

9 класс

Комплект задач подготовлен методической комиссией по физике Центрального оргкомитета Всероссийских олимпиад школьников Министерства образования и науки Российской Федерации
Телефоны: (095) 408-80-77, 408-86-95.
E-mail: fizolimp@mail.ru (с припиской **antispan** к теме письма)

Авторы задач

9 класс

1. Чудновский А.
2. Мельниковский Л.
3. Соболев М.
4. Гуденко А.

10 класс

1. Чудновский А.
2. Шведов О.
3. Варгин А.
4. Чудновский А.
5. Шведов О.

11 класс

1. Тарнопольский Г., Чудновский А.
2. Шведов О.
3. Лесничий Я.
4. Чивилёв В.
5. Александров Д.

Ответственные за классы

9 класс

Шведов О.

10 класс

Чудновский А.

11 класс

Чивилёв В.

Общая редакция — Дунин С., Слободянин В., Чудновский А.

Оформление и вёрстка — Чудновский А., Гусихин П.

При подготовке оригинал-макета использовалась издательская система L^AT_EX 2_ε.
© Авторский коллектив
Подписано в печать 14 марта 2006 г. в 09:42.

141700, Московская область, г. Долгопрудный
Московский физико-технический институт

Задача 1. Грозовая туча

Экспериментатор Глюк наблюдал с безопасного расстояния за движением грозовой тучи. Увидев первую молнию, он засёк время и обнаружил, что услышал гром от неё только через $t_1 = 20$ с. Через $t_1 = 3$ мин после первой вспышки произошла вторая, а гром грянул с опозданием на $t_2 = 5$ с. Подождав ещё $t_2 = 4$ мин после второй вспышки, Глюк увидел, как сверкнула последняя молния, и услышал звук грома от неё через $t_3 = 20$ с. Предполагая, что туча двигалась с постоянной скоростью, определите, скорость v её движения и минимальное расстояние h от Глюка за время наблюдения. Скорость звука в воздухе $u \approx 330$ м/с, скорость света $c = 3 \cdot 10^8$ м/с.

Задача 2. Шалапда

Лодку массой $m = 100$ кг тянули за верёвку по озеру с постоянной скоростью $v_0 = 1$ м/с. В некоторый момент верёвка оторвалась. Какой путь L пройдёт лодка после этого? Считайте, что сила сопротивления зависит только от скорости \vec{v} и ускорения \vec{a} лодки и определяется выражением: $\vec{F} = -\alpha\vec{v} - \beta\vec{a}$, где $\alpha = 10$ Н·с/м, $\beta = 50$ Н·с²/м.

Задача 3. Электрическая батарея

Дачный домик отапливается с помощью электрических батарей. При температуре батарей T_{B1} и температуре наружного воздуха $T_1 = -10^\circ\text{C}$ в домике устанавливается температура $T = 20^\circ\text{C}$. Во сколько раз нужно увеличить силу тока в батареях, чтобы в комнате поддерживалась прежняя температура в холодные дни при наружной температуре $T_2 = -25^\circ\text{C}$? Какова при этом будет температура батарей T_{B2} ? Электрическое сопротивление нагревательных элементов батарей можно считать не зависящим от температуры.

Задача 4. Вращающееся зеркало

Экран AB и плоское зеркало AD образуют две боковые грани прямоугольного параллелепипеда с квадратным основанием. Вдоль ребра CD проходит ось вращения небольшого плоского зеркальца M , которое равномерно вращается и совершает один оборот за время $T = 12$ мин. Из небольшого отверстия в ребре A в центр этого зеркальца светит луч лазера (рис. 1). Какое время t в течение одного оборота зеркальца лазерный зайчик Z скользит по экрану AB ?

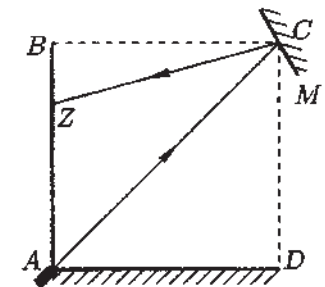


Рис. 1

Задача 1. Длинная пружина

К невесомой пружине, имеющей 500 витков, подвесили груз, в результате чего она удлинилась на $x_0 = 10$ см. Затем груз убрали и нерастяжимыми нитями связали виток №100 с витком №300, а виток №200 с витком №400 (рис. 2). Длина каждого куска нити равна длине участка пружины между связываемыми витками в свободном состоянии. На какую величину x удлинится пружина при наличии нитей, если к ней подвесить тот же груз?

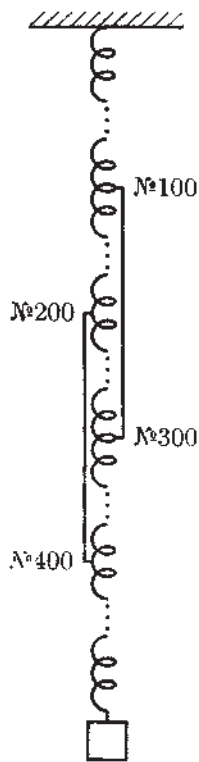


Рис 2

Задача 2. Обруч и клин

На горизонтальной поверхности находится клин массой m с углом $\alpha = 45^\circ$ при основании. На клин ставят обруч той же массы радиусом R . Систему отпускают без начальной скорости.

1. Найдите ускорение a_1 центра обруча при достаточно большом коэффициенте трения μ между клином и горизонтальной поверхностью (клин неподвижен).
 2. При каком минимальном значении μ клин останется неподвижным?
 3. С каким ускорением a_2 будет двигаться клин в случае гладкой горизонтальной поверхности?
- Обруч катится по клину без проскальзывания.

Задача 3. Микротрещина

На поверхность планеты, атмосфера которой имеет среднюю молярную массу $\mu = 43$ г/моль и состоит только из аргона и углекислого газа (молярные массы $\mu_1 = 40$ г/моль и $\mu_2 = 44$ г/моль соответственно), опустился космический аппарат с вакуумированной полостью. От удара о поверхность планеты в стенке полости образовалась микротрещина, размеры которой меньше длины свободного пробега молекулы. Через неё в полость начал поступать газ из атмосферы планеты. Определите отношение α концентраций аргона и углекислого газа в полости космического аппарата через малый промежуток времени после образования микротрещины. Для простоты вычислений считайте, что все молекулы газа имеют одинаковую кинетическую энергию.

Задача 4. Труба различного диаметра

Сосуд, состоящий из двух цилиндрических участков разного диаметра, запаян с узкого конца. Широкой частью он насажен на гладкий неподвижный поршень (рис. 3). Образовавшаяся герметичная полость частично заполнена водой, так что вода присутствует и в верхней части сосуда, а остальной объём занимает воздух при давлении $p_0 = 140$ кПа. Система находится в равновесии. На торец узкой части сосуда поместили гирию массой, равной массе пустого сосуда. Когда система вновь пришла в равновесие при неизменной температуре, оказалось, что сосуд опустился на $\Delta h = 7$ см. Найдите в этом состоянии высоту x столба воздуха в сосуде. Полная длина узкой части сосуда $H = 5$ м, площадь её поперечного сечения составляет $\alpha = 0,1$ от площади сечения широкой части. Атмосферное давление $p_{\text{атм}} = 1 \text{ атм} = 100$ кПа.

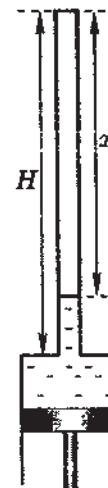


Рис. 3

Задача 5. Комплект пластин

Четыре пластины 1, 2, 3 и 4 площадью S расположены параллельно друг другу на расстояниях $(1-x)l$, xl и $(1-x)l$, малых по сравнению с размерами пластин (рис. 4). К пластинам 1 и 3 подключены батарейка с ЭДС \mathcal{E} , резистор R_1 и ключ K_1 , к пластинам 2 и 4 — ключ K_2 и резистор R_2 . В начальный момент времени ключи разомкнуты, пластины незаряжены.

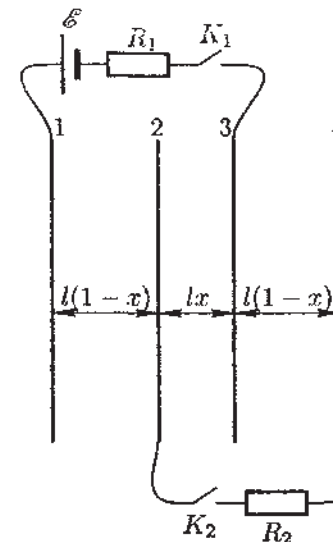


Рис. 4

1. Ключ K_1 замыкают. Какими будут заряды на пластинах после установления равновесия? Какое количество теплоты Q_0 выделится на резисторе R_1 ?
2. После установления равновесия замыкают ключ K_2 . Найдите установившиеся заряды на пластинах и суммарное количество теплоты Q , которое выделится на резисторах R_1 и R_2 после замыкания ключа K_2 .

11 класс

Задача 1. Муха в паутине

Паук сплёл паутинку в виде правильного шестиугольника со стороной $l = 45$ см (рис. 5), и закрепил крайние точки радиальных нитей радиусом $r = 0,01$ мм так, что сила их натяжения оказалась равна $F_0 = 6$ мН. Считайте деформации паутины упругими, а её модуль Юнга $E = 2 \cdot 10^8$ Па. При относительном удлинении, превышающем $\epsilon_{\max} = 0,2$, нить паутины рвётся.

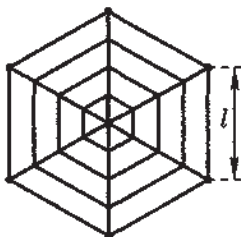


Рис. 5

1. Найдите максимальную массу M мухи, которая, попав в паутину, не порвёт её, если скорость мухи $v = 2$ м/с. Считайте, что муха попадает в центр паутины перпендикулярно её плоскости.

2. В центр паутины попала муха массой $m = 0,1$ г. Найдите период T малых колебаний мухи вдоль перпендикуляра к плоскости паутины. Попав в паутину, махать крыльями муха не может.

Задача 2. Работа при смешивании газов

В цилиндре, температура которого T поддерживается постоянной, находятся ν_X молей идеального газа X и ν_Y молей идеального газа Y . В цилиндр вдвинуты два полупроницаемых поршня (рис. 6), первый из которых пропускает только молекулы газа X , второй — только молекулы газа Y . В начальный момент времени поршни расположены так, что они касаются друг друга и чистые вещества X и Y занимают объёмы V_{X0} и V_{Y0} . Поршни начинают медленно раздвигать, и в конце процесса образуется смесь газов X и Y объёма $V_{X0} + V_{Y0}$. Какая суммарная работа A совершается газами в данном процессе?

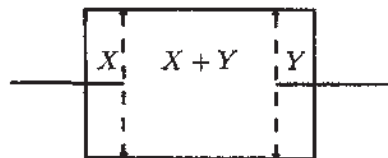


Рис. 6

Примечание. Площадь криволинейной трапеции, ограниченной графиком функции $y = 1/x$ и прямыми $y = 0$, $x = x_1$ и $x = x_2$ составляет $S(x_1, x_2) = \ln \frac{x_2}{x_1}$.

Задача 3. Мыльный пузырь

Найдите скорость u уменьшения радиуса R мыльного пузыря при его сдувании через трубку радиусом $r \ll R$. Объём трубки пренебрежимо мал по сравнению с объёмом пузыря, воздух в пузыре можно считать неподвижным. Коэффициент поверхностного натяжения мыльного раствора σ . Считайте, что при истечении из пузыря воздух ведёт себя как идеальная невязкая несжимаемая жидкость плотностью ρ .

Задача 4. Проводящая сфера

Внутри тонкостенной незаряженной проводящей сферы радиусом R находится точечный заряд Q_1 на расстоянии $R/3$ от центра сферы O (рис. 7). Снаружи сферы находится точечный заряд Q_2 на расстоянии $2R$ от центра сферы. Сфера расположена на расстоянии от Земли значительно большем R и соединена с Землёй через источник с ЭДС \mathcal{E} и ключ K . Потенциал Земли примите равным нулю.

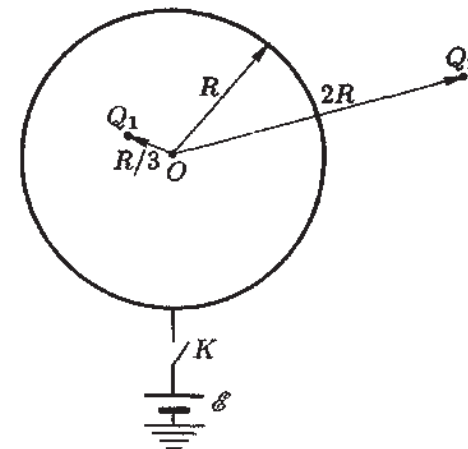


Рис. 7

1. Найдите потенциал φ в центре сферы при разомкнутом ключе K .

2. Найдите заряд Q сферы после замыкания ключа K и наступления равновесия.

Задача 5. Цепь и соленоид

Электрическая цепь состоит из двух резисторов сопротивлением R_1 и R_2 и конденсатора ёмкостью C (рис. 8). Участок AB провода проходит вдоль диаметра одного из витков длинного соленоида, сила тока в котором линейно растёт со временем. Найдите заряд q конденсатора в установившемся режиме, если ток в резисторе R_1 при этом равен I_1 .

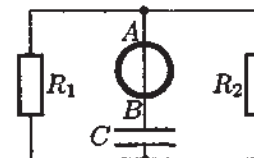


Рис. 8

Возможные решения

9 класс

Задача 1. Грозовая туча

Поскольку $t_1 = t_3$, то туча находилась ближе всего к Глюку, когда прошла ровно половина времени между первой и последней вспышкой молнии (рис. 9). Используя этот факт, запишем теоремы Пифагора для треугольников ADE и BDE :

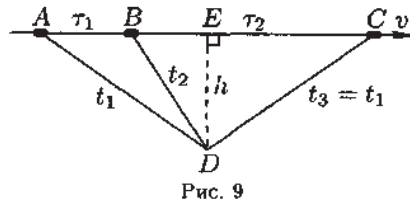


Рис. 9

$$v^2 \left(\frac{\tau_1 + \tau_2}{2} \right)^2 + h^2 = u^2 t_1^2, \quad v^2 \left(\frac{\tau_1 - \tau_2}{2} \right)^2 + h^2 = u^2 t_2^2.$$

Решая уравнения совместно, найдём

$$v = u \sqrt{\frac{t_1^2 - t_2^2}{\tau_1 \tau_2}} \approx 32 \text{ м/с}, \quad h = u \sqrt{t_1^2 - \frac{(t_1^2 - t_2^2)(\tau_1 + \tau_2)^2}{4\tau_1 \tau_2}} \approx 1,4 \text{ км}.$$

Критерии оценивания

Использование соотношения $t_1 = t_3$	2
Теорема Пифагора для треугольника ADE	2
Теорема Пифагора для треугольника BDE	2
Окончательное выражение для v	1
Численное значение v	1
Окончательное выражение для h	1
Численное значение h	1

Задача 2. Шаланда

Запишем для лодки второй закон Ньютона:

$$m\vec{a} = \vec{F} = -\alpha\vec{v} - \beta\vec{a}.$$

Собрав члены с ускорением в левой части:

$$(m + \beta)\vec{a} = -\alpha\vec{v},$$

можно заметить, что движение лодки совпадает с движением тела массой $(m + \beta)$ под действием силы $\vec{F}' = -\alpha\vec{v}$. Это тело движется по прямой. Перейдём к проекциям на направление движения и определим изменение его импульса $\Delta p'$ за малый промежуток времени Δt :

$$\Delta p' = F' \Delta t = -\alpha v \Delta t, \quad \text{или} \quad \Delta p' = -\alpha \Delta x,$$

где Δx — смещение тела за время Δt . Из постоянства α следует, что последнее соотношение выполняется для любого (не обязательно малого) смещения Δx и, в частности, для полного смещения до остановки L :

$$-(m + \beta)v_0 = -\alpha L, \quad \text{откуда} \quad L = v_0 \frac{(m + \beta)}{\alpha} = 15 \text{ м}.$$

Примечание. В гидродинамике величина β называется присоединённой массой.

Критерии оценивания

Второй закон Ньютона для лодки	2
Переход к эквивалентным массе и силе	2
Связь между изменением импульса и смещением тела	3
Окончательное выражения для L	2
Численное значение L	1

Задача 3. Электрическая батарея

При установившейся температуре в комнате

$$k(T_{B1} - T) = K(T - T_1),$$

где k — коэффициент теплопроводности между батареями и комнатным воздухом, K — коэффициент теплопроводности между комнатой и наружным воздухом. Поскольку $T_{B1} - T = T - T_1$, то $k = K$. При установившейся температуре в комнате в холодные дни

$$k(T_{B2} - T) = K(T - T_2), \quad T_{B2} - T = T - T_2, \quad T_{B2} = 2T - T_2 = 65^\circ\text{C}.$$

Отношение мощностей батарей в холодный и в обычный день:

$$\left(\frac{I_2}{I_1} \right)^2 = \frac{T_{B2} - T_2}{T_{B1} - T_1},$$

где I_1 — сила тока в батареях в обычный день, I_2 — в холодный день. Отсюда

$$\frac{I_2}{I_1} = \sqrt{\frac{T_{B2} - T_2}{T_{B1} - T_1}} \approx 1,22.$$

Критерии оценивания

Условие постоянства температуры в комнате в день с $T_1 = -10^\circ\text{C}$	2
Условие постоянства температуры в комнате в день с $T_2 = -25^\circ\text{C}$	2
Окончательное выражение для T_{B2}	1
Численное значение T_{B2}	1
Выражение отношения мощностей батарей через отношение сил токов	2
Окончательное выражение для I_2/I_1	1
Численное значение I_2/I_1	1

Задача 4. Вращающееся зеркало

Лазерный зайчик может скользить по экрану AB как в результате отражения лазерного луча непосредственно от зеркальца M , так и при последовательном отражении от зеркальца M и зеркала AD . На рисунке 10 дуга KNP представляет собой геометрическое место изображений лазера, излучение от которых попадёт на экран AB . Угол $\angle NCP = 45^\circ$. Пусть длина экрана равна L . Тогда длина отрезка $EC = L\sqrt{5}$. Величину угла $\varphi = \angle NCK$ найдём по теореме синусов:

$$\frac{L}{\sin \varphi} = \frac{L\sqrt{5}}{\sin 135^\circ},$$

откуда $\sin \varphi = 1/\sqrt{10}$, $\varphi \approx 18,4^\circ$.

Следовательно, угловая мера дуги $KNP = 45^\circ + 18,4^\circ = 63,4^\circ$, а угол поворота α зеркальца M будет в два раза меньше, то есть $\alpha = 31,7^\circ$. Искомое время движения зайчика по экрану найдём из пропорции:

$$\frac{t}{T} = \frac{\alpha}{360^\circ}, \quad \text{откуда} \quad t \approx 63 \text{ с.}$$

Критерии оценивания

- Определение положений M , при которых луч сразу попадает на AB 1
- Определение положения точки E 2
- Нахождение угла φ 3
- Нахождение угла α 2
- Окончательное выражение для t 1
- Численное значение t 1

10 класс

Задача 1. Длинная пружина

Если при наличии нитей растягивать участок пружины между витками №100 и №400, то происходит не только растяжение участков между витками №100 и №200 и между №300 и №400, но и сжатие участка между витками №200 и №300. Пружина в целом не теряет упругих свойств при удалении любых двух из этих трёх участков (№100-№200, №200-№300, №300-№400), что означает, что они фактически являются параллельными. Вся система из пружин и ниток эквивалентна системе (рис. 11), где пружина 1 соответствует участку между витками №1 и №100, 2 — между №100 и №200, 3 — между №200 и №300, 4 — между №300 и №400, 5 — между №400 и №500.

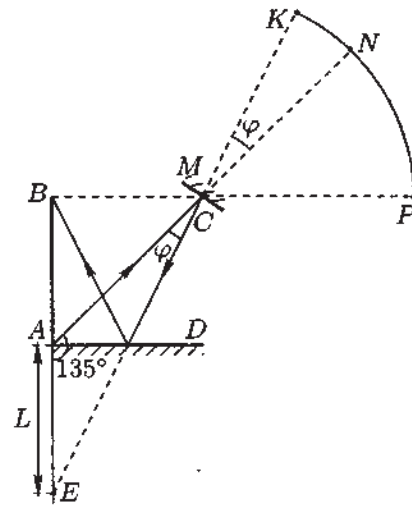


Рис. 10

Пусть k_0 — жёсткость пружины при отсутствии нитей. Жёсткость куска пружины обратно пропорциональна числу его витков, поэтому жёсткость любого участка, содержащего 100 витков (в частности между началом первого витка и витком №100),

$$k_1 = \frac{500}{100}k_0 = 5k_0.$$

Участок между витками №100 и №400 является, как уже было показано, параллельным соединением трёх участков по 100 витков, а его жёсткость

$$k_2 = 3k_1 = 15k_0.$$

Последний участок (между витками №400 и №500) имеет жёсткость

$$k_3 = k_1 = 5k_0.$$

Пружина в целом состоит из трёх последовательных участков (№100-№200, №200-№400, №400-№500), поэтому её жёсткость при наличии нитей

$$k = \left(\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \frac{1}{k_3} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{5k_0} + \frac{1}{15k_0} + \frac{1}{5k_0} \right)^{-1} = \frac{15}{7}k_0.$$

Удлинение пружины обратно пропорционально её жёсткости, поэтому

$$x = \frac{k_0}{k}x_0 = \frac{7}{15}x_0 \approx 4,7 \text{ см.}$$

Критерии оценивания

- Нахождение эквивалентной системы пружин 4
- Связь между жёсткостью пружины и количеством витков в ней 2
- Выражение для жёсткости параллельно соединённых пружин 1
- Выражение для жёсткости последовательно соединённых пружин 1
- Окончательное выражение для x 1
- Численное значение x 1

Задача 2. Обруч и клин

1. Обозначим через v скорость центра масс обруча, через y — его высоту. Энергия обруча складывается из кинетической энергии $mv^2/2$ поступательного движения и энергии $mv^2/2$ вращательного движения, а также потенциальной энергии mgy в поле тяжести. Следовательно, по закону сохранения энергии

$$mv^2 + mgy = \text{const}.$$

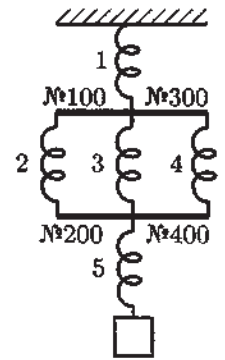


Рис. 11

После дифференцирования по времени и замены $\dot{y} = v_y = v \sin \alpha$ получим:

$$2mva_1 - mgv \sin \alpha = 0, \quad \text{откуда} \quad a_1 = \frac{g \sin \alpha}{2} = \frac{g}{2\sqrt{2}}.$$

2. Со стороны обруча на клин действует сила

$$\vec{F} = m(\vec{g} - \vec{a}_1),$$

с проекциями $F_x = -ma_1 \cos \alpha = mg/4$, $F_y = -mg + ma_1 \sin \alpha = -3mg/4$, откуда сила реакции, действующая на клин со стороны горизонтальной поверхности, $N = 7mg/4$. Чтобы клин не двигался, необходимо, чтобы $\mu N \geq mg/4$. Значит, минимальное значение $\mu = 1/7$.

3. Пусть v_x и v_y – проекции скорости обруча, V – скорость клина.

Поскольку обруч катится по клину без отрыва, то

$$v_y = (v_x - V) \operatorname{tg} \alpha = v_x - V. \quad (1)$$

Из закона сохранения импульса в проекции на горизонтальную ось следует:

$$v_x = -V. \quad (2)$$

Запишем закон сохранения энергии:

$$E_n + E_{\text{кл}} + E_{\text{пост}} + E_{\text{вр}} = \text{const}, \quad (3)$$

где $E_n = mgy$ – потенциальная энергия обруча, $E_{\text{кл}} = mV^2/2$ – кинетическая энергия клина, $E_{\text{пост}} = m(v_x^2 + v_y^2)/2$ – энергия поступательного движения обруча, $E_{\text{вр}} = mu^2/2$ – энергия вращательного движения обруча, где u – скорость точек обруча в системе отсчёта связанной с центром обруча. Поскольку эта скорость

$$u = \sqrt{(v_x - V)^2 + v_y^2},$$

то, продифференцировав (3) по времени, с учётом (1) и (2) получим

$$-2mgV + mVa_2 + 5mVa_2 + 8mVa_2 = 0, \quad \text{откуда} \quad a_2 = \frac{g}{7}.$$

Критерии оценивания

Закон сохранения энергии для 1-го случая.....	1
Окончательное выражение выражение для a_1	1
Проекция силы, действующей на клин со стороны обруча на оси x и y	2
Значение μ	1
Условие качения обруча без отрыва от клина в случае гладкой поверхности 1	
Связь между v_x и V	1
Закон сохранения энергии в случае гладкой поверхности.....	2
Окончательное выражение для a_2	1

Задача 3. Микротрещина

За малое время Δt изменение количества атомов аргона в полости равно

$$\Delta N_1 = \frac{1}{6} n_1 v_1 S \Delta t, \quad (4)$$

где n_1 – концентрация аргона в атмосфере, v_1 – скорость атомов аргона в атмосфере, S – площадь микротрещины. Аналогично, изменение количества молекул углекислого газа в полости за тот же промежуток времени равно

$$\Delta N_2 = \frac{1}{6} n_2 v_2 S \Delta t, \quad (5)$$

где n_2 – концентрация молекул углекислого газа в атмосфере, v_2 – скорость молекул углекислого газа в атмосфере. Поскольку отношение концентраций газов в полости равно отношению количеств их молекул, то с учётом (4) и (5) получаем

$$\alpha = \frac{\Delta N_1}{\Delta N_2} = \frac{n_1 v_1}{n_2 v_2}. \quad (6)$$

Найдём отношение концентраций аргона и углекислого газа в атмосфере. Рассмотрим объём газа V . Средняя молярная масса газа в этом объёме

$$\mu = \frac{\mu_1 \frac{n_1 V}{N_A} + \mu_2 \frac{n_2 V}{N_A}}{\frac{n_1 V}{N_A} + \frac{n_2 V}{N_A}} = \frac{\mu_1 n_1 + \mu_2 n_2}{n_1 + n_2},$$

где N_A – число Авогадро, откуда

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{\mu_2 - \mu}{\mu - \mu_1}. \quad (7)$$

Выразим скорости молекул через их кинетическую энергию E :

$$v_1 = \sqrt{\frac{2E}{m_1}}, \quad v_2 = \sqrt{\frac{2E}{m_2}},$$

где m_1 и m_2 – массы атомов аргона и молекул углекислого газа соответственно. Поскольку

$$m_1 = \frac{\mu_1}{N_A}, \quad m_2 = \frac{\mu_2}{N_A}, \quad \text{то} \quad \frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{\mu_2}{\mu_1}}. \quad (8)$$

Подставив (7) и (8) в (6), получим

$$\alpha = \frac{\mu_2 - \mu}{\mu - \mu_1} \sqrt{\frac{\mu_2}{\mu_1}} \approx 0,35.$$

Примечание. Более точный расчёт даёт в формулах (4) и (5) коэффициент 1/4 вместо 1/6, однако на ответ это не влияет.

Критерии оценивания

Изменение количества атомов аргона в полости в единицу времени.....	1
Изменение количества атомов углекислого газа в единицу времени.....	1
Связь между μ , μ_1 и μ_2	2
Выражение для отношения концентраций газов в атмосфере.....	2
Связь между скоростями молекул газа и их энергиями.....	1
Выражение для отношения скоростей молекул газов.....	1
Окончательное выражение для α	1
Численное значение α	1

Задача 4. Труба различного диаметра

По вертикали на сосуд действуют несколько сил: сила атмосферного давления, сила тяжести, сила давления воздуха под крышкой, сила давления воды на горизонтальный участок на стыке верхней и нижней частей сосуда, а во втором состоянии — ещё и вес гири. Пусть M — масса сосуда, x_0 — высота столба воздуха в начальном состоянии, S и s — площади поперечных сечений соответственно сосуда и трубы. Запишем условие равновесия для начального состояния:

$$-p_{\text{атм}}S - Mg + p_0s + (p_0 + \rho g(H - x_0))(S - s) = 0,$$

или в приведённом виде

$$\rho g(H - x_0)(1 - \alpha) + p_0 - p_{\text{атм}} - \frac{Mg}{S} = 0. \quad (9)$$

Воздух был при одной и той же температуре в обоих состояниях, поэтому его давление в конечном состоянии $p_1 = p_0x_0/x$. Аналогично (9) запишем условие равновесия для конечного состояния:

$$\rho g(H - x)(1 - \alpha) + p_0 \frac{x_0}{x} - p_{\text{атм}} - \frac{2Mg}{S} = 0. \quad (10)$$

Исключим Mg/S из (9) и (10):

$$\rho g(H - 2x_0 + x)(1 - \alpha) + 2p_0 - p_0 \frac{x_0}{x} - p_{\text{атм}} = 0. \quad (11)$$

Из несжимаемости воды следует соотношение между опусканием сосуда и уменьшением высоты столба воздуха: $S\Delta h = s(x_0 - x)$. После подстановки $x_0 = x + \Delta h/\alpha$ в (11) и приведения получим:

$$\rho g(1 - \alpha)x^2 - \left(\rho g(1 - \alpha) \left(H - 2\frac{\Delta h}{\alpha} \right) + p_0 - p_{\text{атм}} \right) x + p_0 \frac{\Delta h}{\alpha} = 0,$$

откуда

$$x_{\pm} = \frac{b \pm \sqrt{b^2 - 4\rho g(1 - \alpha)p_0\Delta h/\alpha}}{2\rho g(1 - \alpha)},$$

где

$$b = \rho g(1 - \alpha) \left(H - 2\frac{\Delta h}{\alpha} \right) + p_0 - p_{\text{атм}} = 71,75 \text{ кПа}.$$

Подставив численные значения, получим $x_+ = 6,40$ м, $x_- = 1,74$ м. Корень $x_+ > H$ не имеет смысла, поэтому искомая высота $x = x_- = 1,74$ м.

Критерии оценивания

Условие равновесия для начального состояния.....	2
Выражение для p_1	1
Условие равновесия для конечного состояния.....	2
Соотношение между Δh , x_0 и x	1
Окончательное выражение для x	2
Численное значение x	1
Исключение корня $x > H$	1

Задача 5. Комплект пластин

1. Рассмотрим равновесное состояние системы после замыкания первого ключа. Пластина 1 заряжается до некоторого заряда q_{01} , пластина 3 — до противоположного заряда $-q_{01}$, пластины 2 и 4 остаются незаряженными. Напряженность электрического поля между пластинами 1 и 3 равна $E_0 = q_{01}/(\epsilon_0 S)$, разность потенциалов между ними $E_0 l$ совпадает с ЭДС батарейки:

$$\mathcal{E} = \frac{q_{01} l}{\epsilon_0 S}.$$

Следовательно, на пластине 1 устанавливается заряд

$$q_{01} = \frac{\epsilon_0 S \mathcal{E}}{l}.$$

Выделяющееся в данном процессе количество теплоты Q_0 рассчитывается из закона сохранения энергии, как разность работы источника

$$W_{\text{бат}} = q_{01} \mathcal{E} = \frac{\epsilon_0 S \mathcal{E}^2}{l}$$

и конечной электростатической энергии

$$W_{\text{эвл}} = \frac{\epsilon_0 E_0^2}{2} S l = \frac{\epsilon_0 S \mathcal{E}^2}{2l}$$

Следовательно,

$$Q_0 = \frac{\epsilon_0 S \mathcal{E}^2}{2l}.$$

2. Рассмотрим теперь второй этап процесса, после замыкания ключа K_2 . В этом процессе происходит перераспределение зарядов как между пластинами 1 и 3, так и между пластинами 2 и 4. Пусть q_1 и q_2 — установившиеся заряды

на пластинах 1 и 2, тогда заряды на пластинах 3 и 4 равны $-q_1$ и $-q_2$ соответственно. Напряженности электрического поля между пластинами 1 и 2, 2 и 3, 3 и 4 соответственно равны:

$$E_{12} = \frac{q_1}{\varepsilon_0 S}, \quad E_{23} = \frac{q_1 + q_2}{\varepsilon_0 S}, \quad E_{34} = \frac{q_2}{\varepsilon_0 S}.$$

Разность потенциалов между пластинами 2 и 4 должна быть равна нулю:

$$0 = E_{23}lx + E_{34}l(1 - x),$$

откуда $q_2 = -q_1x$. Разность потенциалов между пластинами 1 и 3 равна \mathcal{E} :

$$\mathcal{E} = E_{12}l(1 - x) + E_{23}x,$$

следовательно,

$$q_1 = \frac{\varepsilon_0 S \mathcal{E}}{l(1 - x^2)}, \quad q_2 = -q_1x = -\frac{\varepsilon_0 S \mathcal{E} x}{l(1 - x^2)}.$$

Конечная электростатическая энергия системы

$$\begin{aligned} W_{\text{эл}} &= Sl(1 - x) \frac{\varepsilon_0 F_{12}^2}{2} + Slx \frac{\varepsilon_0 E_{23}^2}{2} + Sl(1 - x) \frac{\varepsilon_0 E_{34}^2}{2} = \\ &= \frac{l}{2\varepsilon_0 S} (q_1^2 + q_2^2 + 2xq_1q_2) = \frac{\varepsilon_0 S}{2l} \frac{\mathcal{E}^2}{1 - x^2}. \end{aligned}$$

Её изменение на втором этапе

$$W_{\text{эл}} - W_{0\text{эл}} = \frac{\varepsilon_0 S \mathcal{E}^2 x^2}{2l(1 - x^2)}.$$

Работа батареек на втором этапе

$$W_{\text{бат}} = \mathcal{E}(q_1 - q_{01}) = \frac{\varepsilon_0 S \mathcal{E}^2 x^2}{l(1 - x^2)}.$$

Следовательно, на резисторах выделится количество теплоты

$$Q = \frac{\varepsilon_0 S \mathcal{E}^2 x^2}{2l(1 - x^2)}.$$

Критерии оценивания

Окончательное выражение для q_{01}	1
Работа источника после замыкания K_1	1
Электростатическая энергия после замыкания K_1	1
Окончательное выражение для Q_0	1

Напряжённости поля между пластинками	1
Разность потенциалов между пластинками 1 и 3	1
Разность потенциалов между пластинками 2 и 4	1
Конечная электростатическая энергия системы	1
Работа источника после замыкания K_2	1
Окончательное выражение для Q	1

11 класс

Задача 1. Муха в паутине

1. При попадании мухи в центр паутины перпендикулярно её плоскости будут растягиваться только радиальные нити. Из закона Гука находим их начальное относительное удлинение

$$\varepsilon_0 = \frac{F_0}{ES},$$

где $S = \pi r^2$ — площадь поперечного сечения нити паутины.

Максимальную массу M мухи найдём из условия, что муха остановилась, когда натяжение паутины достигло предельного значения. Энергия упругой деформации 6 радиальных нитей при относительном удлинении ε имеет вид:

$$W = 6 \cdot \frac{E\varepsilon^2}{2} \cdot Sl.$$

Напомним попутно, что $E\varepsilon^2/2$ имеет смысл плотности энергии деформации. Из закона сохранения энергии

$$\frac{Mv^2}{2} + 6 \cdot \frac{E\varepsilon_0^2}{2} \cdot Sl = 6 \cdot \frac{E\varepsilon_{\text{max}}^2}{2} \cdot Sl \quad (12)$$

получим

$$M = \frac{6ESl}{v^2} (\varepsilon_{\text{max}}^2 - \varepsilon_0^2) = \frac{6\pi r^2 l E}{v^2} \left(\varepsilon_{\text{max}}^2 - \frac{F_0^2}{\pi^2 r^4 E^2} \right) \approx 1,3 \text{ г.}$$

2. При малых колебаниях можно пренебречь возникающим переменным удлинением радиальных нитей по сравнению с начальным ε_0 , так как по теореме Пифагора это удлинение будет порядка второй степени малого смещения x мухи (перпендикулярного плоскости паутины). Возвращающая сила F создаётся проекциями 6 радиальных сил F_0 на направление колебаний:

$$F \approx -6 \cdot F_0 \cdot \frac{x}{\sqrt{l^2 + x^2}} \approx -\frac{6F_0}{l} \cdot x.$$

Таким образом, эффективная жёсткость $k = 6F_0/l$, а период колебаний

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{ml}{6F_0}} \approx 0,22 \text{ с.}$$

Критерии оценивания

Начальное относительное удлинение нитей 2
 Закон сохранения энергии при столкновении мухи с паутиной 2
 Окончательное выражение для M 1
 Численное значение M 1
 Выражение для возвращающей силы при колебаниях 2
 Окончательное выражение для T 1
 Численное значение T 1

Задача 2. Работа при смешивании газов

Пусть V_X — объём, занимаемый чистым веществом X (слева от поршней), V_Y — объём, занимаемый чистым веществом Y (справа от поршней), V_{XY} — объём смеси газов X и Y . При этом газ X равномерно распределен по объёму $V_1 = V_X + V_{XY}$, газ Y — по объёму $V_2 = V_{XY} + V_Y$. На левый поршень со стороны газов действует сила давления $p_2 = \nu_Y RT/V_2$ газа Y , на правый поршень — сила давления $p_1 = \nu_X RT/V_1$ газа X . Следовательно, при малом раздвижении поршней газы совершат работу

$$\Delta A = p_1 \Delta V_1 + p_2 \Delta V_2 = \nu_X RT \frac{\Delta V_1}{V_1} + \nu_Y RT \frac{\Delta V_2}{V_2}.$$

Суммарная работа, совершаемая газами, представляется в виде суммы

$$A = \sum \Delta A = \nu_X RT \sum \frac{\Delta V_1}{V_1} + \nu_Y RT \sum \frac{\Delta V_2}{V_2}.$$

Каждый равен площади соответствующей криволинейной трапеции:

$$\sum \frac{\Delta V_1}{V_1} = S(V_{01}, V'_1), \quad \sum \frac{\Delta V_2}{V_2} = S(V_{02}, V'_2),$$

где V_{01}, V_{02} — начальные значения объёмов V_1, V_2 , V'_1, V'_2 — их конечные значения. Отсюда

$$A = \nu_X RT \ln \frac{V'_1}{V_{01}} + \nu_Y RT \ln \frac{V'_2}{V_{02}}.$$

Учтём, что

$$V_{10} = V_{X0}, \quad V_{20} = V_{Y0}, \quad V'_1 = V'_2 = V_{X0} + V_{Y0}.$$

Отсюда получим:

$$A = \nu_X RT \ln \frac{V_{X0} + V_{Y0}}{V_{X0}} + \nu_Y RT \ln \frac{V_{X0} + V_{Y0}}{V_{Y0}}.$$

Критерии оценивания

Выражение для p_1 2
 Выражение для p_2 2

Работа газов при малом раздвижении поршней 2
 Нахождение площадей соответствующих криволинейных трапеций 2
 Окончательное выражение для A 2

Задача 3. Мыльный пузырь

Поверхностное натяжение мыльной плёнки создает в пузыре дополнительное давление, равное

$$\Delta p = 2 \cdot \frac{2\sigma}{R} = \frac{4\sigma}{R}, \tag{13}$$

так как у плёнки две поверхности. Работа, совершаемая мыльной плёнкой, идёт на сообщение кинетической энергии вытекающему воздуху:

$$\Delta p \Delta V = \frac{\Delta m v^2}{2},$$

где ΔV — уменьшение объёма мыльного пузыря, Δm — масса вытесненного воздуха, v — скорость движения воздуха в трубке. Отсюда

$$\frac{\rho v^2}{2} = \Delta p, \quad v = \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}}, \tag{14}$$

где $\rho = \Delta m/\Delta V$ — плотность воздуха. Скорость уменьшения объёма V пузыря

$$\frac{dV}{dt} = vS, \tag{15}$$

где $S = \pi r^2$ — площадь поперечного сечения трубки. Подставив в (15) выражение для объёма пузыря $V = \frac{4}{3}\pi R^3$, а также выражения (13) и (14), получим

$$4\pi R^2 \frac{dR}{dt} = \sqrt{\frac{8\sigma}{\rho R}} \cdot \pi r^2, \quad \text{откуда} \quad u = \frac{dR}{dt} = \frac{r^2}{R^{5/2}} \sqrt{\frac{\sigma}{2\rho}}.$$

Критерии оценивания

Давление, создаваемое мыльной плёнкой 2
 Закон сохранения энергии 2
 Скорость движения воздуха на выходе из трубки 2
 Скорость изменения объёма пузыря 2
 Окончательное выражение для u 2

Задача 4. Проводящая сфера

1. До замыкания ключа заряды на внутренней и внешней поверхностях сферы распределяются неравномерно, но их суммарный заряд равен нулю. Потенциал в центре сферы

$$\varphi = k \frac{Q_1}{R/3} + k \frac{Q_2}{2R} = \frac{k}{R} \left(3Q_1 + \frac{Q_2}{2} \right).$$

2. После замыкания ключа на внутренней и внешней поверхностях сферы появятся заряды q_1 и q_2 . Причём $q_1 = -Q_1$. Найдём q_2 . Потенциал сферы равен \mathcal{E} и создаётся зарядами Q_2 и q_2 , так как заряды Q_1 и q_1 вне сферы поля не создают. Уберём мысленно заряды Q_1 и q_1 . Распределение заряда q_2 при этом не изменится. В поле, создаваемом зарядами Q_2 и q_2 , потенциал сферы (равный \mathcal{E}) равен потенциалу в центре сферы:

$$k \frac{q_2}{R} + k \frac{Q_2}{2R} = \mathcal{E}.$$

Откуда

$$q_2 = \frac{\mathcal{E}R}{k} - \frac{Q_2}{2} = 4\pi\epsilon_0\mathcal{E}R - \frac{Q_2}{2}.$$

$$Q = q_1 + q_2 = -Q_1 - \frac{Q_2}{2} + 4\pi\epsilon_0R\mathcal{E}.$$

Критерии оценивания

Суммарный заряд на сфере до замыкания ключа равен нулю.....	1
Окончательное выражение для φ	2
Величина заряда на внутренней поверхности сферы.....	1
Мысленное удаление Q_1 и q_1	2
Потенциал сферы после замыкания K	1
Потенциал в центре сферы в поле зарядов Q_2 и q_2	1
Нахождение заряда на внешней поверхности сферы.....	1
Окончательное выражение для Q	1

Задача 5. Цепь и соленоид

Из-за изменения магнитного поля в каждом контуре возникает ЭДС индукции, равная скорости изменения потока через этот контур. Пусть \mathcal{E} – ЭДС в контуре, содержащем R_1 и C (рис. 12), тогда в контуре, содержащем R_1 и R_2 , ЭДС равна $2\mathcal{E}$. Запишем второе правило Кирхгофа для этих контуров:

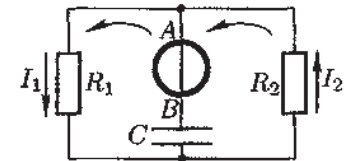


Рис. 12

$$\mathcal{E} = I_1R_1 + \frac{q}{C}, \quad 2\mathcal{E} = I_1R_1 + I_2R_2.$$

В установившемся режиме заряд конденсатора постоянен, ток через него не идёт, и, следовательно, $I_1 = I_2$. Решая уравнения, находим

$$q = \frac{1}{2}CI_1(R_2 - R_1).$$

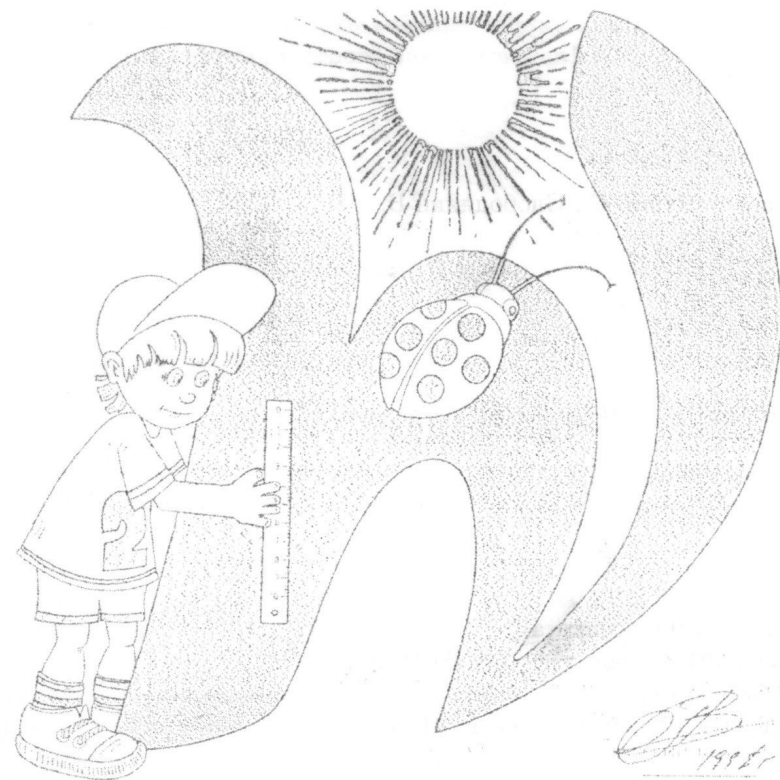
Федеральное агентство по образованию
Центральный оргкомитет Всероссийских олимпиад

XI Всероссийская олимпиада школьников по физике

Окружной этап

Экспериментальный тур

Методическое пособие



Handwritten signature
1998

МФТИ, 2005/2006 уч.г.

Комплект задач подготовлен методической комиссией по физике
Центрального оргкомитета Всероссийских олимпиад школьников
Министерства образования и науки Российской Федерации
Телефоны: (095) 408-80-77, 408-86-95.
E-mail: fizolimp@mail.ru (с припиской **antispa**m к теме письма)

Авторы задач

9 класс

1. Воробьёв И.
2. Слободянин В.

10 класс

1. Тарнопольский Г.
2. Шведов О.

11 класс

1. Тарнопольский Г.
2. См. 2 задачу 10 класса

Общая редакция — Дунин С., Слободянин В.

Оформление и верстка — Чудновский А., Гусихин П.

При подготовке оригинал-макета
использовалась издательская система \LaTeX 2 ϵ .
© Авторский коллектив
Подписано в печать 17 марта 2006 г. в 01:07.

141700, Московская область, г. Долгопрудный
Московский физико-технический институт

9 класс

Задача 1. Взвешивание сверхлёгких грузов

Определить с помощью предложенного оборудования массу m кусочка фольги.

Оборудование. Банка с водой, кусок пенопласта, набор гвоздей, деревянные зубочистки, линейка с миллиметровыми делениями, остро отточенный карандаш, фольга, салфетки.

Задача 2. ВАХ ЧЯ

Определите вольтамперную характеристику (ВАХ) «чёрного ящика» (ЧЯ). Опишите методику снятия ВАХ.

Постройте график ВАХ.

Оцените погрешности.

Оборудование. ЧЯ с ограничивающим резистором с известным сопротивлением R , вольтметр, регулируемый источник тока, соединительные провода, миллиметровая бумага.

Примечание. Подключать «чёрный ящик» к источнику тока в обход ограничивающего резистора строго **запрещается!**

10 класс

Задача 1. Неполная банка (1)

Определите объём V воды в банке.

Оборудование. Герметичная банка цилиндрической формы, частично заполненная водой, кусок нити, миллиметровая бумага, ножницы, скотч, груз (гайка). Масса пустой банки $m = 23$ г, плотность воды $\rho = 1000$ кг/м³.

ВНИМАНИЕ. Категорически запрещается открывать банку!

Задача 2. Мультиметр

Исследуйте зависимость напряжения U на клеммах омметра от тока I через него. Постройте её график. Мультиметр в режиме омметра можно рассматривать как совокупность батарейки и (возможно нелинейного) сопротивления (рис. 1).

Оборудование. Мультиметр в режиме омметра, батарейка с известной ЭДС \mathcal{E} и малым внутренним сопротивлением, постоянный резистор, переменный резистор.

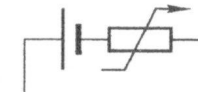


Рис. 1

Задача 1. Неполная банка (2)

Определите плотность ρ жидкости, находящейся в металлической банке.

Оборудование. Герметичная банка цилиндрической формы, частично заполненная исследуемой жидкостью, кусок нити, миллиметровая бумага, ножницы, скотч, линейка, карандаш, груз известной массы. Масса пустой банки $m = 23$ г.

ВНИМАНИЕ. Категорически запрещается открывать банку!

Задача 2. Мультиметр

Исследуйте зависимость напряжения U на клеммах омметра от тока I через него. Постройте её график. Мультиметр в режиме омметра можно рассматривать как совокупность батарейки и (возможно нелинейного) сопротивления (рис. 2).

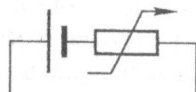


Рис. 2

Оборудование. Мультиметр в режиме омметра, батарейка с известной ЭДС \mathcal{E} и малым внутренним сопротивлением, постоянный резистор, переменный резистор.

Возможные решения

Задача 1. Взвешивание сверхлёгких грузов

Измеряем диаметр d цилиндрической части зубочистки методом рядов (положив несколько зубочисток плотно в ряд и измерив линейкой их общую ширину). На одну из зубочисток наносим карандашом через 1 мм деления.

Втыкаем в пенопласт гвоздики, пока он не погрузится в воду почти полностью. Сверху втыкаем зубочистку с делениями, чтобы пенопласт был ниже уровня воды, а зубочистка вертикально выступала из воды не меньше, чем на $3/4$ длины. При необходимости от пенопласта можно отделить небольшой кусочек. Затем на верхний конец зубочистки прикрепляем кусочек фольги (рис. 3) и находим изменение Δh глубины погружения зубочистки.

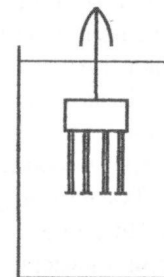


Рис. 3

Изменение объёма ΔV погруженной части:

$$\Delta V = \frac{\pi \Delta h d^2}{4},$$

откуда масса фольги

$$m = \rho \Delta V = \frac{\pi}{4} \rho \Delta h d^2,$$

где ρ — плотность воды.

Рекомендации для организаторов. Для эксперимента подходит литровая банка (или двухлитровая пластиковая бутылка с отрезанным верхом), она должна быть наполнена водой почти до краёв. Зубочистки должны быть не искривлёнными, одинакового диаметра, а их длина должна быть не меньше 6 см, количество: $5 \div 10$ штук. Размеры пенопласта: высота $0,5 \div 1$ см, длина и ширина $2 \div 4$ см. Размеры фольги должны быть такими, чтобы под её весом зубочистка погружалась приблизительно на $2/3$ своей длины. Для пищевой фольги эти размеры составляют от $2 \text{ см} \times 2 \text{ см}$ до $4 \text{ см} \times 4 \text{ см}$. Масса гвоздей должна позволять утопить пенопласт. Гвозди следует взять разного диаметра: крупные — для грубой настройки системы, а мелкие — для точной.

Критерии оценивания

Использование гвоздиков для подтопления пенопласта	1
Измерение диаметра зубочистки	2
Измерение Δh	2
Расчётная формула для m через d и Δh	2
Численное значение m	2
Оценка погрешностей	1

Задача 2. ВАХ ЧЯ

1. Для того чтобы снять ВАХ «чёрного ящика» соберём электрическую цепь, согласно рисунку 4.
2. Поочерёдно подключая вольтметр к клеммам (1,2) и (3,4), снимем серию значений напряжения на «чёрном ящике» и резисторе для различных значений напряжения на выходе источника постоянного тока. Результаты измерений занесём в таблицу.
3. Поскольку сопротивление резистора задано, мы можем вычислить силу тока, соответствующую различным значениям напряжения на резисторе (и «чёрном ящике»): $I = U/R$.
4. Занесём результаты вычислений в таблицу.
5. Поменяем местами выводы (1) и (2) «чёрного ящика» и вновь проведем серию измерений.
6. По полученным данным построим зависимость силы тока, протекающего через «чёрный ящик» от подаваемого на него напряжения. Примерный вид полученного графика приведён на рисунке 5.

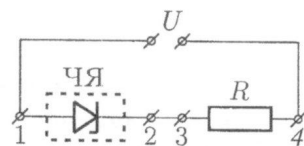


Рис. 4

Устройство, заключённое в «чёрном ящике», называется «стабилитрон». При протекании тока в прямом направлении (по стрелке), ВАХ стабилитрона подобна ВАХ диода: ток начинает протекать через него при напряжении около 0,5 В. Однако, в таком режиме стабилитрон не используют. Как правило, его подключают в обратной полярности. В этом случае стабилитрон «открывается» при напряжении стабилизации равном нескольким вольтам (в нашем случае это приблизительно 6 В). Сила тока в рабочем режиме может изменяться в широком диапазоне, в то время как напряжение остается практически неизменным.

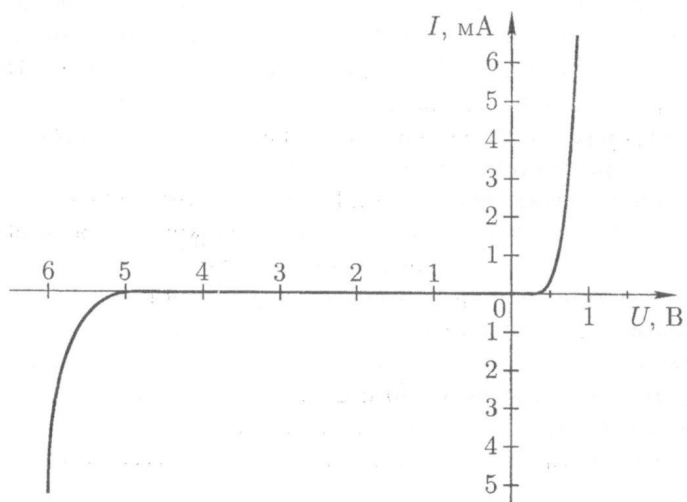


Рис. 5

Рекомендации для организаторов. Сопротивление ограничивающий резистора ~ 2 кОм. Стабилитрон желательно подбирать таким, чтобы обратное напряжение было не менее 5 В. Источник тока должен обеспечивать напряжение достаточное для открытия стабилитрона. При отсутствии регулируемого источника можно использовать две последовательно соединённых батареи по 4,5 В и переменный резистор.

Критерии оценивания

Схема электрической цепи для снятия ВАХ	2
Методика снятия ВАХ	1
Таблица с серией значений напряжений на «чёрном ящике» и резисторе....	1
Вычисление соответствующих сил тока в цепи.....	1
Серия значений напряжений при обратном включении «чёрного ящика» ...	1
Вычисление соответствующих сил тока при обратном включении	1
График ВАХ	2
Оценка погрешностей	1

10 класс

Задача 1. Неполная банка (1)

С помощью скотча наклеиваем на банку полоску миллиметровой бумаги. Найдём объём жидкости в банке. Для этого с помощью миллиметровой бумаги находим периметр L банки и вычисляем площадь S её поперечного сечения (толщиной стенок банки можно пренебречь):

$$S = \frac{L^2}{4\pi}$$

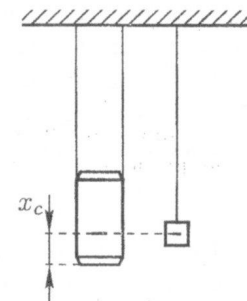


Рис. 6

Объём жидкости в банке: $V = Sh$, где h — высота жидкости в банке. Для определения этой высоты с помощью скотча подвешиваем банку на двух нитях к краю стола. Дно банки должно быть параллельно полу. Можно считать, что получается математический маятник длиной, равной расстоянию от точки подвеса до центра масс системы банка-жидкость. Рядом с местом крепления банки (на краю стола) закрепляем нить, соединённую с гайкой (рис. 6). Нить следует фиксировать скотчем. Высоту подвеса гайки можно регулировать, подтягивая нить рукой. Добиваемся того, чтобы периоды колебания гайки и банки совпадали. Делаем метку на миллиметровой бумаге, наклеенной на банке, на том же уровне что и центр гайки. Так мы находим высоту x_c центра масс банки с жидкостью относительно её дна. Высота x_c связана с высотой h верхнего уровня жидкости в банке соотношением:

$$x_c = \frac{(Mh/2) + (mH/2)}{M + m}$$

где $M = \rho Sh$ — масса воды в банке, H — высота банки. Выразив h , находим искомый объём жидкости

$$V = \frac{L^2 x_c}{2\pi} - \frac{m}{\rho} \left(\frac{H}{2x_c} - 1 \right).$$

Второе слагаемое является малой поправкой, связанной с массой банки.

Рекомендации для организаторов. В качестве банки можно использовать жестяную банку от пива ёмкостью 0,5 л. Её масса ≈ 23 г (необходимо взвесить и сообщить участникам её точное значение для выданных банок). Банку не надо открывать стандартным способом! Около верха банки её нужно сделать шилом отверстие и вылить содержимое. Затем с помощью маленькой воронки (шприца) влить в банку воду. Вода должна заполнять примерно 2/3 объёма банки. Далее пробитую дырку следует залепить пластилином и всё это плотно обмотать скотчем. Нить должна быть достаточно прочной. Её длина ≈ 4 м.

Критерии оценивания

Определение площади поперечного сечения банки.....	2
Использование банки на нитях как маятника.....	2
Идея сравнение периодов колебаний банки и гайки.....	1
Определение x_c	2
Проведение повторных измерений.....	1
Связь между h и x_c	1
Расчётная формула для V	1
Численное значение V	4
Оценка погрешностей.....	1

Задача 2. Мультиметр

Используя имеющиеся резисторы, сопротивления которых можно измерить омметром, соберем цепь, схема которой изображена на рисунке 7. Напряжение на омметре и ток через него определяются из соотношений

$$\mathcal{E}_1 + I_1 R_1 = I_2 R_2 = U, \quad I = I_1 + I_2, \quad U = IR.$$

Здесь R — величина сопротивления, показываемая омметром. Из этих уравнений находим:

$$I = \frac{\mathcal{E}_1 / R_1}{\frac{R_0}{R_2} + \frac{R_0}{R_1} - 1}, \quad U = IR.$$

Следовательно, рассматриваемая электрическая цепь позволяет получить точку на графике вольтамперной характеристики омметра. Меняя сопротивление резистора R_2 и полярность батарейки, получаем различные точки на графике.

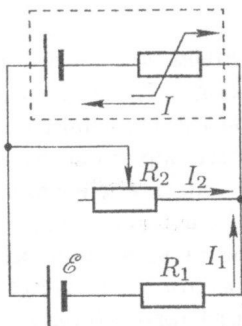


Рис. 7

Примечание. При $I < 0$ омметр ничего не показывает. При $I > 0$, но $U < 0$ омметр показывает отрицательное значение сопротивления.

Рекомендации для организаторов. В качестве омметра можно взять цифровой мультиметр на пределе $R_0 = 20$ кОм (или на другом пределе). Сопротивление постоянного резистора R_1 должно быть порядка верхнего предела омметра R_0 . Чтобы подобрать потенциометр, рекомендуется сначала измерить эффективную ЭДС батарейки омметра \mathcal{E}_x и его эффективное сопротивление R_x : это можно сделать, подсоединив к омметру сначала вольтметр (определяется \mathcal{E}_x), а затем — параллельно вольтметр и резистор (определяется R_x). Потенциометр подбирается таким образом, чтобы его сопротивление можно было менять по крайней мере в пределах от $0,1R_{2\max}$ до $R_{2\max}$, где

$$R_{2\max} = \frac{R_1}{\frac{\mathcal{E}_1}{\mathcal{E}_x} (1 + R_x / R_0) + (R_1 / R_0 - 1)},$$

а \mathcal{E}_1 — сопротивление батарейки, входящей в комплект оборудования.

Критерии оценивания

Схема электрической цепи для снятия искомой зависимости.....	3
Расчётная формула для силы тока через омметр.....	2
Расчётная формула для напряжения на клеммах омметра.....	1
Таблица с измеренными значениями R и рассчитанными U и I :	
в прямом режиме.....	2
в обратном режиме.....	3
График зависимости $U(I)$	3
Оценка погрешностей.....	1

11 класс

Задача 1. Неполая банка (2)

С помощью скотча прикрепляем к верхнему краю банки два куска нити длиной 60 – 70 см. Взвешиваем банку с помощью неравноплечных весов, сделанных с помощью линейки, поставленной на круглый карандаш, прикрепленный к столу скотчем. На один край линейки подвешиваем груз, на другой — банку. Условие равновесия банки и груза:

$$(M + \mu)L = m \cdot l,$$

где M — масса жидкости, m — груза, L и l — плечи весов, соответствующие банке и грузу. Отсюда находим массу жидкости:

$$M = m \frac{l}{L} - \mu.$$

С помощью скотча наклеиваем на банку и на груз по полоске миллиметровой бумаги. Измеряем высоту груза и в середине боковой грани на наклеенной

полоске бумаги делаем метку. Поскольку груз цилиндрический, то это будет уровень центра масс.

Найдём объём жидкости в банке. Для этого с помощью миллиметровой бумаги находим периметр P банки и вычисляем площадь её нормального сечения (толщиной стенок банки можно пренебречь):

$$S = \frac{P^2}{4\pi}.$$

Объём жидкости в банке: $V = S \cdot x$, где x — высота слоя жидкости.

Теперь найдём эту высоту. С помощью скотча подвешиваем банку на двух нитях к краю стола. Дно банки должна быть параллельно полу. Можно считать, что получается математический маятник длиной, равной расстоянию от точки подвеса до центра масс системы банка-жидкость. Рядом с местом крепления банки (на краю стола) закрепляем нити, соединённые с грузом (рис. 8). Нить следует фиксировать скотчем в нескольких местах так, чтобы она под действием веса груза не выскальзывала. Высоту подвеса груза можно регулировать, подтягивая нить рукой. Добиваемся того чтобы периоды колебания груза и банки совпадали. Делаем метку на миллиметровой бумаге, наклеенной на банке, на том же уровне, что и метка на грузе. Так мы находим высоту x_c центра масс банки с жидкостью относительно её дна. Этот уровень соответствует нижнему краю цилиндрической части банки. Высота x_c связана с высотой x верхнего уровня жидкости в банке соотношением:

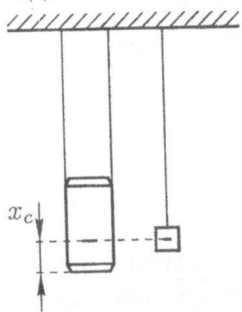


Рис. 8

$$x_c = \frac{M \cdot \frac{x}{2} + \mu \cdot H}{M + m},$$

где H — высота центра масс банки относительно её дна. Находим плотность жидкости:

$$\rho = \frac{M}{V} = \frac{2\pi M}{P^2 \left(x_c - \frac{\mu}{M}(H - x_c)\right)}.$$

Без учета массы банки плотность жидкости

$$\rho = \frac{M}{V} \approx \frac{2\pi ml}{L^2 x_c L}. \quad (1)$$

Анализ двух последних формул показывает, что «точную» формулу для ρ следует применять только при малом количестве жидкости в банке. В нашем случае формула (1) даёт хорошую точность ($\delta \approx 5\%$).

Рекомендации для организаторов. Выбор и подготовка банки проводится аналогично задаче 10-1. Жидкость, вливаемая в банку, — раствор сахара в

воде: на 190 мл воды 200 г сахара, после растворения сахара плотность жидкости примерно $1,2 \text{ г/см}^3$. В качестве груза известной массы рекомендуется использовать груз из школьного набора (масса груза должна быть соизмерима с массой банки с жидкостью). Линейка деревянная, длиной 20 — 30 см (она достаточно прочная для использования в качестве рычажных весов). Карандаш — круглый.

Критерии оценивания

Использование неравноплечных весов для определения массы жидкости ...	2
Расчётная формула для массы жидкости	1
Определение площади поперечного сечения банки	2
Использование банки на нитях как маятника	2
Идея сравнения периодов колебаний банки и груза	1
Расчётная формула для высоты слоя жидкости в банке	1
Расчётная формула для ρ	1
Численное значение ρ	4
Оценка погрешностей	1

Задача 2. Мультиметр

См. 2 задачу 10 класса