$I_3 = \frac{2}{3}\frac{U}{R} = 1\frac{1}{3}\ \text{мА}.$$

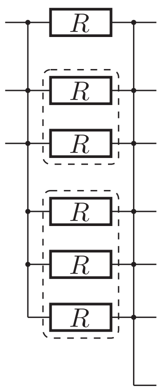


Рис. 17

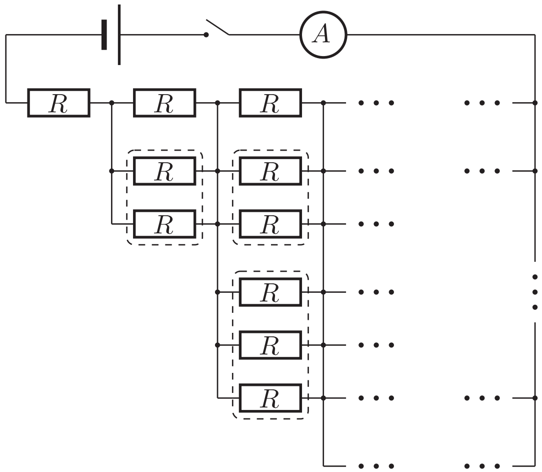


Рис. 18

Примечание. Сопротивление схемы из N сборок равно

$$R_{Э(N)} = 2R\sum_{n=1}^{N}\left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right) = 2R\left(1 - \frac{1}{n+1}\right).$$

При $N \to \infty$, эквивалентное сопротивление $R_Э \to 2R$. Следовательно, сила тока, протекающего через амперметр, будет стремиться к

$$I_\infty = \frac{U}{2R} = 1{,}0\ \text{мА}.$$

Критерии оценивания

Критерии оценивания указаны в условии.

9 класс

Задача 1. Падение тела

Изобразим данный в условии график схематически (рис. 19). Поскольку при достаточно малых скоростях сопротивлением воздуха можно пренебречь, то $a = g = 10$ м/с^2. При малых t скорость тела прямо пропорциональна времени: $v = at$, где $at_0 = 10$ м/с, отсюда $t_0 = 1$ с.

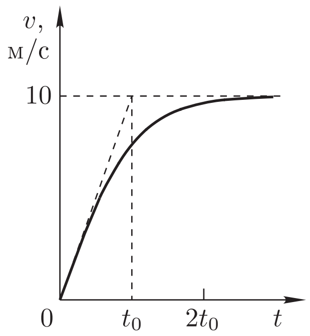


Рис. 19

2. При $v = 10$ м/с сила тяжести, действующая на тело, уравновешивается силой сопротивления воздуха; обе силы по модулю равны $f = 10$ Н.

3. Скорость $v = 8$ м/с достигается в момент времени $\tau = 1{,}1$ с. Вблизи этого момента времени график зависимости $v(t)$ можно приближенно считать прямой линией с угловым коэффициентом $a = 3{,}6$ м/с^2; следовательно, равнодействующая сила, действующая на тело, равна 3,6 Н, и $f = 10$ Н – – 3,6 Н = 6,4 Н.

Критерии оценивания

Определение t_0 3
Сила сопротивления при 10 м/с 3
Сила сопротивления при 8 м/с 4

Задача 2. Доски и шайбы

Левая доска, двигаясь вправо, в некоторый момент времени столкнётся одновременно с двумя левыми шайбами. Поскольку масса доски равна суммарной массе двух шайб, а соударение абсолютно неупругое, после соударения левая доска и столкнувшиеся с ней шайбы, по закону сохранения импульса, приобретут скорость $v/2$. После столкновения левой доски со второй парой шайб, её скорость уменьшится до $v/4$, и она будет двигаться с этой скоростью вместе со второй парой шайб. Первая же пара шайб продолжит двигаться со скоростью $v/2$ до столкновения с правой доской. После этого соударения правая доска также приобретет скорость $v/4$. Больше расстояние между досками меняться не будет.

До момента второго столкновения левая доска проходит путь $S_1 = 2L - R$. После этого первой паре шайб до столкновения с правой доской необходимо пройти путь $L - R$. Время, необходимое для этого

$$t_2 = \frac{L-R}{v/2}.$$

За это время левая доска успеет приблизится к правой ещё на расстояние $S_2 = (v/4)t_2$. Поскольку начальное расстояние между досками равно $3L$, конечное расстояние между ними

$$S = 3L - (S_1 + S_2) = \frac{L+3R}{2}.$$

Критерии оценивания

Движение доски и шайб после первого соударения 2
Движение доски и шайб после второго соударения 3
Движение досок и шайб после третьего соударения 2
Формула для расстояния между досками после всех соударений 2
Численный ответ 1

Задача 3. Цилиндр в воде

Разделим мысленно проволоку в нужной нам точке на две части. На нижнюю часть действуют сила натяжения, сила тяжести ρShg и сила давления жидкости на нижний торец проволоки $(\rho_0 gL/2 + P_0)S$. Из условия равновесия получаем

$$T = \rho Shg - \left(\rho_0 \frac{L}{2} g + P_0\right) S = Sg\left(\rho h - \rho_0 \frac{L}{2}\right) - P_0 S.$$

Ответ справедлив при любых значениях h в интервале $0 \leqslant h \leqslant L$ независимо от того, оказывается выбранная точка над или под поверхностью жидкости. Отрицательное значение силы натяжения означает, что проволока будет сжата.

Критерии оценивания

Формула для силы тяжести 1
Формула для силы давления жидкости без учета атмосферы 1
Учет атмосферного давления 2
Запись условия равновесия 2
Получение ответа 3
Интерпретация знака T 1

Задача 4. Пара одинаковых линз

По условию задачи, падающий параллельный пучок лучей преобразуется оптической системой в параллельный с тем же наклоном. Собирающая линза сводит параллельный пучок лучей в точку в фокальной плоскости. Следовательно, линза Л$_3$ должна переводить источник A в фокальной плоскости линзы Л$_1$ в изображение B в фокальной плоскости линзы Л$_2$ (рис. 20), при этом расстояния от линзы Л$_3$ как до источника A, так и до изображения B равны $l_3 = l/2 - F$. Расстояния от точек A и B до главной оптической оси также совпадают. Рассмотрим луч, испускаемый из точки A параллельно главной оптической оси; он преломляется на линзе в точке A', далее пересекает главную оптическую ось в фокусе F' и затем проходит через точку B. Опустим из точки B перпендикуляр BB' на главную оптическую ось; обозначим через O центр линзы. Из равенства прямоугольных треугольников $A'OF'$ и $BB'F'$ получаем: $|OF'| = |B'F'| = l_3/2$ (рис. 21). Следовательно, линза Л$_3$ является собирающей с фокусным расстоянием

$$F' = \frac{l_3}{2} = \frac{l}{4} - \frac{F}{2}.$$

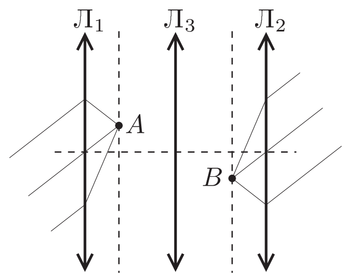


Рис. 20

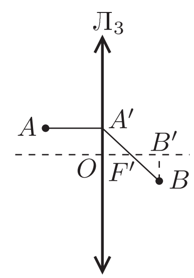


Рис. 21

Критерии оценивания

Построение изображений A и B 3
Расчёт расстояний от изображений до линзы Л$_3$ 3
Расчёт фокусного расстояния линзы Л$_3$ 4

