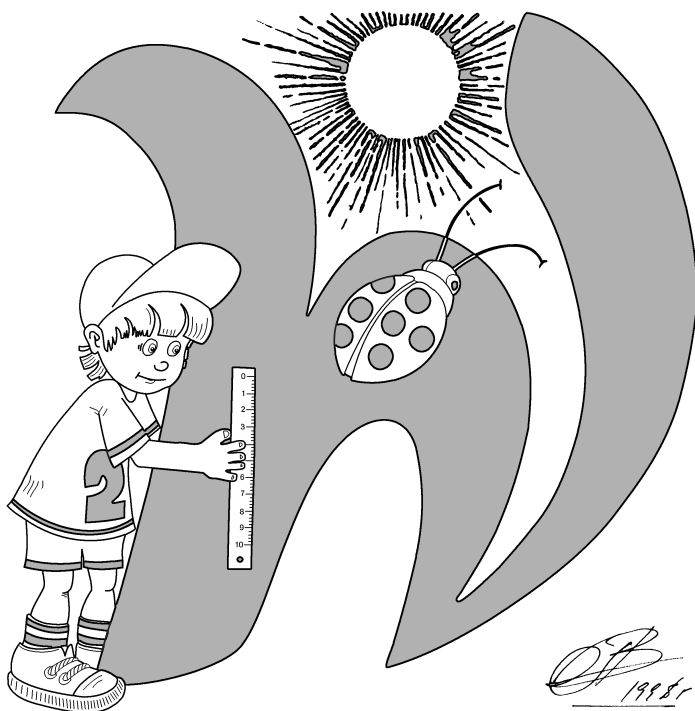


Центральная предметно-методическая комиссия  
Всероссийской олимпиады школьников по физике

# LI Всероссийская олимпиада школьников по физике

Заключительный этап  
Теоретический тур

Методическое пособие



Казань – 2017

Комплект задач подготовлен  
Центральной предметно-методической комиссией  
Всероссийской олимпиады школьников по физике

Телефоны: (495) 408-80-77, 408-86-95

E-mail: [physolymp@gmail.com](mailto:physolymp@gmail.com)

Сайт: [physolymp.ru](http://physolymp.ru)

Собрано в  $\text{\LaTeX}$  by И. А. Утешев.

При подготовке оригинал-макета

использовалась издательская система  $\text{\LaTeX}$  2 $\epsilon$ .

© Авторский коллектив

141700, Московская область, г. Долгопрудный

Московский физико-технический институт

## 9 класс

**Задание 1. Тише едешь...** В безветренную погоду на озере была проведена серия испытаний радиоуправляемой модели катера с бензиновым двигателем, в ходе которых выяснилось, что при скорости  $v_1 = 5,00$  км/ч путевой расход топлива составляет  $\lambda_1 = 20,0$  г/км, а при скорости  $v_2 = 15,0$  км/ч расход равен  $\lambda_2 = 40,0$  г/км. Запас топлива на борту модели  $M = 100$  г.

- Выведите зависимость путевого расхода топлива  $\lambda$  от скорости  $v$ .
- Какое максимальное время  $\tau_x$  может работать двигатель у неподвижной модели?
- При какой скорости модели  $v_0$  путевой расход топлива минимален и каково его значение  $\lambda_0$ ? Полученные результаты должны быть найдены с погрешностью, не превышающей 1%.
- На какое максимальное расстояние  $L_0$  и за какое время  $\tau_0$  сможет уплыть модель?
- Какие значения  $\tau_1$  может принимать время прохождения моделью расстояния  $L_1 = 3$  км?

*Примечание.* Считайте, что при работе двигателя массовый расход топлива  $\mu$  (г/с) **линейно** зависит от мощности силы сопротивления, а сила сопротивления **пропорциональна** скорости модели относительно воды. Модель движется равномерно и при любой скорости ее осадка не меняется.

**Задание 2. С дымком** При проведении аэрофотосъёмки была получена фотография, на которой видны два шлейфа дыма от паровозов (рис. 9.1). Одной клетке на фотографии соответствует 50 м на местности. Известно, что один паровоз двигался равномерно по кольцевой ветке железной дороги, а другой с такой же скоростью по прямой. Определите:

- направление скорости ветра;
- радиус  $R$  кольцевой железной дороги;
- отношение скорости паровоза  $v$  к скорости ветра  $u$ ;
- направление прямой железнодорожной ветки (выполнить построения с помощью циркуля и линейки).

**Задание 3. Нелинейная спираль** Сопротивление  $R$  спирали зависит от температуры по закону  $R = R_0 + \alpha(t - t_0)$ , где  $t$  – температура спирали,  $R_0 = 10$  Ом,  $\alpha = 40,0 \cdot 10^{-3}$  Ом/°C,  $t_0 = 20^\circ\text{C}$ . На спираль подаётся напряжение  $U = 220$  В, и за время  $\tau_1 = 100$  мкс она нагревается от  $t_0$  до  $t_1 = 80^\circ\text{C}$ .

- До какой температуры  $t_2$  нагреется спираль за время  $\tau_2 = 334$  мкс от момента включения?
- Определите теплоёмкость спирали.

При данных температурах и временах излучением и теплоотдачей можно пренебречь.

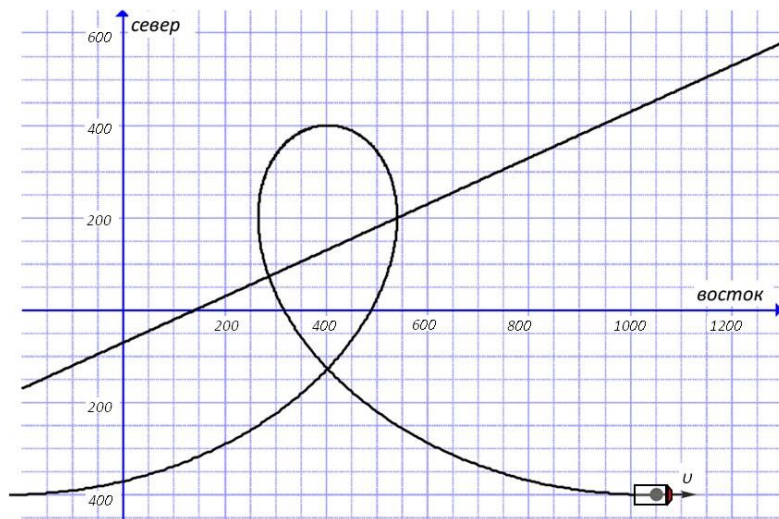


Рис. 9.1

**Задание 4. Два нелинейных элемента** Электрическая цепь состоит из двух одинаковых нелинейных элементов  $X$ , потенциометра, сопротивление между неподвижными контактами которого  $R = 100$  Ом, и идеальной батарейки с напряжением  $U_0 = 10$  В (рис. 9.2). Вольтамперная характеристика элемента  $X$  приведена на рис. 9.3. Определите:

1. Суммарную мощность, выделяющуюся на двух нелинейных элементах, при крайних положениях движка потенциометра.
2. Суммарную мощность, выделяющуюся на двух нелинейных элементах, при положении движка потенциометра в центре.
3. Минимальную суммарную мощность, выделяющуюся на двух нелинейных элементах. При каких положениях движка потенциометра эта мощность достигается? Ответ обоснуйте.
4. Суммарную мощность, выделяющуюся на двух нелинейных элементах, при положении движка потенциометра, в котором сопротивление его левого плеча равно 25 Ом.

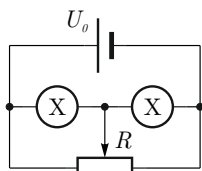


Рис. 9.2

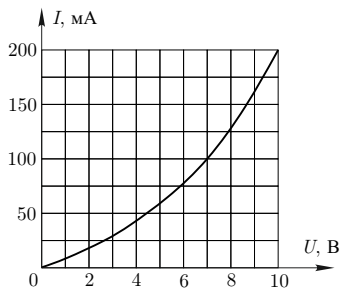


Рис. 9.3

**Задание 5. Лазер в сосуде** Внутри стеклянного тонкостенного цилиндрического сосуда радиуса  $R$  вблизи его стенки в точке  $A$  расположен микролазер, размеры которого гораздо меньше  $R$ . Сосуд заполнен водой, а снаружи находится воздух. Половина внутренней поверхности сосуда, соответствующая дуге  $ACB$ , зачернена и поглощает свет. Изначально луч лазера направлен в точку  $B$ .

Лазер начинает вращаться с постоянной угловой скоростью  $\omega$  против часовой стрелки в плоскости рисунка вокруг оси, проходящей через точку  $A$  (рис. 9.4). Показатель преломления воды  $n = 4/3$ .

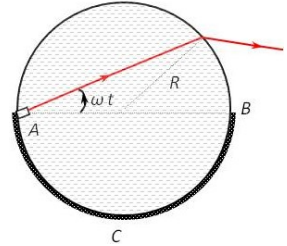


Рис. 9.4

- Через какое время  $\tau$  луч перестанет выходить из сосуда?
- Чему будет равна скорость «зайчика» на зачернённой поверхности цилиндра в момент времени  $1,5\tau$  от начала его движения?

*Примечание.* Вам может потребоваться закон Снелла:  $n_1 \sin \varphi_1 = n_2 \sin \varphi_2$ , где  $n_1$  и  $n_2$  – показатели преломления света в первой и второй среде,  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  углы падения и преломления.

Возможное решение Т-9-1

При движении со скоростью  $v$  расстояние  $L$  катер преодолевает за время  $\tau = \frac{L}{v}$ . При этом мощность сил сопротивления равна  $N = Fv = kv^2$ , где  $k$  – размерный коэффициент. Так как по условию массовый расход топлива линейно зависит от мощности сил сопротивления  $\mu = \mu_0 + \alpha N$ , где  $\mu_0$  и  $\alpha$  – размерные коэффициенты, то линейный расход топлива равен  $\lambda = \frac{\mu\tau}{L} = \alpha v + \frac{\mu_0}{v}$ .

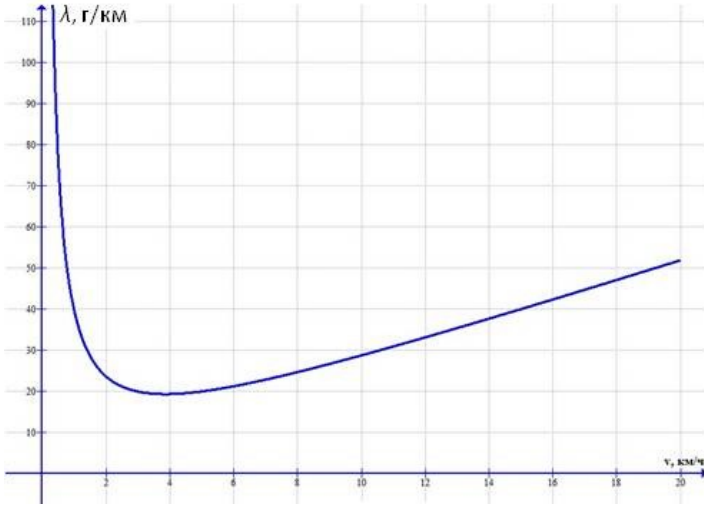


Рис. 9.10

Найдем константы  $\alpha$  и  $\mu_0$  по известным значениям  $v_1$ ,  $\lambda_1$ ,  $v_2$  и  $\lambda_2$ . Для этого запишем уравнения для линейного расхода  $\lambda_1 = \alpha v_1 + \frac{\mu_0}{v_1}$  и  $\lambda_2 = \alpha v_2 + \frac{\mu_0}{v_2}$ . Решая систему, получим:  $\alpha = \frac{\lambda_1 v_1 - \lambda_2 v_2}{v_1^2 - v_2^2} = 2,5 \frac{\text{г} \cdot \text{ч}}{\text{км}^2}$  и  $\mu_0 = \frac{v_1 v_2 (\lambda_1 v_2 - \lambda_2 v_1)}{v_1^2 - v_2^2} = 37,5 \frac{\text{г}}{\text{ч}}$ . С учетом найденных размерных коэффициентов уравнение для линейного расхода приобретает вид:  $\lambda = 2,5v + \frac{37,5}{v}$ . График этой зависимости представлен на рисунке 9.10.

В режиме холостого хода двигатель неподвижной модели сможет проработать  $\tau_x = \frac{M}{\mu_0} = 160$  мин. Умножив полученное выражение для  $\lambda$  на  $v$ , получим квадратное уравнение (с размерными коэффициентами, полученными ранее)

$$2,5v^2 - \lambda v + 37,5 = 0, \tag{9.1}$$

дискриминант которого обращается в ноль при  $\lambda_0 = 19,4$  г/км, что соответствует  $v_0 = 3,87$  км/ч.

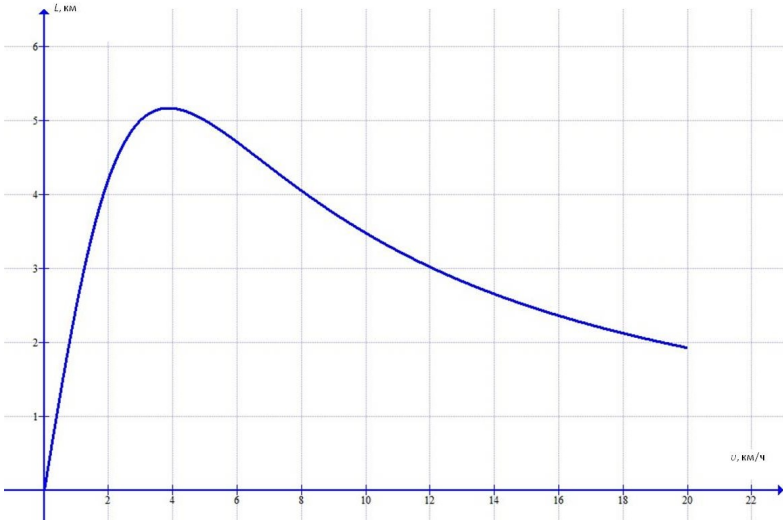


Рис. 9.11

Максимальное расстояние, на которое может уплыть модель, двигаясь с оптимальной скоростью,  $L_0 = \frac{M}{\lambda_0} = 5,2$  км, и на его преодоление требуется время  $\tau_0 = \frac{L_0}{v_0} = 80$  мин. Зависимость предельной дальности движения от скорости приведена на рисунке 9.11.

Так как требуемое расстояние  $L_1 = 3$  км меньше предельной дальности  $L_0$ , то модель не обязана придерживаться оптимальной стратегии и может плыть быстрее или медленнее. Из ранее полученного квадратного уравнения  $2,5v^2 - \lambda v + 37,5 = 0$  с учетом  $\lambda = \frac{M}{L_1} = \frac{100}{3}$  г/км. Выбирая при решении больший корень, находим максимально допустимую скорость  $v_{11} = 12,1$  км/ч, при которой еще хватает топлива на заданной дистанции  $L_1$ , и получаем соответствующее ей минимально возможное время движения 15 мин. Большему корню  $v_{12} = 1,24$  км/ч соответствует максимально возможное время движения 145 мин. Окончательно получаем  $\tau_1 \in [15 \text{ мин}; 145 \text{ мин}]$ .

Возможное решение Т-9-2

Так как паровоз находится в точке  $B$  и шлейф расположен западнее, можно сделать вывод, что дует восточный ветер (на запад).

Следовательно, расстояние между точками  $A$  и  $B$  в направлении с севера на юг (16 клеток = 800 м) определяет диаметр кольцевой линии (радиус  $R = 400$  м).

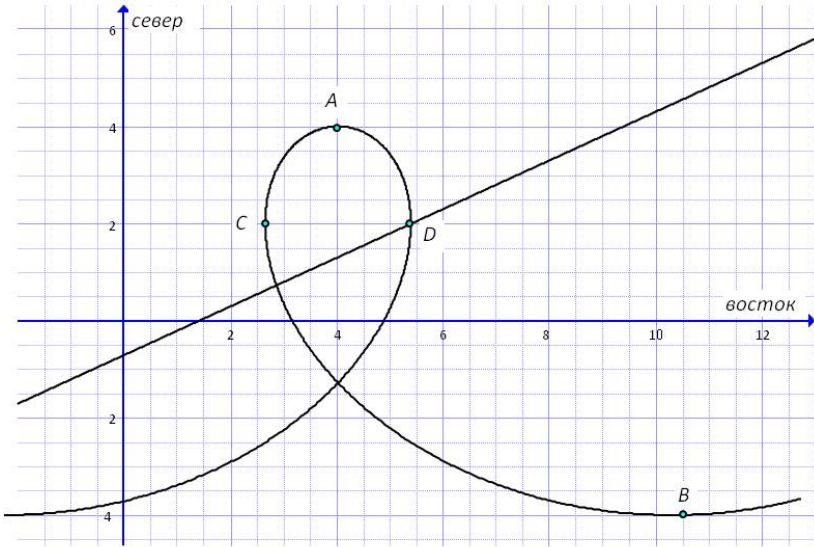


Рис. 9.12

Касательная к шлейфу в точке  $D$  направлена с севера на юг. По закону сложения скоростей такое возможно, если в системе отсчета паровоза скорость ветра  $w$  направлена вдоль меридиана. Так как точка  $D$  расположена южнее точки  $A$  на  $R/2$ , угол  $\alpha = 30^\circ$  и  $v = 2u$ .

Применим закон сложения скоростей. Шлейф дыма от паровоза, движущегося по прямолинейному пути, направлен вдоль скорости ветра относительно паровоза. Но сам паровоз может двигаться в двух разных направлениях.

Из произвольной точки проведем отрезок в западном направлении до пересечения со шлейфом (точка  $L$ ). Это будет вектор скорости ветра  $u$ . Построим окружность вдвое большего радиуса с центром в точке  $O$ , точка пересечения которой со шлейфом  $K$  задаст направление  $KO$  вектора

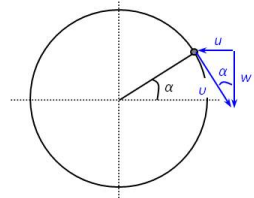


Рис. 9.13



скорости поезда относительно земли  $v = 2u$ . Скорость ветра в системе отсчета паровоза направлена вдоль шлейфа.

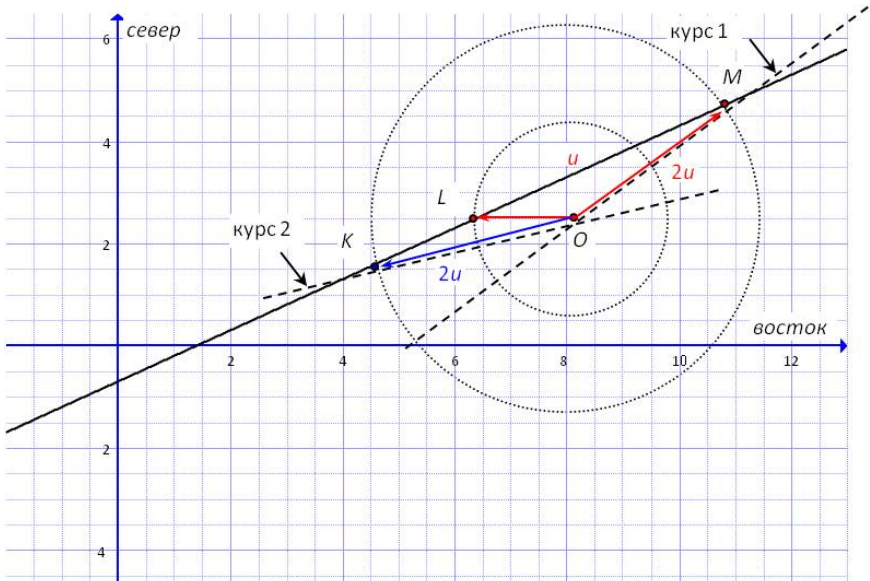


Рис. 9.14

### Возможное решение Т-9-3

По закону Джоуля-Ленца тепловая мощность, выделяющаяся на спирали, равна

$$N = \frac{U^2}{R} = \frac{U^2}{R_0 + \alpha(t - t_0)} \quad (9.2)$$

Поскольку излучение и теплоотдача не учитывается, то количество теплоты, выделившееся за малое время  $\Delta\tau$ , идет на увеличение температуры спирали на  $\Delta t$  градусов:

$$N\Delta\tau = C\Delta t \quad (9.3)$$

Поэтому

$$\frac{U^2}{C}\Delta\tau = R(t)\Delta t \quad (9.4)$$

С помощью графика зависимости  $R(t) = R_0 + \alpha(t - t_0)$  найдем время нагревания до  $t_1$ , так как согласно (9.4) оно пропорционально площади под этим графиком:

$$\frac{U^2}{C}\tau_1 = \frac{R_0 + (R_0 + \alpha(t_1 - t_0))}{2} \cdot (t_1 - t_0) \quad (9.5)$$

Аналогично для нагревания до  $t_2$ :

$$\frac{U^2}{C} \tau_2 = \frac{R_0 + (R_0 + \alpha(t_2 - t_0))}{2} \cdot (t_2 - t_0) \quad (9.6)$$

Из (9.5) получаем:

$$C = \frac{2U^2 \tau_1}{2R_0(t_1 - t_0) + \alpha(t_1 - t_0)^2} = 7,2 \cdot 10^{-3} \frac{\text{Дж}}{^\circ\text{C}} \quad (9.7)$$

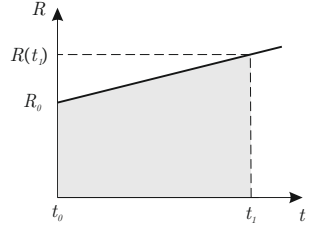


Рис. 9.15

Исключая  $C$  из (9.5) и (9.6), получаем квадратное уравнение:

$$\frac{\alpha}{2}(t_2 - t_0)^2 + R_0(t_2 - t_0) - \frac{\tau_2}{\tau_1} \left( \frac{\alpha}{2}(t_1 - t_0)^2 + R_0(t_1 - t_0) \right) = 0 \quad (9.8)$$

Откуда

$$t_2 = 188 \text{ } ^\circ\text{C} \quad (9.9)$$

(отрицательный корень не имеет физического смысла)

### Возможное решение Т-9-4

1. При крайних положениях движка реостата напряжение на одном из элементов  $X$  равно нулю, а на втором 10 В. Из графика видно, что через второй элемент при этом течет ток  $(200 \pm 2)$  мА, значит, суммарная мощность  $W_1 = (0 + 10 \cdot 0,2)$  Вт =  $(2,00 \pm 0,02)$  Вт.

2. При центральном положении реостата получаем симметричную цепь, следовательно, напряжение на каждом из элементов  $X$  будет 5 В. По графику ток равен  $(60 \pm 3)$  мА, и суммарная мощность  $W_2 = (2 \cdot 5 \cdot 0,06)$  Вт =  $(0,60 \pm 0,03)$  Вт.

3. Исходя из 1 и 2 пунктов, логично предположить, что минимальная мощность достигается при центральном положении движка реостата. Сдвинем движок реостата из центрального положения в левую сторону. Пусть при этом напряжение на левом элементе уменьшилось на  $U'$  и стало  $\frac{U_0}{2} - U'$ , тогда на правом элементе напряжение стало равным  $\frac{U_0}{2} + U'$ . На левом элементе ток стал равен  $I_0 + \Delta I_{\text{л}}$ , а на правом  $I_0 + \Delta I_{\text{п}}$ , где  $I_0$  – ток через элементы  $X$  при центральном положении движка реостата.

Выразим изменение мощности по сравнению с центральным положением движка реостата:

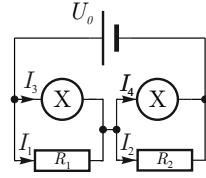
$$\Delta P = \left( \frac{U_0}{2} - U' \right) (I_0 + \Delta I_{\text{л}}) + \left( \frac{U_0}{2} + U' \right) (I_0 + \Delta I_{\text{п}}) - U_0 \cdot I_0 = \frac{U_0}{2} (\Delta I_{\text{л}} + \Delta I_{\text{п}}) + U' (\Delta I_{\text{п}} - \Delta I_{\text{л}}).$$

Заметим, что  $\Delta I_{\text{п}} > 0$ , а  $\Delta I_{\text{л}} < 0$ . Кроме того, так как график ВАХ по мере увеличения напряжения растет все быстрее, то  $|\Delta I_{\text{п}}| > |\Delta I_{\text{л}}|$ , поэтому  $\Delta P > 0$  при любых  $U'$ , значит, центральное положение движка реостата соответствует минимальной мощности. То есть  $W_{\text{min}} = W_2$ .

4. Нарисуем эквивалентную схему.

Сопротивление левого резистора  $R_1 = 25 \text{ Ом}$ , а правого  $R_2 = 75 \text{ Ом}$ . Пусть напряжение на левом резисторе равно  $U$ , токи через резисторы равны  $I_1$  и  $I_2$ , а через элементы  $X - I_3$  и  $I_4$ . Тогда можем записать:

$$\begin{cases} I_1 = \frac{U}{R_1} \\ I_2 = \frac{U_0 - U}{R_2} \\ I_1 + I_3 = I_2 + I_4 \end{cases}$$



Откуда получим  $I_4 - I_3 = U \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) - \frac{U_0}{R_2} = U \cdot 0,053 \text{ Ом}^{-1} - 133 \text{ мА}$ .

Из полученного выражения видно, что по мере роста  $U$  от 0 до  $\frac{U_0}{2}$  разность токов будет монотонно возрастать. Если же искать разность токов исходя из ВАХ, то по мере увеличения  $U$  разность токов будет монотонно убывать.

Последовательными приближениями подберем значение  $U$ , удовлетворяющее нашему выражению и ВАХ. Получим  $U = (3,5 \pm 0,2) \text{ В}$ . Тогда из графика находим токи через элементы  $X$ , примерно равные соответственно  $I_3 = (35 \pm 4) \text{ мА}$  и  $I_4 = (87 \pm 5) \text{ мА}$ . Суммарная выделяющаяся мощность

$$W = I_3 \cdot U + I_4(U_0 - U) = (0,035 \cdot 3,5 + 0,087 \cdot (10 - 3,5)) \text{ Вт} = (0,7 \pm 0,1) \text{ Вт}.$$

**Возможное решение Т-9-5**

1. Воспользуемся законом Снелла для преломления луча лазера:

$$n_1 \sin \varphi_1 = n_2 \sin \varphi_2 \tag{9.10}$$

С учетом того, что коэффициент преломления воздуха равен 1, найдем условие полного внутреннего отражения:

$$\sin \alpha_{\text{крит}} = \frac{1}{n} \tag{9.11}$$

$$\alpha_{\text{крит}} = \omega\tau = \arcsin \frac{1}{n} \approx 49^\circ \tag{9.12}$$

$$\tau = \frac{1}{\omega} \arcsin \frac{1}{n} \tag{9.13}$$

2. Через время  $1,5\tau$  угол будет:

$$\beta = 1,5\omega\tau \approx 73^\circ \tag{9.14}$$

$$\gamma = 180^\circ - 2\beta \approx 34^\circ \tag{9.15}$$

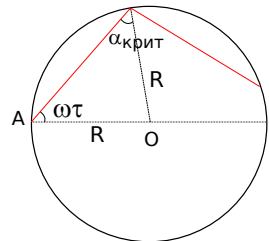


Рис. 9.16

Так как  $\gamma < 180^\circ$ , то лазерный луч несколько раз отразится, прежде чем попадет на зачерненную половину поверхности сосуда. Посчитаем количество отражений  $n$ . Рассмотрим треугольники  $\triangle AA_1O$ ,  $\triangle AA_2O$ , ...,  $\triangle AA_nO$ . Углы  $\angle A_{k-1}A_kO$  и  $\angle A_kA_{k+1}O$  ( $k = 1, \dots, n$ ) равны из условия отражения. Отсюда следует, что рассматриваемые треугольники равны, так как они равнобедренные, и углы при основании равны. Условие на количество отражений будет иметь вид:

$$n \cdot \gamma < 180^\circ < (n + 1) \cdot \gamma \quad (9.16)$$

$$n < 5.3 < n + 1 \quad (9.17)$$

Следовательно количество отражений  $n = 5$ . Тогда зависимость угловой координаты зайчика от времени  $\varphi(t)$  в окрестности  $t = 1.5\tau$  будет иметь вид:

$$\varphi(t) = (n + 1)\gamma(t) = (n + 1)(180^\circ - 2\beta(t)) = (n + 1)(180^\circ - 2\omega t) = 1080^\circ - 12\omega t \quad (9.18)$$

Отсюда видно, что зависимость координаты от времени линейная, поэтому находим модуль угловой и линейной скоростей:

$$\omega_3 = 12\omega \quad (9.19)$$

$$v_3 = 12\omega R \quad (9.20)$$

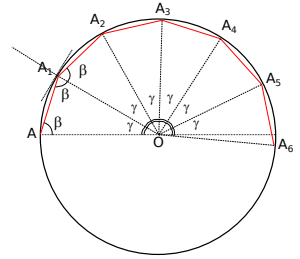


Рис. 9.17

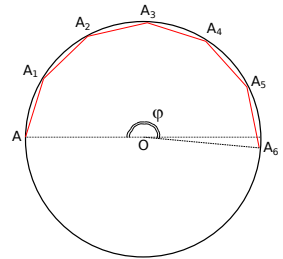


Рис. 9.18

## 10 класс

**Задание 1. На льдине** Рядом с мальчиком, стоящим на берегу реки, проплывает со скоростью  $v_0$  тяжёлая льдина прямоугольной формы с ровной горизонтальной поверхностью. Мальчик пускает камень массы  $m$  скользить по поверхности льдины от её края. Начальная скорость камня равна скорости льдины и направлена под углом  $\alpha = 60^\circ$  к берегу (рис. 10.1).

Мальчик заметил, что когда камень оказался на расстоянии  $h$  от ближнего к нему края льдины, скорость камня была минимальной.

- Какое количество теплоты  $Q$  выделится за время скольжения камня по поверхности льдины?
- На каком расстоянии  $s$  от мальчика, стоящего на берегу реки, будет находиться камень в момент окончания его скольжения по льдине?

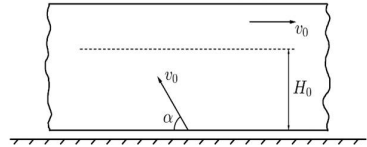


Рис. 10.1

**Задание 2. Раздельный вылет** Двум одинаковым соприкасающимся шарикам радиуса  $r = 5$  см сообщают горизонтальную скорость  $u$ . Шарик движется по нижнему колену закреплённой стоящей на боку U-образной трубки (рис. 10.2). Расстояние между осями колен  $h = 1,00$  м, они сопряжены по полуокружности, трения в системе нет, зазор между стенками и шариками мал.

При каких значениях скорости  $u$  один шарик вылетит из верхнего колена, а другой из нижнего? Ускорение свободного падения  $g$ .

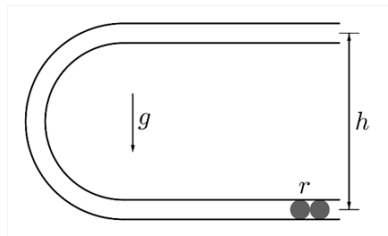


Рис. 10.2

**Задание 3. В архиве лорда Кельвина** Однажды, разбирая архив лорда Кельвина, теоретик Баг обнаружил график (рис. 10.3) и пояснительную записку из которой следовало, что Кельвин изучал изохорные процессы. От времени чернила выцвели, и координатные оси с графика исчезли, но осталась пометка о последней точке графика, соответствующей давлению  $p = 2000$  мм рт. ст. и температуре  $127^\circ\text{C}$ . стенками и шариками мал.

Баг понял, что на графике была приведена зависимость давления содержимого сосуда от температуры и что в сосуде кроме воздуха находится ещё какое-то вещество, которое претерпевало фазовый переход. Для выяснения, что же это было за вещество, Баг решил вычислить давление насыщенного пара этого веществ в точке, которую обозначил знаком вопроса.

- Что это было за вещество?
- Чему равно давление и температура в точке, помеченной знаком вопроса. Ответ обоснуйте. Найдите температуру содержимого сосуда в состоянии, когда 30 % всей жидкости, попавшей в сосуд, испарилось.

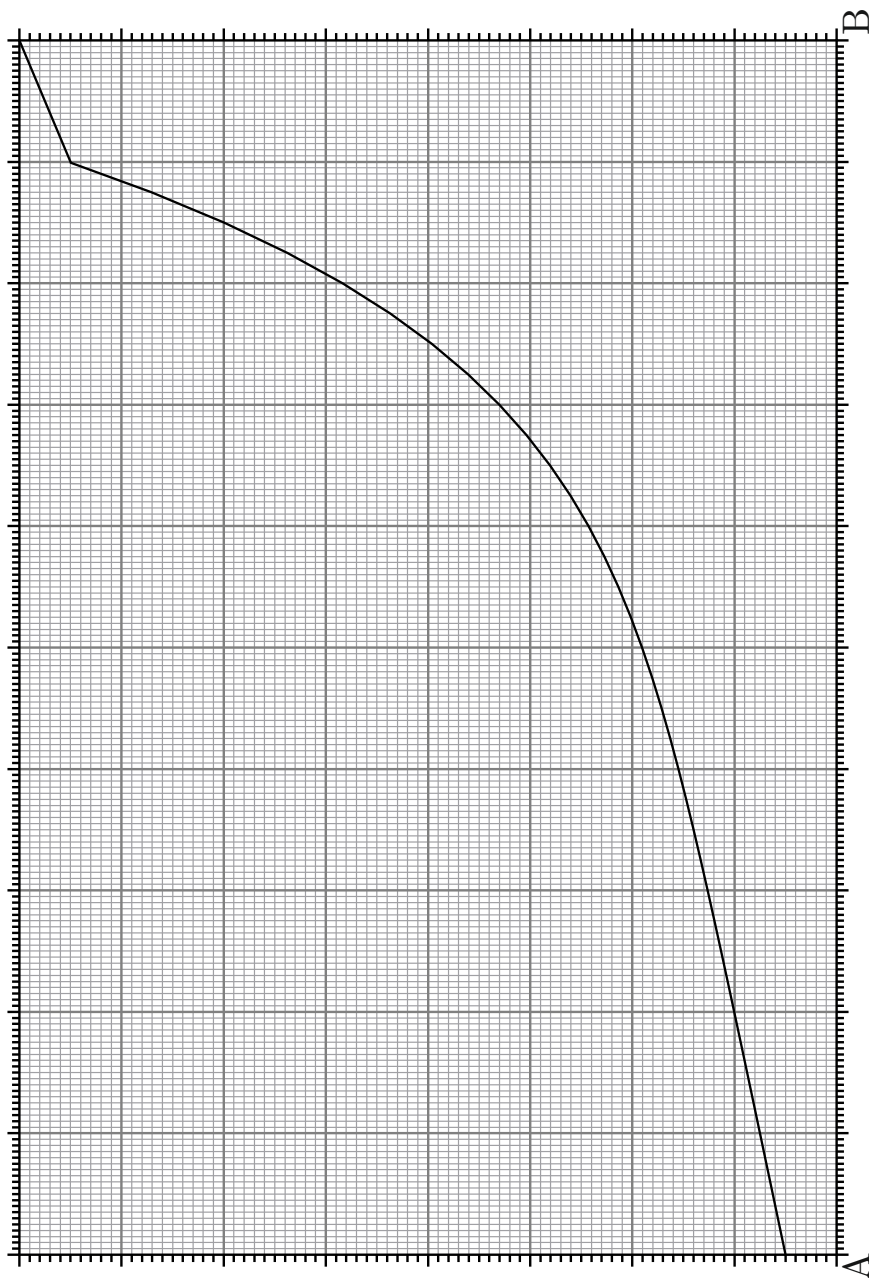


Рис. 10.3

**Задание 4. Мостик с диодами и конденсаторами** Электрическая цепь (рис. 10.4) составлена из трёх одинаковых конденсаторов ёмкостью  $C_1 = C_2 = C_3 = C$ , двух одинаковых диодов, двух идеальных амперметров, ключа и регулируемого источника напряжения. Зависимость силы тока через диод от напряжения на нём представлена на рис. 10.5.

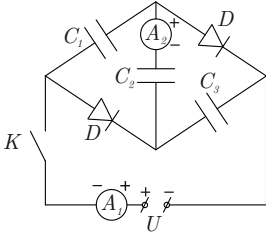


Рис. 10.4

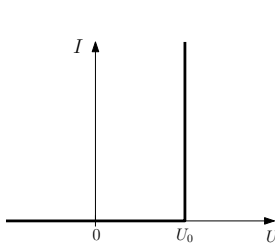


Рис. 10.5

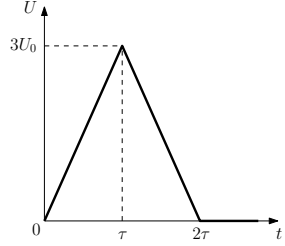


Рис. 10.6

- Пусть напряжение источника постоянно и равно  $3U_0$ . Сколько теплоты выделится в цепи при замыкании ключа  $K$ ?
- Пусть напряжение источника зависит от времени  $U = U(t)$  так, как показано на рис. 10.6. Ключ  $K$  постоянно замкнут. Определите зависимости от времени  $I_1(t)$  и  $I_2(t)$  показаний амперметров  $A_1$  и  $A_2$ . Нарисуйте графики зависимости  $I_1(t)$  и  $I_2(t)$  с указанием значений характерных точек на графике. Полярность источника и полярность подключения амперметров указаны на рис. 10.4. Во всех случаях в начальный момент времени конденсаторы не заряжены.

**Задание 5. Ом-м-м...** Электрическая цепь (рис. 10.7) собрана из одинаковых омметров и резистора, сопротивление которого  $R = 1$  кОм.

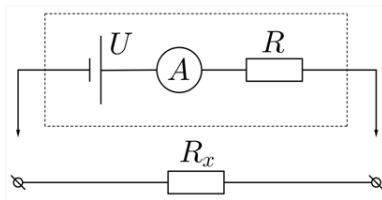


Рис. 10.7

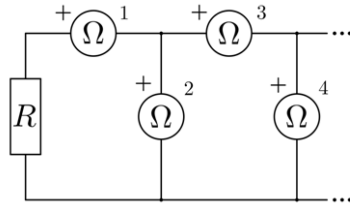


Рис. 10.8

Все омметры включены в цепь так, что у приборов с нечётным номером клемма, помеченная знаком плюс, находится слева, а у чётных — сверху. Определите показания первого, четвёртого и тринадцатого омметров. **Указание:** считайте, что омметр состоит из соединённых последовательно идеального источника постоянного напряжения  $U$ , резистора сопротивлением  $R = 1$  кОм и идеального амперметра (рис. 10.8). При подключении к омметру исследуемого резистора показания амперметра, встроенного в омметр, автоматически пересчитываются (например, с помощью встроенного микропроцессора) так, что на цифровом табло прибора отображается значение сопротивления исследуемого резистора  $R_x$ , подключённого к омметру.

**Возможное решение Т-10-1**

Перейдём в инерциальную систему отсчёта, в которой льдина неподвижна. В этой системе отсчёта скорость камня  $\vec{v}_{\text{отн}} = \vec{v}_{\text{камя}} - \vec{v}_{\text{льдины}}$ . В начальный момент скорость камня относительно льдины  $\sqrt{3}v_0$ .

Когда скольжение прекратится, скорость камня относительно льдины будет равна нулю. В этой системе отсчёта вся кинетическая энергия камня перейдёт в теплоугу:

$$Q = \frac{3mv_0^2}{2}.$$

Движение камня в системе отсчёта льдины равноускоренное: на камень действует постоянная сила трения скольжения, направленная против относительной скорости. Так как льдина движется равномерно, движение камня равноускоренное и в исходной системе отсчёта. Из треугольника скоростей ( $\vec{v}(t) = \vec{v}_0 + \vec{a}t$ ) видим, что скорость минимальна в момент, когда относительная скорость уменьшилась в два раза, так как минимальная скорость перпендикулярна относительной скорости, а треугольник равнобедренный. Таким образом, скорость камня относительно мальчика минимальна через время  $t/2$ , где  $t$  – время движения до остановки.

Для равноускоренного торможения до остановки верно, что за первую половину времени тело проходит  $\frac{3}{4}$  пути, поэтому максимальное удаление камня от края льдины  $y = \frac{4}{3}h$ . Относительно льдины тело переместилось на  $L = \frac{y}{\sin 30^\circ} = 2y = \frac{8}{3}h$  в направлении  $v_{\text{отн}}$ .

Время равноускоренного торможения до остановки можно найти из условия  $\frac{4}{3}h = \frac{1}{2}v_0 \cos 30^\circ \cdot t$ , получается  $t = \frac{16}{3\sqrt{3}} \frac{h}{v_0}$ .

Смещение камня по горизонтали составляет  $S_x = v_0 t - L_x = \frac{4}{3\sqrt{3}}h$ . Смещение относительно мальчика

$$s = \sqrt{S_x^2 + y^2} = \frac{8}{3\sqrt{3}}h.$$

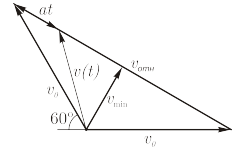


Рис. 10.10

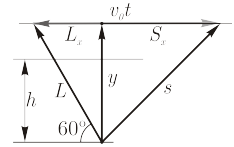


Рис. 10.11

**Возможное решение Т-10-2**

На изогнутом участке центры шариков движутся по окружности радиуса  $R = h/2$ . Точка  $O$  на рисунке – её центр.

Скатывающая сила – проекция силы тяжести на касательную к траектории центра шарика – в нижней части скругления для переднего шарика больше, чем для заднего. Поэтому шарики не расходятся и давят друг на друга. В верхней части скругления скатывающая сила больше для заднего шарика, он отстаёт от переднего.

Критическое положение, где сила давления шарика на шарик уменьшается до 0, а их контакт исчезает, отвечает равенству скатывающих сил. Это случай, когда точка соприкосновения шариков находится на одной горизонтали с точкой  $O$  (правая часть рис.).

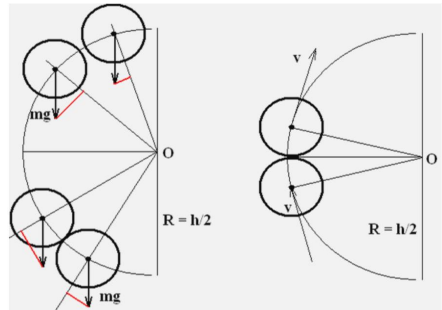


Рис. 10.12



Из сохранения энергии для скорости шариков  $v$  в критическом положении получаем:  $v^2 = u^2 - 2gR = u^2 - gh$ , где  $u$  начальная скорость.

Далее шарики движутся раздельно. Центр переднего шарика в критическом положении выше точки  $O$ . Передний окажется в верхнем колене, поднявшись на  $h/2 - r$  от его положения в критический момент. Из сохранения энергии для его скорости вылета имеем:

$$v_1^2 = v^2 - 2g\left(\frac{h}{2} - r\right) = u^2 - 2g(h - r).$$

Условие, что передний шарик доберётся до верхнего колена и вылетит

$$v_1^2 > 0, \text{ то есть } u^2 > 2g(h - r).$$

Задний шарик не доберётся до верхнего колена и вылетит из нижнего, если его скорость обратится в 0 ещё на участке скругления. Граничный случай нулевая скорость заднего шарика в верхнем колене. Тогда из закона сохранения энергии получим:

$$\frac{2mu_{\max}^2}{2} = 2mgh + \frac{mv_1^2}{2}, \text{ и } u_{\max}^2 = 2g(h + r).$$

Тогда диапазон  $u$  задан неравенствами:

$$\begin{aligned} 2g(h + r) > u^2 > 2g(h - r) \\ \text{или} \\ \sqrt{2g(h + r)} > u > \sqrt{2g(h - r)}, \\ 4,58 \text{ м/с} > u > 4,36 \text{ м/с}. \end{aligned}$$

Здесь числа посчитаны для  $g = 10 \text{ м/с}^2$ .

### Возможное решение Т-10-3

1. Анализируя график выделяем участки кривой:

(0-1) – давление насыщенных паров много меньше давления воздуха, смесь ведёт себя, как идеальный газ;

(1-2) – активный процесс испарения воды;

(2-3) – испарение всей жидкости, и увеличение давления, как у идеального газа.

При изохорическом нагреве давление идеального газа зависит от температуры по следующему закону:

$$P = \frac{\nu RT}{V},$$

следовательно, коэффициент наклона прямой  $p(T)$  для идеального пропорционален количеству вещества в единице объема. На участке (2 – 3) коэффициент наклона в два раза больше коэффициента наклона (0 – 1), т. е. при полном испарении количество вещества удвоилось.

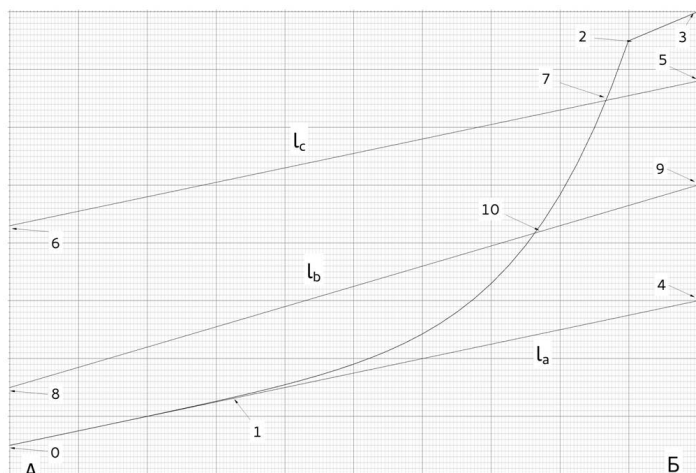


Рис. 10.13

Строим касательную к участку (0 – 1) и она пересекает вертикальную ось в точке (4). Эта касательная  $l_a$  показывает зависимость парциального давления воздуха в смеси, и так как при испарении количество вещества удвоилось, то в точке (3) давление в два раза выше, чем в точке (4). С другой стороны между точками (3) и (4) 50 вертикальных делений по 20 торр, т. е. Их разница 1000 торр, и точка (3) имеет значение давления 2000 торр, (4) – 1000 торр, а точка (0) имеет значение 500 торр. Давление в точках А и В равно 400 торр.

Так как давление в точке (4) в два раза больше давления в точке (0), то температура в точке (4) больше в два раза, чем в точке (0). Это значит, что их разница составляет  $T_0 = T_4/2$ , а количество маленьких делений по горизонтальной оси 200 дел.

Заметим, что разность между кривой смеси и прямой  $l_a$  дает давление насыщенных паров воды. Для воды мы знаем, что давление насыщенных паров при  $100^\circ\text{C}$  ( $373\text{ K}$ ) равно атмосферному, т. е. по условию задачи 760 торр, таким образом, необходимо найти, в какой точке давление смеси превышает давление воздуха на 760 торр. Для этого проводим прямую  $l_c$ , параллельную прямой  $l_a$  и смещенную на 760 торр вверх, т. е. на 38 делений по вертикальной оси, т. е. проходящую через точки (5) и (6). Эта прямая пересечёт кривую смеси в точке (7), температура которой будет составлять  $100^\circ\text{C}$  ( $373\text{ K}$ ), и будет отстоять по горизонтальной оси на расстоянии 173 клеточки от точки (0). Таким образом

$$\frac{T_4 - T_0}{200} = \frac{T_0}{200} = \frac{373 - T_0}{173} \Rightarrow T_0 = 200\text{ K} \Rightarrow T_4 = 400\text{ K}.$$

2. Заметим, что нам необходимо найти такую температуру, при которой давление превышает давление воздуха  $l_a$  на 40% от давления паров воды, если бы она вся испарилась, но это равно 40% давления самого воздуха. Т.к. в точке (0) давление воздуха равно 500 торр, то 40% - это 200 торр. Смещаемся на 10 делений вверх в точку (8), аналогично находим точку (9). Прямая  $l_b$ , проходящая через эти точки, пересечёт кривую смеси в точке (10), температура которой составляет  $(80 \pm 1)^\circ\text{C} = (353 \pm 1)\text{ K}$ .

Возможное решение Т-10-4

При малых напряжениях источника  $U$  диоды закрыты, конденсаторы соединены последовательно и напряжение на каждом из них  $\frac{U}{3}$ . Напряжения на диодах при этом равны  $2\frac{U}{3}$ . Если они достигают значения  $U_0$  (т.е. при  $U = 3\frac{U_0}{2}$ ), диоды становятся открытыми, и конденсаторы уже нельзя считать соединенными последовательно.

Пусть  $U_1, U_2$  и  $U_3$  – напряжения на конденсаторах при полярности, указанной на 10.14 (источник не показан).

Тогда справедливы уравнения:

$$\begin{cases} U_1 + U_2 + U_3 = U \\ U_1 + U_2 = U_0 \\ U_2 + U_3 = U_0 \end{cases}$$

Откуда получаем:

$$\begin{cases} U_1 = U_3 = U - U_0 \\ U_2 = 2U_0 - U \end{cases}$$

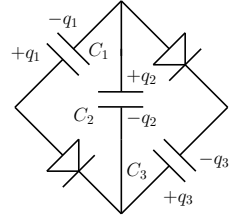


Рис. 10.14

Рассмотрим пункт 1) задачи. При  $U = 3U_0$  имеем:

$$\begin{cases} U_1 = U_3 = 2U_0 \\ U_2 = -U_0 \end{cases}$$

(полярность  $2$  противоположна указанной на рисунке). Через диоды прошли заряды

$$q_D = -q_2 + q_3 = CU_0 + 2CU_0 = 3CU_0,$$

при этом

$$q_1 = CU_1 = 2CU_0.$$

Значит, через источник прошел заряд

$$q_{ист} = q_1 + q_D = 5CU_0,$$

работа источника

$$A_{ист} = q_{ист}U = 15CU_0^2.$$

Энергия  $W_C$  конденсаторов при этом

$$W_C = 2\frac{C(2U_0)^2}{2} + \frac{CU_0^2}{2} = 4,5CU_0^2.$$

Тогда количество выделившегося тепла

$$Q = A_{ист} - W_C = 10,5CU_0^2.$$

Перейдем к пункту 2). До момента времени  $t = \tau/2$ , пока  $U \leq 3U_0/2$ , напряжение на диодах меньше  $U_0$ , а напряжения на конденсаторах равны  $U/3$ . При этом токи через амперметры

$$I_1 = I_2 = \frac{\Delta q_1}{\Delta t_1} = C \frac{\Delta U_1}{\Delta t} = \frac{CU_0}{\tau}$$

При  $t = \tau/2$  через диоды начинает течь ток, а напряжения на конденсаторах

$$\begin{cases} U_1 = U_3 = U - U_0 \\ U_2 = 2U_0 - U \end{cases}$$

При этом токи через амперметры

$$I_2 = \frac{\Delta q_2}{\Delta t} = C \frac{\Delta(2U_0 - U)}{\Delta t} = -CC \frac{\Delta U}{\Delta t} = -\frac{3CU_0}{\tau},$$

$$I_1 = \frac{\Delta q_2}{\Delta t} + \frac{\Delta q_D}{\Delta t} = \frac{\Delta q_3}{\Delta t} - \frac{\Delta q_2}{\Delta t} = 2C \frac{\Delta U}{\Delta t} + C \frac{\Delta U}{\Delta t} = \frac{9CU_0}{\tau}.$$

При уменьшении напряжения в интервале времени от  $\tau$  до  $2\tau$  ток через диоды не течет, напряжение на конденсаторах изменяется на одну и ту же величину

$$\Delta U_1 = \Delta U_2 = \Delta U_3 = -\frac{\Delta U}{3}.$$

При этом, с учетом знака напряжения  $U_2$ , модуль  $U_2$  возрастает. Ток тогда

$$I_1 = I_2 = \frac{\Delta q_1}{\Delta t} = C \frac{\Delta U_1}{\Delta t} = \frac{C \Delta U}{3 \Delta t} = -\frac{CU_0}{\tau}.$$

Графики зависимостей  $I_1(t)$ ,  $I_2(t)$  выглядят так:

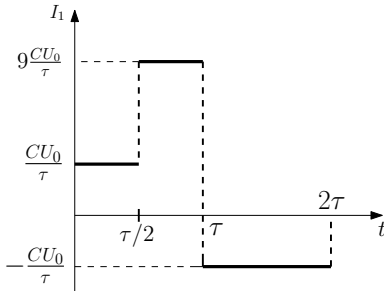


Рис. 10.15

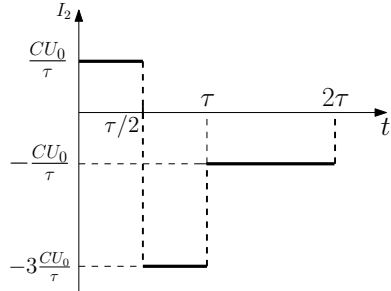


Рис. 10.16

Возможное решение Т-10-5

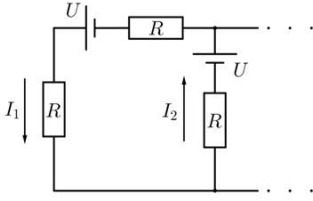


Рис. 10.17

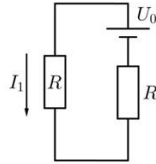


Рис. 10.18

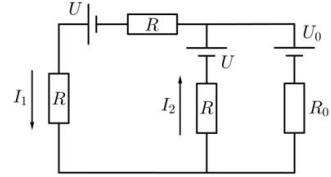


Рис. 10.19

Всю цепь омметров (рис. 10.17) можно эквивалентно (без изменения тока через резистор  $R$ ) заменить идеальным источником напряжения  $U_0$  и резистором сопротивления  $R_0$  (рис. 10.18). Поскольку число звеньев бесконечно, то значения  $U_0$  и  $R_0$  не зависят от номера звена, начиная с которого производится замена. Тогда эта же схема эквивалентна приведенной на рис. 10.19. Для нахождения  $U_0$  и  $R_0$  воспользуемся формулами последовательного и параллельного соединения источников:

$$U_0 = U + \left( \frac{U}{R} + \frac{U_0}{R_0} \right) \frac{RR_0}{R + R_0},$$

$$R_0 = \frac{RR_0}{R + R_0} + R.$$

Отсюда находим:

$$U_0 = \frac{(3 + \sqrt{5})U}{2}, \quad R_0 = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}R.$$

Тогда сила тока, протекающего через внешний резистор,

$$I_1 = \frac{U_0}{R_0 + R} - \frac{U(3 + \sqrt{5})}{2\left(R + R\frac{1 + \sqrt{5}}{2}\right)} = \frac{U}{R}.$$

Показание первого омметра

$$R_1 = \frac{U}{I_1} - R = 0.$$

Показание второго омметра находим, применив закон Кирхгофа для контура с внешним резистором и первыми двумя омметрами

$$2U = 2I_1R + I_2R.$$

Тогда

$$I_2R = 2(U - I_1R) = 0.$$

Оказывается, что сила тока  $I_2$ , текущего через второй омметр равна нулю. Следовательно,

$$R_2 = \frac{U}{0} - R = \infty.$$

В следующих ветвях все повторяется. Нечетные омметры показывают ноль, четные – бесконечность, поэтому  $R_1 = R_{13} = 0, R_4 = \infty$ .

## 11 класс

**Задача 1. Слинки** Пружину «слинки» удерживают за верхний виток так, что ее нижний виток находится на высоте  $h = 1$  м над уровнем пола, а длина самой пружины, растянутой силой собственного веса, равна  $l = 1,5$  м. Пружину отпускают. Через какое время  $\tau$  она упадет на пол? В нерастянутом состоянии витки пружины плотно прилегают друг к другу, не оказывая при этом давления друг на друга, а длина пружины составляет  $l_0 = 6$  см. Витки тонкие. При схлопывании пружины витки между собой соударяются неупруго, и к моменту падения она успевает схлопнуться. Ответ дать с точностью 0,02 с.



**Задача 2. Я тучка, тучка, тучка...** В приближении адиабатической атмосферы оцените:

1. высоту  $H$  атмосферы Земли;
2. высоту  $h_0$  нижней кромки облаков;

Температура на поверхности Земли  $t_0 = 27^\circ\text{C}$ , а относительная влажность воздуха  $\varphi = 80\%$ . Считайте, что  $h_0 \ll H$ .

*Указание:* Адиабатической называется атмосфера, в которой порции газа, перемещаясь по вертикали без теплообмена, все время остаются в механическом равновесии.

Рис. 11.1

Таблица 11.1

Зависимость давления насыщенного водяного пара от температуры

$t, ^\circ\text{C}$	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30
$P_H$ , мм.рт.ст.	7,01	8,05	9,21	10,5	12,0	13,6	15,5	17,5	19,8	22,4	25,2	28,4	31,8

*Примечание:* Воздух считать идеальным двухатомным газом с молярной массой  $\mu = 29$  г/моль

**Задача 3. Бусинка** Заряд  $Q$  равномерно распределен по поверхности диэлектрической тонкостенной закрепленной трубы радиуса  $R$  и длиной  $H$ . Бусинка с тем же по знаку зарядом может свободно скользить по тонкой непроводящей спице, совпадающей с диаметром серединного (равноудаленного от торцов) сечения.

Найдите период  $T$  малых колебаний бусинки относительно положения равновесия. Удельный заряд бусинки  $\gamma = q/m$  считайте известным.

**Задача 4. И снова МГД** Модель морского магнитогидродинамического двигателя, установленного под днищем катера (рис. 11.2) представляет собой прямоугольный канал ( $a = 1,0$  м,  $l = 2$  м,  $h = 10$  см). К хорошо проводящим плоскостям  $hl$  подключен идеальный источник постоянного тока с ЭДС  $\mathcal{E} = 100$  В. Магнитное поле  $B = 1$  Тл пронизывает канал перпендикулярно непроводящим плоскостям  $al$ . При движении катера с таким двигателем с постоянной скоростью  $u$  скорость вытекающей относительно катера воды  $v = 10$  м/с.

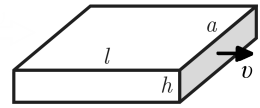


Рис. 11.2

Удельное сопротивление морской воды  $\rho = 1,0 \cdot 10^{-2}$  Ом · м, ее плотность  $\rho_{\text{в}} = 1000$  кг/м<sup>3</sup>.

Найдите скорость движения катера, силу тяги, полезную мощность и КПД двигателя.

**Задача 5. Лунное затмение** Как известно, Солнце не является точечным источником света, а имеет малый угловой диаметр (при наблюдении с Земли)  $2\delta = 0,52^\circ$ . Этот факт приводит к тому, что область полной тени за Землей оказывается конечной.

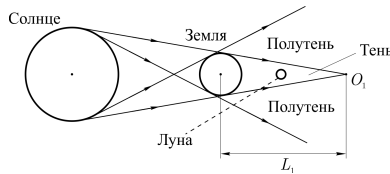


Рис. 11.3

1. Пусть рефракция (явление преломления солнечных лучей в земной атмосфере) отсутствует. На каком расстоянии  $L_1$  от Земли еще будет наблюдаться полная тень? Найдите продолжительность полного лунного затмения в этом случае.
2. В действительности рефракция оказывает существенное влияние на размер области полной тени. Пусть атмосфера Земли имеет приведенную высоту  $h = 8$  км и средний показатель преломления  $n = 1,00028$ .

Полагая, что границу тени образуют лучи, идущие по касательной к поверхности Земли, определите на каком максимальном расстоянии  $L_2$  теперь будет наблюдаться полная тень? Какая часть площади лунного диска окажется затенена?

Радиус Земли  $R = 6400$  км, ускорение свободного падения  $g = 9,8$  м/с<sup>2</sup>, угловой диаметр Луны равен угловому диаметру Солнца  $2\delta$ , период обращения Луны вокруг Земли  $T_0 = 27,3$  сут.

### Возможное решение Т-11-1

По теореме о движении центра масс время падения пружинки - это время падения тела с высоты  $H = h + h_c$ , где  $h_c$  - высота центра масс относительно положения нижнего витка висящей пружины. Найдем эту высоту. Пусть жесткость одного витка пружины  $k$ , его масса  $m$ , число витков в пружине  $N$ . Тогда из условия равновесия для  $i$ -ого витка получаем:

$$k\Delta x_i = (i - 1)mg \quad (11.1)$$

Координата  $i$ -ого витка равна

$$x_i = \sum_1^i \Delta x_i = \frac{mgi(i-1)}{2k} \quad (11.2)$$

Тогда, с учетом того, что число витков  $N \gg 1$ , получаем:

$$l = x_N = \frac{mgN(N-1)}{2k} \approx \frac{mgN^2}{2k} \quad (11.3)$$

Вычислим координату центра масс:

$$h_c = \frac{1}{mN} \sum_1^N mx_i = \frac{1}{N} \sum_1^N \frac{mgi(i-1)}{2k} = \frac{1}{N} \left( \frac{mgN^3}{6k} + O(N^2) \right) \approx \frac{mgN^2}{6k} = \frac{l}{3} \quad (11.4)$$

Время падения пружины

$$\tau = \sqrt{\frac{2H}{g}} = \sqrt{\frac{2(h + \frac{l}{3})}{g}} \approx 0.55 \text{ c} \quad (11.5)$$

Если учесть длину пружины в сжатом состоянии, то поправка на положение центра масс не превысит  $l_0$ , а поправка на время падения, соответственно, составит

$$\frac{\Delta\tau}{\tau} \approx \frac{1}{2} \frac{\Delta H}{H} \approx \frac{l_0}{2(h + \frac{l}{3})} \approx 2\% \Rightarrow \Delta\tau = 0.01 \text{ c} \quad (11.6)$$

### Возможное решение Т-11-2

Рассмотрим перемещение порции одного моля воздуха в атмосфере. В адиабатическом приближении по закону сохранения энергии работа внешнего по отношению к выделенной порции воздуха давления расходуется на изменение внутренней  $U$  и потенциальной  $\mu gz$ . Тогда:

$$P_1V_1 - P_2V_2 = U_2 - U_1 + \mu g(z_2 - z_1) \quad (11.1)$$

Перегруппировав слагаемые, получаем:

$$c_p \Delta T = -\mu g \Delta z \quad (11.2)$$

Отсюда получаем зависимость температуры от высоты

$$T = T_0 - \frac{\mu g}{c_p} z = T_0 - \frac{2\mu g}{7R} z \quad (11.3)$$



Высоту атмосферы можно оценить по высоте, при которой температура воздуха обращается в абсолютный ноль:

$$H \approx \frac{7RT_0}{2\mu g} \approx 30 \text{ км} \quad (11.4)$$

Нижняя кромка облаков образуется в точке росы, то есть на такой высоте  $h_0$ , при которой парциальное давление водяного пара сравнивается с давлением насыщенного пара  $P(z)$ , учитывая, что на поверхности Земли давление пара  $P_0 = \varphi P_H(T_0)$ .

По законам гидростатики парциальное давление водяного пара с высотой изменяется по закону:

$$\frac{\partial P}{\partial z} = -\rho g \quad (11.5)$$

Так как  $h_0 \ll H$ , то можно считать изменения температуры и давления воздуха малыми, поэтому его плотность практически постоянна и равна  $\rho \approx P_0 \mu_{H_2O} / RT_0$ . Тогда давление изменяется по линейному закону:

$$\frac{P(z)}{P_H(T_0)} \approx \frac{P_0}{P_H(T_0)} - \frac{\rho g z}{P_H(T_0)} = \varphi \left( 1 - \frac{\mu_{H_2O} g z}{RT_0} \right) \quad (11.6)$$

Используя таблицу зависимости давления насыщенного пара от температуры и зная зависимость температуры от высоты, построим график зависимости давления насыщенного пара от высоты  $P_H(z)/P_H(T_0)$ . На этой же координатной плоскости построим график зависимости парциального давления водяного пара  $P(z)/P_H(T_0)$ . Абсцисса точки пересечения этих графиков и будет искомой высотой.

Из графиков получаем, что  $h_0 \approx 0.43$  км. Заметим, что на этой высоте парциальное давление паров понизилось примерно на 6% по сравнению с давлением у поверхности Земли, а температура - менее, чем на 2%, что вполне оправдывает наши приближения.

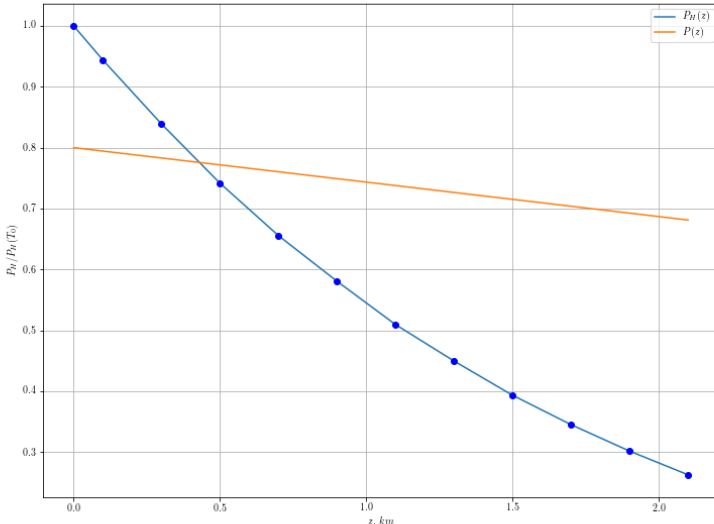


Рис. 11.4  
Зависимость давления от высоты

**Альтернативное решение** Выделим полубесконечный цилиндр воздуха сечением  $S$ . Рассмотрим небольшую порцию на высоте от  $z$  до  $z + dz$ . Запишем условие равновесия для этой порции:

$$P(z)S = P(z + dz)S + g\rho Sdz \Rightarrow dP = -\rho g dz \quad (11.1)$$

Из уравнения Менделеева-Клапейрона, уравнения Пуассона в форме  $\rho^{1-\gamma}T = const$  и с учетом (1) получаем:

$$\frac{7}{2}RdT = -\mu g dz \quad (11.2)$$

Проинтегрировав, получаем зависимость температуры воздуха от высоты:

$$T = T_0 - \frac{2\mu g}{7R}z \quad (11.3)$$

Дальнейшее решение полностью совпадает с основным

*Примечание:* Можно находить зависимость давления от высоты так же через уравнение Пуассона, а затем делать оценку, приравнивая нулю давление на высоте  $H$ . Зависимость  $P(z)$  при этом получается следующая:

$$P(z) = P(0) \left(1 - \frac{2\mu g}{7RT_0}z\right)^{\frac{7}{\gamma-1}}$$

### Возможное решение Т-11-3

Для определения зависимости  $E_r(r)$  вблизи положения равновесия воспользуемся теоремой Гаусса: поток вектора  $\vec{E}$  через поверхность соосного с заряженным небольшим цилиндра (радиус основания  $r$ , высота  $2x$  ( $x \ll r \ll R, H$ )) равен нулю. Для начала найдем  $E_x(x)$ . Это поле однородно заряженного кольца высотой  $2x$ , лежащего на дальнем от текущей точки крае цилиндра. Заряд кольца  $2xQ/H$ . Расстояние до точки наблюдения  $L \approx \sqrt{R^2 + H^2}/4$ . Тогда поле кольца на оси:

$$E_x(x) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{H} 2x \cdot \frac{1}{L^2} \cdot \frac{H}{2L} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{L^3} x.$$

Вычислим величины потоков:  $\Phi_{\text{осн}}$  через основание и  $\Phi_{\text{бок}}$  через боковую поверхность гауссова цилиндра:

$$\Phi_{\text{осн}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{L^3} x \cdot \pi r^2, \quad \Phi_{\text{бок}} = 2\pi r \cdot 2x \cdot E_r(r).$$

По теореме Гаусса  $2\Phi_{\text{осн}} + \Phi_{\text{бок}} = 0$ , значит

$$2\pi r \cdot 2x \cdot E_r(r) = -2 \cdot \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{L^3} x \cdot \pi r^2.$$

Отсюда получаем, что в плоскости кольца при смещении  $r$  из центра величина вектора напряженности пропорциональна смещению

$$E_r(r) = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{2L^3} r.$$

Уравнение движения бусинки:

$$m\ddot{r} = qE_r(r) = -q \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{2L^3} r.$$

Частота гармонических колебаний

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{m} \frac{Q}{2L^3}} = \frac{1}{L} \sqrt{\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\gamma Q}{2L}},$$

Период

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\sqrt{2}\pi L \sqrt{\frac{4\pi\epsilon_0 L}{\gamma Q}}.$$

### Возможное решение Т-11-4

**Возможное решение 1. Энергетический метод.** Перейдем в систему отсчета, в которой катер покоится. В этой системе отсчета скорость движения воды, которая находится далеко от катера равна  $u$ , а скорость вытекающей из двигателя воды  $v$ . Запишем закон сохранения энергии для воды, которая прошла через канал:

$$\frac{\rho_B u^2}{2} + jBl = \frac{\rho_B v^2}{2}, \quad (11.1)$$

где  $j = I/(hl)$  - плотность тока, текущего поперек канала.

В канале возникает ЭДС индукции, направленная против ЭДС источника, поэтому полный поперечный ток равен

$$I = \frac{\mathcal{E} - vBa}{R} = \frac{lh}{\rho a} (\mathcal{E} - vBa) \quad (11.2)$$

Подставляя (2) в (1) получим:

$$u = \sqrt{v^2 - \frac{2Bl}{\rho\rho_B a} (\mathcal{E} - vBa)} = 8 \text{ м/с}.$$

Сила тяги двигателя равна изменению импульса воды, прошедшей через канал:

$$T = \frac{\Delta m}{\Delta t} (v - u) = \rho_B a h v (v - u) = 2 \text{ кН}.$$

Полезная мощность:

$$P_{\text{пол}} = Tu = 16 \text{ кВт}.$$

Коэффициент полезного действия:

$$\eta = \frac{P_{\text{пол}}}{\mathcal{E}I} = \frac{\rho T u a}{lh\mathcal{E}(\mathcal{E} - vBa)} \approx 9\%.$$

**Возможное решение 2. Динамический метод.** В канале возникает ЭДС индукции, направленная против ЭДС источника. Полный поперечный ток равен

$$I = \frac{\mathcal{E} - vBa}{R} = \frac{lh}{\rho a}(\mathcal{E} - vBa)$$

Сила тяги равна действующей на этот ток силе Ампера:

$$T = F_A = I Ba = \frac{lhB}{\rho}(\mathcal{E} - vBa) = 1.8 \text{ кН}. \quad (11.3)$$

С другой стороны, сила тяги двигателя равна изменению импульса воды, прошедшей через канал за единицу времени:

$$T = \frac{\Delta m}{\Delta t}(v - u) = \rho_B a h v (v - u). \quad (11.4)$$

Приравнивая (1) и (2) получим:

$$u = v - \frac{T}{\rho_B a h v} = \frac{lB}{\rho \rho_B a v}(\mathcal{E} - vBa) = 8,2 \text{ м/с}.$$

Полезная мощность:

$$P_{\text{пол}} = Tu = 14,76 \text{ кВт}.$$

Коэффициент полезного действия:

$$\eta = \frac{P_{\text{пол}}}{\mathcal{E}I} = \frac{\rho T u a}{lh \mathcal{E}(\mathcal{E} - vBa)} \approx 8,2\%.$$

*Примечание к динамическому методу.* Использованное в этом решении положение  $T = F_A$  в действительности равносильно не вполне корректному использованию закона сохранения импульса. В самом деле, если поток воды через канал с расходом  $\frac{\Delta m}{\Delta t} = \rho a h v$  на большом расстоянии от катера (в СО, связанной с катером) имеет эффективную площадь сечения  $S$  такую, что  $u \cdot S = v a h$ , т.е.  $S = a h \frac{v}{u}$ . Тогда импульс, проходящий за время  $\Delta t$  через  $S$  ( $\rho u S \Delta t$ )  $\cdot u$ , увеличивается за счет импульса силы Ампера  $I B a \Delta t$ , и конечный импульс  $\rho a h v \Delta t v = (\rho u \frac{v}{u} a h \Delta t) u + I B a \Delta t$ , и  $v^2 = v u + \frac{I B}{\rho h} \Rightarrow u = v - \frac{I B}{\rho h v}$ , — ровно то же значение, что получено при  $T = F_A$ . Но в таком рассуждении не учитывается изменение импульса тех масс воды, которые не проходят через канал, а в них из-за увеличения площади сечения скорость становится меньше  $u$ , т.е. часть импульса «теряется» (ясно, что есть градиент давления в потоке и система, к которой мы в альтернативном решении применяем закон сохранения импульса, незамкнута).

**Возможное решение Т-11-5**

1. В отсутствие рефракции лучи сходятся под тем же углом, под которым Солнце видно с Земли, то есть  $2\delta$ , поэтому  $L_1 = R/\delta \approx 1,4 \cdot 10^6$  км. Из второго закона Ньютона для движения Луны по орбите радиуса  $R_0$  с угловой скоростью  $\omega_0$ :

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \sqrt{\frac{GM_3}{R_0^3}} = \sqrt{\frac{gR^2}{R_0^3}}, \quad \text{откуда} \quad R_0 = \sqrt[3]{\frac{gT_0^2 R^2}{4\pi^2}} \approx 384 \text{ тыс. км.}$$

Отсюда находим диаметр Луны  $D = 2\delta R_0 \approx 3,45 \cdot 10^3$  км, а также диаметр темного пятна на уровне Луны (Рис. 2):

$$D_1 = 2R \left(1 - \frac{R_0}{L_1}\right) \approx 9,3 \cdot 10^3.$$

Тогда продолжительность полного лунного затмения:

$$T = \frac{D_1 - D_2}{\omega_0 R_0} = T_0 \frac{D_1 - D_2}{2\pi R_0} \approx 1,6 \text{ ч}$$

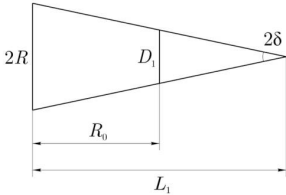


Рис. 11.5

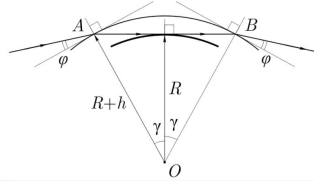


Рис. 11.6

2. Запишем закон Снелла при преломлении луча на границе с атмосферой:

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right) = n \left(\frac{\pi}{2} - \gamma\right).$$

Учитывая, что  $n = 1 + \Delta n$ , где  $\Delta n = 2,8 \cdot 10^{-4} \ll 1$ , а также используя приближение малых углов, перепишем формулу в виде

$$1 - \frac{\varphi^2}{2} = (1 + \Delta n) \left(1 - \frac{\gamma^2}{2}\right).$$

Раскроем скобки, пренебрегая слагаемым третьего порядка малости:  $(\gamma^2 - \varphi^2)/2 = \Delta n$ , что можно приближённо записать как  $\gamma(\gamma - \varphi) = \Delta n$ , откуда находим угол отклонения луча:

$$\Delta\varphi = \gamma - \varphi = \frac{\Delta n}{\gamma}.$$

Как видно из рис. 11.6,  $\cos \gamma = R/(R+h)$ , откуда:

$$\gamma \approx \sin \gamma = \sqrt{1 - \left(\frac{R}{R+h}\right)^2} \approx \frac{\sqrt{2Rh}}{R+h} \approx \sqrt{\frac{2h}{R}}.$$

Луч претерпевает два одинаковых отклонения: при входе в атмосферу и при выходе из неё, поэтому результирующий угол будет равен  $2\Delta\varphi$ . Таким образом, в условиях рефракции угол  $\psi$ , под которым сходятся солнечные лучи, оказывается равным  $\psi = 2\delta + 4\varphi$ .

Окончательно получим:

$$L_2 = \frac{2R}{2\delta + 4\Delta\varphi} = \frac{R}{\delta + \Delta n\sqrt{2R/h}} \approx 408 \text{ тыс. км.}$$

Отсюда находим диаметр тёмного пятна на луне

$$D_2 = 2R \left(1 - \frac{R_0}{L_2}\right) \approx 753 \text{ км}$$

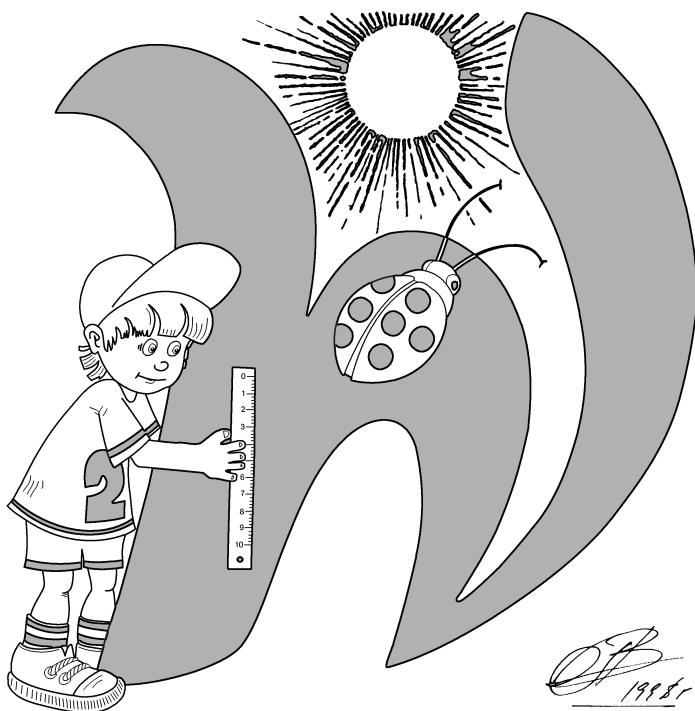
и искомое отношение площадей  $\varepsilon = (D_2/D)^2 \approx 4,8\%$ .

Центральная предметно-методическая комиссия  
Всероссийской олимпиады школьников по физике

# II Всероссийская олимпиада школьников по физике

Заключительный этап  
Экспериментальный тур

Методическое пособие



Казань – 2017

Комплект задач подготовлен  
Центральной предметно-методической комиссией  
Всероссийской олимпиады школьников по физике

Телефоны: (495) 408-80-77, 408-86-95

E-mail: [physolymp@gmail.com](mailto:physolymp@gmail.com)

Сайт: [physolymp.ru](http://physolymp.ru)

Собрано в  $\text{\LaTeX}$  by И. А. Утешев.

При подготовке оригинал-макета

использовалась издательская система  $\text{\LaTeX}$  2 $\epsilon$ .

© Авторский коллектив

141700, Московская область, г. Долгопрудный

Московский физико-технический институт



## 9 класс

### Задание 1. Игра стоит свеч

Целью исследования является определение удельной теплоты сгорания парафина, из которого изготовлена свеча.

1. Проведите эксперимент с вертушкой. Для этого установите свечу в поддон и попросите дежурного по аудитории ее зажечь. Установите ветрозащитную трубу. Наденьте на острие оси вертушку. Убедитесь, что она вращается (рис. 9.5).



Рис. 9.5



Рис. 9.6

2. Определите время, через которое вращение вертушки выходит на установившийся режим и период ее обращения перестает существенно меняться.
3. Снимите вертушку. Не снимая трубы, затушите свечу. Дождитесь затвердевания парафина и только после этого разберите конструкцию.
4. Определите скорость  $\mu$  изменения массы свечи в процессе ее горения с погрешностью не более 5%. Ответ выразите в г/час.
5. Вновь соберите конструкцию с вертушкой, заменив свечу на лампочку (рис. 9.6). Исследуйте зависимость частоты вращения вертушки от электрической мощности, потребляемой лампочкой. Постройте график полученной зависимости.

Используя результаты проведенных исследований, определите удельную теплоту сгорания парафина.

*Примечания:*

1. Не изменяйте угол наклона лопастей вертушки!

2. Поддон с горячей свечой или лампочкой должен располагаться на подставке с наклеенным на неё скотчем.
3. Устанавливая вертушку на острие оси, следите за тем, чтобы её плоскость была горизонтальна. При нарушении горизонтальности вертушки в процессе вращения, подберите её положение на острие оси более тщательно!
4. Установку лампочки проводите в следующей последовательности: отделите вертикальную ось вертушки от поддона, наденьте на нижнюю часть оси проволочную петлю, имеющуюся на лампочке, вновь вставьте ось в поддон (рис. 9.6), отрегулируйте положение лампочки.

**Оборудование.** Подставка со скотчем, вертушка, свеча, поддон, ось, отрезок трубы, лампочка с проводами, регулируемый источник тока, весы, секундомер, миллиметровая бумага.

### Задание 2. Висячий мост

Проведите исследование электрических параметров «серого ящика», содержащего три резистора и идеальный источник постоянного напряжения  $U_0$ . Общий вид и схема ящика приведены на рисунках 9.7 и 9.8.

1. Запишите номер выданного ящика.
2. Установите соответствие между выводами 1, 2, 3 и точками  $A, B, C$  схемы «серого ящика» (рис. 9.8).
3. Снимите зависимость напряжения между точками  $A$  и  $B$  от значения сопротивления  $r$  ветви  $BC$  (см. рис. 9.9) и постройте ее график.
4. Найдите сопротивления резисторов  $R_1, R_2, R_3$  и напряжение  $U_0$  идеального источника, находящегося в «сером ящике». Оцените погрешности полученных результатов.

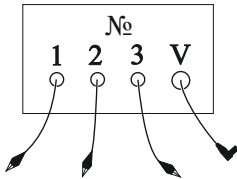


Рис. 9.7

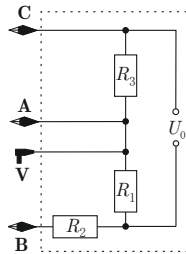


Рис. 9.8

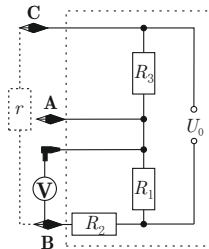


Рис. 9.9

*Примечание.* Погрешности сопротивлений выданных резисторов составляют 2% от номиналов; упрощенно погрешность мультиметра можете считать равной трем единицам последнего разряда.

**Оборудование.** Мультиметр с одним проводом (режим амперметра отключен); «серый ящик» с проводом для подключения к мультиметру (штексер) и тремя выводами, обозначенными на «ящике» 1, 2, 3 с зажимами типа «крокодил»; набор из 3-х резисторов 1,0 кОм, 2,0 кОм, 4,7 кОм (в полиэтиленовом пактике); миллиметровая бумага.

Возможное решение Э-9-1

**Результаты, полученные в авторском решении, могут отличаться от результатов эксперимента, проведенного на других установках!**

Частота вращения вертушки зависит от мощности, выделяемой источником тепла, в качестве которого может выступать как свеча, так и лампа накаливания. Благодаря наличию защитной трубы почти вся тепловая энергия переходит в энергию восходящего воздушного потока, которой определяется скорость вращения вертушки.

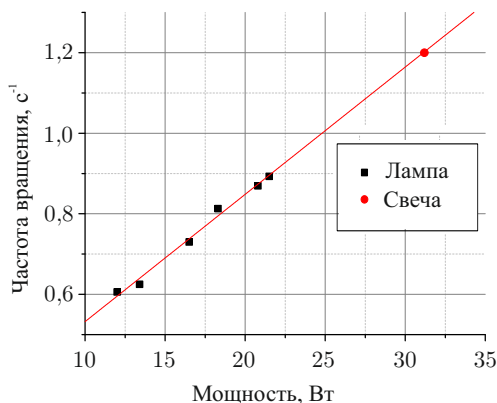
Собираем установку и с интервалом 20 – 30 с измеряем время десяти оборотов вертушки. Через 3 – 5 минут период вращения достигает значения 0,80 – 0,85 с (частота 1,17 – 1,25 с<sup>-1</sup>).

Дожидаемся остывания установки и извлекаем оттуда свечу. Так как абсолютная погрешность весов 0,03 г, то для обеспечения требуемой точности необходимо, чтобы сторело не менее 1,2 г парафина. Измеряем массу свечи с помощью весов, затем снова зажигаем её и оставляем гореть на время 30 – 40 минут. После чего проводим повторное измерение массы. Рассчитываем скорость  $\mu$  изменения массы свечи. Она составляет 2,2 – 2,6 г/час.

Собираем конструкцию с вертушкой, заменив свечу на лампу. Снимаем зависимость частоты вращения вертушки от мощности (каждый раз дожидаясь выхода на установившийся режим), строим график и аппроксимируем его прямой. Экстраполяция графика до частоты вращения вертушки со свечой равной 1,2 с<sup>-1</sup> даёт мощность  $N$  горячей свечи 31 Вт. Из закона сохранения энергии определяем удельную теплоту сгорания парафина

$$q = \frac{N\tau}{\Delta m} = (47 \pm 4) \text{ МДж/кг},$$

где  $\tau$  – время горения свечи,  $\Delta m$  – изменение её массы.



Возможное решение Э-9-2

Определим расположение выводов  $A$ ,  $B$  и  $C$ . Будем подключать щуп вольтметра к выводам «серого ящика». Тогда вывод, при подключении к которому вольтметр показывает 0, очевидно, соответствует выводу  $A$  схемы.

Теперь, замыкая  $A$  с одним из двух других выводов, а к третьему подключая вольтметр, получаем два различных значения напряжения. Предполагаем, что сопротивление вольтметра намного больше сопротивлений резисторов (позже это предположение подтвердится). Тогда при подключении вольтметра к выводу  $B$  он должен показывать практически  $U_0$  ( $AC$  закорочен), а при подключении к  $C$  – меньшее напряжение. Таким образом, определили положения выводов 1 –  $C$ , 2 –  $A$ , 3 –  $B$ , и  $U_0 = 1,636$  В.

Пусть  $r$  – сопротивление ветви  $BC$ . Снимаем нужную нам зависимость, используя разорванный и закороченный участок  $BC$ , а также соединяя резисторы в различные комбинации. Теоретически она выглядит так (знак зависит от полярности подключения вольтметра):

$$U_{AB}(r) = \pm U_0 \frac{R_2 R_3 - R_1 r}{(R_1 + R_3)(R_2 + r)} \text{ (гипербола)}$$

Полученная в эксперименте зависимость изображена на рис. 9.19.

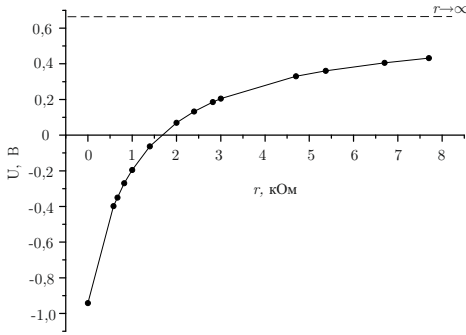


Рис. 9.19

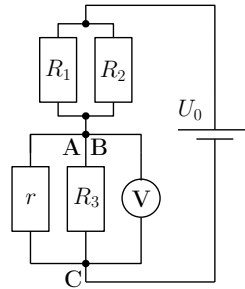


Рис. 9.20

Далее в формулах все значения показаний вольтметра считаются взятыми по модулю.

Подключая свободный вывод вольтметра к  $B$  и  $C$ , получаем значения  $U_B = 0,982$  В и  $U_C = 0,651$  В, и тогда

$$\alpha = \frac{R_3}{R_1} = \frac{U_C}{U_B} = 1,51 \tag{9.21}$$

Заметим, что разница между  $U_B + U_C$  и  $U_0$  составляет 3 мВ, что лежит в пределах погрешности вольтметра. Значит, можем считать сопротивление вольтметра много большим сопротивлений резисторов внутри ящика.

Приведем несколько вариантов дальнейшего решения задачи.

**Вариант 1 (честный)**

Теперь подключаем вольтметр к выводу  $C$ , соединяя накоротко выводы  $A$  и  $B$ . Подключая резисторы к  $BC$ , можем изменять  $r$  в схеме на рисунке 9.20. Обозначим  $R_{12} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$ . Если оставить разрыв по линии  $BC$ , то показания вольтметра  $U_{AC}(\infty) = 1,353$  В будут давать

$$\beta = \frac{U_{AC}(\infty)}{U_0 - U_{AC}(\infty)} = \frac{R_3}{R_{12}} = 4,78 \quad (9.22)$$

Пользуясь (9.21), можем найти  $\frac{R_2}{R_1}$  из  $\alpha = \beta \frac{R_2}{R_1} \frac{1}{1 + \frac{R_2}{R_1}}$ . Тогда

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{\alpha}{\beta - \alpha} = 0,46$$

Подключив, например,  $r = 1,0$  кОм, получаем  $U_{AC}(r) = 0,834$  В, и тогда  $\delta = \frac{U_{AC}(r)}{U_0 - U_{AC}(r)} = \frac{R_{3r}}{R_{12}} = 1,04$ , где  $R_{3r} = \frac{R_3 r}{R_3 + r}$ . Подставляя  $R_{12}$ , выраженное через  $R_3$  из (9.22), находим из  $\delta \frac{R_3}{\beta} = \frac{R_3 r}{R_3 + r}$  отношение  $\frac{R_3}{r} = \frac{\beta}{\delta} - 1 = 3,60$  и, соответственно,  $R_3 = 3,60$  кОм, а затем и  $R_2 = 1,10$  кОм с  $R_1 = 2,40$  кОм.

Для увеличения точности повторим последний опыт с другими значениями  $r$  и усредним полученные значения  $R_1$ ,  $R_2$  и  $R_3$ .

В итоге получим  $R_3 = 3,58$  кОм,  $R_2 = 1,09$  кОм,  $R_1 = 2,39$  кОм.

**Вариант 2 (быстрый)**

Определим  $R_2$ . Для этого подключим вольтметр к точкам  $B$  и  $C$  параллельно резистору  $r$ , вставив «крокодил»  $C$  в разъем мультиметра. Получаем последовательное соединение  $r$  и  $R_2$  к источнику, напряжение на  $r$  равно  $U_{BC}$ . Тогда подключая различные  $r$  и усредняя, получим

$$R_2 = r \frac{U_0 - U_{BC}}{U_{BC}} = 1,08 \text{ кОм}$$

Для определения  $R_3$  подключим вольтметр к выводам  $V$  и  $B$ . Так как сопротивление вольтметра много больше  $R_2$ , то он будет показывать напряжение на  $R_1$  равное  $U_1$ . Теперь к выводам  $A$  и  $C$  подключим известное сопротивление  $r$ . Показания вольтметра станут  $U_2$ . Тогда  $U_1 = U_0 \frac{R_3}{R_3 + R_1}$ ,  $U_2 = U_0 \frac{R_{3r}}{R_3 + R_1}$ . После преобразований получим  $R_3 = r \frac{U_0 U_1 - U_2}{U_2 U_0 - U_2^2}$ .

Пользуясь (9.21), получаем  $R_1 = \frac{R_3}{\alpha}$ . Так же повторим опыт при разных  $r$  и усредним результаты, получив  $R_3 = 3,56$  кОм и  $R_1 = 2,37$  кОм.

Оценка погрешностей дает следующие результаты:  $\Delta U_0 = 3$  мВ,  $\Delta R_1 = 0,13$  кОм,  $\Delta R_2 = 0,03$  кОм,  $\Delta R_3 = 0,16$  кОм.

*Примечание:* также можно найти значение  $R_2$  другим способом – по пересечению графиком  $U_{AB}(r)$  оси абсцисс (условие мостика  $R_1 r = R_2 R_3$ ).

## 10 класс

### Задание 1. Теплоёмкость терморезистора

#### Инструкция по использованию макетной платы.

Каждые пять выводов макетной платы, расположенные в одном столбце по одну сторону от середины платы, соединены внутри платы друг с другом. Например, выводы, отмеченные серым (рис. 10,9), замкнуты между собой. Терморезистором называется полупроводниковый элемент, сопротивление которого зависит от температуры. Для выданного вам терморезистора зависимость имеет вид

$$R(T) = R_0 e^{-a(T-T_0)},$$

где  $R_0$  — сопротивление при температуре  $T_0$ , коэффициент  $a = 3,1 \cdot 10^{-2} \text{ K}^{-1}$ .

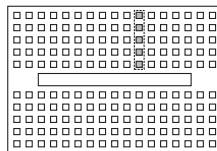


Рис. 10.9

Найдите теплоёмкость выданного терморезистора. Погрешность оценивать не требуется! Значение комнатной температуры  $T_k$  будет объявлено.

**Оборудование.** Секундомер, мультиметр (пользоваться амперметром **запрещено**, он отключен), провода «крокодил», две батарейки, батарейный отсек, резистор, терморезистор, макетная плата, миллиметровая бумага.

### Задание 2. «Сухой лёд»

*Примечание.* Удельная теплоёмкость латуни  $c = 380 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{K})$ , и в доступном нам диапазоне температур остаётся постоянной. Удельная теплоёмкость воды  $c_w = 4200 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{K})$ .

Считайте, что теплоёмкость алюминия (дюралюминия) в интервале температур от  $-110^\circ\text{C}$  до  $+30^\circ\text{C}$  линейно зависит от температуры. При комнатной температуре теплоёмкость алюминия  $c = 800 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{K})$ .

Твердый диоксид углерода ( $\text{CO}_2$ , «сухой лёд») — вещество, которое при атмосферном давлении из твердого состояния переходит в газообразное без пребывания в жидком состоянии. Такой процесс называется сублимацией или возгонкой.

- Определите плотность  $\rho$  кристаллов «сухого льда».
- Определите температуру  $t_x$  «сухого льда».
- Определите удельную теплоту сублимации  $\lambda$  «сухого льда».
- Определите теплоёмкость  $c_{\text{ал}}$  дюралюминия при температуре «сухого льда».

Оцените погрешности всех четырёх величин.

**Внимание! Вы получите не более 200 г «сухого льда».**

**Оборудование.** «Сухой лёд», электронный термометр (температурный диапазон: от  $-50^{\circ}\text{C}$  до  $+110^{\circ}\text{C}$ ), 3 стакана из вспененного полистирола, пластиковый стакан, самодельный стаканчик из теплоизолирующего материала (негерметичный!), пластиковый стакан с водой, латунный цилиндр (золотистый), цилиндр из дюралюминия (серебристый), линейка деревянная, весы электронные, 2 нитки, пластинка из вспененного полистирола, шприц, пластиковая чайная ложка, бумажные салфетки, перманентный маркер.



### Возможное решение Э-10-1

При комнатной температуре  $T_k$  определим с помощью омметра сопротивление терморезистора  $R_k = 10,3$  Ом. Заметим, что, при подключении к омметру терморезистор не греется. Так же определим сопротивление постоянного резистора  $r = 5,1$  Ом. При этих измерениях необходимо учитывать, что сопротивление подводящих проводов мультиметра около  $0,3$  Ом.

Подключим последовательно резистор, терморезистор, и батарейку. Терморезистор нагреется до некоторой установившейся температуры  $T_{уст}$ . В этом случае подводимая мощность равна мощности тепловых потерь. С помощью вольтметра находим напряжение на резисторе  $U_r$  и терморезисторе  $U_R$ . Считая, что мощность тепловых потерь пропорциональна разнице температур, находим коэффициент пропорциональности:

$$\alpha = \frac{P}{T_{уст} - T_k} = \frac{U_r U_R}{r} \cdot -\frac{a}{\ln(R(T_{уст})/R_0)} = 1,3 \cdot 10^{-2} \text{ К}^{-1}.$$

Отключим терморезистор и будем измерять его сопротивление омметром, одновременно фиксируя время. Таким образом получим зависимость температуры от времени при охлаждении терморезистора. Для некоторой температуры терморезистора  $T$  запишем уравнение теплового баланса

$$-\alpha(T - T_k)\Delta\tau = C\Delta T,$$

где  $\Delta\tau$  — малый временной интервал, в течении которого мы рассматриваем процесс охлаждения терморезистора. Отношение малых приращений  $k = \Delta T/\Delta\tau$  есть коэффициент наклона касательной графика  $T(\tau)$  в точке с температурой  $T$ . Проведя на графике касательную и определив  $k$ , находим теплоёмкость

$$C = -\frac{\alpha(T - T_k)}{k} = 1,3 \text{ Дж/К}.$$

### Возможное решение Э-10-2

Взвесим цилиндр из сухого льда, и затем измерим длину цилиндра. Методом прокатывания по линейке определим диаметр цилиндра. Так же можно уложить в ряд несколько одинаковых цилиндров (метод рядов). Положим на весы пластинку из пенопласта и проведём тарировку весов. Повторно взвесим цилиндр из сухого льда. Усредним массу цилиндра. Тогда вычисляем плотность сухого льда:  $\rho = 1,6 \pm 0,2 \text{ г/см}^3$ .

Наполним стаканчик из теплоизолирующего материала сухим льдом. Поместим датчик электронного термометра в стаканчик. Прямыми измерениями определить температуру «сухого льда» не удаётся (минимально измеряемая температура  $-75^\circ\text{C}$ ). Наливаем в одноразовый пластиковый стакан 30 мл воды (объем определяем на электронных весах) и измеряем температуру воды. Взвесим латунный цилиндр. Поместим его в стаканчик с сухим льдом (переносим цилиндр с помощью нити, привязанной к крючку цилиндра). Процесс охлаждения заканчивается с прекращением шипения содержимого стаканчика. Для надёжности выжидаем ещё минуту и переносим охлаждённый цилиндр в стакан с водой. Выжидаем несколько минут до выравнивания температур воды и цилиндра, определяем установившуюся температуру. Решая уравнение теплового баланса находим температуру «сухого льда»:

$$t_x = t_{\text{уст}} - \frac{c_{\text{в}}m_{\text{в}}}{c_{\text{л}}m_{\text{л}}}(t_{\text{в}} - t_{\text{уст}}) = -73 \pm 3^\circ\text{C}.$$

Для определения теплоты сублимации сухого льда помещаем несколько граммов диоксида углерода в стаканчик с водой. Для обеспечения теплоизоляции одноразовый стакан помещаем в пенопластовый стакан. Сверху систему закрываем пенопластовой крышкой. После окончания процесса сублимации определяем температуру воды. Теплоту сублимации находим, решая уравнение теплового баланса:

$$q_{\text{субл}} = \frac{c_{\text{в}}m_{\text{в}}}{m_{\text{CO}_2}}(t_{\text{в}} - t_{\text{уст}}) = 600 \pm 10 \text{ кДж/кг}.$$

Для определения теплоемкости алюминия проведем эксперимент, аналогичный пункту 2, но с цилиндром из дюралюминия. Количество теплоты, необходимое для нагревания цилиндра до установившейся температуры  $Q = \frac{1}{2} \cdot (c(t_x) + c(t_{\text{уст}})) m_{\text{ал}}(t_{\text{уст}} - t_x)$ .

Подставив  $Q$  в уравнение теплового баланса, получаем

$$(t_x) = \frac{2c_{\text{в}}m_{\text{в}}(t_0 - t_{\text{уст}})}{m_{\text{ал}}(t_{\text{уст}} - t_x)} - c(t_{\text{уст}}) = 720 \pm 50 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}.$$

## 11 класс

### Задание 1. Физика желеобразных веществ

*Примечание.* Чтобы плавно регулировать напряжение на источнике, поверните ручку пределов напряжения в крайнее правое положение (0-15 V). Остальные положения ручки задают фиксированное значение напряжения.

*Примечание.* Проверьте, что перед включением два левых тумблера повернуты до конца по часовой стрелке, а два правых тумблера — против часовой стрелки. Для изменения напряжения пользуйтесь двумя правыми тумблерами: «COARSE» для грубого изменения и «FINE» для плавного.

В данной работе предлагается исследовать механические свойства желеобразных веществ, к которым относятся желе, гели, студни.

Встречаются и животные с желеобразными телами, например, медуза Аурелия ушастая (Moon Jelly) с прозрачным студенистым телом.

Желеобразные вещества занимают промежуточное положение между жидкими и твёрдыми веществами. Они характеризуются отсутствием текучести, способностью сохранять форму, прочностью, упругими свойствами. По многим своим механическим свойствам эти вещества уникальны. В данной работе вам предлагается определить модуль Юнга  $E$  и скорость звука  $c$  в желатине.

В этой работе вам могут помочь следующие теоретические сведения.

**Модуль Юнга** характеризует упругие свойства вещества, определяя жёсткость различных конструкций. Например, небольшая относительная деформация  $\varepsilon$  цилиндра сечением  $S$  и высотой  $h$  под действием растягивающей (или сжимающей) силы  $F$  равна (по определению модуля Юнга):

$$\varepsilon = \frac{\Delta h}{h} = \frac{F}{ES}.$$

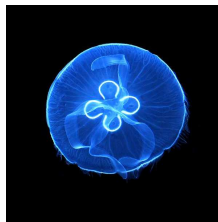
**Изгиб цилиндра.** Пусть цилиндр закреплён в вертикальном положении. Если к верхнему основанию приложить момент сил  $M$ , оно наклонится на угол  $\varphi$  к горизонту. По закону Гука при малых деформациях:

$$M = \kappa\varphi,$$

где  $\kappa$  — жёсткость цилиндра на изгиб. Она определяется модулем Юнга и геометрическими параметрами цилиндра по формуле:

$$\kappa = E \frac{\pi R^4}{4h},$$

где  $R$  — радиус цилиндра, а  $h$  — его высота.



**Кручение цилиндра.** Верхнее основание цилиндра относительно нижнего, закреплённого, основания можно повернуть на угол  $\varphi$  вокруг оси цилиндра в горизонтальной плоскости. Такая деформация называется кручением. При небольших деформациях по закону Гука момент сил  $M$ , необходимый для закручивания цилиндра, также пропорционален углу  $\varphi$ :

$$M = \chi\varphi,$$

где  $\chi \approx E\pi R^4/(6h)$  — *крутильная жёсткость* желатинового цилиндра.

**Крутильные колебания** возникают, если прикреплённый к верхнему основанию цилиндра стержень отклонить в горизонтальной плоскости от положения равновесия на некоторый угол и отпустить (нижнее основание цилиндра закреплено). Период гармонических колебаний такого Т-образного крутильного маятника определяется крутильной жёсткостью цилиндра и моментом инерции  $I$  маятника относительно оси вращения:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{\chi}}.$$

**Момент инерции** крутильного маятника (подобно массе груза для пружинного маятника) определяет его инерционность. Момент инерции зависит от распределения масс относительно оси вращения маятника. Так, момент инерции тонкого однородного стержня длиной  $l$  и массой  $m_0$  относительно оси, перпендикулярной стержню и проходящей через его середину, равен:

$$I_{\text{ст}} = \frac{m_0 l^2}{12}.$$

Если же на стержень нацепить небольшой грузик массой  $m$  на расстоянии  $r$  от оси вращения, то момент инерции маятника увеличится на величину момента инерции грузика  $\Delta I = I_m = mr^2$  и станет равным:

$$I = I_{\text{ст}} + mr^2.$$

Это связано с тем, что момент инерции — величина аддитивная.

**Модуль Юнга** входит в формулу для **скорости звука** в различных материалах. