

Комплект задач подготовлен методической комиссией по физике Центрального оргкомитета Всероссийских олимпиад школьников Министерства образования и науки Российской Федерации
 Телефоны: (095) 408-80-77, 408-86-95.
 E-mail: fizolimp@mail.ru (с припиской antisram к теме письма)

Авторы задач

9 класс

1. Слободянин В.
2. Александров Д.
3. Подлесный Д.
4. Шведов О.

10 класс

1. Александров Д.
2. Воронов А.
3. Варгин А.
4. Чивилев В.
5. Воробьев И.

11 класс

1. Воронов А.
2. Шеронов А.
3. Шведов О.
4. Чивилев В.
5. Шведов О.

Ответственные за классы

9 класс

Шведов О.

10 класс

Чудновский А.

11 класс

Чивилев В.

Общая редакция — Дунин С., Слободянин В., Чудновский А., Самокотин А.

Оформление и верстка — Чудновский А., Самокотин А.

При подготовке оригинал-макета использовалась издательская система L^AT_EX 2_ε.
 © Авторский коллектив
 Подписано в печать 13 марта 2005 г. в 21:05.

141700, Московская область, г. Долгопрудный
 Московский физико-технический институт

Задача 1. Гонки

С линии старта одновременно в момент $t = 0$ ушли две гоночные машины с ускорениями

$$a_1(t) = a_0 \left(1 + \sqrt{2 - \frac{t}{t_1}} \right) \quad \text{и} \quad a_2(t) = a_0 \sqrt{2 - \frac{t}{t_1}}$$

соответственно. Начиная с момента времени t_1 скорость первой машины не изменялась, а вторая машина продолжила разгоняться с постоянным ускорением, пока в момент t_2 ее скорость не сравнялась со скоростью первой машины. Каково расстояние ΔS между автомобилями в этот момент времени?

Задача 2. Лобовое столкновение

Небольшая шайба, движущаяся со скоростью v_1 по гладкой горизонтальной поверхности, налетает на вторую шайбу, лежащую неподвижно, и после абсолютно упругого удара отскакивает со скоростью v_2 в противоположном направлении. Найдите скорость V второй шайбы после удара. Массы шайб не заданы, но известно, что они различны.

Задача 3. Ракета в пылевом облаке

Ракета массой m , летящая в космическом пространстве с выключенным двигателем со скоростью v_0 , попадает в облако пыли средней плотностью ρ , имеющее протяженность L в направлении движения ракеты (рис. 1). Пылинки неподвижны и прилипают к ракете при столкновении с ней. Площадь поперечного сечения ракеты S . Какую скорость v_1 будет иметь ракета при вылете из облака пыли? Сколько времени τ займет пролет через это облако?

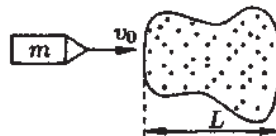


Рис. 1

Задача 4. Нагревание воды

В стакан с водой с начальной температурой $t_1 = 20^\circ\text{C}$ поместили электронагреватель и включили его в сеть. Вода стала нагреваться со скоростью $\mu_1 = 0,03^\circ\text{C}/\text{мин}$, однако с течением времени скорость μ уменьшалась, и вода нагрелась только до температуры $t_2 = 80^\circ\text{C}$. Нагреватель выключили. Вода начала остывать со скоростью $\mu_2 = -0,04^\circ\text{C}/\text{мин}$. Чему равна температура окружающей среды t_0 ? Во сколько раз нужно увеличить мощность электронагревателя, чтобы все-таки довести воду до кипения? Считайте, что теплоотдача в окружающую среду пропорциональна разности температур тела и среды.

Задача 1. Столкновение

Небольшая шайба, движущаяся по гладкой горизонтальной поверхности, налетела на вторую шайбу, покоившуюся на той же поверхности. После абсолютно упругого удара шайб их скорости v_1 и v_2 оказались направлены под углом φ друг к другу. Найдите скорость v_0 первой шайбы до удара. Массы шайб не заданы, но известно, что они различны.

Задача 2. Процесс над газом

Идеальный одноатомный газ расширяется квазистатически, причем давление и объем газа линейно зависят от времени. Когда температура достигла своего максимального значения T_0 , давление и объем газа были равны p_0 и V_0 соответственно. Каким будет давление p_1 и температура T_1 в момент времени, когда объем газа достигнет величины $V_1 = \alpha V_0$.

Задача 3. Падение со ступеньки

На край ступеньки высотой H положили тонкостенную трубу радиусом R и массой m (рис. 2). Труба начала скатываться со ступеньки. Определите вертикальную составляющую v_y скорости центра масс трубы непосредственно перед ударом о горизонтальную поверхность. Считайте, что труба не проскальзывает.

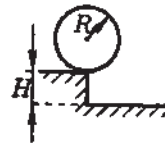


Рис 2

Задача 4. Заряд и полый шар

Маленький шарик с зарядом Q находится в центре закрепленного незаряженного проводящего полого шара (рис. 3) с радиусами концентрических поверхностей R_1 и R_2 ($R_1 < R_2$). Какую минимальную работу нужно совершить, чтобы удалить шарик через узкий канал в проводнике на расстояние от полого шара, значительно большее R_2 ?

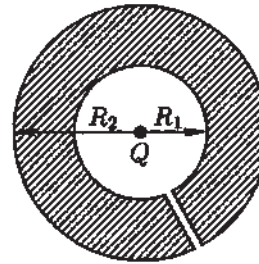


Рис. 3

Задача 5. «Электростатический» двигатель

Тонкая гибкая замкнутая лента, состоящая из проводящих пластин шириной a , разделенных изолирующими промежутками шириной b ($b \gg a$), с помощью шкивов приведена в соприкосновение с обкладками плоского конденсатора (рис. 4). Расстояние между обкладками равно d ($d \gg b$), ширина ленты l . Конденсатор подключили к

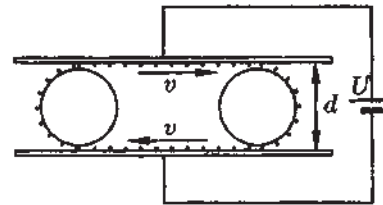


Рис 4

батарее, создающей напряжение U между обкладками. С помощью внешнего воздействия шкивы провернули на несколько оборотов, после чего воздействие устранили, а лента продолжила движение с установившейся скоростью v . Считайте, что трение есть только между лентой и нижней обкладкой.

1. Какой ток I протекает через батарею?
2. Какую мощность P затрачивает батарея при движении ленты?
3. Какая сила трения F действует на ленту?

Задача 1. Муха-Цокотуха

Между линзой и зеркалом параллельно плоскости зеркала летит Муха-цокотуха. Линза отстоит от зеркала на расстоянии $L = 20$ см, а ее главная оптическая ось перпендикулярна его плоскости. В момент, когда муха перекрестит ось, скорости ее изображений в линзе и в системе линза-зеркало одинаковы по модулю. Найдите фокусное расстояние F линзы и расстояние a от линзы до мухи.

Задача 2. Лодка

Круглую резиновую лодку оттолкнули от берега озера со скоростью v_0 она проплыла расстояние S_0 до остановки. Такую же лодку оттолкнули от рега речки так, что ее скорость в начале свободного плавания оказалась равной v_0 и была направлена перпендикулярно течению. К моменту остановки относительно воды лодка проплыла путь $S_1 = \alpha S_0$ в системе отсчета, связанной с водой. С какой скоростью V относительно берега плыла лодка в тот момент, когда она достигла середины речки, ширина которой $H = \alpha S_0$. Считайте, что $\alpha = \frac{5}{4}$, сила сопротивления движению лодки в воде прямо пропорциональна скорости, а скорость течения реки всюду одинакова.

Задача 3. Изменчивое равновесие

В цилиндре под поршнем находятся газы X_2 и Y_2 и соединение X_2Y . В системе протекает химическая реакция $2X_2 + Y_2 \leftrightarrow 2X_2Y$. В равновесном состоянии (когда скорости химической реакции в прямом и обратном направлениях равны) при давлении p система занимала объем V , а количества веществ X_2 , Y_2 и X_2Y были равны ν_1 , ν_2 и ν_3 соответственно. Давление на систему изменили на малую величину Δp . Найдите изменения объема системы ΔV количества веществ $\Delta \nu_1$, $\Delta \nu_2$, $\Delta \nu_3$ после установления нового равновесия. Температура все время поддерживается постоянной.

Примечание. Известно, что скорость химической реакции пропорциональна произведению концентраций ν_i/V реагирующих веществ. Соответственно скорости прямой и обратной реакций пропорциональны

$$\left(\frac{\nu_1}{V}\right)^2 \left(\frac{\nu_2}{V}\right) \quad \text{и} \quad \left(\frac{\nu_3}{V}\right)^2.$$

коэффициенты пропорциональности могут быть разными, но зависят только от температуры. Газы можно считать идеальными.

Задача 4. Заряд, полный шар и диэлектрик

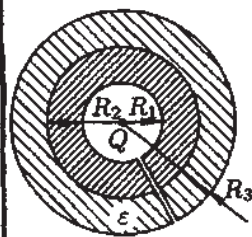


Рис. 5

Маленький шарик с зарядом Q находится в центре закрепленного незаряженного проводящего полового шара с радиусами концентрических поверхностей R_1 и R_2 ($R_1 < R_2$). Полный шар окружен снаружи концентрическим слоем диэлектрика с диэлектрической проницаемостью ϵ и радиусом наружной поверхности R_3 (рис. 5). Какую минимальную работу нужно совершить, чтобы удалить шарик через узкий канал в слоях проводника и диэлектрика на расстояние от полового шара, значительно большее R_3 ?

ра, значительно большее R_3 ?

Задача 5. Три батарейки

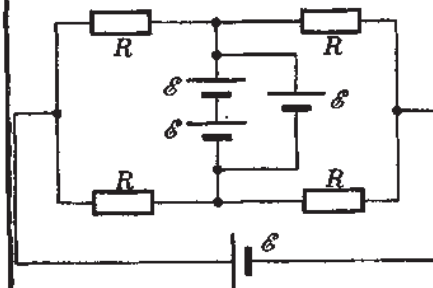


Рис. 6

Экспериментатор Глюк собрал электрическую цепь (рис. 6), подключив по ошибке одну из батареек параллельно, а не последовательно двум другим. Найдите токи через резисторы в получившейся цепи. Каждый резистор имеет сопротивление R . Все батарейки одинаковы и имеют ЭДС \mathcal{E} . Внутренние сопротивления батареек малы по сравнению с R .

Возможные решения

9 класс

Задача 1. Гонки

Перейдем в систему отсчета, связанную со вторым автомобилем. В ней первый автомобиль ехал с постоянным ускорением a_0 . К моменту t_1 он удалился на расстояние ΔS_1 от второго автомобиля на расстояние

$$\Delta S_1 = \frac{a_0}{2} t_1^2,$$

и имел относительную скорость $u = a_0 t_1$. В момент времени t_1 относительное ускорение первой машины изменилось. Следовательно, когда скорости машин сравнялись, расстояние между ними увеличилось на

$$\Delta S_2 = \frac{u}{2} (t_2 - t_1) = \frac{a_0 t_1}{2} (t_2 - t_1).$$

Таким образом, общее расстояние между машинами

$$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 = \frac{a_0 t_1 t_2}{2}.$$

Задача 2. Лобовое столкновение

Пусть m_1 и m_2 — массы шайб. Законы сохранения энергии и импульса для них имеют вид:

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} = \frac{m_1 v_2^2}{2} + \frac{m_2 V^2}{2},$$

$$m_1 v_1 = m_2 V - m_1 v_2.$$

Преобразуем уравнения:

$$m_1 (v_1^2 - v_2^2) = m_2 V^2,$$

$$m_1 (v_1 + v_2) = m_2 V,$$

и разделим первое на второе:

$$V = v_1 - v_2.$$

Другое решение. В системе отсчета, связанной с центром масс, скорости шайб при ударе меняются на противоположные, сохраняя свои величины. Поэтому относительная скорость шайб не изменяется по величине:

$$v_1 = V + v_2, \quad \text{откуда} \quad V = v_1 - v_2.$$

Задача 3. Ракета в пылевом облаке

После того как ракета пройдет внутри облака расстояние x , к ней прилипнет пыль массой

$$\Delta m = \rho S x.$$

Запишем закон сохранения импульса:

$$m v_0 = (m + \Delta m) v, \quad \text{откуда} \quad v = \frac{v_0}{1 + \rho S x / m}. \quad (1)$$

Искомую скорость найдем, положив $x = L$:

$$v_1 = \frac{v_0}{1 + \rho S L / m}.$$

Перепишем (1) в виде

$$\frac{1}{v} = \frac{1}{v_0} + \frac{\rho S}{m v_0} x$$

и построим график зависимости $1/v$ от x (рис. 7). Поскольку малое расстояние Δx ракета пролетит за малый промежуток времени $\Delta t = \frac{1}{v} \Delta x$, то площадь под графиком будет численно равна времени движения, поэтому

$$\tau = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{v_0} + \frac{1}{v_1} \right) L = \frac{L}{v_0} \left(1 + \frac{\rho S L}{2m} \right).$$

Задача 4. Нагревание воды

Поскольку вода за единицу времени получает постоянное количество теплоты от нагревателя и отдает в окружающую среду количество теплоты, пропорциональное разности температур, то скорость μ нагревания воды при температуре t также складывается из постоянной составляющей μ_0 и переменной составляющей $-\lambda(t - t_0)$, где λ — константа:

$$\mu = \mu_0 - \lambda(t - t_0). \quad (2)$$

При температуре $t = t_2$ нагревание прекратилось, следовательно, $\mu_0 = \lambda(t_2 - t_0)$. Подставив в (2) выражение для μ_0 , получим $\mu = \lambda(t_2 - t)$. В начальный момент

$$\mu_1 = \lambda(t_2 - t_1). \quad (3)$$

Если нагреватель выключить, температура воды будет изменяться со скоростью $\mu = -\lambda(t - t_0)$, в частности,

$$\mu_2 = -\lambda(t_2 - t_0). \quad (4)$$

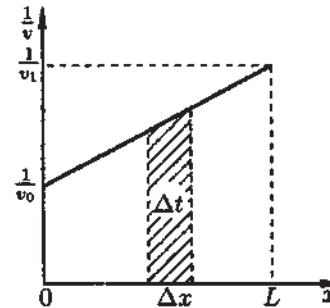


Рис. 7

Решая (3) и (4) совместно, находим

$$t_0 = t_2 + \frac{\mu_2}{\mu_1}(t_2 - t_1) = 0^\circ\text{C}.$$

При температуре воды $t_3 = 100^\circ\text{C}$ теплоотдача в окружающую среду возрастает в $(t_3 - t_0)/(t_2 - t_0) = 1,25$ раза по сравнению с рассмотренным случаем $t_2 = 80^\circ\text{C}$. Как минимум в такое же количество раз нужно увеличить мощность нагревателя, чтобы довести воду до кипения.

10 класс

Задача 1. Столкновение

В системе отсчета, связанной с центром масс, скорость каждой шайбы после удара остается такой же по величине, но изменяет направление на противоположное. Поэтому в системе центра масс модуль относительной скорости шайб при ударе не изменяется. Это верно и в любой другой системе отсчета, так как относительная скорость не зависит от выбора системы отсчета. Следовательно,

$$|\vec{u}_0| = |\vec{v}_1 - \vec{v}_2|, \quad \text{откуда} \quad v_0 = \sqrt{v_1^2 + v_2^2 + 2v_1v_2 \cos \varphi}.$$

Задача 2. Процесс над газом

Будем отсчитывать время с момента, когда температура была максимальной, тогда линейные зависимости p и V от времени примут вид:

$$V = V_0 + at, \quad p = p_0 - bt.$$

Газ расширяется, поэтому $a > 0$. Чтобы температура могла достигь максимума и начать убывать, необходимо выполнение условия $b > 0$. Из уравнения Менделеева-Клапейрона

$$T = \frac{pV}{\nu R} = \frac{1}{\nu R}(p_0V_0 + p_0at - V_0bt - abt^2).$$

Поскольку $T(t)$ — парабола и максимум достигается при $t = 0$, то

$$p_0a - V_0b = 0, \quad \text{откуда} \quad \frac{a}{V_0} = \frac{b}{p_0}.$$

Из условия $V_1 = \alpha V_0$ находим

$$\frac{a}{V_0}t_1 = \alpha - 1,$$

где t_1 — время, когда $V_1 = \alpha V_0$. Искомое давление

$$p_1 = p_0 \left(1 - \frac{b}{p_0}t_1\right) = p_0 \left(1 - \frac{a}{V_0}t_1\right) = (2 - \alpha)p_0.$$

Искомая температура

$$T_1 = \frac{p_1V_1}{\nu R} = \frac{(2 - \alpha)p_0\alpha V_0}{\nu R} = \alpha(2 - \alpha)T_0.$$

Задача 3. Падение со ступеньки

1. Допустим, что высота ступеньки достаточно большая, так что труба сначала отрывается от края, а затем касается основания ступеньки. Рассмотрим момент отрыва трубы от ступеньки (рис. 8). Пусть к этому моменту она повернулась на угол α , а ее центр масс приобрел скорость v_0 , тогда из закона сохранения энергии

$$mv_0^2 = mgR(1 - \cos \alpha). \quad (5)$$



Рис 8

Множитель $\frac{1}{2}$ в формуле для кинетической энергии отсутствует, так как полная кинетическая энергия трубы складывается из энергий поступательного и вращательного движений. Когда проскальзывания нет, они равны между собой.

В момент отрыва центростремительное ускорение трубы создает только сила тяжести:

$$\frac{mv_0^2}{R} = mg \cos \alpha. \quad (6)$$

Из (5) и (6) находим

$$\cos \alpha = \frac{1}{2}, \quad v_0^2 = \frac{gR}{2}.$$

Поскольку скорость \vec{v}_0 перпендикулярна радиусу трубы, направленного в точку касания, вертикальная составляющая скорости центра масс в момент отрыва будет равна $v_{0y} = v_0 \sin \alpha$. К моменту падения она увеличится за счет потенциальной энергии трубы. Вращательная энергия и горизонтальная составляющая скорости после отрыва изменяться не будут.

По закону сохранения энергии

$$\frac{mv_{0y}^2}{2} + mgH + mgR \cos \alpha = \frac{mv_y^2}{2} + mgR,$$

откуда искомая скорость

$$v_y = \sqrt{v_0^2 \sin^2 \alpha + 2gH - 2gR(1 - \cos \alpha)} = \sqrt{2gH - \frac{5}{8}gR}.$$

Этот ответ справедлив, если

$$H > R(1 - \cos \alpha) = \frac{R}{2}.$$

2. Если же $H < R/2$, то труба коснется основания ступеньки, еще не оторвавшись от ее края. Тогда из закона сохранения энергии

$$mv_1^2 = mgH.$$

Скорость v_1 направлена под углом α_1 к вертикали:

$$\cos \alpha_1 = \frac{R - H}{R}.$$

Ее вертикальная составляющая скорости в этот момент

$$v_y = v_1 \sin \alpha_1 = \sqrt{gH} \sqrt{1 - \left(\frac{R - H}{R}\right)^2} = \frac{H}{R} \sqrt{g(2R - H)}.$$

Задача 4. Заряд и полый шар

Минимальная работа равна изменению энергии электрического поля. Энергия поля увеличится на энергию поля точечного заряда Q в объеме между сферами с радиусами R_1 и R_2 (заряд Q в центре сфер). Эта энергия равна энергии сферического конденсатора с радиусами обкладок R_1 и R_2 и зарядом Q . Напряжение между обкладками такого конденсатора

$$U = \left(k \frac{Q}{R_1} + k \frac{-Q}{R_2}\right) - 0 = kQ \frac{R_2 - R_1}{R_1 R_2}, \quad \text{где} \quad k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}.$$

Емкость конденсатора

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{R_1 R_2}{k(R_2 - R_1)},$$

его энергия

$$W = \frac{Q^2}{2C} = \frac{kQ^2(R_2 - R_1)}{2R_1 R_2}.$$

Искомая работа

$$A = W = \frac{kQ^2(R_2 - R_1)}{2R_1 R_2}.$$

Задача 5. «Электростатический» двигатель

1. Напряженность поля в конденсаторе $E = U/d$. Во время касания ленты и пластин конденсатора на ленту переходит заряд с такой же поверхностной плотностью, какая была на пластинах конденсатора:

$$\sigma = \epsilon_0 E = \frac{\epsilon_0 U}{d}.$$

Погонный заряд ленты

$$\rho = \frac{a}{a+b} \sigma l = \epsilon_0 U \frac{al}{(a+b)d} \approx \epsilon_0 U \frac{al}{bd}.$$

Переносимый лентой заряд создает ток

$$I = 2v\rho = 2v\epsilon_0 U \frac{al}{bd}.$$

2. Мощность батареи

$$P = UI = 2v\epsilon_0 U^2 \frac{al}{bd}.$$

3. Поскольку скорость ленты не изменяется, то мощность суммарной силы трения $P' = Fv$ по абсолютной величине равна мощности батареи, откуда

$$F = 2\epsilon_0 U^2 \frac{al}{bd}.$$

Задача 1. Муха-Цокотуха

Систему линза-зеркало можно рассматривать как линзу, предметом для которой является мнимое изображение M_1 мухи M в зеркале. Пусть M' и M_1 — изображения M и M_1 , создаваемые линзой. Поскольку скорости «мух» и M_1 одинаковы, равенство модулей скоростей их изображений возможно, только если линза собирающая, изображение M' — мнимое, а M_1 — действительное. При этом равны поперечные увеличения предметов M и M_1 :

$$\frac{F}{F-a} = \frac{F}{a_1-F}$$

где a и a_1 — расстояния от линзы до мухи и ее изображения в зеркале соответственно. Из этого уравнения получаем $a + a_1 = 2F$. Следовательно, зеркало находится в фокусе линзы, то есть $L = F = 20$ см.

