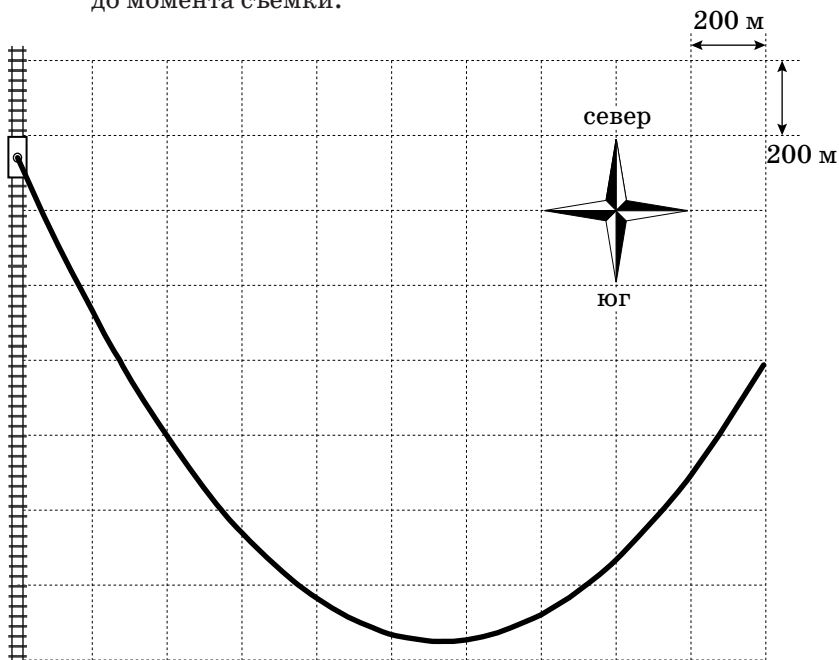
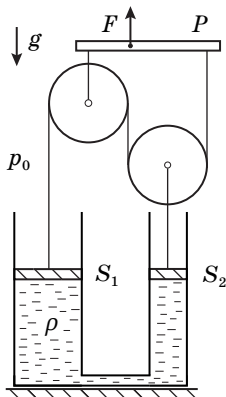


9 КЛАСС**9.1. Паровоз**

При проведении аэрофотосъемки местности в кадр попал шлейф дыма от паровоза, начавшего свое движение из состояния покоя с постоянным ускорением $a = 0,05 \text{ м/с}^2$ по прямому участку железной дороги. На фотографии виден весь шлейф от самого начала движения. Одной клетке соответствует расстояние 200 м. Считая скорость ветра постоянной, определите:

1. В каком направлении двигался паровоз?
2. Под каким углом α к железной дороге дул ветер?
3. Скорость ветра v_0 .
4. Минимальную скорость ветра v_{\min} относительно паровоза.
5. Время движения паровоза τ от начала движения до момента съемки.
6. Расстояние s , которое прошел паровоз от начала движения до момента съемки.





9.2. Блоки и цилиндры

В двух сообщающихся сосудах, площади сечения которых S_1 и S_2 , находится жидкость плотностью ρ . Сосуды герметично закрыты поршнями, которые могут перемещаться под действием системы блоков и нерастяжимых нитей связанных с рычагом P (см. рисунок). Вначале нити не натянуты и не провисают, а поршни соприкасаются с жидкостью. Рычаг медленно смещают вверх на небольшое расстояние h так, что он остается горизонтальным, а нити вертикальными.

1. В предположении, что $S_1 > S_2$, определите, в каких направлениях и на какие расстояния сместятся поршни. Какую силу F_1 необходимо прикладывать к рычагу, чтобы удерживать его после смещения на расстояние h ?
2. Какая сила F_2 потребуется для перемещения рычага вверх на расстояние h при $S_2 = 2S_1$?

Массами рычага, блоков, нитей и поршней можно пренебречь. Трения нет. Сосуды от подставки не отрываются. Давление паров жидкости гораздо меньше атмосферного давления p_0 . Ускорение свободного падения g .

9.3. Прилетевший пластилин

Кусок пластилина массой m , упав без начальной скорости с некоторой высоты, прилип к бруску такой же массы, движущемуся по горизонтальной поверхности с постоянной скоростью $v_0 = 4$ м/с под действием постоянной горизонтальной силы. Коэффициент трения между бруском и поверхностью $\mu = 0,2$. Определите скорость v_1 бруска через время $t_1 = 1$ с после начала падения пластилина. Постройте график зависимости скорости бруска v от времени t после начала падения пластилина для двух случаев: а) с высоты $h_a = 10$ м; б) с высоты $h_b = 25$ м, указав на нем координаты характерных точек.

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Сопротивлением воздуха пренебречь.

9.4. Струйное нагревание

В пустой теплоизолированный сосуд наливают воду при температуре $t_0 = 20^\circ\text{C}$ струйкой с массовым расходом $\mu = 2,0$ г/с. Когда в сосуде оказывается $m = 100$ г воды, в нем включается нагреватель мощностью $N = 200$ Вт. Температура содержимого сосуда измеряется помещенным в него ртутным термометром.

Определите:

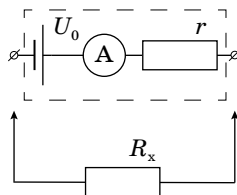
1. Через какое время τ_1 с момента включения нагревателя температура воды в сосуде увеличится до $t_1 = 30^\circ\text{C}$?
2. До какой максимальной температуры t_{\max} сможет нагреться содержимое сосуда?

Выведите зависимость скорости v подъема столбика ртути термометра от времени τ с момента включения нагревателя, если на его шкале расстояние между отметками t_0 и t_1 равно $l = 2,0$ см. Определите скорость подъема столбика при температуре t_1 .

Удельная теплоемкость воды равна $c = 4200$ Дж/(кг \cdot °C). Процессы теплообмена происходят быстро, теплоемкости термометра и сосуда малы.

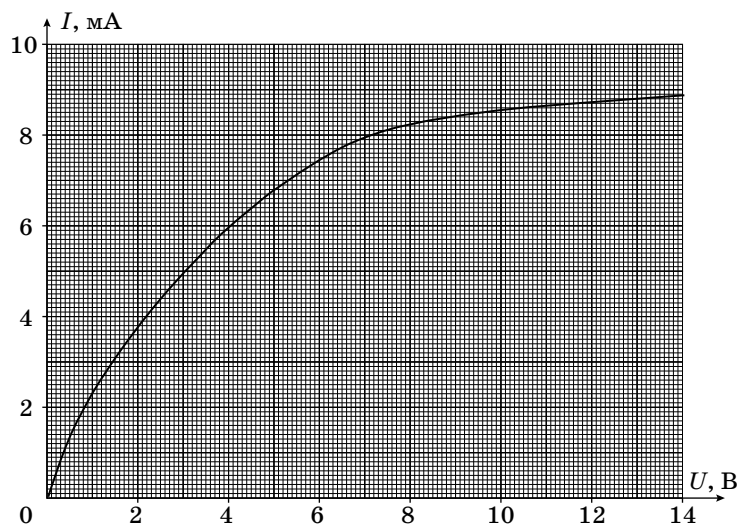
9.5. Нелинейные показания

По упрощенной модели омметр состоит из соединенных последовательно идеального источника постоянного напряжения U_0 , резистора сопротивлением r и идеального амперметра (см. рисунок). При подключении к омметру резистора сопротивлением R_x показания амперметра автоматически пересчитываются так, что на цифровом табло прибора отображается значение сопротивления подключенного резистора.



Омметр при подключении к нелинейному элементу Z , вольт-амперная характеристика которого приведена ниже, показывает сопротивление $R_z = 800$ Ом. Если параллельно к элементу Z подключить резистор сопротивлением $R = 1,0$ кОм, омметр покажет значение $R_1 = 400$ Ом. Определите напряжение U_0 источника омметра и его сопротивление r . Найдите показания омметра R_2 при подключении к нему нелинейного элемента Z и резистора сопротивлением R , соединенных последовательно.

Примечание: Необходимые для решения построения выполните на выданном отдельном бланке и сдайте его вместе с работой.



РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ И КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ

9.1. (Замятнин М.) Направление ветра можно оценить с помощью касательной, проведенной к начальному участку графика. Ветер дует от железной дороги в северо-восточном направлении, примерно под углом 30° к меридиану. Из закона сложения скоростей нетрудно заметить, что при движении паровоза с севера на юг, угол между шлейфом и железной дорогой по мере разгона должен уменьшаться, но он увеличивается, следовательно, паровоз движется с юга на север.

Так как движение паровоза равноускоренное из состояния покоя, то зависимость модуля его скорости от времени имеет вид: $u(t) = at$. Введем систему координат, направив ось OX перпендикулярно, а ось OY вдоль железной дороги, выбрав ноль в начальной точке шлейфа. В системе отсчета (СО) ветра проекции скорости паровоза на оси OX и OY равны:

$$w_y = u(t) + v_0 \cos \alpha$$

$$w_x = v_0 \sin \alpha$$

Координаты паровоза от времени (в СО ветра) изменяются следующим образом:

$$y(t) = v_0 \cos \alpha t + \frac{at^2}{2} \quad (\text{площадь под графиком } w_y(t))$$

$$x(t) = v_0 t \sin \alpha$$

Так как форма шлейфа не изменяется при переходе от одной системы отсчета к другой, уравнение траектории паровоза в СО ветра совпадает с уравнением траектории дыма и имеет вид:

$$y = \frac{ax^2}{2v_0^2 \sin^2 \alpha} + x \operatorname{ctg} \alpha$$

Это уравнение параболы, координаты вершины которой x_0 и y_0 равны:

$$x_0 = \frac{v_0^2}{a} \sin \alpha \cos \alpha \quad \text{и} \quad y_0 = \frac{v_0^2}{2a} \cos^2 \alpha$$

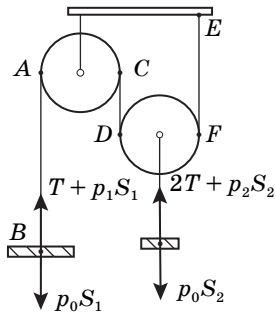
Из рисунка находим $y_0 = 750$ м и $x_0 = 870$ м, тогда $y_0 = \frac{x_0 \operatorname{ctg} \alpha}{2}$, из чего убеждаемся, что $\operatorname{ctg} \alpha = 1,72$ ($\alpha = 30^\circ$).

Зная угол, можно найти скорость ветра: $v_0 = \frac{\sqrt{2ay_0}}{\cos \alpha} = 10$ м/с. Заметим, что расстояние между крайними (по оси x) точками параболы равно $\Delta x = 2000$ м. Но, $\Delta x = v_0 \tau \sin \alpha$, где τ – время всего движения паровоза. Откуда $\tau = \Delta x / v_0 \sin \alpha = 400$ с и расстояние, пройденное паровозом $s = a\tau^2 / 2 = 4000$ м. В принципе, это расстояние можно найти, определив положение начальной точки дви-

жения паровоза, продлив касательную, проведенную к началу шлейфа до пересечения с железной дорогой. Минимальная скорость ветра относительно паровоза равна $v_{\min} = v_0 \sin \alpha = 5 \text{ м/с}$.

9.2. (Аполонский А.) Объем жидкости не изменяется, следовательно поршни могут перемещаться только в противоположных направлениях. Поршень S_2 смещается вверх, а S_1 — вниз. Пусть при перемещении рычага вверх на h , правый поршень поднялся на x , а левый опустился на y . Тогда из-за несжимаемости жидкости $y = xS_2/S_1$. Рассмотрим изменение длин вертикальных участков нити AB , CD и EF . Длина AB увеличивается на $\Delta l_1 = h + y$, длина участков CD и EF уменьшается на $\Delta l_2 = x - h$. Длина нити не меняется, поэтому $\Delta l_1 = 2\Delta l_2$. Следовательно $h + y = 2x - 2h$. Откуда:

$$x = \frac{3hS_1}{(2S_1 - S_2)}, \text{ а } y = \frac{3hS_2}{(2S_1 - S_2)}.$$



На поршни действуют силы натяжения (на левый действует сила T , а на правый $2T$), сила давления атмосферы и сила давления, действующая со стороны жидкости. Пусть p_1 давление в жидкости под поршнем в левом цилиндре. Давление под правым поршнем будет равно:

$$p_2 = p_1 - \rho g(x + y) = p_1 - \rho g x(1 + S_2/S_1).$$

Условие равновесия для левого поршня: $T + p_1S_1 = p_0S_1$. Для правого: $2T + p_2S_2 = p_0S_2$. Откуда:

$$p_1 = p_0 - \rho g x \frac{S_2(S_1 + S_2)}{(2S_1 - S_2)S_1}$$

$$T = (p_0 - p_1)S_1 = \rho g x \frac{S_2(S_1 + S_2)}{(2S_1 - S_2)S_1}$$

Сила F , приложенная к рычагу равна: $F = 3T = 9\rho gh \frac{S_1 + S_2}{(2S_1 - S_2)^2}$.

При $S_2 = 2S_1$ на правый поршень действуют силы давления и натяжения вдвое большие, чем на левый, поэтому поршни не могут двигаться в противоположных направлениях. Следовательно смещение поршней возможно лишь при их отрыве от поверхности жидкости. При перемещении рычага силы не изменяются и равны: $T = p_0S_1$, $F = 3T = 3p_0S_1$.

9.3. (Замятнин М.) Пластилин, падая свободно с высоты h_1 за

время $\tau_1 = \sqrt{\frac{2h_1}{g}}$ приобретает скорость $u_i = \sqrt{2gh_i}$.

Так как брусок до удара движется равномерно, внешняя сила тяги равна $F = \mu mg$. В момент слипания тел на систему действуют две внешние ударные силы: трения, нормальной реакции опоры и две внешние постоянные силы: тяжести и тяги. За бесконечно малое время удара роль постоянных сил в изменении импульса системы пренебрежима. Запишем изменение импульса системы с учетом ударных сил (теорему о движении центра масс системы в импульсной форме). На горизонтальную ось: $\Delta p_x = -\mu N \Delta t$; на вертикальную: $\Delta p_y = N \Delta t$. Учитывая, что скольжение бруска не прекращается за время слипания: $\Delta p_x = -\mu \Delta p_y$, или $2mv_k - mv_0 = -\mu ti$, откуда скорость системы сразу после слипания $v_k = (v_0 - \mu i)/2$.

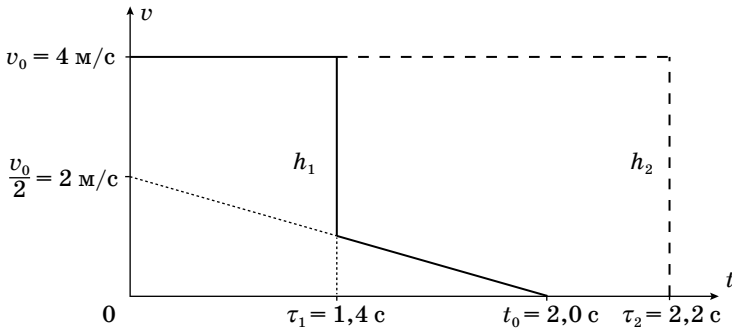
Из второго закона Ньютона, записанного для системы после слипания: $2ma = F - 2\mu mg$, следует, что под действием внешней силы тяги система будет двигаться равнозамедленно с ускорением $a = \mu g/2$. Окончательно зависимость скорости системы от времени приобретает вид $v = v_k - a(t - \tau) = (v_0 - \mu i - \mu g(t - \tau))/2 = (v_0 - \mu gt)/2$. Скорость не зависит от начальной высоты падения пластилина! Полученная зависимость верна для времен $t > \tau$. Поэтому при падении с высот больших, чем $h_1 = 5$ метров скорость бруска через 1 с не изменится и будет равна 4 м/с, но при падении с меньших высот она окажется равной $v = (v_0 - \mu gt_1)/2 = 1$ м/с.

Для любых высот падения пластилина скорость бруска обращается в ноль при $t_0 = v_0/\mu g = 2$ с.

Следует заметить, что ответ на скорость системы угадывается. Если в силу существования решения задачи предположить, что от высоты падения пластилина конечная скорость системы не зависит, то для определенности начальную высоту можно взять нулевой. Тогда сразу пишется ответ $v = (v_0 - \mu gt)/2$. Но такое решение нельзя засчитывать, как правильное, так как оно получено для вырожденного случая и гарантированно не обобщается.

Приведенное выше решение получено в предположении, что брусок не останавливается (его не заклинивает) в момент удара. Для указанных численных данных заклинивание возможно при падении пластилина с высот более $h = v_0^2/(2\mu^2 g) = 20$ м.

График зависимости скорости бруска от времени получается путем шивки постоянной скорости бруска до соударения с выведенной выше зависимостью со скачком во время удара.



9.4. (Зикрацкий Г.) Запишем уравнение теплового баланса для времени τ_1 :

$$N\tau_1 = (m + \mu\tau_1)c(t_1 - t_0)$$

$$\tau_1 = \frac{mc(t_1 - t_0)}{N - \mu c(t_1 - t_0)} = 36 \text{ с}$$

Максимальная температура t_{\max} достигается при обращении в ноль знаменателя и равна:

$$t_{\max} = \frac{N}{\mu c} + t_0 = 44 \text{ }^\circ\text{C}.$$

Рассмотрим небольшой интервал времени $\Delta\tau$ через время τ после начала нагрева за который в систему поступает $\mu\Delta\tau$ воды при комнатной температуре. Из уравнения теплового баланса:

$$N\Delta\tau = (m + \mu\tau)c\Delta t + \mu\Delta\tau c(t + \Delta\tau - t_0), \text{ откуда}$$

$$\frac{\Delta t}{\Delta\tau} = \frac{Nm}{c(m + \mu\tau)^2}$$

Так как $\tau = \tau_1$ и с учетом размера шкалы, искомая скорость равна:

$$v = \frac{Nml}{(t_1 - t_0)c(m + \mu\tau)^2} = 0,32 \text{ мм/с}.$$

9.5. (Киреев А.) При подключении к нелинейному элементу Z показания омметра равны $R_z = U_z/I_z = 0,8$ кОм, что соответствует силе тока $I_z = 7,5$ мА и напряжению $U_z = 6$ В на нелинейном элементе (точка A на рисунке).

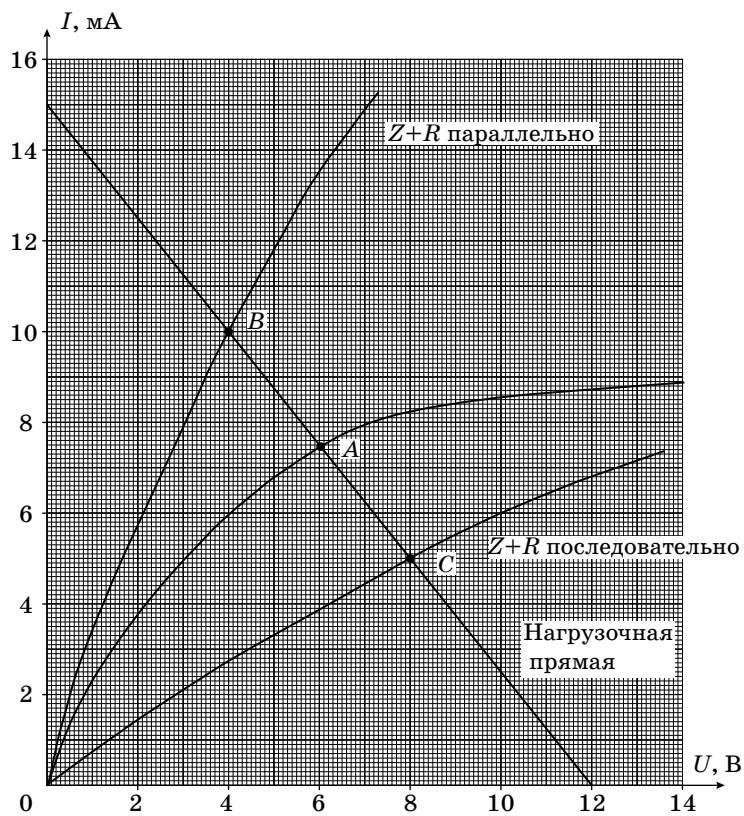
Вольтамперная характеристика участка цепи, содержащего соединённые параллельно нелинейный элемент Z и резистор R , имеет вид, представленный на рисунке (зависимость 1, её можно построить, учитывая, что при параллельном соединении двух элементов общим для них является напряжение, а сила тока через участок цепи равна сумме сил токов через каждый элемент). Показания омметра при этом $R_1 = U_1/I_1 = 0,4$ кОм, что соответствует силе тока $I_1 = 10$ мА и напряжению $U_1 = 4$ В на участке цепи (точка B на рисунке).

Так как омметр содержит источник постоянного напряжения и сопротивление, то для него можно построить нагрузочную прямую (см. рисунок), которая должна пройти через точки A и B и задается уравнением:

$$I = -\frac{U}{R} + \frac{U_0}{R}.$$

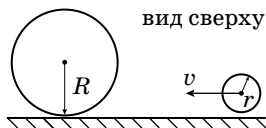
По точкам пересечения нагрузочной прямой с осями координат определяем напряжение источника $U_0 = 12$ В (при $I = 0$) и сопротивление $r = U_0/I = 0,8$ кОм (при $U = 0$).

Вольтамперная характеристика участка цепи, содержащего соединённые последовательно нелинейный элемент Z и резистор R , имеет вид, представленный на рисунке (зависимость 2 можно построить, учитывая, что при последовательном соединении двух элементов общей для них является сила тока, а напряжение на участке цепи равно сумме напряжений на каждом элементе). Показания омметра можно найти по координатам точки пересечения C нагрузочной прямой и кривой 2: $R_2 = U_2/I_2 = 1,6$ кОм.



10 КЛАСС**10.1. Шайбы и стенка**

Две шайбы находятся на гладкой горизонтальной поверхности. Малая шайба радиуса r движется со скоростью v вдоль вертикальной стенки при малом зазоре с ней.



Большая шайба радиуса $R = 7r$ касается стенки. Какую скорость u приобретёт большая шайба после всех столкновений, если массы шайб одинаковы? Трения в системе нет, столкновения шайб друг с другом и со стенкой абсолютно упругие.

10.2. Автомобиль на конвейере

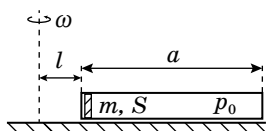
Автомобиль движется по горизонтальному неподвижному конвейеру со скоростью $v_0 = 20$ м/с в безветренную погоду. При этом половина мощности двигателя затрачивается на преодоление сопротивления воздуха, другая половина – на преодоление трения качения.

1. Навстречу автомобилю подул ветер со скоростью $v_0 = 20$ м/с (относительно земли). С какой установившейся скоростью v_1 относительно земли будет двигаться автомобиль, если развиваемая двигателем мощность не изменилась, а конвейер неподвижен?
2. В некоторый момент ветер утих, а конвейер стал двигаться с постоянной скоростью $v_0 = 20$ м/с в сторону, противоположную движению автомобиля. С какой установившейся скоростью v_2 относительно земли будет двигаться автомобиль, если развиваемая двигателем мощность не изменилась?

Примечание1: сила сопротивления воздуха пропорциональна квадрату относительной скорости, сила трения качения постоянна.

Примечание2: во всех случаях проскальзывания колес не возникает.

Примечание3: уравнение третьей степени можно решить методом подбора.

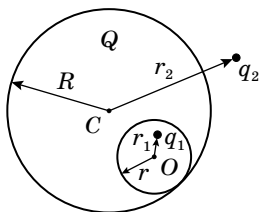


10.3. Трубка на центрифуге

На центрифуге, которая может вращаться только вокруг вертикальной оси, закреплён в горизонтальном положении герметичный легкий цилиндр. Ось цилиндра проходит через ось вращения. Внутри цилиндра находится тонкий поршень, который может перемещаться без трения. Цилиндр заполнен идеальным газом, давлением которого поршень прижат к торцу цилиндра, ближнему к оси вращения. Длина цилиндра равна $a = 0,5$ м, площадь поршня $S = 5$ см², его масса $m = 10$ г, давление газа в цилиндре $p_0 = 1,0$ кПа. Расстояние от оси вращения до ближнего торца цилиндра $l = 0,1$ м. Центрифуга начинает вращаться, причём угловая скорость вращения ω очень медленно увеличивается. Температура газа поддерживается постоянной.

Примечание: считайте, что в ходе эксперимента воздух остаётся однородным.

1. При каком значении ω_1 угловой скорости начальное положение равновесия поршня перестанет быть устойчивым?
2. На каком расстоянии x_1 от начального положения установится поршень при неизменной угловой скорости ω_1 ?
3. Теперь частоту вращения начали медленно уменьшать. При каком значении ω_2 поршень вернётся в исходное положение?



10.4. Заряженный шар (классика)

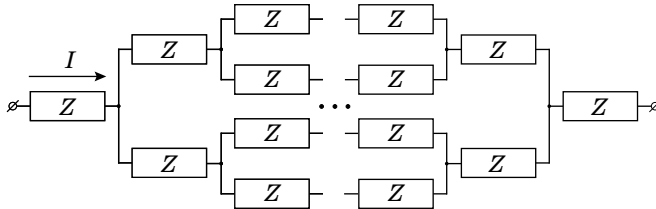
Проводящий шар радиусом R имеет сферическую полость радиусом r , касающуюся наружной поверхности шара. Заряд шара равен Q . В полости, на расстоянии r_1 от ее центра, находится точечный заряд q_1 . Вне шара, на расстоянии r_2 от его центра, находится точечный заряд q_2 .

1. Найдите потенциал $\varphi_{\text{ш}}$ шара.
2. Найдите потенциал φ_0 в центре O полости.

Потенциал бесконечно удаленных точек примите равным нулю.

10.5. Нелинейность

Нелинейный элемент Z имеет вольтамперную характеристику $I_Z = \alpha U_Z^2$, где $\alpha = 0,07 \text{ А/В}^2$. Получите формулу зависимости силы тока I от напряжения в цепи, составленной из бесконечного числа нелинейных элементов Z .

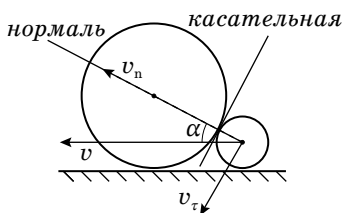


РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

10.1. (Воробьев И.) 1. *Общее рассмотрение*

Сначала столкнутся шайбы. После их столкновения большая шайба станет удаляться от стенки, меньшая полетит к стенке и отскочит от неё. Так как зазор со стенкой мал, то столкновение с ней произойдёт сразу после первого и расположение шайб можно считать не изменившимся. Если скорость меньшей шайбы после отскока окажется такова, что она догонит большую, то произойдёт ещё одно столкновение шайб. Чтобы понять, возможны ли дальнейшие столкновения, найдем скорости после упомянутых выше столкновений.

2. *Первый контакт шайб*



а) Через точку контакта шайб при ударе проведём касательную и нормаль через центры шайб. Нормаль образует угол α со стенкой и с направлением скорости v . Находим, что $\sin\alpha = (R - r)/(R + r) = 3/4$.

б) Проекция скорости v на нормаль $v_n = v\cos\alpha$, а на касательную $v_\tau = v\sin\alpha$.

3. *Скорости после первого столкновения*

а) Пусть скорости шайб после 1-го удара v_1 и u_1 . Так как трения нет, то силы при столкновении направлены по нормали, и проекции на касательную у шайб не изменятся $u_{1\tau} = 0$; $v_{1\tau} = v_\tau$.

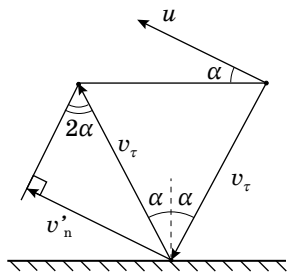
б) Применяя законы сохранения энергии и импульса для упругого столкновения тел равной массы, получим нормальные составляющие скоростей шайб после удара $u_{1n} = v_n$; $v_{1n} = 0$.

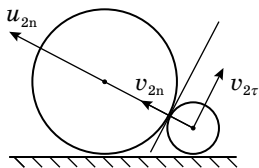
4. *Отражение от стенки*

а) Скорость меньшей шайбы после первого столкновения равна v_τ и образует угол α с перпендикуляром к стенке, после упругого отражения от стенки она сохранит свою величину и будет направлена под углом 2α к касательной (угол падения равен углу отражения)

б) При $v_\tau \sin 2\alpha > u_{1n}$ меньшая шайба догонит большую. Это произойдет при:

$\sin\alpha \cdot \sin 2\alpha > \cos\alpha$. И $\sin^2\alpha > 1/2$, что при данных r и R заведомо выполнено.





5. Второе столкновение шайб

а) По аналогии с пунктом 3, нормальные составляющие скоростей шайб после второго столкновения $v_{2n} = u_{1n} = v_n$; $u_{2n} = v'_n = v_\tau \sin 2\alpha$, а касательные составляющие не изменились. Теперь $u_{2n} > v_{2n}$.

б) После второго удара шайбы удаляются от стенки и друг от друга, столкновений больше не будет.

в) После всех столкновений скорость большой шайбы $u = u_{2n} = v_\tau \sin 2\alpha = 2v \sin^2 \alpha \cos \alpha = (9\sqrt{7}/32)v \approx 0,74v$.

10.2. (Петров В.). Сила трения F_B между автомобилем и воздухом и сила трения качения F_K уравниваются силой трения F_T между колесами и дорогой. Момент силы трения M равен по модулю моменту, развиваемому двигателем машины:

$$M = F_T r = F_B r + F_K r, \text{ где } r - \text{ радиус колес машины.}$$

Мощность, развиваемая двигателем:

$$P = M\omega = M \frac{v_{\text{отн}}}{r} = (F_B + F_K) v_{\text{отн}}$$

Здесь $v_{\text{отн}}$ – скорость движения автомобиля относительно конвейера, ω – угловая скорость вращения колёс.

По условию $F_B = kv_B^2$, где v_B – скорость движения воздуха относительно автомобиля.

В случае неподвижного конвейера и отсутствия ветра:

$$\frac{P}{2} = kv_0^3 = F_K v_0 \tag{0}$$

Отсюда:

$$k = \frac{P}{2v_0^3}$$

$$F_K = \frac{P}{2v_0}$$

В случае неподвижного конвейера и дующего навстречу ветра:

$$P = (k(v_1 + v_0)^2 + F_K)v_1 \tag{1}$$

$$P = \left(\frac{P}{2v_0^3}(v_1 + v_0)^2 + \frac{P}{2v_0} \right) v_1$$

$$\left(\frac{v_1}{v_0} \right)^3 + 2 \left(\frac{v_1}{v_0} \right)^2 + 2 \left(\frac{v_1}{v_0} \right) - 2 = 0$$

$$v_1 \approx 0,575v_0 \approx 11,5 \text{ м/с}$$

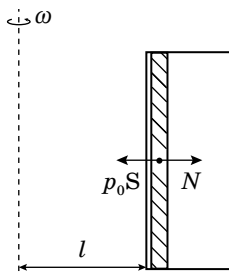
В случае движущегося конвейера:

$$P = (kv_2^2 + F_K)(v_0 + v_2) \tag{2}$$

$$P = \left(\frac{Pv_2^2}{2v_0^3} + \frac{P}{2v_0} \right) (v_0 + v_2)$$

$$\left(\frac{v_2}{v_0} \right)^3 + \left(\frac{v_2}{v_0} \right)^2 + \left(\frac{v_2}{v_0} \right) - 1 = 0$$

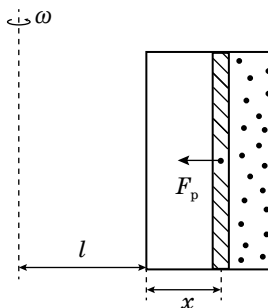
Решив численно это уравнение, получим $v_2 \approx 0,544v_0 \approx 10,9$ м/с.



10.3. (Аполонский А.) **1.** Найдём силу реакции N ближней к оси вращения стенки цилиндра, действующую на поршень в исходном положении. По II закону Ньютона: $m\omega^2 l = p_0 S - N$.

По мере увеличения ω сила $N = p_0 S - m\omega^2 l$ уменьшается. Отрыв от стенки может произойти, когда N станет равной нулю, то есть $p_0 S - m\omega^2 l = 0$, отсюда

$$\omega = \sqrt{\frac{p_0 S}{ml}} = \omega_0.$$



2. При постоянной температуре для идеального газа выполняется следующее соотношение: $pV = p_0 Sa = \text{const}$. Пусть x – смещение поршня по отношению к его исходному положению, тогда $V = S(a - x)$. Газ действует на поршень с силой, равной $F_p = pS = \frac{a}{a - x} p_0 S$.

Тогда: $m\omega^2(l + x) = \frac{a}{a - x} p_0 S$ или

$$x^2 - x(a - l) + \left(\frac{\omega_0^2}{\omega^2} - 1 \right) al = 0.$$

Это квадратное уравнение определяет положение равновесия поршня при некоторой угловой скорости вращения ω .

При $\omega = \omega_0$ одно из положений равновесия $x_0 = 0$, а второе – $x_1 = a - l$.

x_0 соответствует неустойчивому положению равновесия, так как при $x_0 < x < x_1$:

$$m\omega_0^2(l + x) > \frac{a}{a - x} p_0 S.$$

Это означает, что при небольшом смещении поршня от положения $x_0 = 0$ сила давления газа не сможет удержать поршень. При $\omega_1 = \omega_0 = 22,4$ с⁻¹ его начальное положение равновесия неустойчиво и поршень перейдет в устойчивое положение $x_1 = a - l = 0,4$ м.

3. При медленном уменьшении угловой скорости вращения при некотором значении $\omega = \omega_2$ корни квадратного уравнения совпадают. В результате, положение равновесия поршня при смещении влево оказывается неустойчивым, и поршень возвращается в исходное положение $x_0 = 0$.

Найдем ω_2 , приравняв дискриминант к нулю:

$$D = (a - l)^2 - 4al \left(\frac{\omega_0^2}{\omega_2^2} - 1 \right) = 0.$$

Отсюда

$$\omega_2 = \frac{2\sqrt{al}}{a+l} \omega_0 = 16,7 \text{ с}^{-1}.$$

10.4. (Чивилев В.) В материале шара поля нет, так как он проводящий. Окружим полость некоторой поверхностью, поток вектора \vec{E} через неё равен нулю, поэтому сумма зарядов, окружённых ей, (т. е. q_1 и индуцированного заряда на стенке полости) по теореме Гаусса равна нулю. Значит, индуцированный заряд на стенке полости равен $-q_1$. Так как объёмных зарядов в проводнике нет, а суммарный заряд шара Q , заряд на поверхности шара $Q + q_1$.

Заряды внутри и на стенке полости распределены так, что не создают поля снаружи от полости. Значит, полость вместе с зарядом q_1 и индуцированными зарядами на её стенке можно удалить, при этом потенциалы точек вне полости (в том числе и потенциал шара) не изменится. Мысленно проделав это, найдём потенциал шара как потенциал его центра (потенциалы всех точек проводника одинаковы). Он создаётся только зарядом на поверхности $Q + q_1$ и зарядом q_2 .

Разбивая поверхность шара на малые участки с зарядами ΔQ_i , получим, что поверхностный заряд создаёт в центре потенциал:

$$\varphi_1 = \sum_i \frac{k\Delta Q_i}{R} = \frac{k}{R} \sum_i \Delta Q_i = \frac{k(Q + q_1)}{R}.$$

Таким образом, потенциал шара:

$$\varphi_{\text{ш}} = k \left(\frac{Q + q_1}{R} + \frac{q_2}{r_2} \right).$$

Рассмотрим разность потенциалов φ_0 в центре полости и φ_A в некоторой точке A на её стенке. Заряд q_1 и заряд $-q_1$ на стенке полости (вклад которого в φ_0 рассчитывается аналогично φ_C , не зависит от распределения заряда по стенке и равен $k(-q_1)/r$) создают потенциалы:

$$\varphi'_0 = \frac{kq_1}{r_1} - \frac{kq_1}{r} \quad \text{— в центре полости;}$$

$$\varphi'_A = 0 \quad \text{— в точке А.}$$

Заряд на поверхности шара экранирует поле q_2 , т. е. эти заряды не создают поля внутри шара, а значит, не влияют на разность потенциалов $\varphi_0 - \varphi_A$, где $\varphi_A = \varphi_{\text{ш}}$. Таким образом:

$$\varphi_0 - \varphi_A = \varphi'_0 - \varphi'_A = \frac{kq_1}{r_1} - \frac{kq_1}{r} \quad ;$$

$$\varphi_0 = k \left(\frac{Q + q_1}{R} + \frac{q_2}{r_2} + q_1 \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r} \right) \right).$$

10.5. (Киреев А.) Так как все элементы одинаковы, токи в каждом узле будут делиться поровну, как показано на рисунке.

Тогда напряжение на элементах:

$U_1 = \sqrt{\frac{I}{\alpha}}$; $U_2 = \sqrt{\frac{I}{2\alpha}}$; $U_3 = \sqrt{\frac{I}{4\alpha}}$ и т. д., где I — общая сила тока в цепи.

Напряжение, приложенное к цепи: $U = 2(U_1 + U_2 + U_3 + \dots)$.

$$(U_1 + U_2 + U_3 + \dots) = \sqrt{\frac{I}{\alpha}} \left(1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right)^2 + \dots \right).$$

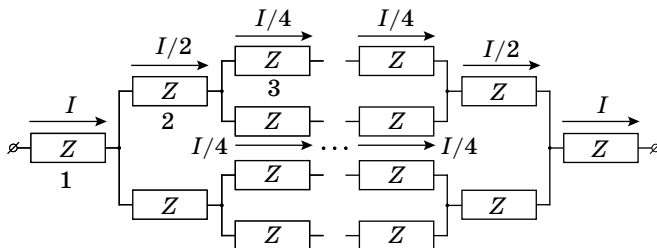
Сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии:

$$\left(1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right)^2 + \dots \right) = \frac{1}{1 - \frac{1}{\sqrt{2}}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} - 1}$$

$$U = 2\sqrt{\frac{I}{\alpha}} \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} - 1}$$

$$I = \alpha U^2 \frac{(\sqrt{2} - 1)^2}{8} = \gamma U^2, \text{ где}$$

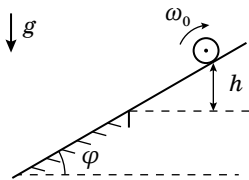
$$\gamma = \alpha \frac{(\sqrt{2} - 1)^2}{8} = 1,5 \text{ мА/В}^2.$$



11 КЛАСС

11.1. Цилиндр на наклонной плоскости

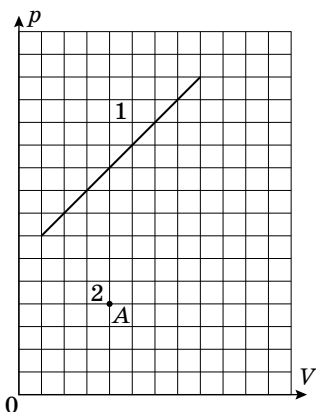
Верхняя часть наклонной плоскости гладкая, нижняя – шероховатая. На верхнюю часть кладут тонкостенную цилиндрическую трубу, вращающуюся вокруг своей оси с угловой скоростью ω_0 , и отпускают. В начальный момент ось цилиндра неподвижна, а линия касания трубы с плоскостью находится на высоте $h = 10$ см над границей раздела гладкого и шероховатого участков. Коэффициент трения между трубой и шероховатой поверхностью $\mu = 0,1$. Радиус цилиндра равен $R = 5$ см. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².



1. Считайте, что ω_0 велико. При каком угле $\varphi = \varphi_m$ труба вернется в начальное положение за минимальное время.
2. Найдите это минимальное время t_{\min} .
3. Пусть $\varphi = \varphi_m$. При каких ω_0 труба вернется в начальное положение?

11.2. Совпадающие теплоемкости

В архиве лорда Кельвина нашли цилиндр с одним моле идеального одноатомного газа. Лорд Кельвин проводил с ним два процесса и изобразил их на pV -диаграмме. Чернила, разумеется, выцвели. От первого процесса уцелела часть графика отрезок прямой, а от графика второго процесса, как обычно, сохранилась единственная точка A . Из поясняющих записей следовало, что в этих процессах при равных температурах теплоемкости совпадали. Восстановите график зависимости давления p от объема V для второго процесса.



11.3. В пузыре

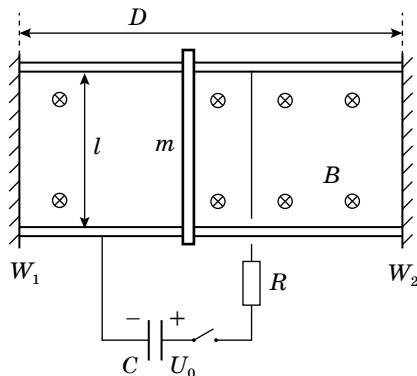
В далёком космосе есть планета, состоящая полностью из воды. Известно, что глубоководные обитатели изнутри могут обозревать все пространство вокруг, тогда и только тогда, когда находятся на расстоянии не более, чем $x = 3000$ км от центра планеты. Местные жители решили запустить спутник? С какой скоростью он должен двигаться на самой низкой возможной орбите? Показатель преломления воды $n = 4/3$, плотность воды $\rho = 1000$ кг/м³, гравитационная постоянная $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$ Н · м²/кг². Планета не вращается вокруг своей оси, волн на ее поверхности не бывает, воду можно считать несжимаемой.

11.4. Столкновения в магнитном поле

По двум горизонтальным проводящим рельсам может скользить без трения металлическая перемычка массой m (см. рис). Расстояние между рельсами l . Движение перемычки ограничено двумя непроводящими жесткими вертикальными стенками W_1 и W_2 , находящимися на расстоянии D друг от друга. К рельсам через ключ K последовательно подключены заряженный до напряжения U_0 конденсатор емкости C и резистор сопротивления R . Перпендикулярно плоскости рельсов включено вертикальное однородное магнитное поле с индукцией B , такое что $m > B^2 l^2 C$ и $DBl \gg RCU_0$. В момент, когда ключ замкнули, перемычка покоилась посередине между стенками. Определите:

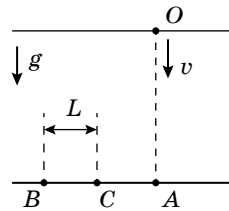
1. с какой стенкой произойдет первое столкновение перемычки;
2. скорость v_1 перед первым столкновением;
3. скорость v_n перед n -ым столкновением.

Все столкновения перемычки со стенками абсолютно упругие.



11.5. Уронили в речку шарик

Из точки O на поверхности воды в реку бросают одинаковые маленькие металлические шарики (см. рис). Отпущенный без начальной скорости шарик упал на дно в точке B , а шарик, запущенный вертикально вниз с известной скоростью v в точку C . Расстояние $BC = L$. Найдите горизонтальную составляющую скорости второго шарика при ударе о дно u_x . Считайте, что при движении на шарик со стороны воды действует сила, прямо пропорциональная скорости движения шарика относительно воды и направленная против этой скорости. Скорость течения не зависит от глубины, а дно горизонтально. Силу Архимеда не учитывать.



РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

11.1. (Дидин М.) **1.** На цилиндр действуют силы тяжести, реакции опоры и трения. Поскольку цилиндр вернулся в исходное положение, сила трения направлена вверх вдоль наклонной плоскости. Это значит, что цилиндр вращается по часовой стрелке. Сначала цилиндр начнёт скользить вниз с ускорением $a_1 = g \sin \varphi$. На границе с шероховатой поверхностью скорость цилиндра достигнет $v_0 = \sqrt{2gh}$. При дальнейшем движении цилиндра вниз не него начнёт действовать сила трения $F_{\text{тр}} = \mu g \cos \varphi$, направленная вверх. (Если на шероховатой поверхности цилиндр перестанет вращаться по часовой стрелке, он покатится вниз, т.е. не вернётся в исходную точку). При качении цилиндра вверх сила трения не превосходит $\mu g \cos \varphi$, а ускорение a_2 при подъёме не больше, чем ускорение при спуске. Значит, скорость на границе не больше v_0 , и в точке старта цилиндр остановится (прекратит движение вверх, но может продолжать вращаться). Ускорение цилиндра на шероховатой поверхности постоянно и равно $a_2 = g(\mu \cos \varphi - \sin \varphi)$. Время подъёма:

$$t = \frac{2v_0}{g} \left(\frac{1}{\sin \varphi} + \frac{1}{\mu \cos \varphi - \sin \varphi} \right)$$

$$f(\varphi) = \frac{1}{\sin \varphi} + \frac{1}{\mu \cos \varphi - \sin \varphi} = \frac{\mu \cos \varphi}{\sin \varphi (\mu \cos \varphi - \sin \varphi)}$$

$$f_1(\varphi) = \operatorname{tg} \varphi (\mu \cos \varphi - \sin \varphi)$$

$$\frac{df_1}{d\varphi} = \frac{1}{\cos^2 \varphi} (\mu \cos \varphi - \sin \varphi) - \operatorname{tg} \varphi (\mu \sin \varphi + \cos \varphi) = 0$$

$$\mu \cos^2 \varphi = \sin \varphi \left(\frac{1}{\cos \varphi} + \cos \varphi \right)$$

$$\sin \varphi = \mu \frac{\cos^3 \varphi}{1 + \cos^2 \varphi} < \mu \cos^3 \varphi < \mu$$

Так как $\mu = 0,1$, $\varphi \ll 1$, тогда $\cos \varphi = 1$ и $\sin \varphi = \varphi = 0,05$.

Так как $h = 0,1$ м, $v_0 = \sqrt{2gh} = 1,4$ м/с.

Получаем, что $t_{\min} = 11,3$ с. Запишем уравнение движения и основное уравнение динамики относительно центра цилиндра:

$$\begin{cases} m \frac{dv}{dt} = \mu mg \cos \alpha - mg \sin \alpha \\ mr^2 \frac{d\omega}{dt} = -\mu mgr \cos \alpha \end{cases}$$

Разделим одно уравнение на другое:

$$\frac{dv}{rd\omega} = \frac{\mu \cos \varphi - \sin \varphi}{-\mu \cos \varphi} = \frac{\mu - \frac{1}{2}}{-\mu} = -\frac{1}{2}$$

Изменение скорости между двумя последовательными прохождениями линии раздела наклонной плоскости $\Delta v = 2v_0$.

При минимальной возможной угловой скорости проскальзывание прекращается ровно на линии раздела плоскости:

$$\Delta\omega = \frac{v_0}{R} - \omega_0$$

Откуда получаем, что

$$\omega_0 = \frac{5v_0}{R} = \frac{5\sqrt{2gh}}{R} = 140 \text{ c}^{-1}$$

11.2. (Воробьев И.) Способ 1

Рассмотрим преобразование плоскости pV состоящее из сжатия в k раз по оси p и такого же растяжения по оси V . При этом преобразовании сохраняются площади всех фигур, а поэтому сохраняются температуры ($T = pV/R$), работы ($dA = pdV$) и теплоемкости ($C = dQ/dT = dU/dT + dA$). По точке A определяем $k = 2$ и строим график второго процесса: отрезок из точки (2; 3,5) в точку (16; 7). Вне этого интервала восстановить второй процесс невозможно.

Способ 2

Из первого начала термодинамики имеем для теплоёмкости: $C = dQ/dT = dU/dT + pdV/dT$.

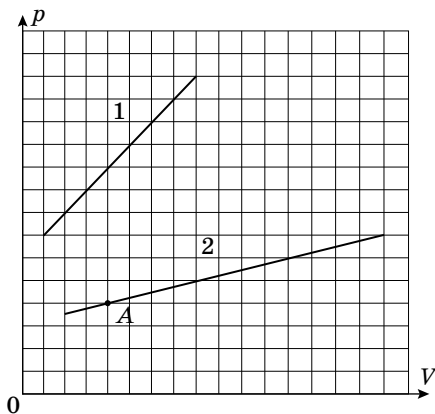
Так как внутренняя энергия $U = \nu C_V T$, а давление $p = \nu RT/V$, то $C = \nu C_V + (\nu RT/V)dV/dT$.

Пусть $V_1(T)$ и $V_2(T)$ объёмы при температуре T для процессов 1 и 2. Из совпадения теплоёмкостей имеем $dV_2/V_2 = dV_1/V_1$ при одинаковых T и dT , а тогда $(V_2 + dV_2)/(V_1 + dV_1) = V_2/V_1$. Отношение объёмов при температуре $T + dT$ равно отношению объёмов при температуре T , а то есть отношение одинаково при любых температурах и $V_2(T) = kV_1(T)$, где k константа.

При одинаковой температуре $p_2 V_2 = p_1 V_1$, тогда отношение давлений при одинаковой температуре $p_2/p_1 = 1/k$.

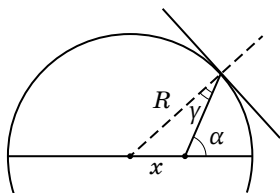
В точке A $p_A V_A = 16$ условных единиц (одна клеточка по горизонтали единица объёма, а по вертикали – единица давления). При той же температуре для первого процесса тогда $p_1 V_1 = 16$, зависимость же давления от объёма, заданная отрезком прямой, $p_1 = 6 + V_1$. Откуда получим уравнение для V_1 , отвечающего температуре в точке A : $(6 + V_1)V_1 = 16$. Выбираем положительный корень $V_1 = 2$. Откуда находим $k = V_A/V_1 = 2$.

Наклон графика второго процесса $dp_2/dV_2 = (dp_1/dV_1)k^2 = 0,25$ оказывается постоянным. Из принадлежности графика точке A получим зависимость давления от объёма для второго процесса: $p_2 = 3 + V_2/4$ и соответственно прямолинейный график.



Для первого процесса за пределами уцелевшего отрезка возможно иная зависимость давления от объёма. Тогда график второго процесса однозначно восстановим лишь в пределах, отвечающих начальной $V_1 = 1$; $p_1 = 7$ и конечной точкам $V_1 = 8$; $p_1 = 14$ уцелевшего отрезка. По найденному выше коэффициенту $k = 2$ для графика второго процесса в начальной точке имеем $V_2 = 2$; $p_2 = 3,5$, а в конечной $V_2 = 16$; $p_2 = 7$. На рисунке выше приведён восстановленный в этих пределах график второго процесса.

11.3. (Кутелев К.) Видимость для наблюдателя, находящегося внутри планеты ограничена эффектом полного отражения. Отметим, что наблюдатель может не видеть только близкие к планете объекты.



Угол падения на поверхность планеты γ можно связать с углом α с помощью теоремы синусов:

$$\frac{R}{\sin(180^\circ - \alpha)} = \frac{x}{\sin \gamma}.$$

Для данного положения x максимальный угол падения достигается при $\alpha = 90^\circ$: $\sin \gamma_{\max} = \frac{x}{R}$.

Полное внутреннее отражение появится на дальности x , для которой выполнится условие $n \sin(\gamma_{\max}) = 1$.

Это позволяет найти радиус планеты $R = xn$.

Спутник массой m движется по самой низкой орбите радиуса R с первой космической скоростью:

$$\frac{mv^2}{R} = G \frac{mM}{R^2} \quad v = \sqrt{G \frac{M}{R}}.$$

Подставляя радиус, получаем:

$$v = xn\sqrt{\frac{4}{3}\pi G\rho} = 2,1 \text{ км/с.}$$

11.4. (Аполонский А.) При движении перемычки в магнитном поле между ее сторонами, скользящими по направляющим возникает ЭДС равная $\varepsilon_{\text{н}} = Bvl$, где v – скорость перемычки. Изменение скорости перемычки происходит из-за воздействия на нее силы Ампера равной $F_{\text{а}} = IBl$ при протекающем через нее токе I . Тот же ток заряжает или разряжает конденсатор (в зависимости от направления движения перемычки).

Второй закон Ньютона для перемычки:

$$ma = IBl$$

$$m \frac{\Delta v}{\Delta t} = IBl$$

$m\Delta v = I\Delta tBl = -\Delta qBl$, где Δq – изменение заряда конденсатора.

При разгоне перемычки от нулевой скорости до v_1 :

$$\Delta v = v_1 = \frac{-\Delta qBl}{m} = \frac{(CU_0 - q)Bl}{m}$$

$$q = CBv_1l$$

Тогда:

$$v_1 = \frac{C(U_0 - Bv_1l)Bl}{m} = \frac{CU_0Bl}{m\left(1 + \frac{B^2l^2C}{m}\right)}$$

Рассмотрим n -ое столкновение со стенкой. Перемычка налетает со скоростью v_n . Заряд на конденсаторе при этом равен $q_n = CBv_nl$.

После столкновения перемычка движется в противоположном направлении с той же скоростью v_n , соответствующей теперь противоположному знаку заряда конденсатора.

Изменение скорости перемычки в процессе перезарядки:

$$v_n - v_{n+1} = \frac{(q_n + q_{n+1})Bl}{m}.$$

Здесь v_{n+1} и q_{n+1} – модули скорости и заряда конденсатора при установлении соответствия между ЭДС индукции и напряжением на конденсаторе после столкновения. При этом учтено, что знак заряда конденсатора изменился и $\Delta q = q_n + q_{n+1}$.

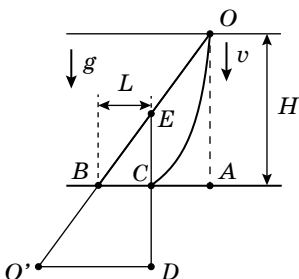
$$v_n - v_{n+1} = \frac{(v_n + v_{n+1})B^2l^2C}{m}$$

Отсюда:

$$v_{n+1} = v_n \frac{1 - \frac{B^2 l^2 C}{m}}{1 + \frac{B^2 l^2 C}{m}}$$

После n столкновений скорость равна:

$$v_{n+1} = v_1 \left(\frac{1 - \frac{B^2 l^2 C}{m}}{1 + \frac{B^2 l^2 C}{m}} \right)^n = \frac{CU_0 Bl}{m} \frac{\left(1 - \frac{B^2 l^2 C}{m}\right)^n}{\left(1 + \frac{B^2 l^2 C}{m}\right)^{n+1}}$$



11.5. (Аполонский А.) Способ 1

Перейдем в инерциальную систему отсчета,двигающуюся со скоростью (w_x, w_y) , с которой двигался бы шарик через большое время (установившаяся скорость, если бы не дно). Поместим начало этой системы в точку O в момент бросания. В этой системе отсчета река не движется вдоль оси OX , а движение

реки вдоль оси OY компенсирует силу тяжести, поэтому полная сила (в данной CO), действующая на камешек, прямо пропорциональна скорости: $\vec{a} = -k\vec{u}$, где u — скорость шарика в этой CO . Поэтому движение в ней происходит по прямой, а изменение скорости пропорционально смещению в этой же системе отсчета с тем же коэффициентом. Значение коэффициента k находится из начальных условий вертикальная компонента ускорения при бросании без начальной скорости $g = kw_y$. В момент падения второго шарика в точку C , начало отсчета находится в точке O' (см. рис). Рассмотрим точку E , в которой будет первый шарик через то время, за которое второй шарик падает на дно. Она находится над точкой C , так как проекции начальных скоростей на OX одинаковы. $\triangle EBC \propto \triangle EO'D$, поэтому $O'D = Lw_y/v$. Горизонтальная скорость в момент падения:

$$w = k \cdot O'D = \frac{g}{w_y} \frac{Lw_y}{v} = \frac{gL}{v}.$$

Способ 2

Ось OX сонаправлена со скоростью реки, а ось OY направлена вертикально вниз.

Введем обозначения w_x — скорость течения реки, $w_y = g/k$. Тогда:

$$\begin{cases} \dot{v}_x = -kv_x + kw_x \\ \dot{v}_y = -kv_y + kw_y \end{cases}$$

Уравнения без индекса выполнены для обеих проекций:

$$\frac{dv}{v-w} = -kdt, \text{ следовательно}$$

$$v = w + (v_0 - w)e^{-kt} = w(1 - e^{-kt}) + v_0e^{-kt}$$

Введем обозначение:

$$f(t) = \int_0^t (1 - e^{-kt'}) dt'.$$

Тогда смещение по оси OX равно:

$$\Delta x_1 = \int_0^{t_1} v_x dt = w_x f(t_1)$$

$$\Delta y_1 = \int_0^{t_1} v_y dt = w_y f(t_1) = H,$$

где H – глубина реки.

Во втором случае время падения равно t_2 :

$$\Delta x_2 = \int_0^{t_2} v_x dt = w_x f(t_2) = \Delta x_1 - L$$

$$\Delta y_2 = \int_0^{t_2} v_y dt = w_y f(t_2) + v \int_0^{t_2} e^{-kt} dt = w_y f(t_2) + \frac{v}{k}(1 - e^{-kt_2}) = H.$$

Вычитая попарно уравнения, записанные для разных осей получаем:

$$\begin{cases} w_x(f(t_1) - f(t_2)) = L \\ w_y(f(t_1) - f(t_2)) - \frac{v}{k}(1 - e^{-kt_2}) = 0 \end{cases}$$

Замечая, что искомая скорость w равна:

$$w = w_x(1 - e^{-kt_2}) = \frac{kLw_y}{v} = \frac{gL}{v}.$$

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЙ ТУР**9 КЛАСС****9.1 Пружина**

Задание: Определите количество N витков во всей пружине и коэффициент жесткости k_1 одного ее витка. Проверьте, выполняется ли закон Гука при растяжении пружины силой, не превышающей m_0g , где m_0 – масса выданного вам груза. Часть витков пружины находится внутри непрозрачного экрана, разбирать который запрещено.

Оборудование: Пружина с экраном, груз, штатив, весы, линейка, миллиметровая бумага для построения графиков (на бланке).

9.2 Сироп

Задание: Определите удельную теплоемкость пятидесятипроцентного раствора сахара при температуре $50 - 60^\circ\text{C}$.

Примечание: Пятидесятипроцентным раствором называется раствор, половину массы которого составляет растворенное вещество. Удельная теплоемкость лабораторного стекла $840 \text{ Дж}/(\text{кг}\cdot^\circ\text{C})$, удельная теплоемкость воды $4200 \text{ Дж}/(\text{кг}\cdot^\circ\text{C})$.

Оборудование: Мерная колба объемом 50 мл, мультиметр с термомпарой, весы, секундомер, стакан с водой, стакан с сахарным песком, стакан из пенопласта (термостат), стакан с «носиком», ложечка для размешивания раствора, горячая вода по требованию, миллиметровая бумага для построения графиков (на бланке), салфетки для поддержания порядка.

Задание 11.1. Температура Кюри

Введение

Атомы и молекулы веществ, относящихся к парамагнетикам и к ферромагнетикам, имеют собственные магнитные моменты. При низких температурах в ферромагнетиках за счет взаимодействия соседних атомов возникают области объема, называемые доменами, в которых магнитные моменты атомов одинаково направлены. Если в предмете из ферромагнитного вещества большая часть доменов имеет примерно одинаковое направление намагниченности, вокруг таких предметов возникает сильное магнитное поле. Это постоянные магниты. При повышении температуры тепловое движение разрушает упорядоченность магнитных моментов, и ферромагнетик превращается в парамагнетик. В парамагнетиках домены отсутствуют, моменты атомов ведут себя независимо друг от друга. Температура, соответствующая этому переходу, называется температурой Кюри. Магнит, нагретый до температуры Кюри, необратимо теряет свои свойства. Выше температуры Кюри ферромагнетик находится в парамагнитном состоянии и может проявлять магнитные свойства только во внешнем магнитном поле. Значение магнитного момента p_m парамагнитного образца определяется формулой:

$$p_m = \chi V B$$

где χ – магнитная восприимчивость, V – объем образца, B – величина внешнего магнитного поля. Магнитная восприимчивость зависит от абсолютной температуры T в соответствии с законом Кюри-Вейса:

$$\chi = \frac{c}{T - T_c}$$

где T_c – температура Кюри. Когда парамагнитный образец находится в неоднородном внешнем поле, на него действует сила, втягивающая его в область более сильного поля. Величина этой силы пропорциональна магнитному моменту p_m .

LI Всероссийская олимпиада школьников по физике
Экспериментальный тур.

Часть 1. Температура Кюри неодимового магнита

При достижении температуры Кюри T_c постоянный магнит размагничивается. Ваша задача по возможности точно определить температуру Кюри.

1. Продумайте и подробно опишите метод измерений, по возможности сопроводив описание рисунком.
2. Проведите измерения, используя выданные вам маленькие неодимовые магниты.
3. Оцените погрешность определения T_c маленьких неодимовых магнитов.

Оборудование для части 1 задания 1

- 1) 10 маленьких неодимовых магнитов
- 2) Свеча
- 3) Перчатка
- 4) Мультиметр с термопарой
- 5) Кусок алюминиевой фольги
- 6) Зажим «крокодил» из стали

Внимание! Вам запрещается самостоятельно не только зажигать, но и тушить свечу. Это могут делать только дежурные по аудитории.

Внимание! Не помещайте спай термопары непосредственно в пламя свечи!

Новые термопары не выдаются.

Подсказка. Надежные показания термопары могут быть получены лишь при обеспечении ее хорошего теплового контакта с предметом, температура которого измеряется.

LII Всероссийская олимпиада школьников по физике
Экспериментальный тур.

Часть 2. Температура Кюри гадолия

При температуре ниже температуры T_c гадолий является ферромагнетиком, при $T > T_c$ это парамагнетик. Вам предлагается исследовать зависимость магнитной восприимчивости гадолия от температуры вблизи точки Кюри.

4. Исследуйте зависимость магнитной восприимчивости χ гадолия (в условных единицах) от температуры в диапазоне от комнатной температуры до $50\text{ }^\circ\text{C}$. В каком диапазоне температур выполняется закон Кюри-Вейса?
5. Определите, используя полученные вами результаты, температуру Кюри для гадолия.
6. Определите погрешность измерения T_c .

Оборудование для части 2 задания 1

- 1) Большой цилиндрический магнит на деревянной подставке (нагревать его запрещается)
- 2) Образец гадолия
- 3) Весы (чтобы весы не отключались, каждые 20 секунд нажимайте на кнопку *Light*)
- 4) Подставка из немагнитного металла с отверстием
- 5) Горячая и холодная вода (по требованию), емкость для воды
- 6) Мультиметр с термопарой
- 7) Прищепка
- 8) Миллиметровка

Задание 11.2. Двухлучепреломление в скотче

Введение

Электромагнитная волна называется плоскополяризованной, если вектор E совершает колебания в одной плоскости. Эта плоскость называется плоскостью поляризации, а направление, параллельно которому колеблется вектор E , называется направлением поляризации. Естественный свет содержит все возможные направления поляризации. Поляризатор - это устройство, которое пропускает через себя свет только одного направления поляризации, и поглощает волны с перпендикулярным направлением поляризации. Направление поляризации света, прошедшего через поляризатор, будем называть «разрешенным» направлением этого поляризатора.

Среди прозрачных оптических сред можно выделить изотропные среды, показатель преломления которых не зависит от направления поляризации световой волны, а также анизотропные, свойства которых различны для разных направлений поляризации света. В данной задаче мы будем исследовать такую анизотропную среду - пленку «скотч».

Введем систему координат, указанную на рисунке. Обозначим символами n_x и n_y - показатели преломления для световой волны, идущей вдоль оси Oz и поляризованной вдоль осей Ox , Oy соответственно. Также обозначим $\Delta n = n_x - n_y$.

Показатели преломления n_x и n_y изменяются при растяжении пленки. В процессе производства после стадии кристаллизации из расплава пленка является изотропной. После затвердевания пленку растягивают сложным образом, поэтому у выданной вам пленки $\Delta n < 0$.

Для изучения пленки вы будете растягивать ее вдоль оси Ox . Введем обозначение для относительного удлинения $\varepsilon = \frac{\Delta x}{x_{\text{нач}}}$.

ЛII Всероссийская олимпиада школьников по физике
Экспериментальный тур.

Оборудование:

1. Катушка пленки «скотч».
2. Система для растяжения пленки.
3. Ножницы.
4. Фломастер.
5. Два поляризатора на подставках. Поляризаторы закреплены в держателях так, что их разрешенные направления образуют угол 45^0 с вертикалью.
6. Лазерная указка на подставке.
7. Линейка.
8. Картон для зажима пленки.
9. Фотодиод и мультиметр.
10. Миллиметровая бумага для построения графика.

Задание:

1. Закрепите в установке полоску пленки горизонтально, зажмите ее как показано на рисунке.

Вращая ручку установки, добейтесь того, чтобы пленка полностью выпрямилась (не провисала).

По разные стороны от полоски параллельно ей расположите два поляризатора. Их разрешенные направления должны быть взаимно перпендикулярны и составлять угол 45^0 с вертикалью.

Растягивайте пленку и наблюдайте (невооруженным глазом) сквозь два поляризатора и пленку рассеянный белый свет. Растягивайте пленку до $\varepsilon = 1$ и далее до разрыва. Опишите наблюдаемые эффекты (изменение цвета и интенсивности света, прошедшего через систему) в зависимости от удлинения ε пленки.

2. Закрепите в установке новую полоску пленки, как в пункте 1. Считая, что плотность пленки при растяжении остается постоянной, исследуйте зависимость толщины d пленки от относительного удлинения ε . Толщина

ЛII Всероссийская олимпиада школьников по физике
Экспериментальный тур.

выданной вам (нерастянутой) пленки $d_0 = 25$ мкм . Проведите измерения для 5 различных значений ε .

В следующих пунктах считайте толщину плёнки постоянной и равной d_0 .

3. Соберите установку как указано в пункте 1. Закрепите в зажиме новую полоску пленки. Направьте луч лазера сквозь пленку и два поляризатора, и измерьте зависимость интенсивности I прошедшего света (в условных единицах) от относительного удлинения ε пленки. (Внимание!! Свет лазера поляризован). Для измерения интенсивности света используйте фотодиод, подключенный к мультиметру в режиме амперметра.

4. После прохождения электромагнитной волны через полоску пленки между ее составляющими, поляризованными вдоль осей Ox и Oy , возникает дополнительная разность фаз

$$\Delta\varphi = 2\pi d \frac{\Delta n}{\lambda}.$$

При этом интенсивность прошедшего света равна

$$I = I_0 \sin^2 \left(\frac{\Delta\varphi}{2} \right).$$

Зависимость, снятая в пункте 3, имеет несколько минимумов. Определите, какой из них соответствует $\Delta\varphi = 0$. Ответ обоснуйте.

5. Используя полученные ранее данные, постройте график зависимости $\Delta n(\varepsilon)$. Считая, что разность показателей преломления Δn линейно зависит от удлинения пленки ε : $\Delta n(\varepsilon) = A\varepsilon - B$, определите коэффициенты A и B .

Указания:

1. Длина волны лазера $\lambda = 650$ нм .
2. Считайте что $\Delta n \ll 1$ при любой деформации пленки.
3. Сила тока, протекающего через амперметр, прямо пропорционален мощности падающего на фотодиод света.

РЕШЕНИЕ

9.1. Пружина (Кармазин С.)

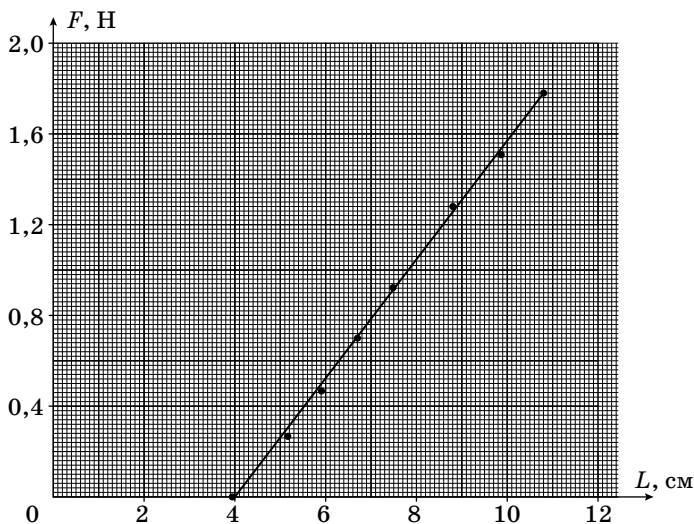
Способ 1. Количество витков пружины, задействованных при ее растяжении, можно изменять, перемещая пластину, к которой крепится крючок. Обозначим N – общее количество витков в пружине, n – количество витков, на которое пружина укорочена.

Закрепим рядом линейкой пружину с грузом на штативе, а под груз поставим весы. Опуская муфту штатива, ослабляем натяжение пружины и увеличиваем нагрузку на весы. Обозначим M – показание весов, m_0 – масса груза, $F = (m_0 - M)g$ – сила натяжения пружины. При различных

n снимаем зависимость длины внешней части пружины L от силы натяжения F (см. таблицу) и строим ее график. Ниже представлен график $F(L)$ для $n = 6$, из которого получаем коэффициент

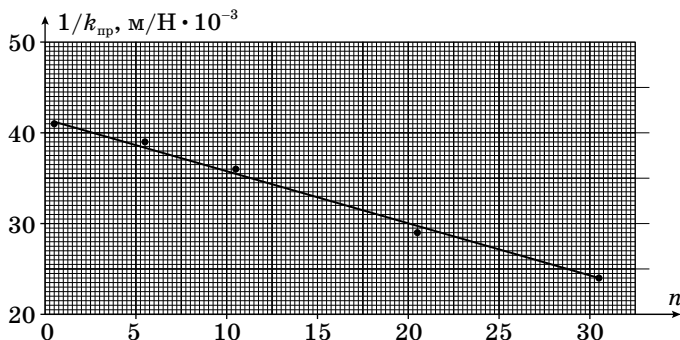
n	$k_{\text{пр}}$ Н/м	$1/k_{\text{пр}}$, м/Н $\cdot 10^{-3}$
1	24,5	41
6	25,7	39
11	27,8	36
21	34,0	29
31	42,4	24

жесткости пружины, укороченной на $n = 6$ витков $k_6 = 25,4$ Н/м.



Коэффициент жесткости пружины, состоящей из $N - n$ витков равен $k_{\text{пр}} = k_1 / (N - n)$, где k_1 – коэффициент жесткости одного витка. Откуда $1/k_{\text{пр}} = N/k_1 - n/k_1(1)$.

Ниже представлен график зависимости $1/k_{\text{пр}}$ от n , которая является линейной функцией. По наклону прямой определяем $k_1 = 1710 \text{ Н/м}$, а по пересечению прямой с вертикальной осью находим $N = 0,042k_1 = 72$ витка. Случайная погрешность определения k_1 составила 12%. Получаем $k_1 = 1710 \pm 200 \text{ Н/м}$.



Способ 2. Пусть расстояние от точки крепления пружины внутри экрана до нижнего края экрана L_0 , а выступающей из экрана части пружины L_1 . Одновременно с измерением зависимости L_1 от силы растяжения полной пружины F определяем количество витков m на длине L_1 . Из пропорции $(L_0 + L_1)/N = L_1/m$ получаем зависимость $1/m = 1/N + L_0/(L_1N)$, линейный график которой в осях $1/L_1$, $1/m$ отсекает значение $1/N$ на вертикальной оси. Для пружины, измеренной с помощью первого способа, вторым способом получен результат $N=69$. По зависимости $L_1(F)$ определяем коэффициент жесткости полной пружины $k_N = 24,5 \text{ Н/м}$, а коэффициент жесткости одного витка $k_1 = k_N N = 1690 \text{ Н/м}$.

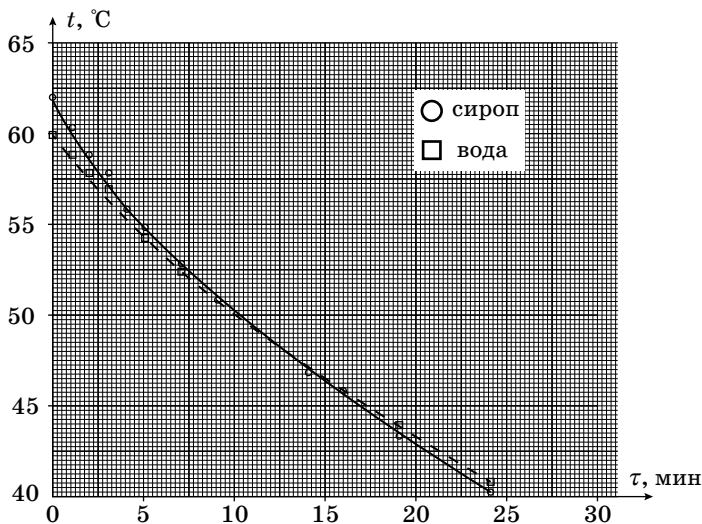
9.2. Сироп (Кармазин С.)

Определим коэффициент теплоотдачи пикнометра, заполненного водой до 50 мл. Для этого заливаем в пикнометр горячую воду, помещаем в центральную часть объема пикнометра термометр и снимаем зависимость температуры воды от времени.

$\tau, \text{мин}$	$t_{\text{в}}, \text{°C}$	$t_{\text{с}}, \text{°C}$
0	60	62
1	59	60,5
2	58	59
3	57	58
4	56	56
5	54,5	55
7	52,5	53
9	51	51
14	47	47
16	46	46
19	44	43,5
24	41	40,5

Количество теплоты ΔQ , отданное заполненным пикнометром в окружающую среду за время Δt из уравнения теплового баланса равно $\Delta Q = (c_{\text{в}} m_{\text{в}} + c_{\text{с}} m_{\text{с}}) \Delta t = \alpha (t - t_0) \Delta \tau$, где $c_{\text{в}}$ – удельная теплоемкость воды, $m_{\text{в}}$ – масса воды, $c_{\text{с}}$ – удельная теплоемкость лабораторного стекла, $m_{\text{с}}$ – масса пикнометра, t_0 – температура воздуха в комнате. Необходимость учитывать теплоемкость пикнометра при выполнении данной задачи можно будет оценить на заключительном этапе ее решения. График зависимости температуры воды от времени представлен на рисунке ниже (пунктирная линия). Для наглядности при построении графика от измеренных значений температуры вычтены 40 °C . Проведя касательную к графику, вычисляем скорость изменения температуры воды при любой интересующей нас температуре. В данном решении вычисления проводились при температуре 52 °C . Комнатная температура равнялась 20 °C . Для скорости изменения температуры пикнометра с водой получено значение $(\Delta t / \Delta \tau)_{\text{в}} = 0,017 \text{ °C/c}$, а для коэффициента $\alpha = 0,12 \text{ Вт/°C}$. Для воды:

$$\alpha = \left(\frac{\Delta t}{\Delta \tau} \right)_{\text{в}} \frac{c_{\text{в}} m_{\text{в}} + c_{\text{с}} m_{\text{с}}}{t - t_0}$$



Далее, приготовим 50%-ый раствор сахара (сироп). Для этого в стакан с «носиком» насыпем 50 г сахарного песка, а затем нальем 50 г воды. Полученную смесь тщательно перемешаем до полного растворения сахара. Перельем сироп в пикнометр до отметки 50 мл. Определим массу 50 мл раствора. Она равна $61,1 \pm 0,1$ г. Таким образом, плотность сиропа $\rho = 1,22$ г/см³.

Подогреем сироп в пикнометре до температуры на 5 – 10 °С больше, чем температура, на которой проводился расчет коэффициента теплоотдачи для чистой воды. Вновь снимаем зависимость температуры содержимого пикнометра от времени. Результаты также представлены в таблице и на графике (сплошная линия). Из графика по наклону касательной опять находим скорость остывания пикнометра с сиропом $(\Delta t / \Delta \tau)_c$ при 52 °С. Видно, что скорости остывания пикнометра с чистой водой и с сиропом практически одинаковы.

Уравнение теплового баланса для сиропа имеет вид $\Delta Q = (c_p m_p + c_c m_c) \Delta t = \alpha (t - t_0) \Delta \tau$. В случае если скорости остывания с водой и с сиропом определялись при одинаковой температуре, удельную теплоемкость сиропа находим с помощью выражения:

$$c_p m_p + c_c m_c = \frac{\alpha (t - t_0)}{\left(\frac{\Delta t}{\Delta \tau}\right)_p}$$

$$c_p m_p = \frac{\left(\frac{\Delta t}{\Delta \tau}\right)_B}{\left(\frac{\Delta t}{\Delta \tau}\right)_P} (c_B m_B + c_C m_C) - c_C m_C = c_B m_B \frac{\left(\frac{\Delta t}{\Delta \tau}\right)_B}{\left(\frac{\Delta t}{\Delta \tau}\right)_P} + c_C m_C \left(\frac{\left(\frac{\Delta t}{\Delta \tau}\right)_B}{\left(\frac{\Delta t}{\Delta \tau}\right)_P} - 1 \right)$$

Оценка показывает, что второе слагаемое, учитывающее теплоемкость стекла пикнометра, не превышает 1,5% от величины первого слагаемого. Поэтому теплоемкость пикнометра можно не учитывать.

Окончательно получаем $c_p = 3000 \pm 300$ Дж/(кг · °С). Основная погрешность обусловлена точностью нахождения скорости остывания по экспериментальной кривой графическим методом. Скорость остывания можно определить с точностью порядка 5%. Так как в окончательное выражение входит отношение двух скоростей остывания, то погрешность c_p составит 10 %.

Основное отличие экспериментально полученной теплоемкости сиропа от теплоемкости чистой воды при практически одинаковых скоростях остывания обусловлено существенным отличием массы 50 мл сиропа от массы 50 мл воды.

Задача 10.1. Мыльные пузыри (И.Иоголевич)

Возможное решение

Часть 1.

Для получения зависимости $V(t)$ будем надувать мыльные пузыри разного объема и измерять время их полного сдутия.

Для начала подготовим рабочее место. Чтобы пузыри дольше жили и имели форму полусферы, смочим пленку мыльным раствором. Чтобы не занимать руки, запустим секундомер и положим его на стол рядом с пленкой. Для надувания пузыря присоединим трубку к шприцу и наберем в шприц необходимый объем воздуха, затем обмакнем второй конец трубки в мыльный раствор. Выдувая весь воздух из шприца, сформируем на пленке пузырь. Дождавшись, когда секундомер будет показывать удобное для отсчета время, запоем его и быстро отсоединим шприц от трубки. Дождемся полного сдувания пузыря, глядя при этом и на пузырь, и на секундомер. Запишем разность показаний секундомера в момент исчезновения пузыря и в начальный момент. Измерения выполним с шагом в 5 мл и для каждого объема пузыря проведем повторный опыт, затем усредним время.

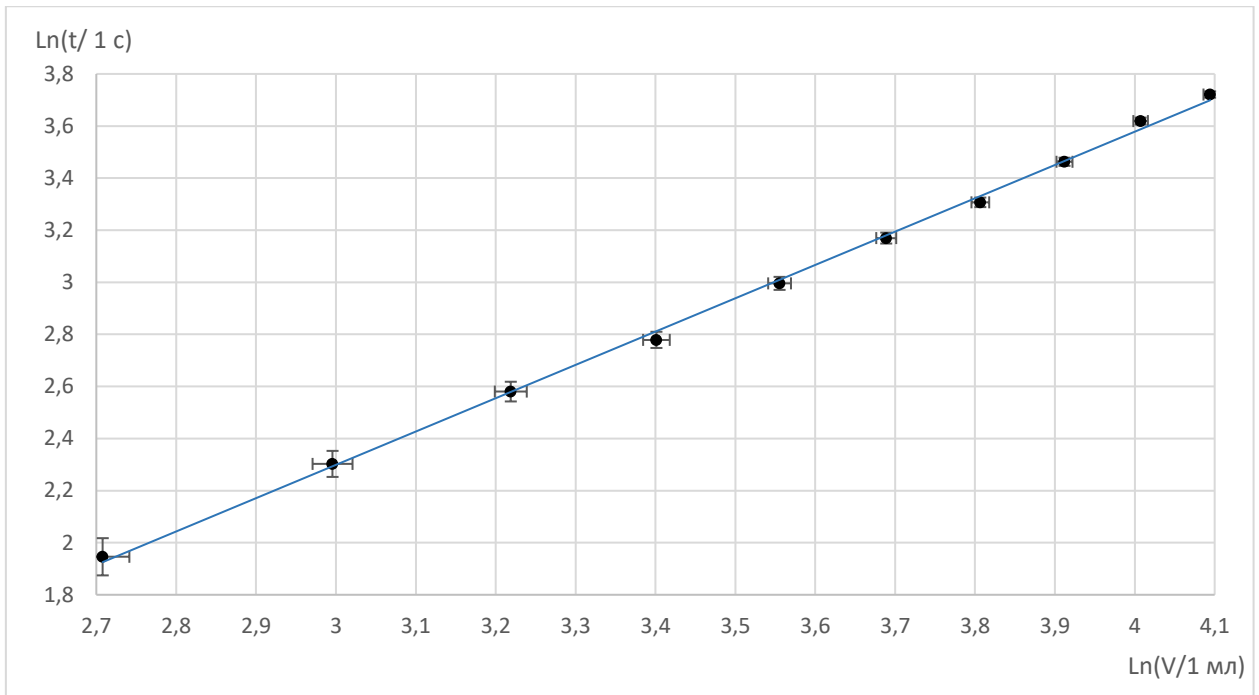
Заметим, что объем пузыря с большой точностью равен начальному объему воздуха в шприце, так как давление воздуха в пузыре отличается от атмосферного на единицы Паскалей. (Это можно подтвердить, получив значение B в конце эксперимента).

№	V, мл	t ₁ , с	t ₂ , с	t _{ср} , с	ln(V/1 мл)	ln(t/1 с)
1	60	40,8	41,8	41,3	4,09	3,72
2	55	37,0	37,6	37,3	4,01	3,62
3	50	31,3	32,5	31,9	3,91	3,46
4	45	26,5	28,1	27,3	3,81	3,31
5	40	23,6	24,0	23,8	3,69	3,17
6	35	19,6	20,4	20,0	3,56	3,00
7	30	15,7	16,5	16,1	3,40	2,78
8	25	13,0	13,4	13,2	3,22	2,58
9	20	9,8	10,2	10,0	3,00	2,30
10	15	6,8	7,2	7,0	2,71	1,95

Для определения показателя степени n воспользуемся графиком в логарифмах:

$$\ln(t) = \ln(\alpha) + n \cdot \ln(V)$$

Построим график и по угловому коэффициенту определим n .



$$n = 1,28 \pm 0,04$$

Часть №2.

Для второй части работы нам требуется определить внутренний радиус трубки. Для этого наберем в шприц мыльный раствор и аккуратно выдавим в трубку 10 мл раствора так, чтобы не образовывались пузыри. С помощью миллиметровки измерим длину части трубки, заполненной мыльным раствором.

$$V_p = 10 \text{ мл}, L_p = 72,0 \text{ см}, r = \sqrt{\frac{V_p}{\pi L_p}} = (2,1 \pm 0,1) \text{ мм}$$

$$\varepsilon r = \frac{1}{2} (\varepsilon V_p + \varepsilon L_p) = \frac{1}{2} (0,1 + 0,01) = 0,06$$

Теперь нам необходимо определить мгновенный расход воздуха при объеме пузыря в 50 мл. Сразу отметим, что средний расход за все время сдувания пузыря объемом 50 мл не равен мгновенному. Наиболее точно можно определить мгновенный расход из теоретической зависимости $t(V)$. Рассмотрим время сдувания пузыря от объема V и от объема $V+dV$, где $dV \ll V$.

$$\begin{cases} t = \alpha V^n \\ t + dt = \alpha (V + dV)^n \end{cases}$$

$$dt = \alpha V^n \left(\left(1 + \frac{dV}{V} \right)^n - 1 \right) = t \left(\left(1 + \frac{dV}{V} \right)^n - 1 \right) = t \cdot n \frac{dV}{V} \Rightarrow Q_{\text{мгн}} = \frac{dV}{dt} = \frac{V}{tn}$$

Тогда мгновенный расход для пузыря объемом 50 мл $Q = 1,22 \text{ см}^3/\text{с}$.

Скорость воздуха в трубке $v = \frac{Q}{\pi r^2}$.

Число Рейнольдса $Re = \frac{\rho Q}{\pi r \eta} = 12 \pm 2$.

$$\varepsilon Re = \varepsilon \rho + \varepsilon V + \varepsilon t + \varepsilon n + \varepsilon r + \varepsilon \eta = 0,04 + 0,02 + 0,015 + 0,03 + 0,06 + 0,03 = 0,2$$

Можно сделать вывод, что течение воздуха является ламинарным.

Часть 3.

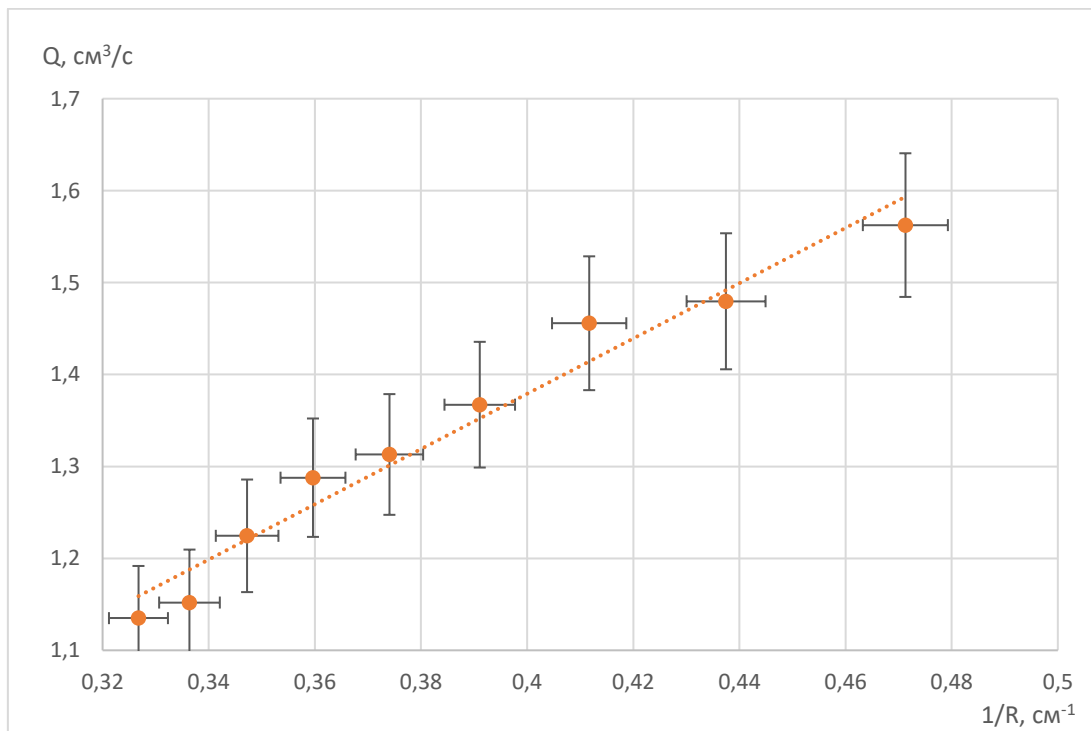
$$Q = \frac{\pi r^4 \Delta p}{8 \eta l} = \frac{\pi r^4 \sigma}{2 \eta l R}$$

Длину трубки измерим с помощью миллиметровки $l = (101 \pm 1)$ см.

Для более точного нахождения коэффициента поверхностного натяжения построим график $Q(1/R)$.

Радиус пузыря рассчитаем из его объема, считая пузырь полусферой. Рассмотрим силы, действующие на участок пузыря в месте соприкосновения с пластиковой пленкой. Так как поверхность пластика смочена мыльным раствором, то на участок пузыря со стороны мыльного раствора, расположенного внутри пузыря и снаружи, действуют одинаковые силы. Значит, поверхность пузыря перпендикулярна пластиковой пленке.

№	V, мл	1/R, см ⁻¹	Q, см ³ /с
1	60	0,327	1,13
2	55	0,336	1,15
3	50	0,347	1,22
4	45	0,360	1,29
5	40	0,374	1,31
6	35	0,391	1,37
7	30	0,412	1,46
8	25	0,437	1,48
9	20	0,471	1,56



Из графика определяем угловой коэффициент и по нему вычисляем $\sigma = (18 \pm 6)$ мН/м.

$$\varepsilon\sigma = \varepsilon k + 4\varepsilon r = 0,33$$

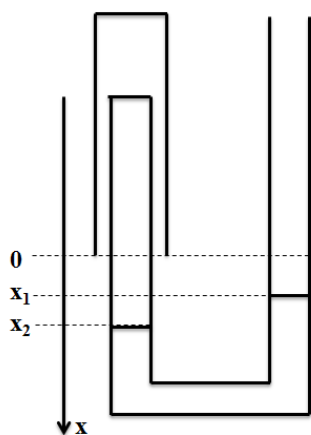
Более правильная оценка погрешности: $\varepsilon\sigma = \sqrt{(\varepsilon k)^2 + (4\varepsilon r)^2} = 0,25$

Критерии оценивания

№	Описание критерия	Балл
1	Количество измерений $t(V) \geq 5$ и измерения правдоподобны	1
2	Повторные измерения (не менее 2-х измерений для одного V) с последующим усреднением (для всех точек) - 1 балл. Если не для всех точек, то 0,5 балла	1 или 0,5
3	Объем пузыря измеряется шприцом	1
4*	Идея использования логарифма или угадал показатель степени 4/3 (с последующим подтверждением графиком)	1
	Качество построения графика (в логарифмах или от степени 4/3): оси+подписи, масштаб, точки, прямая	0,25*4
5	Результат для n (оценивается, если п.4 > 0 баллов или если n считается по 2-м точкам) (1,24 - 1,36) или (1,18 - 1,42)	2 или 1
6	Метод определения радиуса трубки через наливание (если диаметр измеряли миллиметровкой, то 0 баллов за весь пункт)	0,5
	Значение радиуса трубки (при хорошем методе) (0,16 - 0,26) см	0,5
7	Метод обработки для Q мгновенное	
	Через дифференцирование $t(V)$	2
	Через средний расход при $\Delta V = (3-5)$ мл или через касательные к графику $t(V)$	1
	Через средний расход при $\Delta V < 3$ мл или $\Delta V > 5$ мл	0
8	При использовании среднего расхода (за все время сдувания) вместо мгновенного расхода	0
8	Значение Re (7 - 22) (оценивается, если п. 7 > 0)	1
9	Погрешность Re около 20% (оценивается, если п. 7 > 0)	0,5
10	Метод получения сигма	
	По графику мгновенного расхода (посчитанного через производную) от 1/R или по 1 точке через интегрирование	2
	По одной точке по данным из п. 2 или по графику со средними расходами	1
	При использовании среднего расхода (за все время сдувания) вместо мгновенного расхода	0
11	Значение сигма (оценивается, если п. 10 > 0) (14 - 26) мН/м или (8-32) мН/м	1 или 0,5
12	Погрешность сигма около 40% (оценивается, если п. 10 > 0)	0,5

* Если показатель степени n определялся по двум точкам, то за пункт 4 ставилось 0 баллов. Если вычислялся набор значений n по различным парам точек с последующим усреднением, то п. 4 - 1 балл.

Задача 10.2. Вода и воздух (И. Воробьев)



Введем ось координат x так, как показано на рисунке (нулевое значение x на краю оболочки). Обозначим x_{10} и x_{20} начальные координаты поверхности воды в правом и левом сосудах соответственно. Будем доливать воду в правое колено и следить за изменением уровня воды в правом и левом коленах, т.е. координат x_1 и x_2 . Тогда из закона Бойля-Марриотта получаем, что $H(p_0 + \rho g(x_{20} - x_{10})) = (H - (x_{20} - x_2))(p_0 + \rho g(x_2 - x_1))$, откуда

$$\frac{\rho g H}{p_0} = \frac{\Delta x_2}{\Delta x_1 - \Delta x_2} \left(1 + \frac{\rho g(x_2 - x_1)}{p_0} \right), \quad (1)$$

где $\Delta x_1 = x_{10} - x_1$, а $\Delta x_2 = x_{20} - x_2$. В табл. 1 представлены

результаты измерений.

№	x_1 , см	x_2 , см	Δx_1 , см	Δx_2 , см	$\Delta x_1 - \Delta x_2$, см	$\Delta x_2 / (\Delta x_1 - \Delta x_2)$
0	34.4	33				
1	27.6	31.8	6.8	1.2	5.6	0.21428571
2	21.5	31.3	12.9	1.7	11.2	0.15178571
3	15.5	30.6	18.9	2.4	16.5	0.14545455
4	7.9	29.9	26.5	3.1	23.4	0.13247863
5	-0.5	29.3	34.9	3.7	31.2	0.11858974
6	-8	28.6	42.4	4.4	38	0.11578947
7	-15.9	27.8	50.3	5.2	45.1	0.11529933
8	-24.1	27.1	58.5	5.9	52.6	0.1121673
9	-32	26.4	66.4	6.6	59.8	0.11036789
10	-40.1	25.7	74.5	7.3	67.2	0.10863095
11	-48	25	82.4	8	74.4	0.10752688
12	-56.3	24.3	90.7	8.7	82	0.10609756
13	-64.2	23.7	98.6	9.3	89.3	0.10414334
14	-72.2	23.1	106.6	9.9	96.7	0.10237849
15	-79.6	22.5	114	10.5	103.5	0.10144928
16	-87.9	21.8	122.3	11.2	111.1	0.10081008

Проанализируем уравнение (1). В левой части равенства стоит постоянная величина $\frac{\rho g H}{p_0}$.

При малом значении $x_2 - x_1$ второе слагаемое в скобках много меньше единицы и $\frac{\rho g H}{p_0} = \frac{\Delta x_2}{\Delta x_1 - \Delta x_2}$. Выберем такие измерения, при которых $\frac{\Delta x_2}{\Delta x_1 - \Delta x_2}$ остается постоянной, при этом так, чтобы относительная погрешность измерения расстояний была как можно меньше. Усредняя результаты измерений 5-9 получаем, что $\frac{\rho g H}{p_0} = 0,11$. Основной вклад в погрешность дает $\frac{\rho g(x_2 - x_1)}{p_0} < 5 \cdot 10^{-2}$, т.е. относительная погрешность примерно равна 3%.

Для измерения атмосферного давления проведем следующий эксперимент. Закачаем в тонкую трубку, расположенную горизонтально, некоторое количество воды так, чтобы она заполнила трубку от одного конца до середины. Измерим длину воздушного столбика h_0 . Заткнем другой конец трубки пальцем и расположим трубку вертикально водяным столбиком вниз. В этом случае объем воздуха увеличится и из закона Бойля-Марриотта мы получаем, что

$$p_0 = \rho g l \frac{h}{h - h_0},$$

где l - высота столбика воды, а h высота воздушного столбика в вертикальном положении. Проводя несколько измерений и усредняя их мы получаем, что атмосферное давление воды равно 1020 ± 50 см. вод. ст. Основную погрешность вносит измерение $h - h_0 = 2$ см, при инструментальной погрешности 1 мм.

Из предыдущих двух пунктов можно получить, что $L = H - x =$ равна 79 ± 4 см.

Измерение H/p_0		
1	Теория. Получена формула через измеримые величины, позволяющая найти H/p_0 и описана методика проведения эксперимента.	1,5
2	Сделано приближение, позволяющее получить линейную зависимость	1
3	Таблица измерений Число точек: ≥ 5 точек – 1 балл 3–4 точки – 0,5 балла Диапазон точек: Диапазон x_2 больше 5 см – 1 балл Диапазон x_2 больше 3 см – 0,5 балла	2
4	Обработка: усреднение или график	1
5	Результат $\frac{H}{p_0} = \frac{L+x}{p_0}$, где L – данные каждой установки из таблицы, x – данные из работы, $p_0 = 1027$ см.в.ст. Попадает в 10% - 1 балл Попадает в 20% - 0,5 балла	1
6	Погрешность	1
Нахождение атмосферного давления		
7	Теория. Описан метод измерения, получена формула через измеримые величины. Предложен метод с погрешностью сопоставимой с авторским решением – 1, 5 балла. <i>Если давление находится из решения системы уравнений п.1 – 0,5 балла (в этом случае п. 8, 9, 10 – 0 баллов)</i>	1,5
8	Измерения. Число измерений ≥ 3 – 1 балл 1-2 измерения – 0,5 балла Измерения дают погрешность 10% - 1 балл измерения дают погрешность 20% - 0,5 балла	2
9	Обработка: усреднение или график	1

10	Результат $p_0 = 1027$ см. в. ст. Попадание в 10% - 1 балл Попадание в 20% - 0,5 балла	1
11	Погрешность	1
Нахождение длины L		
12	Результат L попадает в ворота 10%	0, 5
13	Погрешность	0, 5

Если нет верного ответа на 1 или 2 пункт задачи, то 3 пункт задачи не оценивается

Если не записан номер установки или не указано значение x , то пп. 5 и 12 не оцениваются

Задача 11-Е1. Температура Кюри неодимового магнита.

Чтобы измерить температуру Кюри неодимового магнита, соберем установку, как показано на Рис. 1. Обмотаем термопару фольгой, чтобы обеспечить хороший тепловой контакт, и зажем крокодилом.



Рис. 1. Схема установки для измерения температуры Кюри неодимового магнита.

Прикрепим маленький неодимовый магнит к крокодилу вблизи спая термопары. Будем нагревать крокодил свечой с противоположной стороны, чтобы нагрев происходил достаточно медленно и температура успевала установиться. При достижении температуры Кюри магнит размагнитится, перестанет притягиваться к крокодилу и упадет. Повторим эксперимент несколько раз, чтобы определить температуру Кюри с большей точностью. В таблице приведены значения температуры, измеренные на трёх разных экспериментальных установках.

	Установка 1	Установка 2	Установка 3
Эксперимент 1	245	270	247
Эксперимент 2	260	250	255
Эксперимент 3	250	246	240
Эксперимент 4	252	255	254
Эксперимент 5	258	260	262
T_C	253	256	252
ΔT_C	3	4	4

T_C рассчитывается как среднее арифметическое, ΔT_C по формуле для случайной погрешности

$$\Delta T_C = \sqrt{\frac{\sum_i (T_i - T_C)^2}{N(N-1)}}$$

где N – количество измерений.

С учетом всех проведенных экспериментов, $T_C = 253 \pm 2^\circ\text{C}$

Задание 2. Температура Кюри гадолиния.

Закон Кюри-Вейса:

$$\chi = \frac{C}{T - T_C}$$

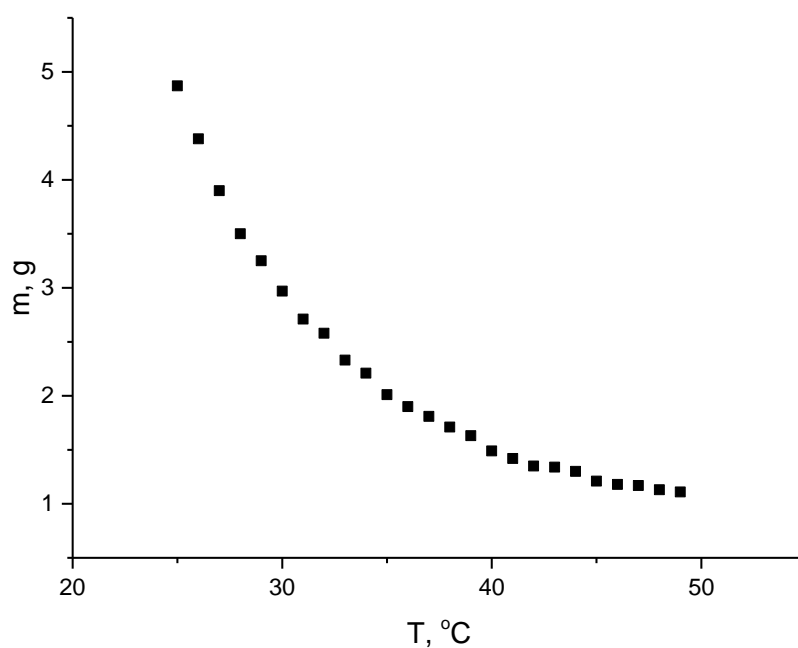
Так как $p_m \propto \chi$ и сила F , действующая на образец гадолиния в магнитном поле, пропорциональна p_m , то $F \propto \frac{1}{T - T_C}$.

Соберём установку, как показано на Рис. 2. Большой неодимовый магнит, прикрепленный к подставке, положим на весы. Предварительно тарировав весы, поместим над магнитом алюминиевую подставку с отверстием и поставим на неё сосуд с образцом гадолиния на дне. Зальем немного горячей воды и будем опускать её температуру до комнатной, добавляя холодную воду. Температуру воду будем изменять термпарой, закрепив провод прищепкой на краю стакана. Масса, показываемая весами, пропорциональна силе, действующей на образец гадолиния.

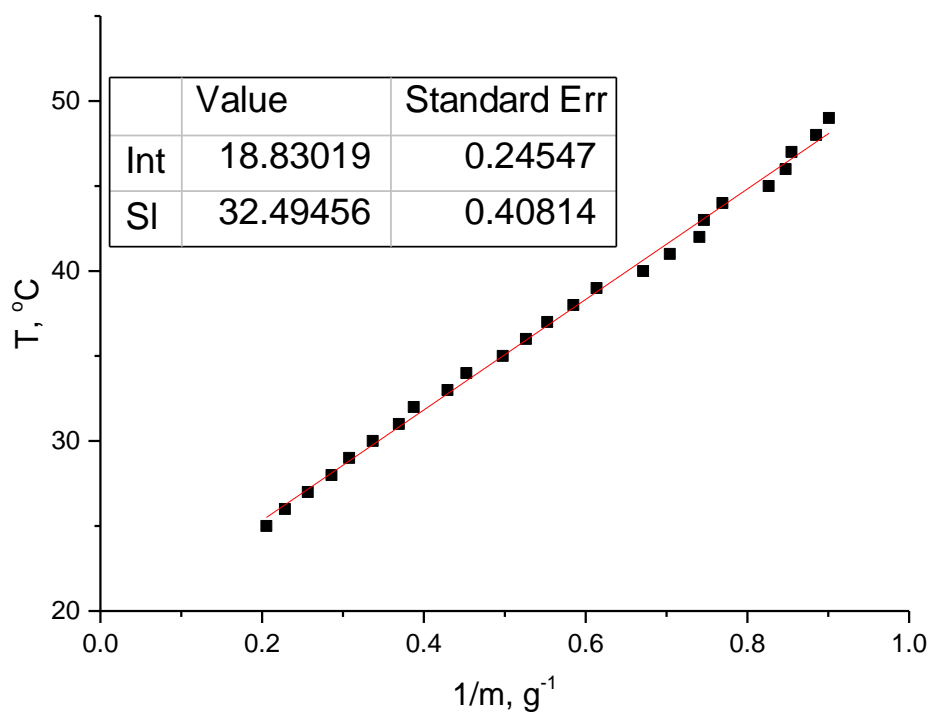


Рис. 2. Фотография экспериментальной установки для выполнения задания 2.

Измеренная зависимость массы, показываемой весами, от температуры воды показана на графике.



Чтобы определить, в каком диапазоне выполняется закон Кюри-Вейса и вычислить температуру Кюри, нужно построить график зависимости $1/m$ от T .



Отклонения от закона Кюри-Вейча нельзя признать существенными во всем измеренном диапазоне температур. Температура Кюри соответствует пересечению с осью температуры. Используя МНК, получаем

$$T_C = 18.8 \pm 0.2^\circ\text{C}$$

Задача 11-Е2. Двулучепреломление в скотче

1. Разрешенные направления поляризаторов образуют угол 45 градусов с горизонталью. Это позволяет расположить поляризаторы так, чтобы их разрешенные направления были параллельны или перпендикулярны. Закрепим полоску скотча в установке для растяжения, поместим между скрещенными поляризаторами, будем растягивать и наблюдать глазом. При растяжении скотча мы видим изменение интенсивности и цвета (Рис. 1).



Рис. 1. Наблюдение глазом скотча, растянутого между скрещенными поляризаторами.

Нерастянутый скотч выглядит желтым. При растяжении примерно в 1,5 раза наблюдается минимум интенсивности, никакие длины волн не проходят. При дальнейшем растяжении мы наблюдаем изменение светов: желтый, красный, синий, зелёный. Для получения максимального балла за этот пункт, участники должны были заметить 2 особенности: 1) при некотором растяжении свет не проходит 2) при дальнейшем растяжении наблюдается изменение цвета. Заметив эти особенности, можно ответить на вопрос пункта 4.



Рис. 2. Наблюдение глазом скотча между скрещенными поляризаторами при последовательном растяжении.

2. Будем растягивать скотч и измерять длину и ширину. Чтобы на измерения не влияла ближайшая к зажиму область, нарисуем на скотче фломастером две полосы и будем измерять расстояние между ними. Ширину скотча измеряем в середине растягиваемой полоски. Измеренные данные приведены в таблице. Толщина скотча рассчитана в предположении, что плотность скотча постоянна.

Длина L скотча, мм	Погрешность длины, мм	Ширина h скотча, мм	Погрешность ширины, мм	Толщина d скотча, мкм	Погрешность толщины, мкм
48	2	19	0,5	25,0	0
59	2	16,5	0,5	23,4	1,2
67	2	14,5	0,5	23,5	1,1
75	3	13	0,5	23,4	1,1
81	3	12	0,5	23,5	1,3
89	3	10,5	0,5	24,4	1,4

Погрешность толщины определяется по формуле:

$$\frac{\Delta d}{d} = \sqrt{\left(\frac{\Delta h}{h}\right)^2 + \left(\frac{\Delta L}{L}\right)^2}$$

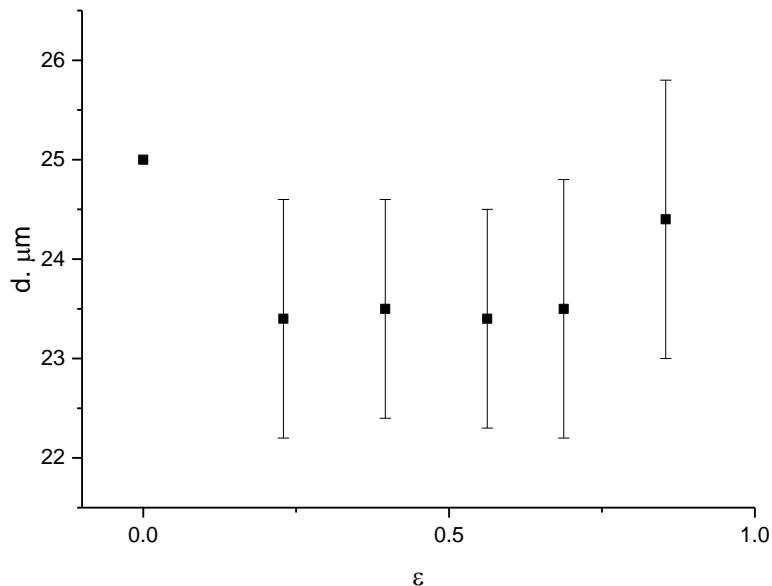


Рис. 2. График зависимости толщины скотча от его относительного удлинения.

Изменение толщины скотча при растяжении лежит в пределах погрешности измерений. В следующих пунктах будем считать, что толщина постоянна (такое указание дано в условии).

3. Расположим новую полоску скотча между скрещенными поляризаторами, будем светить лазером и измерять фотодиодом интенсивность прошедшего света. Собранный установка показана на фотографии (Рис. 3).

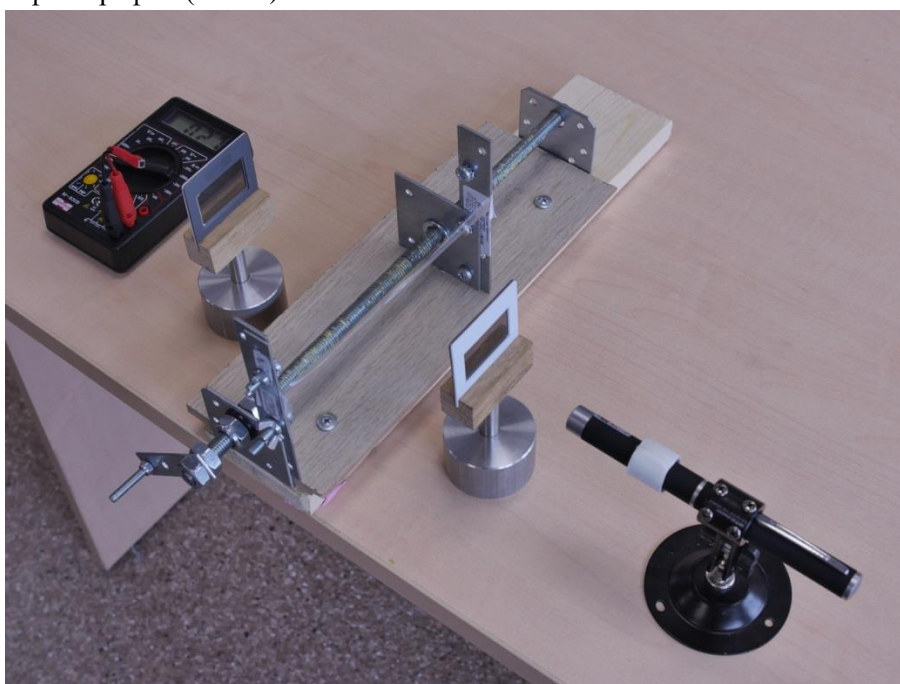


Рис. 3 Фотография установки для измерения интенсивности света лазера, прошедшего через скотч, расположенный между скрещенными поляризаторами.

Измеренная зависимость интенсивности прошедшего света от относительно удлинения полоски скотча показана на графике (Рис. 4). На измеренной зависимости видны два максимума и два минимума интенсивности.

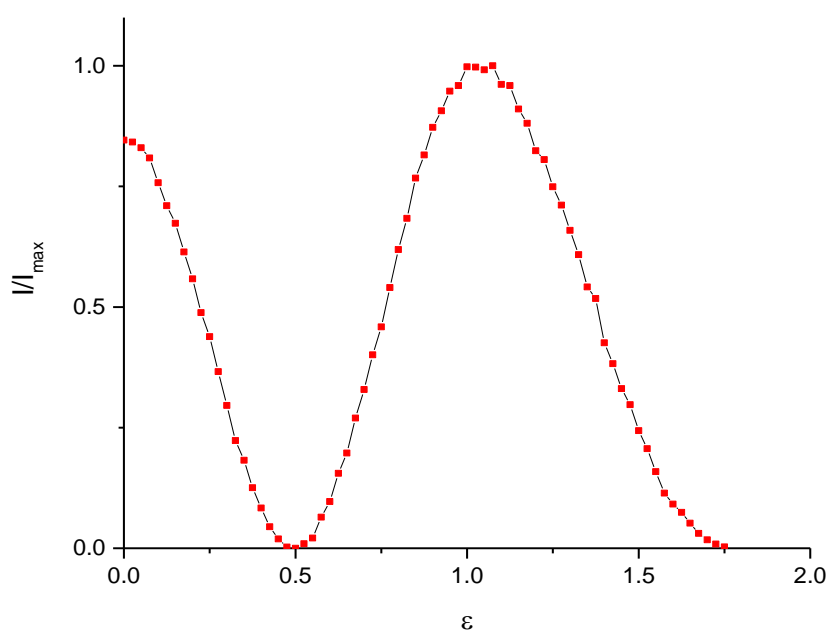


Рис. 4. Полоска скотча располагается между скрещенными поляризаторами и растягивается. На графике показана зависимость интенсивности прошедшего света красного лазера от относительного удлинения полоски скотча.

4. Вспомним, что мы видели глазом во время выполнения задания пункта 1, когда растягивали скотч, расположенный между скрещенными поляризаторами, и сопоставим эти наблюдения с лазерными измерениями, проведенными во время выполнения задания пункта 3. В первом минимуме глазом мы видим темноту, а во втором – изменение цвета. Первый минимум является минимумом для всех длин волн, а второй только для красного цвета, минимумы для других длин волн появляются при других растяжениях. Дополнительная разность фаз, появляющаяся при прохождении скотча между волнами с разной поляризацией, зависит от длины волны в соответствии с формулой

$$\Delta\varphi = 2\pi d \frac{\Delta n}{\lambda}$$

Положение минимума не зависит от длины волны, только если $\Delta\varphi = 0$. Следовательно, $\Delta\varphi = 0$ при растяжении, соответствующем первому минимуму.

5. Чтобы получить зависимость Δn от ε , нужно использовать зависимость интенсивности пропускания от растяжения для красного лазера, измеренную в пункте 3. Из условия $I = I_0 \sin^2 \frac{\Delta\varphi}{2}$ разность фаз находится неоднозначно, нужно правильно выбрать корень на каждом участке. Учтем, что первый минимум соответствует разности фаз $\Delta\varphi = 0$. Зависимость разности фаз от относительного растяжения показана на Рис. 5.

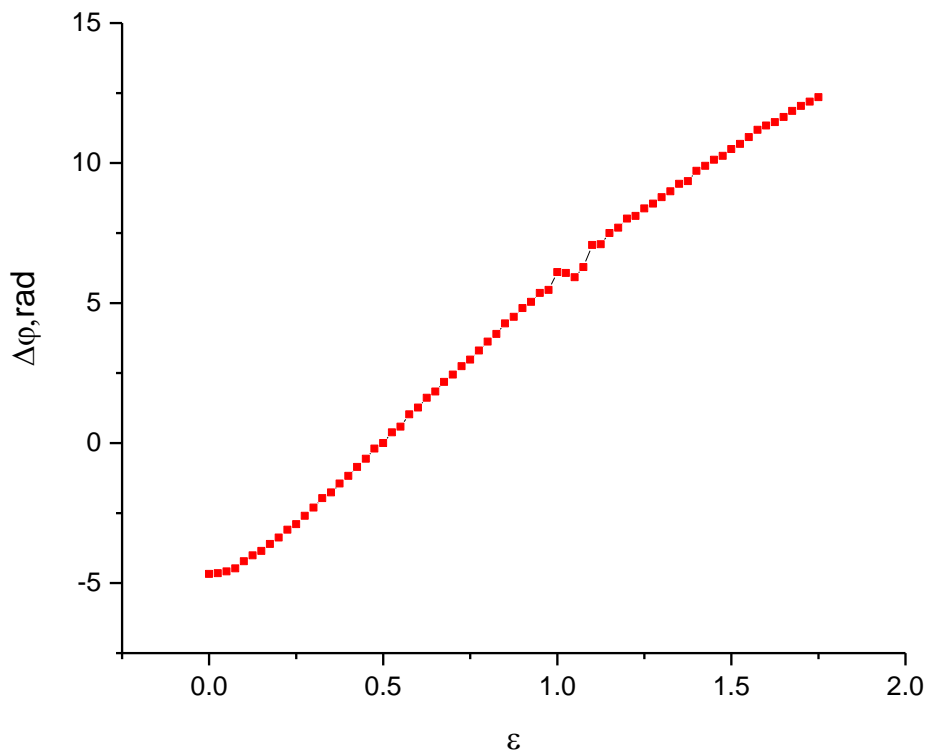


Рис. 5. Зависимость разности фаз $\Delta\varphi$ между волнами разных поляризаций от относительного удлинения ε скотча.

Отсюда получаем зависимость Δn от ε , используя формулу, связывающую Δn и $\Delta\varphi$, данную в условии. График зависимости Δn от ε показан на Рис. 6. $A = 0.023$, $B = 0.011$

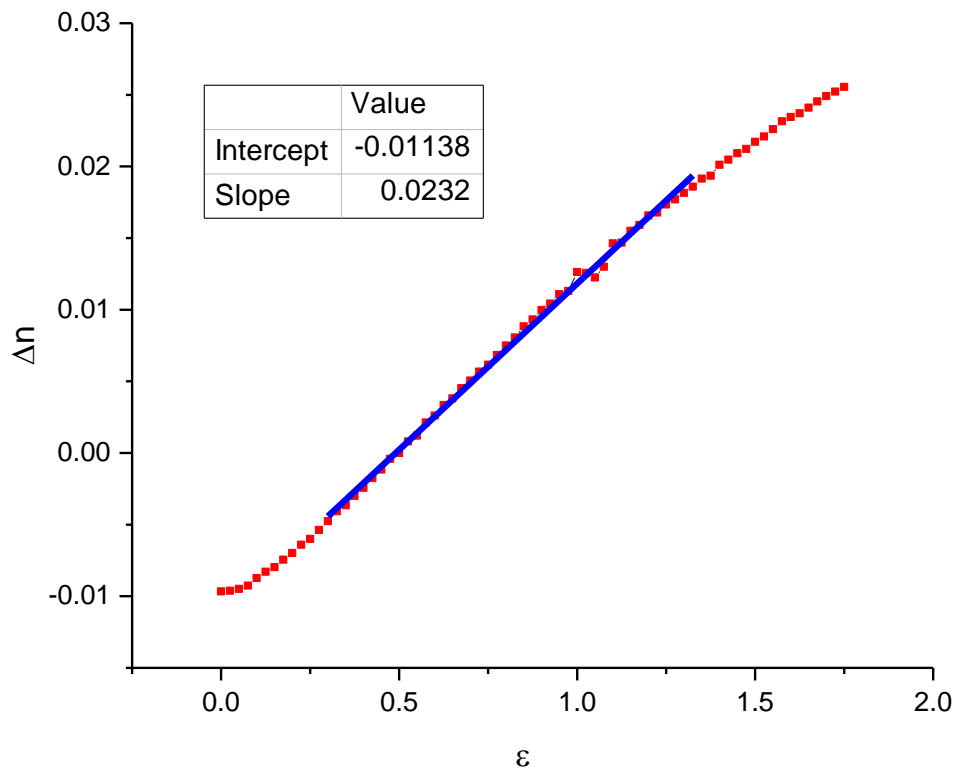


Рис. 6. Зависимость разности показателей преломления Δn от относительно удлинения скотча ε .

Идея этой задачи была предложена Виталием Костаревым. Разработкой этой задачи занимались Виталий Костарев, Алексей Ноян и Александр Киселев.

Если вы хотите обсудить копирование этой задачи целиком или отдельных частей экспериментальной установки, я буду рад ответить на ваши вопросы (noyan@phystech.edu).

Критерии оценивания экспериментальных заданий

Задание 11.1. Температура Кюри

- 1) Нагревание магнита до тех пор, пока он не потеряет магнитные свойства, с отслеживанием его температуры в этом процессе
(проверка магнитных свойств постфактум – 0,5 балла) 1,5 балла
- 2) Обеспечение надежности измерения температуры, включая использование фольги для выравнивания температуры магнита и термопары, а также косвенный нагрев магнита (обеспечение только одного из этих двух условий — 0,5 балла) 1,5 балла
- 3) Сделано не менее 7 измерений 1,5 балла
(5-6 точек – 1 балл; 3-4 точки – 0,5 балла)
- 4) Результат в диапазоне 235-265 °С (508-538 К) 2 балла
(225-270 °С — 1,5 балла) (498-543 К)
(210-275 °С — 1 балл) (483-548 К)
(200-280 °С — 0,5 балла) (473-553 К)
- 5) Расчёт погрешности 0,5 балла
- 6) Методика измерения магнитной восприимчивости гадолиния 1 балл
- 7) Сделано
не менее 7 измерений 1,5 балла
(5-6 точек — 0,8 балла)
- 8) Линеаризация $1/F(T)$ и график, сделан вывод о применимости закона Кюри-Вейса 2 балла
(алгебраический вывод — 0,5 балла)
- 9) Оформление графика 0,5 балла
- 10) Определена T_c гадолиния из графика 1 балл
(определена алгебраически — 0,5 балла)
- 11) Результат в диапазоне 16-20 °С (289-293 К) 1,5 балла
(14-22 °С — 1 балл) (287-295 К)
(12-24 °С — 0,5 балла) (285-297 К)
- 12) Расчёт погрешности T_c 0,5 балла

Задание 11.2. Двухлучепреломление в скотче

1.1	Описано изменение цвета в зависимости от ε (если изменение $\varepsilon < 1$, ставится 0,3)	0,5 балла
1.2	Описано изменение интенсивности в зависимости от ε (если изменение $\varepsilon < 1$, ставится 0,3)	0,5 балла
2.1	Идея измерения ширины скотча	0,6 баллов
2.2	Идея измерения однородного по ширине участка	0,4 балла
2.3	Точки. Если ≥ 5 точек	1 балл
	Если < 5 точек	0 баллов
2.4	График: точки	0,3 балла
	оси	0,1 балла
	масштаб	0,1 балла
	единицы измерения	0,1 балла
	погрешности	0,4 балла
3.1	Указаны условные единицы для I	0,1 балла
3.2	Диапазон изменения ε : $\varepsilon < 0,5$	0,0 баллов
	$0,5 \leq \varepsilon < 1,0$	0,5 баллов
	$1,0 \leq \varepsilon$	1,0 балл
3.3	Точки (k): $k < 10$	0,0 баллов
	$10 \leq k < 15$	1,0 балл
	$15 \leq k < 20$	1,5 балл
	$20 \leq k$	2,0 балл
3.4	Проведено исследование экстремумов	0,4 балла
3.5	Экстремумы: указан 1 экстремум	0,5 балла
	указан 2 экстремума	1,0 балл
	указан 3 экстремума	1,5 балл
4.1	Правильный ответ при наличии частично правильного решения (есть рассуждения об отсутствии зависимости $\Delta\varphi$ от λ , со ссылкой на пункт 1)	1,0 балл
	правильный ответ и правильные рассуждения	2,0 балла
5.1	Таблица $\Delta n(\varepsilon)$	0,3 балла

5.2	График: точки		0,4 балла
	оси		0,1 балла
	масштаб		0,1 балла
	единицы измерения		0,1 балла
5.3	Обработка по точкам (k):	$2 \geq k$	0,3 балла
		$5 \geq k > 2$	0,5 баллов
		$k > 5$	1,0 балл
5.4	Значение $0,005 \leq A \leq 0,030$		0,5 балла
	Значение $0,003 \leq B \leq 0,015$		0,5 балла



**Всероссийская олимпиада по физике
имени Дж. К. Максвелла**

Заключительный этап
Теоретический тур

Сочи, Сириус, 2018

Комплект задач подготовлен Центральной предметно-методической комиссией по физике Всероссийской олимпиады школьников

Авторы задач

7 класс

1. Киреев А.
2. Юдин И.
3. Киреев А.
4. Замятнин М.

8 класс

1. Сеитов А.
2. Замятнин М.
3. Сеитов А.
4. Подolyako Е.

Общая редакция – Замятнин М., Слободянин В.
Верстка – Зикрацкий Г., Елисеев М.

354349, Краснодарский край, г. Сочи
Образовательный центр «Сириус»

7 КЛАСС

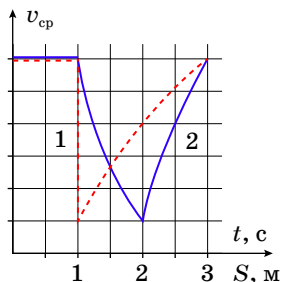
7.1 Пробка

На дороге длиной $L = 50$ км между городами A и B образовалась автомобильная пробка протяженностью $l = 10$ км. От города A до пробки машины едут со скоростью $v_1 = 50$ км/ч при плотности потока $\lambda_1 = 55$ авто/км, в пробке – с некоторой скоростью v при плотности потока $\lambda = 220$ авто/км, а после пробки – со скоростью $v_2 = 100$ км/ч при плотности потока $\lambda_2 = 30$ авто/км. При условии, что протяженность пробки не меняется, определите:

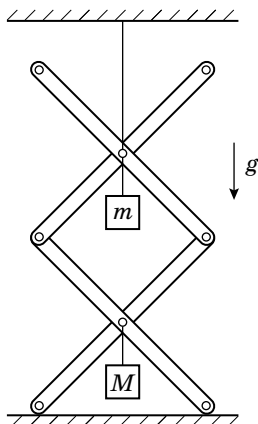
1. С какой скоростью u и в каком направлении смещается пробка?
2. С какой скоростью v едут автомобили в пробке?
3. За какое время τ доедет автомобиль из города A до города B , если в момент его старта, пробка находилась посередине между городами?

7.2 Назойливая муха

По кухне летала назойливая муха, и теоретик Баг решил построить зависимость ее средней скорости и от времени, и от пути на одном графике, отложив по вертикальной оси среднюю скорость, а по горизонтальной – путь и время. Но назойливая муха помешала оцифровать деления на оси скорости. Известно, что за время наблюдения муха меняла свою скорость почти мгновенно и только два раза.



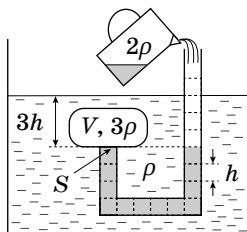
1. Определите какая линия относится к зависимости средней скорости от времени, а какая к зависимости средней скорости от пути.
2. Восстановите оцифровку делений оси средней скорости.
3. Постройте график зависимости скорости мухи от времени.



7.3 Шарниры

Шарнирная конструкция, состоящая из четырех легких одинаковых стержней, удерживается нитью, привязанной к потолку, и опирается на гладкую горизонтальную поверхность. Если к шарнирам, соединяющим центры стержней, подвесить грузы массой m и M , как показано на рисунке, сила натяжения нити окажется равной $T_1 = 30$ Н. При уменьшении массы верхнего груза вдвое, сила натяжения верхней нити уменьшится до $T_2 = 20$ Н. Определите массы грузов m и M и силы реакции N , действующие на стержни со стороны горизонтальной поверхности.

Ускорение свободного падения $g = 10$ Н/кг. Трением в шарнирах можно пренебречь.



7.4 Долив

В жидкость с плотностью ρ полностью погружено однородное тело, симметрично закрывающее изогнутую трубку с площадью поперечного сечения $S = 10$ см². Высота одной секции трубки равна $h = 4$ см, а расстояние от короткого конца трубки до поверхности жидкости составляет $3h$. Объем тела $V = 2hS$. Какой минимальный объем жидкости плотности 2ρ надо долить в трубку, чтобы тело оторвалось от трубки? Плотность тела в три раза больше плотности жидкости ρ . Изначально трубка заполнена жидкостью плотностью 2ρ до высоты $4h$.

РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Задача 7.1

На некотором участке автомобили движутся со скоростью v_0 и одинаковой плотностью потока λ_0 . Через произвольную границу на этом участке в единицу времени проезжает $v_0\lambda_0$ автомобилей.

Так как протяженность пробки постоянна, то «хвост» и «голова» движутся с одинаковой скоростью u . Предположим, что автомобильная пробка движется в направлении от города B к городу A . Перейдем в систему отсчёта, движущуюся со скоростью u , равной скорости движения пробки. Тогда автомобили приближаются к «хвосту» пробки со скоростью $v_1 + u$, удаляются от «головы» пробки со скоростью $v_2 + u$, а в пробке они движутся со скоростью $v + u$.

Количество автомобилей, пересекающих границу пробки на «хвосте» в единицу времени:

$$\lambda_1(v_1 + u) = \lambda(v + u) \quad (1)$$

Количество автомобилей, пересекающих границу пробки в «голове» в единицу времени:

$$\lambda_2(v_2 + u) = \lambda(v + u) \quad (2)$$

Решая систему уравнений (1) – (2), получаем:

$$u = \frac{\lambda_2 v_2 - \lambda_1 v_1}{\lambda_1 - \lambda_2} = 10 \text{ км/ч,}$$

$$v = \frac{\lambda_1(\lambda - \lambda_2)v_1 - \lambda_2(\lambda - \lambda_1)v_2}{\lambda(\lambda_1 - \lambda_2)} = 5 \text{ км/ч.}$$

Так как $u > 0$, предположение о направлении движения пробки верно. Автомобилю, чтобы попасть в город B из города A потребуется время $\tau = \tau_1 + \tau_2 + \tau_3$, где τ_1 – время движения с момента выезда из города A до попадания в пробку, τ_2 – время движения в пробке, τ_3 – время движения с момента выезда из пробки до прибытия в город B .

$$\tau_1 = \frac{L - l}{2(v_1 + u)} = 20 \text{ мин,}$$

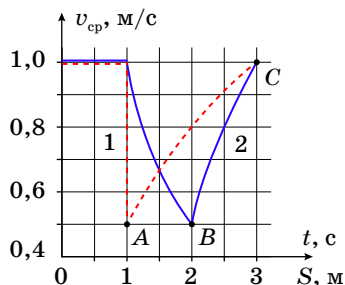
$$\tau_2 = \frac{l}{v + u} = 40 \text{ мин,}$$

$$\tau_3 = \frac{L - l + 2u(\tau_1 + \tau_2)}{2v_2} = 18 \text{ мин.}$$

Откуда полное время движения равно $\tau = 78$ мин.

Задача 7.2

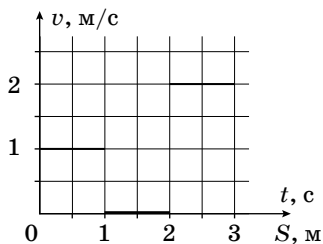
1) На первом участке средняя скорость не меняется – это соответствует равномерному движению. Так как за 1 с муха пролетает 1 м, ее скорость равна $v = 1$ м/с.



2) Определим, какой график соответствует времени, а какой пути. На первом графике скачком изменяется средняя скорость (вертикальный участок). Так как время должно изменяться, первый график соответствует зависимости средней скорости от пути. Скорость на этом участке равна нулю.

Рассмотрим точку C на графике:

$$v_{\text{cp}} = v = \frac{S_C}{t_C} = \frac{vt_0 + v_2(t - t')}{t},$$



где t_0 – время окончания первого участка равномерного движения (точка A), t' – время начала повторного движения мухи (точка B). Из графика, получаем $v_2 = 2v$. Для нахождения масштаба по оси скорости рассмотрим точку B :

$v_{\text{cp}} = S_B/t_B = 0,5$ м/с $= v/2$. Одному делению соответствует 0,1 м/с.

Задача 7.3

При равновесии механической системы сумма работ действующих на систему внешних сил при любых малых виртуальных (возможных) перемещениях системы равна нулю. Так как верхний шарнир находится на высоте втрое большей высоты нижнего шарнира, то при перемещении нижнего шарнира вверх на малое расстояние x верхний шарнир переместится вверх на $3x$.

Так как работа действующих на систему сил реакций N равна нулю, по закону сохранения энергии: $3Tx - 3m_0gx - Mgx = 0$, где T – сила натяжения верхней нити, m_0 – масса груза, подвешиваемого к верхнему шарниру. Откуда: $T = m_0x + Mg/3$.

Из условия равновесия системы: $T + 2N = m_0g + Mg$. Сила реакции: $N = Mg/3$ и не зависит от массы m_0 подвешиваемого к верхнему шарниру груза.

При различных значениях массы m_0 подвешиваемого к верхнему шарниру груза, получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} T_1 = mg + \frac{Mg}{3} \\ T_2 = \frac{mg}{2} + \frac{Mg}{3} \end{cases}.$$

Решая данную систему уравнений, находим массы грузов и силу реакции:

$$\begin{aligned} m &= \frac{2(T_1 - T_2)}{g} = 2 \text{ кг}, \\ M &= \frac{3(2T_2 - T_1)}{g} = 3 \text{ кг}, \\ N &= \frac{Mg}{3} = 2T_2 - T_1 = 10 \text{ Н}. \end{aligned}$$

Задача 7.4

По закону Паскаля, действие атмосферного давления на тело скомпенсировано. Поэтому в решении оно рассматриваться не будет.

При добавлении столба жидкости высотой H в трубку сила реакции со стороны трубки на тело обращается в ноль ($N = 0$).

Условие равновесия для тела имеет вид: $mg - F - pS - N = 0$, где F – сила, действующая со стороны жидкости в сосуде на тело, p – гидростатическое давление в трубке под телом.

На тело жидкость действует с силой Архимеда $F_A = \rho g V$, за вычетом силы гидростатического давления на площадку S снизу в месте контакта с трубкой. Поэтому $F = F_A - 3\rho ghS$.

Подставив F в условие равновесия, получим:

$$3\rho g V = \rho g V - 3\rho ghS + 2\rho HgS \text{ или } \Delta V = HS = 7hS/2 = 140 \text{ см}^3.$$

8 КЛАСС

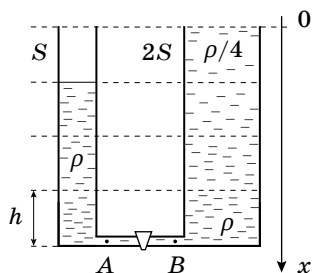
8.1 Хорошо в деревне летом...

Восьмикласснику Васе поручили перетащить копну сена массой $M = 600$ кг из овина в сарай, расстояние между которыми $L = 100$ м. Известно, что скорость v мальчика обратно пропорциональна квадрату его массы m вместе с грузом и может быть выражена формулой: $v = \beta/m^2$, где β – постоянный коэффициент. Масса Васи равна $m_0 = 50$ кг.

1. Найдите значение коэффициента пропорциональности β , если расстояние от сарая до овина мальчик (без сена) преодолевает за время $t_0 = 40$ с.
2. Определите, какое минимальное время понадобится Васе, чтобы равными порциями перенести все сено. Для этого случая найдите массу одной порции сена.

8.2 Линейная жидкость

Два сообщающихся сосуда, площади сечения которых S и $2S$ соединены снизу тонкой трубкой с закрытым краном. В узкий сосуд до высоты $3h$ налита жидкость плотностью ρ , а широкий сосуд высотой $4h$ доверху заполнен жидкостью, плотность которой изменяется линейно с глубиной от $\rho/4$ до ρ (см. рисунок).



1. Определите гидростатические давления в точках A и B слева и справа от крана.
2. Постройте качественный график зависимости гидростатического давления p в широком сосуде от глубины x .
3. На сколько сместится уровень жидкости в узком сосуде если кран открыть?

Слой жидкостей не перемешиваются. Ускорение свободного падения g .

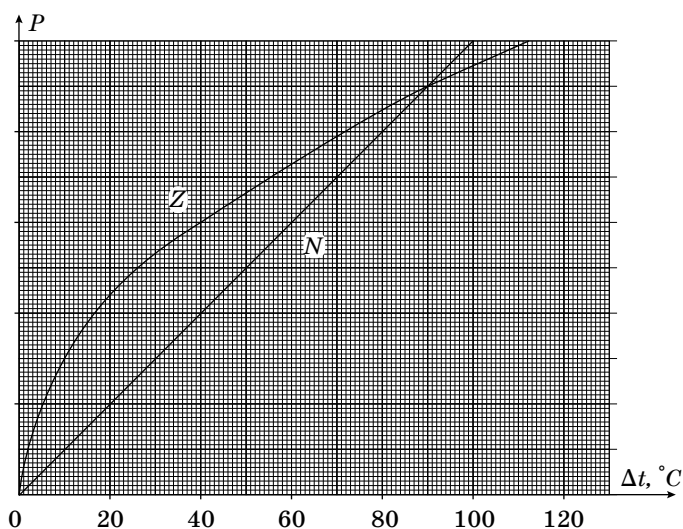
8.3 Нелинейная мощность

Экспериментатор Глюк создал в своей лаборатории уникальный Z -тепловод, зависимость мощности теплового потока P через который от разности температур Δt на его концах приведена на рисунке. Для сравнения, на том же графике приведена зависимость мощности теплового потока через обычный N -тепловод.

Если два термостата с постоянными температурами $t_1 = 0^\circ\text{C}$ и $t_2 = 100^\circ\text{C}$ соединить N -тепловодом, то по нему пойдет тепловой поток мощностью $P_1 = 100$ Вт.

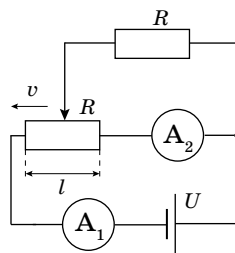
Определите мощность теплового потока:

1. P_2 через два N -тепловода, соединенные последовательно.
2. P_3 между термостатами через Z -тепловод.
3. P_4 через два Z -тепловода, соединенные последовательно.
4. P_5 через Z и N -тепловоды, соединенные последовательно. Какая в этом случае может быть температура в месте соединения тепловодов друг с другом?



8.4 Скорость тока

В электрической цепи, схема которой приведена на рисунке, ползунок потенциометра перемещают из крайнего правого положения влево с постоянной скоростью $v = 12$ мм/с. Напряжение идеального источника $U = 12$ В, сопротивление $R = 1,0$ кОм.



1. Получите зависимости показаний I_1 и I_2 идеальных амперметров от времени и найдите их минимальные значения.
2. Определите длину l потенциометра, если известно, что скорость изменения величины отношения сил тока I_1 и I_2 равна $\xi = 0,10$ с⁻¹.

РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Задача 8.1

Время движения Васи без сена:

$$t_0 = \frac{L}{v} = \frac{Lm_0^2}{\beta},$$

следовательно,

$$\beta = \frac{Lm_0^2}{t_0} = 6250 \text{ м} \cdot \text{кг}^2/\text{с}.$$

Пусть мальчик переносит сено порциями массой μ за каждый заход. Тогда время переноса одной порции сена из овина в сарай равно:

$$t_{11} = \frac{L(m_0 + \mu)^2}{\beta}.$$

Затем Васе нужно вернуться обратно в овин. Это займет у него время:

$$t_{12} = \frac{Lm_0^2}{\beta}.$$

Откуда время, требуемое для переноса одной порции равно:

$$t_1 = \frac{L(2m_0^2 + 2m_0\mu + \mu^2)}{\beta}.$$

Васе нужно совершить $N = M/\mu$ заходов. Поэтому время переноса всего сена равно:

$$T = Nt_1 = \frac{LM}{\beta} \left(\frac{2m_0^2}{\mu} + 2m_0 + \mu \right).$$

Чтобы найти минимум этого времени выделим в скобках полный квадрат:

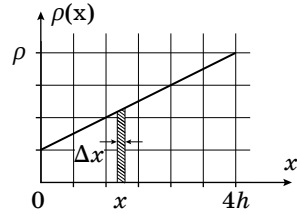
$$T = \frac{LM}{\beta} \left(\left(\frac{\sqrt{2}m_0}{\sqrt{\mu}} - \sqrt{\mu} \right)^2 + 2m_0(\sqrt{2} + 1) \right).$$

Следовательно, при $\mu = \sqrt{2}m_0$ время минимально. Значит ему нужно сойти $N = M/\mu = M/\sqrt{2}m_0 = 8,49$ раз. Так как число заходов целое, проверим, какое время займут 8 и 9 заходов с порциями $\mu_1 = 75 \text{ кг}$ и $\mu_2 = 66,7 \text{ кг}$ соответственно. Эти времена оказываются одинаковыми и равными $T_{\min} = 2320 \text{ с} = 38 \text{ мин } 40 \text{ с}$. Для реализации минимального времени возможны две стратегии.

Задача 8.2

Найдем зависимость плотности жидкости в правом сосуде от координаты x . Так как плотность изменяется линейно: $\rho(x) = ax + b$. Коэффициенты a и b можно найти из уравнений: $\rho(0) = \rho/4 = b$ и $\rho(h) = \rho = b + 4ah$. Получаем, что $b = \rho/4$ и $a = 3\rho/(16h)$.

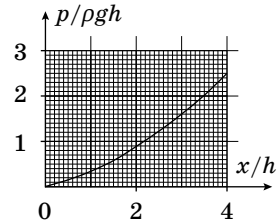
Рассмотрим слой жидкости толщиной Δx на глубине x . Из условия равновесия для этого слоя: $\Delta p = \rho(x)g\Delta x$. Величина Δp пропорциональна площади заштрихованной части. А разность гидростатических давлений $p(x) - p(0)$ пропорциональна площади под графиком на участке от 0 до x . Полагая, что $p(0) = 0$, получаем выражение для зависимости давления от глубины:



$$p(x) = \frac{gx}{2}(\rho(0) + \rho(x)) = \frac{\rho gx}{8} \left(2 + \frac{3x}{4h} \right).$$

Давление в точках A и B равны: $p_A = 3\rho gh$ и $p_B = 2,5\rho gh$.

Так как $p_A > p_B$, жидкость будет перетекать из левого колена в правое. Пусть из левого колена вытекает столб жидкости высотой H . Из-за несжимаемости жидкости: $SH = 2SH_1$. Значит в правый сосуд перетек слой жидкости толщиной $H_1 = H/2$. Следовательно, слой жидкости такой же толщины должен вытечь сверху. В условии равновесия давления в нижних точках равны. Найдем давление в нижней точке в правом колене $p'_B = \rho gH/2 + p_C$. Точка C расположена в правом колене на разделе сред с постоянной и переменной плотностями.



Давление p_C находим, аналогично:

$$p_C = \frac{g}{2} \left(4h - \frac{H}{2} \right) \left(\rho \left(\frac{H}{2} \right) + \rho(4h) \right).$$

Получаем:

$$p'_B = \rho gh \left(\frac{5}{2} + \frac{3H}{8h} - \frac{3}{128} \left(\frac{H}{h} \right)^2 \right).$$

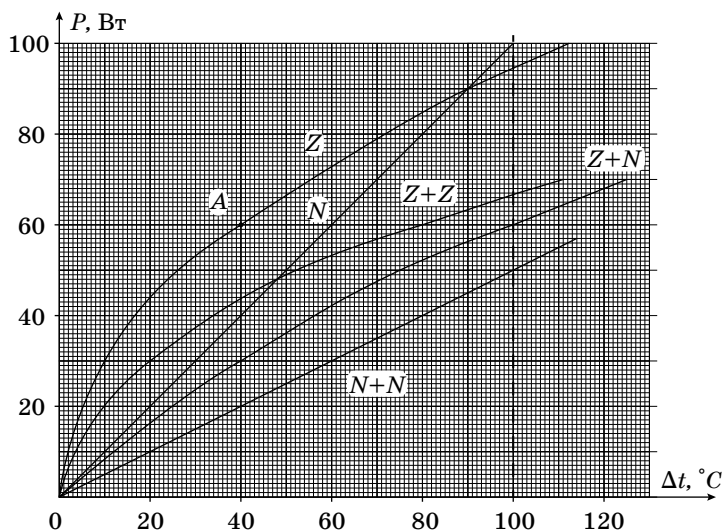
Приравнивая давления слева и справа от крана, получаем:

$$\frac{3}{64} \left(\frac{H}{h} \right)^2 - \frac{11}{4} \left(\frac{H}{h} \right) + 1 = 0.$$

Решение уравнения дает: $H/h = 58,3$ – побочное решение и $H/h = 0,37$. Уровень жидкости сместился на $H = 0,37h$.

Задача 8.3

- 1) Восстановим масштаб по оси мощности на графике. При разности температур $t_1 - t_2 = 100$ °C мощность теплового потока через N -тепловод равна $P_1 = 100$ Вт. На графике это значение соответствует сотому делению, следовательно, цена деления равна 1 Вт.
- 2) Теперь по графику находим мощность потока P_3 через Z -тепловод при разности температур 100 °C. Из графика $P_3 = 94$ Вт.
- 3) Рассмотрим случай, когда между термостатами находятся два тепловода, соединенных последовательно. В установившемся режиме мощности теплового потока через тепловоды равны, а разность температур между термостатами равна сумме разностей температур на каждом тепловоде. Получим график $P(\Delta t)$ для последовательного соединения тепловодов, складывая разности температур при одинаковой мощности. Проведем это для соединений $N + N$, $Z + Z$, $Z + N$ и найдем мощности P_2 , P_4 , P_5 .



Из графика: $P_2 = 50$ Вт, $P_4 = 67$ Вт, $P_5 = 60$ Вт.

Найдем температуры на стыке между тепловодами. При мощности $P_5 = 60$ Вт разность температур на Z -тепловоде равна 40°C (точка А). Если Z -тепловод соединен с первым термостатом, то температура на стыке равна $t = 40^\circ\text{C}$. Если он соединен со вторым термостатом, то температура на стыке равна $t = 60^\circ\text{C}$.

Задача 8.4

Сила тока, текущего через резистор, равна разности сил токов I_1 и I_2 . Приравнявая напряжения на средней и верхней ветвях схемы, получим: $I_2 R_x = (I_1 - I_2)R$.

С другой стороны, для нижнего контура $U = I_1(R - R_x) + I_2 R_x$, откуда можно выразить токи:

$$I_1 = \frac{U(R + R_x)}{R^2 + R_x(R - R_x)},$$

$$I_2 = \frac{UR}{R^2 + R_x(R - R_x)},$$

где $R_x = Rvt/l$.

Если ползунок потенциометра находится в крайнем правом положении, то общее сопротивление цепи равно R . При параллельном соединении R_x и R эквивалентное сопротивление получается меньше этих двух значений, значит, общее сопротивление цепи меньше R . Следовательно, минимальное значение силы тока I_1 равно $I_{1\text{мин}} = U/R = 12$ мА.

Второй ток изменяется в зависимости от характера изменения слагаемого $R_x(R - R_x)$ в знаменателе. По свойствам параболы максимального значения эта комбинация достигает при $R_x = R/2$. При этом, сила ток уменьшается до значения $I_{2\text{мин}} = 4U/5R = 9,6$ мА, а затем растет до исходного значения.

Отношение $I_1/I_2 = 1 + R_x/R = 1 + vt/l$, откуда $l = v/\xi = 12$ см.



**Всероссийская олимпиада по физике
имени Дж. К. Максвелла**

Заключительный этап
Экспериментальный тур

Сочи, Сириус, 2018

Комлект задач подготовлен Центральной предметно-методической комиссией по физике Всероссийской олимпиады школьников

Авторы задач

7 класс

1. Замятнин М.
2. Шеронов А.

8 класс

1. Чжан М.
2. Кармазин С.

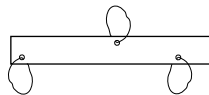
Общая редакция – Замятнин М., Слободянин В.
Верстка – Зикрацкий Г., Елисеев М.

354349, Краснодарский край, г. Сочи
Образовательный центр «Сириус»

7 КЛАСС

7.1 Неравноплечий рычаг

1. Проденьте нитки в отверстия рычага и сделайте петли, как изображено на рисунке.
2. Определите плотность пластилина.



Подвешивать рычаг и выданное оборудование к рычагу можно только за прикрепленные к нему петли! Шприц разбирать нельзя! Плотность воды $\rho_0 = 1000 \text{ кг/м}^3$.

Оборудование: рычаг с тремя отверстиями, 2 бруска пластилина, нитки, шприц, пластиковая тарелка, штатив, емкость с водой, салфетки и поднос для поддержания чистоты.

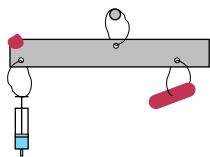
7.2 Склянка

Определите плотность темного стекла, из которого изготовлена склянка. Плотность воды $\rho_0 = 1000 \text{ кг/м}^3$.

Оборудование: склянка из темного стекла, пластмассовый стаканчик, бумажный стакан с водой, шприц, поднос и салфетки для поддержания чистоты, стикеры.

РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

7.1 Неравноплечий рычаг



Подвесим рычаг с пустым шприцом массой m за центральную петлю и с помощью пластилина уравновесим его. К противоположной петле прикрепим исследуемый пластилин и наберем воду массой m_1 в шприц, чтобы рычаг оказался в равновесии. Запишем правило моментов относительно точки подвеса рычага: $V\rho gl_2 = m_1 l_1 g$.

Погрузим пластилин в воду и, убавляя/добавляя массу воды в шприце, добьемся равновесия системы. Запишем правило моментов для этого случая: $V(\rho - \rho_0)gl_2 = m_2 l_1 g$, где V – объем пластилина, m_2 – новая масса воды в шприце. Разделив одно уравнение на другое, получим:

$$\frac{\rho - \rho_0}{\rho} = \frac{m_2}{m_1}.$$

Откуда:

$$\rho = \frac{m_1}{m_1 - m_2} \rho_0.$$

Для авторской установки $\rho = 1360 \text{ кг/м}^3$.

Чтобы применить данный метод, необходимо предварительно убедиться, что для выбранной массы исследуемого пластилина достигается равновесие с частично заполненным шприцом для пластилина в воздухе. Возможно стоит поменять местами пластилин и шприц.

7.2 Склянка

Заполняем шприцем склянку и определяем её внутренний объем V .

Теперь найдем ее массу, для этого ставим пустую склянку в пластмассовый стакан и наполняем этот стакан водой до тех пор, пока она не всплывёт. Делаем отметку (АА) на стикере, наклеенном на стенку стаканчика. Вынимаем из воды склянку и вновь делаем на стикере отметку (ББ). Теперь мерным цилиндром доливаем в стакан воды до верхней отметки. Масса долитой воды равна массе M склянки.

Определяем внешний объем $V + V_{\text{ст}}$ склянки. Для этого нали-

ваем в стакан воду до уровня (AA). Опускаем пустую склянку в пластмассовый стакан и наполняем ее водой до тех пор, пока она не погрузится полностью в воду, оставаясь на плаву. Вновь делаем на стикере отметку (CC). Мы получим уравнение:

$$\rho_{\text{в}}(V+V_{\text{ст}}) = m + M.$$

Из этого уравнения находим:

$$V_{\text{ст}} = \frac{m + M}{\rho_{\text{в}}} - V.$$

Плотность стекла:

$$\rho_{\text{ст}} = \frac{M}{V_{\text{ст}}} = \frac{M}{\frac{m + M}{\rho_{\text{в}}} - V} = \rho_{\text{в}} \frac{M}{m + M - \rho_{\text{в}} V} = 2,4 \text{ г/см}^3.$$

8 КЛАСС

8.1 Какой Архимед?!

Определите плотность стекла из которого изготовлена колба. Плотность воды $\rho_0 = 1000 \text{ кг/м}^3$.

Оборудование: стеклянная колба, весы электронные, два стаканчика (один с водой), шприц, салфетки для поддержания чистоты и пленка для защиты весов от воды.

8.2 Светит, но не греет!

Снимите вольтамперную характеристику светодиода при его прямом включении и изобразите ее на графике.

Определите сопротивление светодиода $R_0 = U_0/I_0$ при силе тока через него $I_0 = 1,8 \text{ мА}$ и напряжении U_0 на нем.

Рассчитайте:

1. Какое сопротивление R_x нужно включить последовательно со светодиодом и источником питания напряжением $U_x = 2,5 \text{ В}$, чтобы сила тока в цепи равнялась $I_1 = 1,0 \text{ мА}$?
2. В каких пределах изменяется напряжение U_D на светодиоде при изменении силы тока I_D через него от $0,4 \text{ мА}$ до 3 мА ?

Оборудование: светодиод, макетная плата, набор резисторов – 4 штуки, соединительные провода – 4 штуки, батарейный отсек, три батарейки, мультиметр, миллиметровая бумага (2 листа формата А5 для построения графиков).

Примечание:

- а) Прямым включением светодиода называется такое его подключение к источнику постоянного напряжения, при котором через светодиод течет ток (светодиод излучает свет).
- б) Внутреннее сопротивление источника постоянного напряжения не учитывайте.

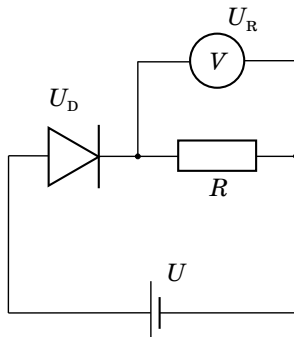
РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

8.1 Какой Архимед?!

1. Установим на весы колбу и измерим ее массу m .
2. Обнуляем показания весов кнопкой «TARE». Заполним колбу до верху водой. Показания весов позволят найти точное значение внутреннего объема V_1 колбы.
3. Поместим стаканчик с водой на весы и погрузим в него колбу до отметки (черточки) на ней. При этом колба не должна касаться дна стакана. Снимем показания весов m_1 . Перевернём колбу и вновь погрузим её в стакан до той же отметки. Снимем показания весов m_2 . Сумма m_1 и m_2 позволит определить объем колбы V_2 , включая объем стекла.
4. Объем стекла $V = V_2 - V_1$.
5. Плотность стекла равна $\rho = m/V$.

8.2 Светит, но не греет!

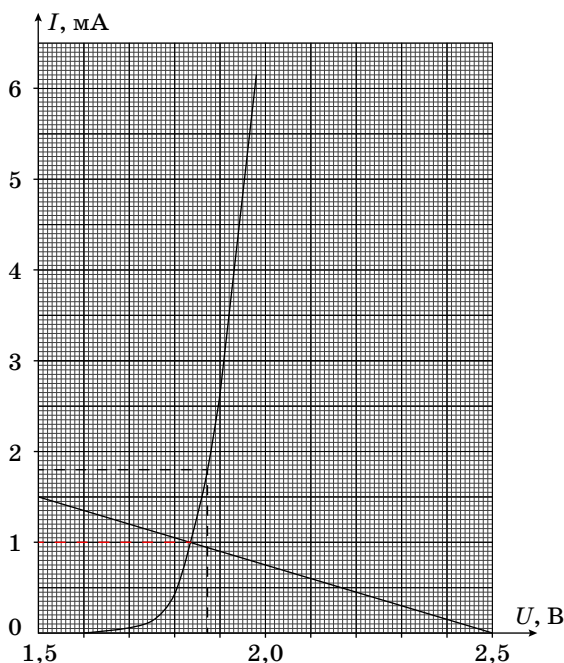
С помощью омметра определим сопротивления резисторов, входящих в комплект: 1,0 кОм – 2 шт, 4,3 кОм, 20 кОм. На макетной колодке соберем цепь, представленную на рисунке. Определим полярность подключения источника питания, при которой светодиод загорается. Величину сопротивления R изменяем, создавая различные комбинации включения резисторов. Для каждого значения R измеряем напряжение на и резисторе R , а затем рассчитываем силу тока в цепи $I = U_R/R$ и напряжение на диоде $U_D = U - U_R$. Результаты измерений и расчеты представлены в таблице.



Соединяем прямой линией начало координат с точкой на ВАХ светодиода, соответствующей силе тока $I_0 = 1,8$ мА. По ее наклону получаем сопротивление светодиода в этой точке $R_0 = U_0/I_0 = 1,1$ кОм (здесь U_0 – напряжение на светодиоде, при котором сила тока равна I_0).

№	R_x , кОм	U_D , В	U , В	I_D , мА
1	0,4	1,98	4,55	6,14
2	0,5	1,97	4,55	5,27
3	0,8	1,92	4,55	3,30
4	1,0	1,90	4,55	2,70
5	2,0	1,85	4,55	1,38
6	4,2	1,82	4,55	0,65
7	20,0	1,75	4,55	0,14
8	24,2	1,71	4,55	0,12
9	1,0	1,86	3,05	1,20

Уравнение нагрузочной прямой $I = U_x/R_x - U_D/R_x$. Проводим на графике нагрузочную прямую, проходящую через точку $U_x = 2,5$ В на оси абсцисс и точку ВАХ, соответствующую силе тока $I_1 = 1$ мА. Эта прямая имеет коэффициент углового наклона 1,48. Отсюда находим $R_x = 670$ Ом.



Из графика следует, что при изменении силы тока через светодиод от 0,4 мА до 3,0 мА напряжение на нем изменяется в пределах от 1,8 В до 1,9 В.