10 класс

Задача 1. Результирующая сила

Результирующая сила $\vec{F}$ (векторная сумма всех сил, действующих на тело) определяет в соответствии со вторым законом Ньютона ускорение $\vec{a}_C$ центра масс тела:

$$\vec{F} = m\vec{a}_C, \qquad \text{откуда} \qquad F_x = ma_{Cx}, \qquad F_y = ma_{Cy},$$

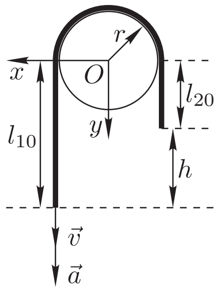


Рис. 22

где a_{Cx}, a_{Cy} — проекции ускорения центра масс, $m = \rho l$ — масса каната, l — его длина. Введём систему координат Oxy как показано на рисунке 22. Пусть l_1 и l_2 — длины свисающих кусков каната в зависимости от времени, тогда вблизи рассматриваемого момента времени ($t = 0$)

$$l_1(t) = l_{10} + vt + \frac{at^2}{2}, \qquad l_2(t) = l_{20} - vt - \frac{at^2}{2}, \tag{3}$$

причём $l_1(0) - l_2(0) = l_{10} - l_{20} = h$. Координаты центра масс каната:

$$x_C = \frac{\rho l_1 \cdot r - \rho l_2 \cdot r}{\rho l} = \frac{(l_1 - l_2)r}{l}, \tag{4}$$

$$y_C = \frac{\rho l_1 \cdot (l_1/2) + \rho l_2 \cdot (l_2/2) + \rho \pi r \cdot y_0}{\rho l} = \frac{l_1^2 + l_2^2}{2l} + \frac{\pi r y_0}{l}, \tag{5}$$

где y_0 — координата центра масс куска каната, лежащего на блоке. Подставив (3) в (4), получим

$$x_C(t) = \frac{rh}{l} + \frac{2rv}{l}t + \frac{1}{2} \cdot \frac{2ra}{l}t^2,$$

откуда видно, что по оси x ускорение центра масс $a_{Cx} = 2ra/l$. После аналогичной подстановки (3) в (5), раскрытия скобок и приведения подобных членов зависимость $y_C(t)$ примет вид многочлена четвёртой степени:

$$y_C(t) = B_0 + B_1 t + B_2 t^2 + B_3 t^3 + B_4 t^4.$$

Как и в случае равноускоренного движения, B_0 — это начальная координата, B_1 — начальная скорость, $2B_2$ — начальное ускорение, которое в данном случае (в предположении $a(t) = \mathrm{const}$) не будет постоянным из-за наличия старших членов по t (аналогично тому, как координата перестаёт быть постоянной при наличии скорости, а скорость перестаёт быть постоянной при наличии ускорения). Однако нам требуется найти именно начальное ускорение в этом движении, которое однозначно определяется коэффициентом

$$B_2 = \frac{ha + 2v^2}{2l}, \qquad \text{откуда} \qquad a_{Cy}(0) = 2B_2 = \frac{ha + 2v^2}{l}.$$

Следовательно,

$$F_x = \rho l \cdot a_{Cx} = 2\rho r a, \qquad F_y = \rho l \cdot a_{Cy} = \rho h a + 2\rho v^2.$$

Критерии оценивания

Связь результирующей силы с ускорением центра масс 1
Нахождение координат центра масс 3
Нахождение проекций ускорения центра масс 4
Окончательные выражения для проекций результирующей силы 2

Задача 2. Канал в бруске

Пусть v_0 — начальная скорость шарика, v — скорость шарика и бруска в момент достижения шариком наивысшей точки, тогда законы сохранения импульса и энергии имеют вид:

$$mv_0 = (M + m)v, \qquad \frac{mv_0^2}{2} = \frac{(M + m)v^2}{2} + mgH,$$

откуда

$$v_0 = \sqrt{2gH\left(1 + \frac{m}{M}\right)}.$$

Поскольку потерь энергии в системе нет, то импульс и энергию системы сразу после вылета шарика из канала можно приравнять их начальным значениям. Полагая скорость шарика после вылета направленной влево, а скорость бруска — вправо, запишем законы сохранения импульса и энергии:

$$mv_0 = -mv_1 + Mv_2, \qquad \frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv_1^2}{2} + \frac{Mv_2^2}{2},$$

откуда

$$v_1 = \frac{M - m}{M + m}v_0, \qquad v_2 = \frac{2m}{M + m}v_0, \qquad \text{где} \qquad v_0 = \sqrt{2gH\left(1 + \frac{m}{M}\right)}.$$

Критерии оценивания

Законы сохранения импульса и энергии до остановки шарика 2
Выражение для v_0 2
Законы сохранения импульса и энергии за всё время движения 2
Ответ для v_1 2
Ответ для v_2 2

Задача 3. Смещение поршня

Пусть P_0 — исходное внешнее давление, L — первоначальная длина отсека, ΔL — смещение поршня вправо, тогда $x = \Delta L/L$, а условие равновесия поршня после изменения внешнего давления имеет вид:

$$nP_0 \cdot s + \frac{LP_0}{L+\Delta L} \cdot (S-s) = \frac{LP_0}{L-\Delta L} \cdot S, \tag{6}$$

где при расчёте давлений в отсеках использовано условие постоянства температуры воздуха. Сократив (6) на P_0S, а дроби в нём на L, получим

$$n\alpha + \frac{1}{1+x}(1-\alpha) = \frac{1}{1-x},$$

или после приведения к стандартному виду:

$$\alpha n x^2 + (2-\alpha)x + \alpha(1-n) = 0.$$

Решение квадратного уравнения

$$x = \frac{\alpha - 2 \pm \sqrt{(2-\alpha)^2 + 4\alpha^2 n(n-1)}}{2\alpha n}.$$

Поскольку $-1 < x < 1$, то знак «$-$» следует отбросить. Подставив $n_1 = 50$ и $n_2 = 0{,}02$, найдём

$$x_1 = 0{,}41, \qquad x_2 = -0{,}0099 \approx -0{,}01.$$

Во втором случае поршень сместится влево, так как $x_2 < 0$.