Результат не зависит от расстояния a , поэтому оно может принимать любое значение из интервала $(0; L)$.

Задача 2. Лодка

Пусть Δv — изменение скорости v лодки за малый промежуток времени Δt . Ищем второй закон Ньютона для движения лодки в озере:

$$\frac{m\Delta v}{\Delta t} = -kv,$$

m — масса лодки, k — коэффициент пропорциональности между силой сопротивления воды и скоростью лодки. Заметим, что $v\Delta t = \Delta S$ — перемещение лодки за промежуток времени Δt , поэтому полученное соотношение можно написать в виде $m\Delta v = -k\Delta S$. Просуммировав последнее уравнение по всему пути движения лодки, получим $mv_0 = kS_0$. Рассмотрим движение лодки в системе отсчета, связанной с водой, лодка до остановки движется прямолинейно с начальной скоростью

$$v_1 = \sqrt{v_0^2 + u^2}, \tag{7}$$

u — скорость течения реки (рис. 9). Как и для движения лодки в озере имеет место соотношение $mv_1 = kS_1$, из которого легко получить $v_1 = \alpha v_0$. Учитывая (7), найдем $v_0\sqrt{\alpha^2 - 1}$. Угол φ между векторами \vec{v}_1 и \vec{u} определяется соотношениями

$$\sin \varphi = \frac{S_0}{S_1} = \frac{1}{\alpha}, \quad \cos \varphi = \sqrt{1 - \frac{1}{\alpha^2}}.$$

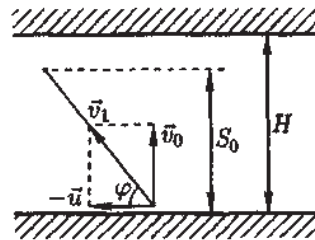


Рис. 9

Просуммировав уравнение $m\Delta v = -k\Delta S$ по времени движения лодки до середины реки, получим:

$$m(v_1 - v'_1) = k \frac{H}{2 \sin \varphi}$$

Отсюда скорость лодки на середине реки

$$v'_1 = v_1 - \frac{kH}{2m \sin \varphi} = \alpha \left(1 - \frac{\alpha}{2}\right) v_0.$$

Скорость лодки относительно берега в тот же момент времени найдем из теоремы косинусов для треугольника скоростей (рис. 10):

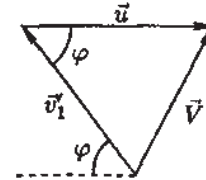


Рис. 10

$$V = \sqrt{u^2 + v_1'^2 - 2uv_1' \cos \varphi} = \sqrt{1 - \alpha + \frac{\alpha^4}{4}} v_0 = \frac{3}{32} \sqrt{41} v_0 \approx 0,6v_0.$$

Задача 3. Изменчивое равновесие

Пусть к моменту установления нового равновесного состояния в прямом направлении произошло на $N_A x$ реакций больше, чем в обратном, тогда

$$\Delta \nu_1 = -2x, \quad \Delta \nu_2 = -x, \quad \Delta \nu_3 = 2x, \tag{8}$$

$$\Delta \nu = \Delta \nu_1 + \Delta \nu_2 + \Delta \nu_3 = -x.$$

Запишем уравнение Менделеева-Клапейрона для равновесных состояний:

$$pV = (\nu_1 + \nu_2 + \nu_3)RT, \quad (p + \Delta p)(V + \Delta V) = (\nu_1 + \nu_2 + \nu_3 - x)RT.$$

Решая эти уравнения с учетом малости изменений параметров, получим

$$\frac{\Delta p}{p} + \frac{\Delta V}{V} = -\frac{x}{\nu_1 + \nu_2 + \nu_3}, \tag{9}$$

Теперь выведем второе уравнение для нахождения $\Delta V/V$ и x . Величина

$$\frac{(\nu_1/V)^2(\nu_2/V)}{(\nu_3/V)^2}$$

пропорциональна отношению скоростей реакций и зависит только от температуры, следовательно, она одинакова в обоих равновесных состояниях:

$$\frac{\nu_1^2 \nu_2}{\nu_3^2 V} = \frac{(\nu_1 + \Delta \nu_1)^2 (\nu_2 + \Delta \nu_2)}{(\nu_3 + \Delta \nu_3)^2 (V + \Delta V)},$$

откуда
$$\frac{\Delta V}{V} = 2 \frac{\Delta \nu_1}{\nu_1} + \frac{\Delta \nu_2}{\nu_2} - 2 \frac{\Delta \nu_3}{\nu_3}.$$

Используя (8), получим

$$\frac{\Delta V}{V} = -x \left(\frac{4}{\nu_1} + \frac{1}{\nu_2} + \frac{4}{\nu_3} \right). \quad (10)$$

Решая (9) и (10) совместно, найдем:

$$x = \frac{\Delta p}{p} \left(\frac{4}{\nu_1} + \frac{1}{\nu_2} + \frac{4}{\nu_3} - \frac{1}{\nu_1 + \nu_2 + \nu_3} \right)^{-1},$$

$$\frac{\Delta V}{V} = -\frac{\Delta p}{p} \frac{\frac{4}{\nu_1} + \frac{1}{\nu_2} + \frac{4}{\nu_3}}{\frac{4}{\nu_1} + \frac{1}{\nu_2} + \frac{4}{\nu_3} - \frac{1}{\nu_1 + \nu_2 + \nu_3}}.$$

Зная x , из (8) можно найти $\Delta \nu_1, \Delta \nu_2, \Delta \nu_3$.

Задача 4. Заряд, полый шар и диэлектрик

Минимальная работа равна изменению энергии электрического поля. Сравнив мысленно картины полей в начале и в конце опыта, можно заключить, что это изменение энергии есть разность $W_2 - W_1$, где W_1 — энергия поля в слое диэлектрика с радиусами поверхностей R_2 и R_3 (поле создано зарядом Q , помещенным в центр этого слоя), W_2 — энергия поля в «пустом» объеме между сферами с радиусами R_1 и R_3 (поле создано зарядом Q , помещенным в общий центр этих сфер). Энергии W_1 и W_2 удобно искать как энергии соответствующих сферических конденсаторов с емкостями C_1 и C_2 , имеющих на обкладках заряд Q .

Найдем C_2 и W_2 . Напряжение на конденсаторе с радиусами обкладок R_1 и R_3 :

$$U = \left(k \frac{Q}{R_1} + k \frac{-Q}{R_3} \right) - 0 = kQ \frac{R_3 - R_1}{R_1 R_3}, \quad \text{где} \quad k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}.$$

Емкость конденсатора

$$C_2 = \frac{Q}{U} = \frac{R_1 R_3}{k(R_3 - R_1)},$$

его энергия

$$W_2 = \frac{Q^2}{2C_2} = \frac{kQ^2(R_3 - R_1)}{2R_1 R_3}.$$

Аналогично находим

$$C_1 = \frac{\epsilon R_2 R_3}{k(R_3 - R_2)}, \quad W_1 = \frac{kQ^2(R_3 - R_2)}{2\epsilon R_2 R_3}.$$

Искомая работа

$$A = W_2 - W_1 = \frac{kQ^2}{2R_3} \left(\frac{R_3 - R_1}{R_1} - \frac{R_3 - R_2}{\epsilon R_2} \right).$$

Задача 5. Три батарейки

Прежде всего, исследуем подробнее систему одинаковых батареек в центре схемы (рис. 11). Напряжение U_{12} между точками 1 и 2 можно рассчитать по двум формулам

$$U_{12} = 2\mathcal{E} - 2Ir, \quad U_{12} = \mathcal{E} + (I - \Delta I)r,$$

откуда $U_{12} = \frac{4}{3}\mathcal{E} - \frac{2}{3}\Delta I r$. Это означает, что система ведет себя как одна батарейка с ЭДС $\frac{4}{3}\mathcal{E}$ и внутренним сопротивлением $\frac{2}{3}r$, которым в дальнейшем можно пренебречь. Заменяем схему на эквивалентную (рис. 12). Из соображений симметрии $I_1 = I_2$. Следовательно,

$$\mathcal{E} = U_{14} = I_1 R + (I_1 + \Delta I)R,$$

$$I_1 R = U_{13} = U_{12} + U_{23} = (I_2 + \Delta I)R - \frac{4}{3}\mathcal{E},$$

$$\text{откуда} \quad I_1 = -\frac{1}{6} \frac{\mathcal{E}}{R}, \quad \Delta I = \frac{4}{3} \frac{\mathcal{E}}{R}.$$

Таким образом, токи через резисторы

$$I_1 = I_2 = -\frac{1}{6} \frac{\mathcal{E}}{R}, \quad I_1 + \Delta I = I_2 + \Delta I = \frac{7}{6} \frac{\mathcal{E}}{R}.$$

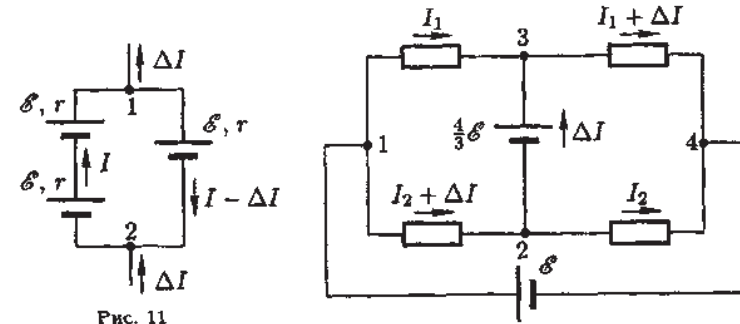


Рис. 11

Рис. 12

Скорость света в вакууме $c = 2,998 \cdot 10^8$ м/с
 Постоянная Планка $h = 6,626 \cdot 10^{-34}$ Дж · с
 Гравитационная постоянная $\gamma = 6,672 \cdot 10^{-11}$ Н · м²/кг²

Элементарный заряд $e = 1,602 \cdot 10^{-19}$ Кл
 Электрическая постоянная $\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12}$ Ф/м
 Магнитная постоянная $\mu_0 = 1,257 \cdot 10^{-6}$ Гн/м
 Постоянная Стефана-Больцмана $\sigma = 5,670 \cdot 10^{-8}$ Вт/(м² · К⁴)

Масса электрона $m_e = 9,110 \cdot 10^{-31}$ кг
 Атомная единица массы 1 а.е.м. = $1,661 \cdot 10^{-27}$ кг
 Универсальная газовая постоянная $R = 8314$ Дж/(кмоль · К)
 Постоянная Авогадро $N_A = 6,022 \cdot 10^{26}$ кмоль⁻¹
 Постоянная Больцмана $k = 1,381 \cdot 10^{-23}$ Дж/К
 Абсолютный нуль температур $T_0 = -273,15^\circ\text{C}$

Ускорение свободного падения (стандартное) $g = 9,807$ м/с²
 Атмосферное давление (нормальное) $p_0 = 1,013 \cdot 10^5$ Па
 Средняя молярная масса воздуха $\mu = 29$ кг/кмоль
 Масса Солнца $1,989 \cdot 10^{30}$ кг
 Радиус Солнца $6,960 \cdot 10^8$ м
 Расстояние от Солнца до Земли (среднее), астр. единица $1,496 \cdot 10^{11}$ м
 Масса Земли $5,976 \cdot 10^{24}$ кг
 Радиус Земли (экваториальный) $6,378 \cdot 10^6$ м
 Расстояние от Земли до Луны (среднее) $3,844 \cdot 10^8$ м
 Масса Луны $7,350 \cdot 10^{22}$ кг
 Радиус Луны (средний) $1,738 \cdot 10^6$ м

Молярная масса воды $\mu = 18$ кг/кмоль
 Плотность воды (при 4°C) 1000 кг/м³
 Плотность льда (при 0°C) 917 кг/м³
 Теплоемкость льда $2,1 \cdot 10^3$ Дж/(кг · °C)
 Теплота плавления льда $3,350 \cdot 10^5$ Дж/кг
 Теплоемкость воды $4,18 \cdot 10^3$ Дж/(кг · °C)
 Теплота парообразования воды $2,256 \cdot 10^6$ Дж/кг

Комплект задач подготовлен методической комиссией по физике Центрального оргкомитета Всероссийских олимпиад школьников Министерства образования и науки Российской Федерации
 Телефоны: (095) 408-80-77, 408-86-95.
 E-mail: fizolimp@mail.ru (с припиской **antispam** к теме письма)

Авторы задач

9 класс

1. Фольклор
2. Шведов О.

10 класс

1. Слободянин В.
2. Муравьев В.

11 класс

1. Дунин С.
2. Шведов О.

Общая редакция — Дунин С., Слободянин В.

Оформление и верстка — Чудновский А., Самокотин А.

При подготовке оригинал-макета использовалась издательская система L^AT_EX 2_ε.
 © Авторский коллектив
 Подписано в печать 13 марта 2005 г. в 21:12.

141700, Московская область, г. Долгопрудный
 Московский физико-технический институт

Задача 1. Калибровка нелинейного резинового жгута

При растяжении резинового жгута его удлинение ΔL нелинейно зависит от растягивающей силы F .

1. Предложите метод, позволяющий с помощью груза массой 100 г откалибровать резиновый жгут, то есть установить соответствие между его удлинением ΔL и растягивающей силой F .
2. Проведите необходимые измерения. По данным измерений постройте на миллиметровой бумаге график зависимости удлинения ΔL_i резинового жгута, состоящего из одного кольца, от растягивающей силы F_i .
3. Заполните таблицу соответствия:

| | | | | | | | | |
|----------------|----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| Масса груза, г | 50 | 100 | 150 | 200 | 300 | 400 | 500 | 600 |
| Удлинение, см | | | | | | | | |

4. Оцените ошибки измерений.

Оборудование. Резиновое кольцо, деревянная рейка, две кнопки с пластмассовой шляпкой, струбцина, груз массой 100 г, лист миллиметровой бумаги формата А3, кусок нити длиной $40 \div 50$ см.

Задача 2. Измерение электрических сопротивлений

Определите сопротивления вольтметра, батарейки и резистора. Известно, что реальную батарейку можно представлять как идеальную, последовательно соединенную с некоторым резистором (рис. 1), а реальный вольтметр — как идеальный, параллельно которому включен резистор (рис. 2).

Оборудование. Батарейка, вольтметр, резистор с неизвестным сопротивлением, резистор с известным сопротивлением.

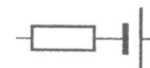


Рис. 1

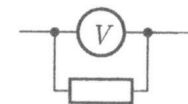


Рис. 2

Задача 1. Прогиб балки

«Стрелка прогиба» δ балки зависит от длины L балки (рис. 3) и может быть представлена в виде функции: $\delta = AL^n$, где A и n — константы. Используйте металлическую ленту рулетки для моделирования прогиба балки.

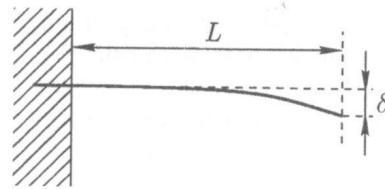


Рис. 3

1. Предложите метод, позволяющий определить показатель степени n в формуле $\delta = AL^n$, и зарисуйте схему установки.
2. По данным измерений постройте на миллиметровой бумаге график в координатах, удобных для определения величины n . Возможно, начиная с некоторой длины L_0 металлической ленты рулетки, величина n станет изменяться. В этом случае отметьте на графике эту длину.
3. Оцените ошибку измерений.

Оборудование. Рулетка, обрезок доски, струбцина, миллиметровая бумага, линейка.

Задача 2. Суп из карандаша

Определите удельное сопротивление r графита.

Оборудование. Карандаш, источник известного напряжения, пробирка, резак, миллиметровая бумага, вода, термометр, секундомер.

Примечание. Теплоемкость воды $c = 4200$ Дж/(кг · К), а ее плотность $\rho = 1000$ кг/м³.

Задача 1. «Надувательство» шарика

Определите работу по растяжению оболочки при надувании воздушного шарика.

Примечание. Шарик следует надувать до максимального диаметра около 30 см.

Оборудование. Воздушный шарик, водяной U -образный манометр, соединительные трубки, измерительная лента, лист миллиметровой бумаги.

Задача 2. Мостовая схема с диодом

В ваше распоряжение предоставляется электрическая цепь, схема которой изображена на рисунке 4.

1. Установите ручку потенциометра 2 в положение, в котором сопротивление r_2 делится пополам.

2. Вращая ручку потенциометра 1 и при необходимости замыкая и размыкая ключ К2, постройте график зависимости напряжения U на диоде от параметра x .

Здесь r_1x и $r_1(1-x)$ — сопротивления левой и правой (по схеме) частей потенциометра соответственно.

3. Каким был бы этот график, если бы диод был идеальным? Как можно объяснить расхождение между «экспериментальным» и «теоретическим» графиками?

4. Как по результатам измерений построить вольтамперную характеристику диода?

Вольтметр и батарейку считайте идеальными. Сопротивления потенциометров r_1 и r_2 заданы.

Оборудование. Мостовая схема с диодом, батарейкой и потенциометрами с известными сопротивлениями.

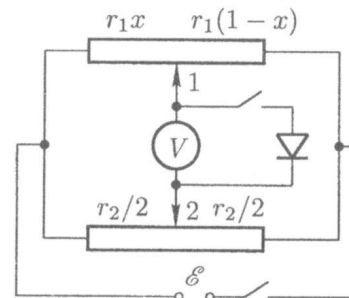


Рис. 4

Возможные решения

9 класс

Задача 1. Калибровка нелинейного резинового жгута

Деревянную рейку прижимаем струбциной к краю стола. К концу узкой грани рейки прикрепляем кнопкой за угол лист миллиметровой бумаги. Резиновое кольцо зацепляем за кнопку. С помощью нити к середине свободной части резинки привязываем груз (рис. 5). Место соединения отводим в сторону, изменяя таким образом длину резинки, и добиваемся требуемого растягивающего усилия.

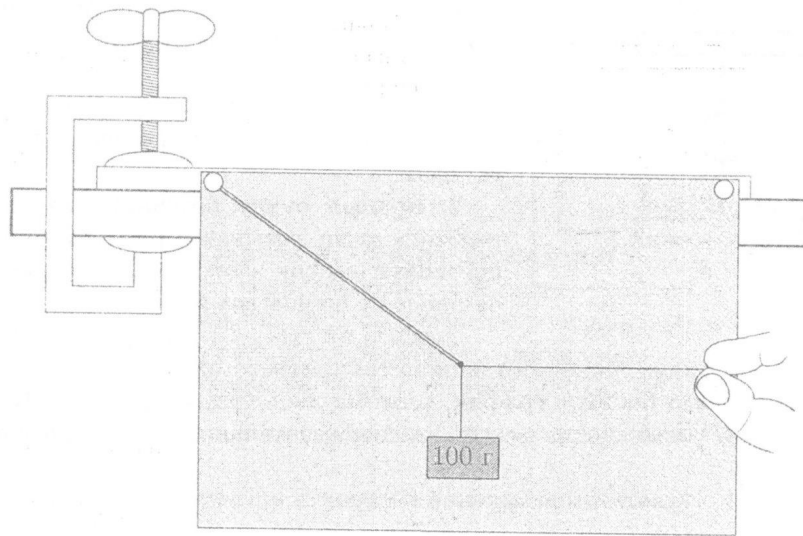


Рис. 5

Рекомендации для организаторов. Рейка (предварительно обработанная фуганком) должна иметь размеры (40 мм × 20 мм × 60 см). В зависимости от упругих свойств имеющихся резинок длина рейки может быть изменена. У струбцины расстояние между упорами должно составлять примерно 100 мм (быть больше, чем суммарная толщина рейки и столешницы). Если кнопки можно втыкать в край стола, то струбцина и деревянная рейка не требуются.

Задача 2. Измерение электрических сопротивлений

Пусть \mathcal{E} — ЭДС батарейки, R_1 — ее сопротивление, R_2 — сопротивление вольтметра, R_3 — неизвестное сопротивление, R — известное.

Соберем электрические цепи согласно схемам на рисунках 6, 7 и 8:

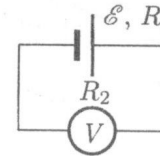


Рис. 6

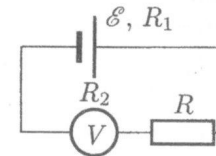


Рис. 7

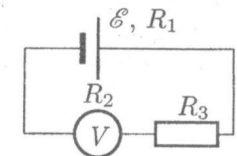


Рис. 8

Показания вольтметра будут соответственно равны

$$U_1 = \frac{\mathcal{E} R_2}{R_1 + R_2}, \quad U_2 = \frac{\mathcal{E} R_2}{R_1 + R_2 + R}, \quad U_3 = \frac{\mathcal{E} R_2}{R_1 + R_2 + R_3}.$$

Из результатов измерений найдем $R_1 + R_2$, R_3 и $\mathcal{E} R_2$.

Далее, соберем цепи, согласно рисункам 9 и 10.

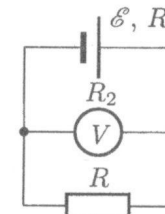


Рис. 9

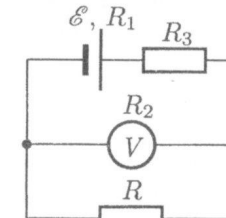


Рис. 10

Показания вольтметра в первой из этих цепей

$$U'_1 = \frac{\mathcal{E} \frac{R_2 R}{R_2 + R}}{R_1 + \frac{R_2 R}{R_2 + R}} = \frac{\mathcal{E} R_2 R}{R_1 R_2 + (R_1 + R_2) R},$$

а во второй —

$$U'_2 = \frac{\mathcal{E} R_2 R}{(R_1 + R_3) R_2 + (R_1 + R_3 + R_2) R}.$$

Отсюда находим $R_1 R_2$ и $(R_1 + R_3) R_2$, а, значит, R_1 и R_2 .

Рекомендации для организаторов. Сопротивления батарейки, вольтметра и резисторов должны быть одного порядка, но разными. Для этого к обычной батарейке (4,5 В) следует подсоединить резистор с сопротивлением порядка сопротивления вольтметра. Если вольтметр цифровой, резисторы надо подсоединять и к батарейке, и к вольтметру.

Задача 1. Прогиб балки

Прикрепим рулетку с помощью струбцины к обрезку доски, установленному на край стола, так, чтобы металлическая лента выдвигалась горизонтально (рис. 11). Отклонение начального участка ленты от горизонтального положения существенно образом влияет на точность последующих измерений. По мере удлинения выдвинутой части ленты измеряем ее «стрелку прогиба» и результаты заносим в таблицу. Можно заметить, что при удвоении длины ленты «стрелка прогиба» возрастает в 16 раз, то есть $n = 4$.

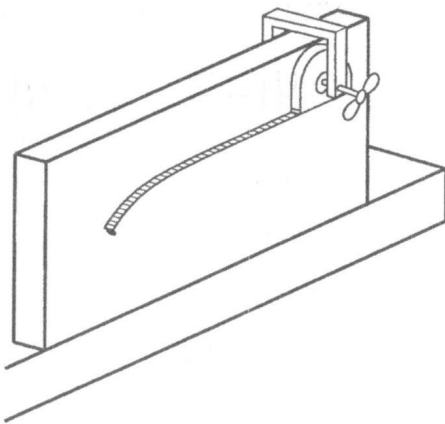


Рис. 11

Показатель степени n можно определить и графически как угловой коэффициент графика зависимости $\ln \delta$ от $\ln L$.

При слишком большой длине свободной части ленты «стрелка прогиба» δ становится столь значительной, что угол α уже нельзя считать малым (рис. 12). В этом случае отклонения от зависимости $\delta = AL^n$ могут стать существенными.

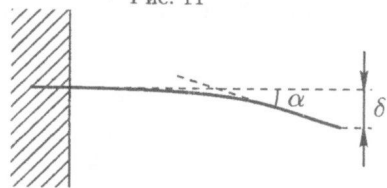


Рис. 12

Рекомендации для организаторов. Обрезок доски (предварительно обработанной фуганком) должен иметь размеры (40 мм × 20 см × 20 см). Предполагается, что учащиеся будут устанавливать обрезок доски так, чтобы грань (40 мм × 20 см) лежала на поверхности стола. У струбцины расстояние между упорами должно составлять примерно 100 мм. Рулетку выбирайте с длиной ленты 3 ÷ 5 м и с фиксатором выдвинутой части. Вместо обрезка доски можно использовать штатив с лапкой.

Задача 2. Суп из карандаша

Графитовый стержень является хорошим проводником. Если через него пропустить электрический ток, то грифель будет нагреваться. Заточим карандаш с обоих концов, подсоединим к ним два провода, которые подключим к источнику напряжения. Поместим карандаш в пробирку с водой. За время Δt на карандаше выделится количество теплоты:

$$\Delta Q = cm\Delta T = \frac{U^2}{R} \Delta t, \quad (1)$$

где m — масса воды в пробирке, ΔT — изменение ее температуры, U — напряжение источника, R — сопротивление карандаша.

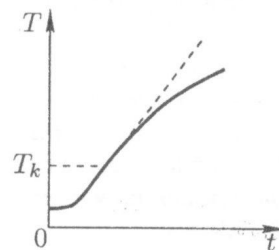


Рис. 13

Снимем зависимость $T(t)$ и построим ее график (рис. 13). В течение первых 20 ÷ 30 с от начала эксперимента температура воды практически не изменяется, поскольку происходит прогрев деревянной части карандаша. При температурах близких к комнатной (T_k) теплообменом с окружающей средой можно пренебречь и считать формулу (1) точной. Максимальное значение углового коэффициента графика

$$k = \frac{\Delta T}{\Delta t} = \frac{U^2}{cmR}, \quad \text{откуда} \quad R = \frac{U^2}{cpVk},$$

где V — объем воды в пробирке, измеряемый с помощью миллиметровки перед погружением в нее термометра и карандаша.

Удельное сопротивление r можно выразить через сопротивление R грифеля по известной формуле:

$$r = R \frac{S}{l} = \frac{U^2 \pi d^2}{4cpVkl}.$$

Здесь $S = \pi d^2/4$ — площадь сечения грифеля. Длину l графитового стержня измеряем миллиметровой бумагой, а диаметр d — прокатывая кусочек грифеля по ней или методом рядов.

Рекомендации для организаторов. В качестве источника напряжения разумно использовать школьные пятивольтовые преобразователи. При подключении низкоомного графитового стержня к источнику напряжения, его величина может уменьшаться, поэтому участникам олимпиады необходимо указать фактическое напряжение. Диаметр пробирки должен быть таким, чтобы в нее кроме карандаша могла поместиться колбочка термометра, содержащая спирт. Концы проводов, подсоединяемых к грифелю должны обеспечивать надежный контакт с ним. Карандаш можно заменить толстым грифелем, тогда резак не нужен.

Задача 1. «Надувательство» шарика

Работа по растяжению оболочки шарика численно равна площади графиком зависимости p от V , где V — объем шара, а p — превышение давления внутри него над атмосферным. Поскольку измерять давление и объем при надувании воздуха в шарик неудобно, для построения графика воспользуемся «обратным» методом.

Надуем шар до указанного в условии размера и подсоединим его к манометру. Манометр покажет величину p , которую нужно пересчитать из сантиметров водяного столба в паскалы. Охватив шарик измерительной лентой по наибольшей и наименьшей окружностям центрального сечения, рассчитаем его средний радиус $R_{ср}$. Объем шарика примем равным $V = \frac{4}{3}\pi R_{ср}^3$.

Будем теперь понемногу выпускать воздух из шарика, повторяя измерения давления и объема. По результатам измерения построим график на миллиметровой бумаге и определим площадь под полученной кривой. Повторим измерения несколько раз, чтобы оценить погрешность и убедиться, что измеряемая величина достаточно слабо зависит от количества циклов надувания. Среднее значение полученной величины и будет искомой работой.

Рекомендации для организаторов. Шарики для эксперимента желательно предоставить такие, чтобы в надутом состоянии их форма была достаточно близка к сферической. Когда шарик надувают в первый раз, работа по растяжению его оболочки заметно больше, чем в последующие, поэтому каждый шарик обязательно необходимо два раза надуть до максимального указанного объема перед тем, как выдавать его учащимся.

Следует убедиться, что давление внутри надутого шарика укладывается в диапазон измерений манометра. В качестве манометра можно использовать школьный так называемый демонстрационный манометр, в комплект которого входит тройник с пробкой, позволяющий удобно выпускать воздух из шарика. В случае отсутствия таких манометров можно изготовить U -образный манометр, например, соединив отрезком резиновой трубки две стеклянные трубки длиной около 30 см, закрепленные вертикально на какой-либо стойке.

Необходимо выдать соединительную резиновую трубку для подсоединения шарика к манометру и отрезок стеклянной трубки, такой, что на один ее конец может быть надета резиновая трубка, а на второй — «горлышко» шарика. Если «горлышко» шарика имеет слишком большой диаметр и не держится на стеклянной трубке в надутом состоянии, то необходимо добавить в комплект оборудования нитки, позволяющие плотно присоединить его к трубке.

Задача 2. Мостовая схема с диодом

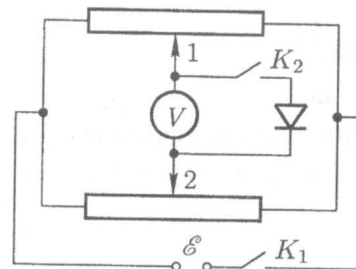


Рис. 14

1. С помощью ключа K_1 подключаем цепь к батарее. Пусть ключ K_2 разомкнут (рис. 14). Потенциометр 2 можно установить в среднее положение так: установим потенциометр 1 в крайнее положение; тогда при вращении ручки потенциометра 2 напряжение на вольтметре будет меняться от 0 до \mathcal{E} , причем деление сопротивления пополам будет соответствовать показанию вольтметра $\mathcal{E}/2$. Проверить правильность установки потенциометра 2 можно следующим образом:

при вращении ручки потенциометра 1 показание вольтметра должны меняться от $-\mathcal{E}/2$ до $\mathcal{E}/2$.

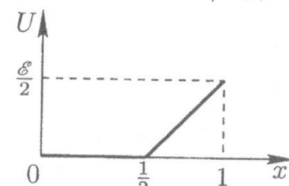


Рис. 15

2. Снимем зависимость показаний U вольтметра при замкнутом ключе K_2 от его показаний U_0 при разомкнутом ключе для различных положений ручки потенциометра 1. Учитывая, что $U_0 = \mathcal{E}(x - 1/2)$, по результатам измерений построим график $U(x)$.

3. Для идеального диода график зависимости $U(x)$ должен иметь вид, изображенный на рис. 15.

Отклонения от этого «теоретического» графика связаны с неидеальностью диода.

4. По результатам измерений зависимости $U(x)$ можно построить вольтамперную характеристику диода. Действительно, рассмотрим электрическую цепь, изображенную на рисунке. Напряжение на резисторе $r_1 x$ равно $\mathcal{E}/2 + U$, на резисторе $r_1(1 - x)$ равно $\mathcal{E}/2 - U$.

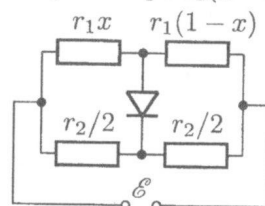


Рис. 16

Следовательно, токи через резисторы равны соответственно

$$\frac{\mathcal{E}/2 + U}{r_1 x} \quad \text{и} \quad \frac{\mathcal{E}/2 - U}{r_1(1 - x)}.$$

Ток через диод равен их разности:

$$I = \frac{\mathcal{E}/2 + U}{r_1 x} - \frac{\mathcal{E}/2 - U}{r_1(1 - x)}.$$

Следовательно, зависимость $x(U)$ пересчитывается в $I(U)$.

Рекомендации для организаторов. Рекомендуется использовать плоскую батарейку с ЭДС 4,5В, потенциометры с сопротивлениями в несколько килоом. В качестве вольтметра целесообразно использовать цифровой мультиметр. Подойдет и любой другой вольтметр, сопротивление которого много больше сопротивлений потенциометров. Диод должен иметь обратный ток порядка нескольких микроампер. Ползунки потенциометров должны легко устанавливаться в крайние положения.

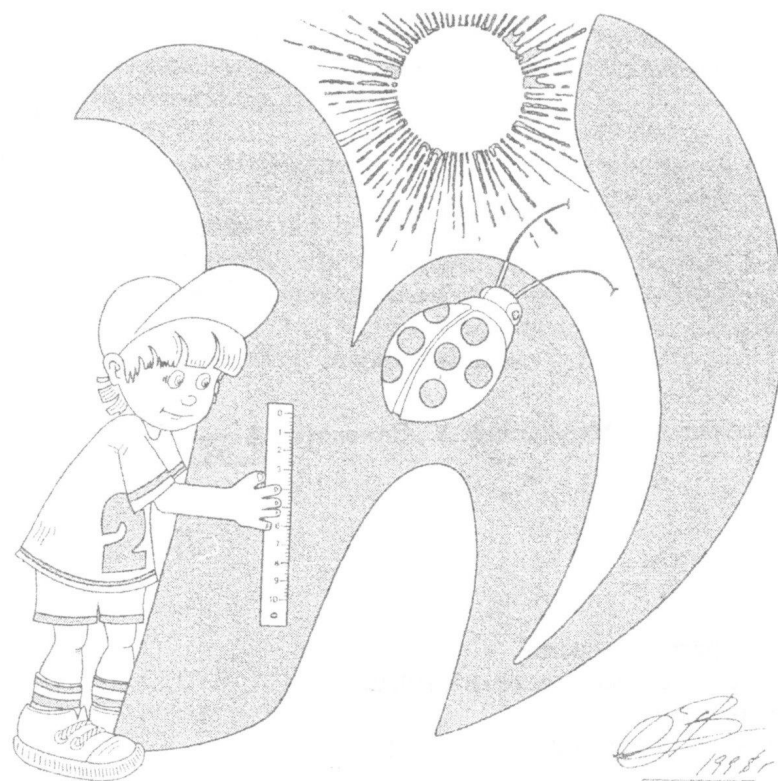
Федеральное агентство по образованию
Центральный оргкомитет Всероссийских олимпиад

XXXIX Всероссийская олимпиада школьников по физике

Окружной этап

Экспериментальный тур

Методическое пособие



МФТИ, 2004/2005 уч.г.