Критерии оценивания

Использование постоянства температуры для расчёта давлений 2
Условие равновесия поршня 2
Численный ответ в первом случае 3
Численный ответ во втором случае 3

Задача 4. Расширение гелия

Пусть m — масса поршня, S — площадь его поперечного сечения, тогда давления гелия при наличии гири и без неё:

$$P_1 = \frac{m(1+\alpha)g}{S}, \qquad P_2 = \frac{mg}{S}, \qquad \text{откуда} \qquad \frac{P_2}{P_1} = \frac{1}{\alpha+1}.$$

Гелий является одноатомным газом, поэтому его молярные теплоёмкости при постоянном объёме или давлении: $C_V = 3R/2$, $C_P = 5R/2$. Пусть ΔV — изменение объёма при расширении, ΔT_1 — изменение температуры в первом

процессе, тогда, используя уравнение Менделеева–Клапейрона для первого процесса в виде $P_1\Delta V = \nu R \Delta T_1$ и

$$Q = \nu C_P \Delta T_1 = \frac{C_P}{R} P_1 \Delta V, \qquad \text{найдём} \qquad \Delta V = \frac{R}{C_P} \cdot \frac{Q}{P_1}.$$

Пусть Δh — смещение поршня к моменту установления равновесия во втором процессе, тогда закон сохранения энергии после снятия гири имеет вид:

$$\nu C_V \Delta T_2 + mg\Delta h = 0,$$

откуда

$$\Delta T_2 = -\frac{mg\Delta h}{\nu C_V} = -\frac{P_2 \Delta V}{\nu C_V} = -\frac{P_2 RQ}{P_1 \nu C_P C_V} = -\frac{4Q}{15(\alpha+1)\nu R}.$$

Критерии оценивания

Отношение внешних давлений 2
Выражение ΔV через Q 3
Закон сохранения энергии во втором опыте 2
Ответ 3

Задача 5. Падение сквозь конденсатор

При минимальном расстоянии между пластинами крупинка пролетит вблизи нижнего края одной из пластин. Рассмотрим граничный случай, когда частица попадает в нижний край пластины. Вертикальные составляющие скоростей крупинки на уровне верхних и нижних краёв пластин равны соответственно:

$$v_1 = \sqrt{2gh} \qquad \text{и} \qquad v_2 = \sqrt{2g(H+h)},$$

откуда время падения крупинки внутри конденсатора

$$t = \frac{v_2 - v_1}{g} = \left(\sqrt{H+h} - \sqrt{h}\right)\sqrt{\frac{2}{g}}.$$

За это время частица пролетит по горизонтали под действием электрической силы расстояние $d/2$, двигаясь с ускорением

$$a = \frac{F}{m} = \frac{|qE|}{m} = \frac{|q|U}{md}.$$

Из условия $d/2 = at^2/2$ находим

$$d = \sqrt{\frac{2|q|U}{mg}\left(H + 2h - 2\sqrt{h(H+h)}\right)}.$$

Критерии оценивания

Время падения крупинки внутри конденсатора 3
Горизонтальное ускорение крупинки в конденсаторе 3
Условие смещение по горизонтали на $d/2$ 2
Ответ 2

11 класс

Задача 1. Соскальзывающий канат

Пусть ρ — линейная плотность каната (кг/м), l — длина каната, l_1 и l_2 — длины его вертикальных кусков в некоторый момент времени, T_1 и T_2 — силы натяжения каната точках B и C трубы, F — вертикальная составляющая силы, действующей на канат со стороны трубы (рис. 23). Запишем второй закон Ньютона для вертикальных кусков каната:

$$\rho l_1 a = \rho l_1 g - T_1, \qquad \rho l_2 a = T_2 - \rho l_2 g. \tag{7}$$

По условию можно пренебречь длиной куска каната, находящегося внутри участка BC трубы, по сравнению с длиной вертикальных кусков, то есть считать $l_1+l_2=l$. Кроме того, различие между T_1 и T_2 связано с касательным ускорением a этого короткого (значит, лёгкого) куска, поэтому примем $T_1=T_2=T$. Решая систему (7), получаем

$$a = g\frac{l_1-l_2}{l_1+l_2} = 2kg, \qquad T = 2\rho g\frac{l_1 l_2}{l_1+l_2} = \frac{1}{2}\rho l g(1-4k^2),$$

где использовано

$$l_1-l_2 = 2kl, \qquad l_1 = \left(\frac{1}{2}+k\right)l, \qquad l_2 = \left(\frac{1}{2}-k\right)l.$$

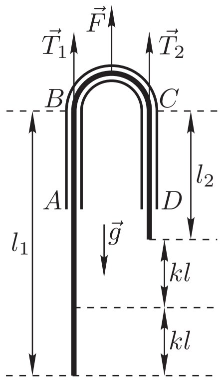


Рис. 23

Кусок каната, находящийся внутри участка BC трубы, движется по окружности под действием сил натяжения и реакции трубы. Результирующей силой, вызывающей движение по окружности, пренебрегать нельзя, так как при заданной в данный момент скорости v каната центростремительное ускорение возрастает с уменьшением диаметра полуокружности BC.

Вместо трудоёмкого суммирования сил в каждой точке участка BC применим метод малых перемещений: за малое время Δt кусок каната, находящийся внутри участка BC трубы, сместится на $\Delta l = v\Delta t$, что эквивалентно переносу кусочка каната длиной Δl из точки C в точку B с изменением знака его скорости. Изменение импульса вызвано импульсом результирующей силы:

$$\Delta p = 2(\rho\Delta l)v = (2T-F)\Delta t, \qquad \text{откуда} \qquad F = 2T - 2\rho v^2. \tag{8}$$

Скорость v найдём из закона сохранения энергии:

$$\frac{\rho l v^2}{2} = E_{\text{кин}} = -\Delta E_{\text{пот}} = (\rho k l)g(kl), \qquad \text{откуда} \qquad 2\rho v^2 = 4\rho l g k^2.$$

Подставляя полученное выражение в (8), находим $F = \rho l g(1-8k^2)$. В искомый момент $F=0$, откуда $k = 1/(2\sqrt{2})$, $a = g/\sqrt{2}$.

Критерии оценивания

Запись уравнений движения для вертикальных кусков каната 1
Получение $a = 2kg$ 1
Получение связи между T и k 1
Нахождение $F = 2T - 2\rho v^2$ 3
Выражение v из закона сохранения энергии 2
Ответ для k 1
Ответ для a 1

Задача 2. «Убегание» жидкости

Пусть H — разность уровней жидкости в коленах в момент закипания (рис. 24), тогда давления газа в закрытом колене в начальном и конечном состояниях имеют соответственно вид:

$$P_1 = P_0 + \rho g h, \qquad P_2 = P_0 + \rho g H. \tag{9}$$

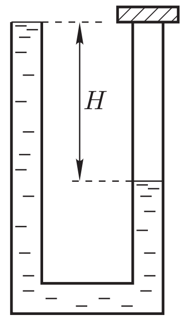


Рис. 24

С другой стороны, давление газа в закрытом колене равно сумме парциальных давлений P_v воздуха и P_n насыщенных паров жидкости:

$$P_1 = P_{v1} + P_{n1} \approx P_{v1}, \qquad P_2 = P_{v2} + P_{n2} = P_{v2} + P_0. \tag{10}$$

Каждое из парциальных давлений растёт с ростом температуры, что и приводит к выталкиванию жидкости из открытого колена. Из уравнения Менделеева–Клапейрона для воздуха в закрытом колене

$$\frac{P_{v1}\cdot Sh}{T_1} = \frac{P_{v2}\cdot SH}{T_2} \qquad \text{находим} \qquad P_{v2} = \frac{hT_2}{HT_1}P_{v1} \approx \frac{hT_2}{HT_1}(P_0+\rho g h). \tag{11}$$

Приравнивая P_2 из (9) и (10) и подставляя P_{v2} из (11), получим

$$P_0 + \rho g H = \frac{hT_2}{HT_1}(P_0+\rho g h) + P_0, \qquad \text{откуда} \qquad H = h\sqrt{\frac{T_2}{T_1}\left(\frac{P_0}{\rho g h}+1\right)}.$$

Объём вытесненной жидкости

$$\Delta V = S(H-h) = Sh\left(\sqrt{\frac{T_2}{T_1}\left(\frac{P_0}{\rho g h}+1\right)} - 1\right).$$

Критерии оценивания

Связь давлений P_1 и P_2 газа с разностью уровней жидкости в коленах 2
Представление давлений P_1 и P_2 в виде суммы парциальных 3
Уравнение Менделеева–Клапейрона для воздуха 2
Формула $\Delta V = S(H-h)$ 1
Окончательный ответ 2

Задача 3. Частица и переменный конденсатор

Энергия частицы будет максимальна, если она сместится на максимально возможное расстояние под действием максимально возможной силы. Смещение ограничивается допустимыми расстояниями между пластинами и между пластиной и частицей. Электрическая сила, действующая на частицу, обратно пропорциональна расстоянию между пластинами, поэтому в каждый момент времени пластины должны быть максимально близко друг к другу.

Подключим конденсатор к источнику так, чтобы знаки зарядов частицы и закреплённой пластины совпадали. Сдвинем пластины до расстояния $2a$. Поместим частицу точно посередине между пластинами. Как только частица начнёт двигаться, будем отодвигать пластину, чтобы расстояние от неё до частицы оставалось равным a. При $d < 2a$ ускорить частицу в конденсаторе невозможно.

Направим ось x по направлению движения частицы и выберем начало отсчёта в месте начального положения частицы. Уравнение движения частицы имеет вид:

$$m\frac{dv}{dt} = |qE|, \qquad (12)$$

где m и v — масса и скорость частицы, $|E| = U/(2a + x)$ — напряжённость электрического поля в конденсаторе. Подставим $|E|$ и домножим (12) на dx:

$$m\frac{dv}{dt}dx = |q|\frac{U}{2a + x}dx,$$

откуда, используя соотношение $v = dx/dt$, получим

$$mvdv = |q|U\frac{dx}{2a + x}.$$

Интегрируя полученное выражение в пределах от начального до конечного состояний, находим

$$K_{\max} = \frac{mv^2_{\text{кон}}}{2} = |q|U\ln(2a + x)\,\Big|_0^{d-2a} = |q|U\ln\frac{d}{2a}.$$

Критерии оценивания

Полярность указана 1
Начальное положение частицы 1
Оптимальный способ перемещения 2
Уравнение движения 1
Выражение для электрической силы 2
Ответ 3

Задача 4. Электромагнитная пушка

1. Разобьём время выключения поля на сколь угодно малые интервалы времени. Пусть магнитный поток через поперечное сечение соленоида за один из таких интервалов длительностью Δt изменился на $\Delta\Phi$. Тогда напряжённость вихревого электростатического поля в точке A направлена вдоль трубки и равна

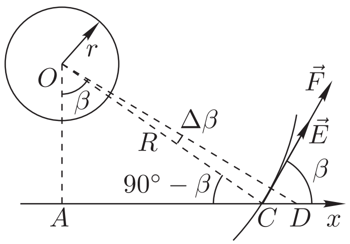


Рис. 25

$$E = \frac{-\Delta\Phi}{2\pi R_0\Delta t}.$$

Сила, действующая на шарик, $F = qE$. Поскольку $F\Delta t = m\Delta v$, где Δv — изменение скорости, то

$$-\frac{q}{2\pi R_0}\Delta\Phi = m\Delta v.$$

Суммирование данных уравнений за всё время включения поля даёт:

$$-\frac{q}{2\pi R_0}\sum\Delta\Phi = m\sum\Delta v.$$

У нас

$$\sum\Delta\Phi = 0 - B_0\pi r^2 = -B_0\pi r^2, \qquad \sum\Delta v = v_1.$$

Шарик вылетает из трубки со скоростью, равной скорости v_1, полученной в точке A:

$$v_1 = \frac{r^2qB_0}{2mR_0}.$$

2. Направим ось Ox вдоль трубки (рис. 25). Пусть в произвольный момент времени при движении шарик находится в точке C на расстоянии R от оси соленоида, имеет скорость v и его положение x характеризуется углом β. Напряжённость вихревого электрического поля в точке C

$$E = \frac{\pi r^2|dB/dt|}{2\pi R} = \frac{kr^2}{2R}.$$

На шарик действует сила $F = qE$, её проекция на ось Ox: $F_x = F\cos\beta$. За малое время Δt шарик переместится на расстояние $CD = v\Delta t$, получив приращение скорости Δv, причём $F_x\Delta t = m\Delta v$. Имеем, с учётом выражений для F_x, F и E:

$$\frac{kr^2q\Delta t}{2R}\cos\beta = m\Delta v. \qquad (13)$$

По теореме синусов для треугольника OCD:

$$v\Delta t \approx \frac{\Delta\beta}{\sin(90^\circ - \beta)}.$$

Отсюда $\Delta t\cos\beta/R = \Delta\beta/v$. С учётом последнего соотношения равенство (13) принимает вид
$$kr^2q\Delta\beta = 2mv\Delta v.$$

Поскольку $2v\Delta v = \Delta(v^2)$, то $kr^2q\Delta\beta = m\Delta(v^2)$. У нас
$$\sum\Delta\beta = \frac{\pi}{3} - 0 = \frac{\pi}{3}, \qquad \sum\Delta(v^2) = v_2^2 - 0 = v_2^2.$$

Шарик вылетит из трубки со скоростью
$$v_2 = \sqrt{\frac{\pi kr^2q}{3m}}.$$

Критерии оценивания

Формула для E 1
Уравнение движения 1
Ответ для v_1 3
Выражение для E в произвольной точке трубы 1
Уравнение движения 1
Ответ для v_2 3

Задача 5. Пара неодинаковых линз

Тонкие линзы Л$_1$ и Л$_2$ переводят параллельные пучки лучей в пучки, проходящие через точки A и B соответственно (рис. 26). Следовательно, линза Л$_3$ должна переводить пучок лучей, проходящий через точку A, в пучок лучей, проходящий через точку B. Поскольку луч AB не преломляется, он проходит через центр линзы O_3; отсюда однозначно восстанавливается плоскость линзы, перпендикулярная главной оптической оси системы. Фокусное расстояние линзы Л$_3$ определяется по формуле тонкой линзы.

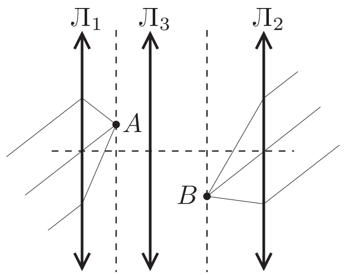


Рис. 26

Для получения количественного ответа введем систему координат: в качестве начала координат выберем центр линзы Л$_1$, направим ось Ox вдоль главной оптической оси, ось Oy — перпендикулярно оси Ox таким образом, чтобы лучи из параллельного пучка распространялись параллельно плоскости Oxy. Обозначим малый угол наклона параллельного пучка лучей к главной оптической оси через α.

Точки A и B имеют координаты $A(F_1{,}F_1\alpha)$, $B(L - F_2, -F_2\alpha)$. Центр O_3 линзы Л$_3$, имеющий координаты $O_3(l_1{,}0)$, лежит на прямой AB; отсюда
$$\frac{l_1 - F_1}{-F_1\alpha} = \frac{L - l_1 - F_2}{-F_2\alpha},$$

$$l_1 = \frac{LF_2^{-1}}{F_1^{-1} + F_2^{-1}} = \frac{LF_1}{F_1 + F_2}, \qquad l_2 = \frac{LF_2}{F_1 + F_2}.$$

При этом должны выполняться соотношения $0 < l_1 < L$, $0 < l_2 < L$, поскольку линза Л$_3$ по условию лежит между линзами Л$_1$ и Л$_2$. Следовательно, задача может иметь решение, только если обе линзы (Л$_1$ и Л$_2$) собирающие либо рассеивающие; если одна из линз собирающая, другая рассеивающая, задача решения не имеет.

Для нахождения фокусного расстояния F_3 линзы Л$_3$ запишем формулу тонкой линзы:
$$\frac{1}{l_1 - F_1} + \frac{1}{l_2 - F_2} = \frac{1}{F_3}.$$

Отсюда
$$F_3 = \frac{F_1F_2(L - F_1 - F_2)}{(F_1 + F_2)^2}.$$

При $L = F_1 + F_2$ задача решения не имеет.

Критерии оценивания

Координаты точек A и B 2
Ответ для l_1 и l_2 4
Ответ для F_3 4

Для заметок

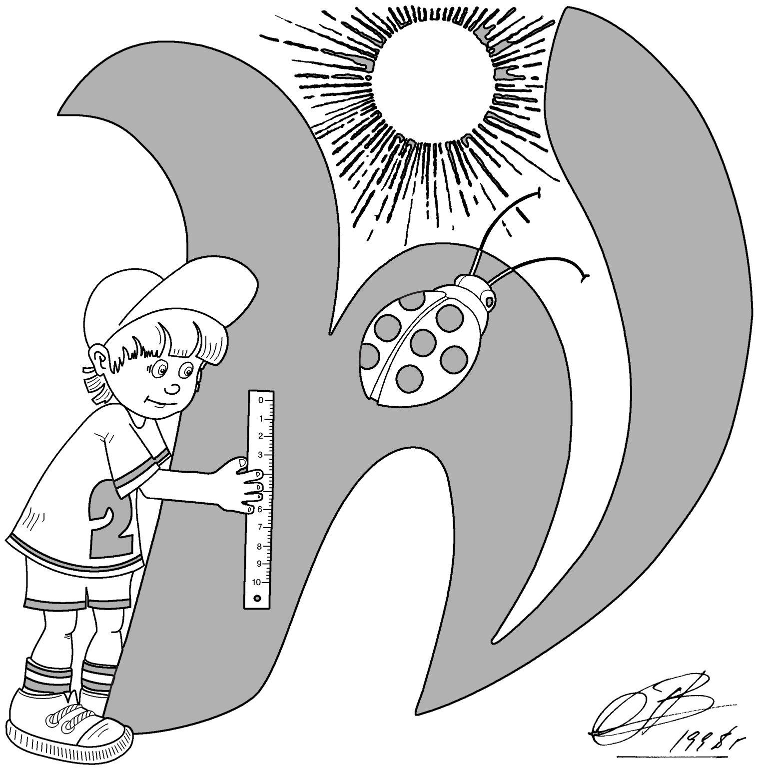
Федеральное агентство по образованию
Центральный оргкомитет Всероссийских олимпиад
Методическая комиссия по физике

XLI Всероссийская олимпиада школьников по физике

Окружной этап

Экспериментальный тур

Методическое пособие



Москва, 2006/2007 уч.г.

Комплект задач подготовлен методической комиссией по физике
Центрального оргкомитета Всероссийских олимпиад школьников
Телефоны: (495) 408-80-77, 408-86-95, (477) 361-80-43.
E-mail: **physolymp@gmail.com**, **vip@mail.mipt.ru**

Авторы задач

8 класс
1. Слободянин В.
2. Кирьяков Б., Слободянин В.

9 класс
1. Шведов О.
2. Варгин А., Дунин С.

10 класс
1. Шведов О.
2. Слободянин В.

11 класс
1. Слободянин В.
2. Кирьяков Б.

Общая редакция — Дунин С., Слободянин В.

Оформление и вёрстка — Чудновский А.

При подготовке оригинал-макета
использовалась издательская система $\LaTeX\,2_\varepsilon$.

Подписано в печать 28 декабря 2007 г. в 15:34.

141700, Московская область, г. Долгопрудный
Московский физико-технический институт

8 класс

Задача 1. Толщина стенок

Определите толщину стенок гибкой пластиковой трубки.

Оборудование. Гибкая пластиковая трубка, шприц с делениями (объём шприца 1 мл), стакан с водой, линейка или полоска бумаги в клетку (ширина клетки — 5 мм).

Примечание. Площадь круга можно определить по формуле: $S = \pi D^2/4$, где D — диаметр круга, коэффициент $\pi = 3{,}14$.

Задача 2. «Чёрный» ящик

В «чёрном» ящике с четырьмя выводами заключена электрическая цепь, содержащая резисторы и провода. Определите возможную простейшую схему этой цепи и сопротивления всех резисторов, если наименьшее из них $r_{\min} = 1$ кОм.

Оборудование. «Чёрный» ящик с четырьмя выводами, батарейка, мультиметр, работающий в режиме вольтметра.

9 класс

Задача 1. «Чёрный ящик» с омметром

В «чёрном ящике» с пятью выводами находится электрическая цепь, составленная из резисторов. К выводам 1 и 5 подключён омметр. Расшифруйте схему чёрного ящика. Разрешается соединять провода друг с другом; отсоединять омметр от выводов 1 и 5 не разрешается.

Оборудование. «Чёрный ящик», омметр.

Задача 2. Трение между ручкой и столом

Определите, какую минимальную скорость надо сообщить шариковой авторучке, положенной на горизонтальный стол, чтобы она проскользила по нему 50 см.

Оборудование. Шариковая ручка с кнопочно-пружинным механизмом выдвижения стержня, линейка, рабочий стол.

Примечание. Наклонять стол нельзя. Для каждой величины, которую вы непосредственно измеряете в ходе эксперимента, проведите не менее 10 измерений.

10 класс

Задача 1. «Серый ящик»

В «сером ящике» с двумя выводами находится электрическая цепь, схема которой изображена на рисунке 1.

1. Постройте вольтамперную характеристику «серого ящика».
2. Определите сопротивление резистора r_2, подключенного параллельно диоду, и сопротивление резистора r_1, соединённого с диодом последовательно.
3. Постройте вольтамперную характеристику диода.

Оборудование. «Серый ящик», батарейка, которую можно считать идеальной, постоянный резистор, переменный резистор, мультиметр.

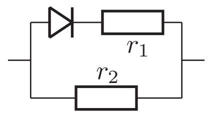


Рис. 1

Примечание. Мультиметр разрешается использовать только в режимах вольтметра и омметра. Мультиметр в режиме омметра разрешается использовать только для измерения сопротивлений постоянного и переменного резисторов.

Задача 2. Бифилярный подвес

Подвесьте тонкий однородный стержень длиной L на нитях длиной L так, чтобы нити были параллельны и симметричны относительно центра масс стержня (рис. 2). Пусть a — расстояние между нитями. Верхние концы нитей следует прикрепить к линейке, зажатой в лапке штатива (или с помощью кнопок к деревянной планке, которая, в свою очередь, крепится струбциной к столешнице).

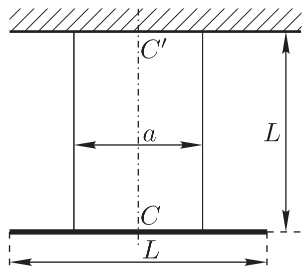


Рис. 2

1. Отклоните стержень на малый угол φ от вертикальной плоскости, проходящей через свободно висящий стержень, и отпустите. Определите период T_M колебаний получившегося маятника.
2. Поверните стержень на малый угол φ относительно вертикальной линии CC', и отпустите его. При этом возникнут крутильные колебания. Исследуйте зависимость периода T_a этих колебаний крутильного маятника от расстояния a между нитями подвеса. Для этого определите период T_a колебаний маятника для значений a (не менее 5), лежащих в диапазоне от $0{,}1L$ до L.
3. Постройте график зависимости T_a/T_M от a в таких координатах, где он был бы линейным.
4. Определите из графика расстояние a_2, при котором периоды T_a и T_M отличаются в 2 раза.

Оборудование. Металлический стержень, деревянная планка, штатив с лапкой или струбцина, нитки, канцелярские кнопки (2 шт.), линейка или полоска миллиметровой бумаги, секундомер, лист миллиметровой бумаги (для построения графика).

11 класс

Задача 1. Физический маятник

К концам тонкого однородного стержня длиной L привяжите нити. Их свободные концы прикрепите с помощью канцелярских клипс к деревянной планке (линейке), которую, в свою очередь, прикрепите к штативу или прижмите с помощью струбцины к столешнице (рис. 3). Проследите чтобы расстояния l_1 и l_2 от концов стержня до оси качания были одинаковы ($l_1 = l_2 = l$). Крепление стержня следует выполнить так, чтобы при его отклонении на малый угол φ в вертикальной плоскости, проходящей через стержень, он не выходил из этой плоскости. Будем называть этот маятник физическим.

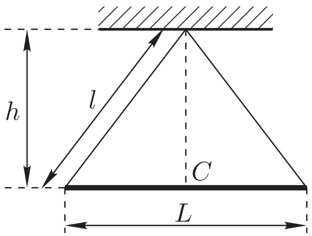


Рис. 3

1. Зарисуйте придуманную вами схему крепления стержня.
2. Исследуйте зависимость периода T_{Φ} колебаний физического маятника от расстояния h между центром масс C стержня и осью качания. Для этого измерьте период T_{Φ} колебаний маятника для значений h (не менее 5), лежащих в диапазоне от $0{,}1L$ до L.
3. Прикрепите стержень с помощью ниток к планке так, чтобы он мог колебаться в вертикальной плоскости, перпендикулярной оси стержня (рис. 4). Нетрудно видеть, что такой маятник эквивалентен математическому.
4. Зарисуйте придуманную вами схему крепления стержня.

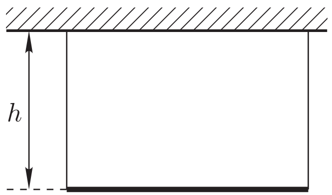


Рис. 4

Отклоните стержень на малый угол φ в этой плоскости и отпустите. Исследуйте зависимость периода $T_{\text{М}}$ колебаний математического маятника от расстояния h между центром масс C стержня и осью качания. Для этого измерьте период $T_{\text{М}}$ колебаний маятника для значений h (не менее 5), лежащих в диапазоне от $0{,}1L$ до L.

5. Постройте график зависимости $T_{\Phi}/T_{\text{М}}$ от h. По графику определите расстояние $h = h_2$, при котором периоды $T_{\text{М}}$ и T_{Φ} отличаются в 2 раза.

Оборудование. Металлический стержень с небольшими проточками на концах (для крепления нитей), деревянная планка, штатив с лапкой или струбцина, нитки, канцелярская кнопка, линейка или полоска миллиметровой бумаги, секундомер.

Задача 2. С компасом в «чёрный ящик»

В «чёрном ящике» с четырьмя выводами находятся электрическая цепь с двумя элементами (линейным и нелинейным). Расшифруйте эту схему.

Оборудование. «Чёрный ящик», батарейка, компас.

Возможные решения

8 класс

Задача 1. Толщина стенок

Чтобы определить толщину стенок трубки нужно определить её внешний и внутренний диаметры D и d. Для измерения длин следует воспользоваться полоской бумаги в клетку.

1. Для определения D можно сложить трубку «змейкой» или аккуратно (без натяжения) несколько раз (n) смотать её в бухту так, чтобы витки плотно прилегали друг к другу. Поделив длину намотки l на число витков n, найдём $D = l/n$.

2. Для нахождения d заполним трубку водой (с помощью шприца). Объём воды в трубке равен изменению объёма содержимого шприца. Поделив найденный объём V на длину L жидкости в трубке, определим площадь S её внутреннего сечения: $S = V/L$. По формуле $S = \pi d^2/4$ вычислим искомый диаметр d. Толщина стенок трубки

$$h = \frac{D-d}{2} = \frac{l}{2n} - \sqrt{\frac{V}{\pi L}}.$$

Рекомендации для организаторов. Пластиковую трубку можно взять от комплекта для переливания крови. Длина трубки 30 – 40 см. Концы трубки следует оплавить (например, на газовой горелке) для того, чтобы было невозможно измерить толщину стенок непосредственно.

Задача 2. «Чёрный» ящик

Конструктивная особенность «чёрного» ящика такова, что батарейку можно подключить только к выводам 1,2 или 3,4. Пусть напряжение на батарейке U_0.

Подключим батарейку к выводам 1,2 и запишем показания вольтметра, соответствующие его подключению к разным парам выводов «чёрного» ящика:

$$U_{13} = U_0/2, \qquad U_{14} = U_0, \qquad U_{34} = U_0/2, \qquad U_{32} = U_0/2, \qquad U_{42} = 0.$$

Такая ситуация возможна, если все выводы соединены между собой проводами или резисторами. Поскольку $U_{42} = 0$, заключаем, что выводы 4 и 2 «закорочены» проводом. Их можно рассматривать как один вывод 2. Рассмотрим получившийся «трёхполюсник». Минимальное число резисторов в таком ящике 3. Их можно соединить «звездой» или «треугольником».

Рассмотрим соединение «звездой» (рис. 5). В силу симметрии схемы в ней $R_1 = R_2$. Поскольку $U_{13} = U_0/2$, $U_{12} = U_0$, $U_{32} = U_0/2$, заключаем, что $R_3 = 0$.

Рассмотрим соединение «треугольником» (рис. 6). В силу симметрии схемы в ней $R_{13} = R_{32}$. Поскольку $U_{13} = U_0/2$, $U_{12} = U_0$, $U_{32} = U_0/2$, заключаем, что $R_{12} = \infty$. Но, в таком случае обе схемы эквивалентны.

Для проверки правильности сделанных выводов подключим батарейку к выводам 3,4 и повторим измерения по описанной ранее методике. Получится тот же результат.

Следовательно, в «чёрном» ящике заключены два одинаковых резистора сопротивлением $R = r_{\min} = 1$ кОм (рис. 7).

Рекомендации для организаторов. В качестве «чёрного» ящика желательно взять пластиковую или картонную трубку длиной 15 – 20 см. Длина каждого провода, выходящих из «чёрного» ящика не должна превышать 5 см. Используйте батарейку типа «Крона», снабжённую короткими (~ 3 см) проводниками. Проводники следует припаять к полюсам батарейки или использовать соединительную колодку.

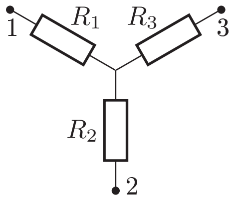


Рис. 5

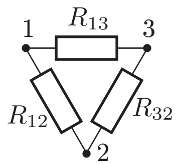


Рис. 6

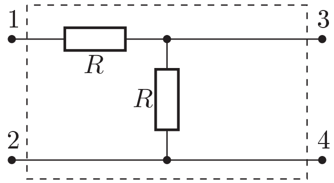


Рис. 7

9 класс

Задача 1. «Чёрный ящик» с омметром

Поскольку омметр при включении показывает бесконечное значение сопротивления, приходим к выводу, что точки 1 и 5 «чёрного ящика» друг с другом не соединены.

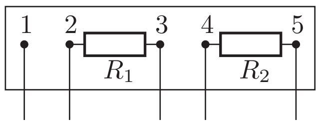


Рис. 8

Чтобы понять, с какими выводами соединён внутри чёрного ящика вывод 1, проведем измерение сопротивления между точками 1 и 5 в следующих случаях: (а) соединены провода 2 и 5; (б) соединены провода 3 и 5; (в) соединены провода 4 и 5. Убеждаемся, что во всех случаях сопротивление бесконечно; это означает, что точка 1 с другими точками не соединена.

Аналогично, проведем следующую серию измерений сопротивления между точками 1 и 5: (а) соединены провода 1 и 2; (б) соединены провода 1 и 3; (в) соединены провода 1 и 4. Только в случае (в) сопротивление будет отлично от бесконечности; это означает, что точка 5 соединена резистором с точкой 4, а с другими точками соединения нет. Сопротивление этого резистора покажет омметр.

Чтобы понять, соединены ли точки 2 и 3 друг с другом, соединим провод 2 с проводом 1, а провод 3 — с проводом 5. Омметр покажет значение сопротивления резистора, подключённого к выводам 2 и 3.

Другие способы соединения проводов можно использовать для проверки полученных результатов.

Рекомендации для организаторов. В «чёрный ящик» следует поместить электрическую цепь, изображённую на рисунке 8. В качестве омметра можно использовать цифровой мультиметр. У выводов длина отходящих от них проводов должна быть достаточна, чтобы соединять любые два вывода. Нумерацию выводов на внешней стороне чёрного ящика можно производить в произвольном порядке.

Задача 2. Трение между ручкой и столом

Как известно, механизм шариковой ручки срабатывает так, что «через раз» кнопка выдвигается из корпуса резко, а в следующий раз — слабо. Все описанные ниже измерения проводятся при «резком» выскакивании кнопки.

Прижимаем ручку, расположив её вертикально, кнопкой к столу, расположив рядом с ручкой линейку. Отпуская ручку, измеряем высоту подскока H. Затем измеряем, на какую длину по столу проскользит ручка. Это удобней делать так: высунуть край линейки на пару см выше уровня стола, прижав её к торцу столешницы. Прижимая конец ручки (утапливая до отказа кнопку) запускаем ручку по столу. Учитываем только те опыты, когда ручка двигалась поступательно. Пусть L — длина скольжения ручки. Поскольку в обоих случаях начальная кинетическая энергия ручки одинакова (поскольку определяется энергией сжатой пружины), можем записать, что:

$$kMgL = MgH$$

Отсюда находим коэффициент трения:

$$k = H/L$$

Из закона сохранения энергии определим скорость V, которую необходимо задать, чтобы ручка проскользила длину L_0 (50 см):

$$\frac{MV^2}{2} = kMgL_0 \qquad V = \sqrt{2kgL_0} = \sqrt{2gHL_0/L}$$

Рекомендации для организаторов. Кнопка на ручке должна быть такой формы, чтобы при отпускании ручка, расположенная вертикально и прижатая кнопкой к столу подпрыгивала вертикально вверх. При покупке ручки нужно проверить её «прыгучесть». Если ручка подскакивает вверх не менее 5 см, то она годится для проведения работы. Линейка — деревянная или пластмассовая, толщиной 1 – 2 мм, длиной 25 – 30 см. Коэффициент трения ручки о поверхность стола должен быть достаточен для того, чтобы ручка, запущенная вдоль стола, как это описано в решении, останавливалась, не падая со стола. В случае необходимости, коэффициент трения следует увеличить, например, покрыв поверхность стола плотной бумагой.

10 класс

Задача 1. «Серый ящик»

Соберём электрическую цепь с «серым ящиком» X, схема которой изображена на рисунке 9. Сначала в качестве R_1 выберем постоянный резистор, в качестве R_2 — переменный; затем поменяем их местами. Меняя сопротивление переменного резистора, можно добиться, чтобы напряжение на «сером ящике» принимало значения во всем интервале от нуля до напряжения батарейки $\mathscr{E}$. Для каждого значения сопротивления переменного резистора измеряем напряжения U_1 на резисторе R_1 и U_2 на резисторе R_2; по формулам

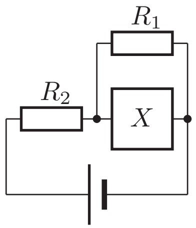


Рис. 9

$$U_X = U_1, \qquad I_X = \frac{U_2}{R_2} - \frac{U_1}{R_1}$$

находим напряжение на «сером ящике» U_X и силу тока через него I_X. По полученным точкам строим график зависимости I_X от U_X. Измерения проводятся как для прямой, так и для обратной полярности батарейки.

По результатам измерений вольтамперной характеристики убеждаемся, что в одном направлении она является линейной, в другом — нелинейной. Это связано с тем, что в одном направлении диод ток не проводит. По линейному участку вольтамперной характеристики находим значение сопротивления r_2.

Получим вольтамперную характеристику участка цепи, состоящего из диода, соединённого последовательно с резистором r_1. Для напряжения на этом участке U' и силы тока через него I' справедливы соотношения:

$$U' = U_X, \qquad I' = I_X - \frac{U_X}{r_2}.$$

Используя их, построим график зависимости $I'(U')$.

При напряжениях, больших некоторого критического значения, полученную характеристику можно приближённо считать линейной:

$$I' \approx \frac{U' - U_0}{r_1},$$

где U_0 — напряжение, при котором «открывается» диод. Отсюда можно найти r_1.

Для построения вольтамперной характеристики диода выразим силу тока через диод I_D и напряжение на нём U_D через I' и U':

$$I_D = I', \qquad U_D = U' - I'r_1.$$

Отсюда строим график зависимости $I_D(U_D)$.

Рекомендации для организаторов. Сопротивления резисторов r_1 и r_2, находящихся внутри «серого ящика», а также сопротивление постоянного резистора R следует выбирать порядка нескольких килоом. В качестве источника напряжения можно взять батарейку с ЭДС от 1,5 В до 4,5 В. Диод, открывающийся при напряжениях от 0,3 В до 0,7 В, не должен сгорать при подключении «серого ящика» к батарейке напрямую. Сопротивление потенциометра должно изменяться по крайней мере в пределах от $0{,}1R$ до R.

Задача 2. Бифилярный подвес

Подвесим тонкий однородный стержень длиной L на нитях длиной L так, чтобы нити были параллельны и симметричны относительно центра масс стержня.

1. Отклоним стержень на малый угол φ от вертикальной плоскости, проходящей через стержень, и отпустим. Период возникших колебаний совпадает с периодом колебаний математического маятника с длиной подвеса L:

$$T_M = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}. \tag{1}$$

Запишем полученные данные.

2. Повернём стержень на малый угол φ относительно вертикальной линии CC', и отпустим его. При этом возникнут крутильные колебания. Их период определяется формулой:

$$T_a = 2\pi\sqrt{\frac{1}{3}\left(\frac{L}{a}\right)^2\frac{L}{g}} = T_M\frac{L}{a}\sqrt{\frac{1}{3}}. \tag{2}$$

Знание формул (1) и (2) участниками олимпиады не предполагается.

3. Исследуем зависимость периода T_a крутильных колебаний от расстояния a между нитями подвеса. Можно заметить, что, например, при уменьшении расстояния a в три раза, период колебаний увеличится втрое.

4. Отсюда можно заключить, что график функции T_a/T_M от L/a линеен. Из графика находится точка, соответствующая отношению $T_a/T_M = 2$, а по ней и расстояние $a_2 = L/\sqrt{12} \approx 0{,}29L$.

Рекомендации для организаторов. Металлический стержень следует взять длиной 30 – 40 см и диаметром 4 – 6 мм.

11 класс

Задача 1. Физический маятник

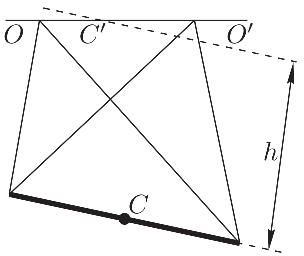


Рис. 10

Для того чтобы во время колебаний стержень не выходил из вертикальной плоскости, проходящей через стержень, закрепим его так, как показано на рисунке 10.

1. Если отклонить маятник на малый угол φ в этой плоскости и отпустить, возбудятся колебания с периодом T_Φ, совпадающим с периодом колебаний математического маятника с длиной подвеса $l = L^2/(12h) + h$: $T_\Phi = 2\pi\sqrt{l/g}$.

Знание этих двух формул участниками олимпиады не предполагается. Расстояние l называется приведённой длиной физического маятника.

Снимем зависимость T_Φ от h согласно заданию.

Повторим измерения $T_\text{М}$ для математического маятника, длина подвеса которого пробегает ряд значений, указанных в задании.

Построим таблицу зависимости отношения $T_\Phi/T_\text{М}$ от расстояния h и соответствующий график. По графику определим величину h_2, при которой периоды отличаются в два раза. Аккуратные вычисления дают $h_2 = L/6 \approx 0{,}17L$.

Рекомендации для организаторов. Металлический стержень следует взять длиной 30 – 40 см и диаметром 4 – 6 мм.

Задача 2. С компасом в «чёрный ящик»

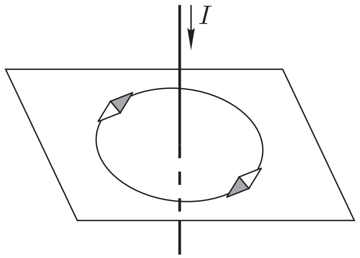


Рис. 11

При протекании тока по проводнику вокруг него создаётся магнитное поле (рис. 11). Это поле будет влиять на ориентацию стрелки компаса.

Будем подключать батарейку к парам выводов чёрного ящика и с помощью компаса фиксировать наличия тока в цепи. Желательно намотать провод вокруг компаса и расположить его так, чтобы обеспечить наибольшую чувствительность к току, протекающему по проводу. При подключении батарейки к выводам 1,2 стрелка отклоняется от направления «север–юг». Если сменить полярность батарейки, стрелка вновь отклонится от указанного направления. Отсюда можно заключить, что между выводами (1,2) находится участок цепи с омическим сопротивлением.

Если подключить батарейку к выводам (3,4) то при одной полярности стрелка отклоняется, а при другой — нет. Отсюда можно заключить, что между выводами (3,4) включён диод. Его полярность легко согласовать с полярностью батарейки.

На подключение батарейки к выводам (1,3), (1,4), (2,3), (2,4) стрелка компаса не реагирует. Этот позволяет сделать заключение, что перечисленные пары выводов не соединены.

Следовательно, схема соединений элементов внутри «чёрного» ящика такая, как на рисунке 12.

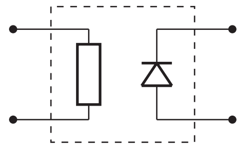


Рис. 12

Рекомендации для организаторов. Желательно приобрести компас для спортивного ориентирования (у него стрелка погружена в жидкость). Длина проводов, выходящих из «чёрного» ящика должна составлять 30 – 50 см.

Летняя физическая школа по-фрязински!

12 дней в конце каждого июня на острове на Волге под Дубной

Немного физики и много игр (интеллектуальных и не очень), конкурсов, испытаний, соревнований (физических и физкультурных), солнца, неба и песен у костра. Подробнее о работе ЛФШ можно прочитать в 6 номере журнала «Потенциал» за 2006 год.

Организатор — заведующий кафедрой информатики, математики и физики гимназии города Фрязино, член жюри заключительного этапа Всероссийской олимпиады школьников по физике, к.ф.-м.н. Кармазин Сергей Владимирович, при участии преподавателей и аспирантов МФТИ.

Приглашаем физиков-романтиков после 9 и 10 классов из Подмосковья и других регионов России.

`www.sergkar.narod.ru` `sergkar@fryazino.net`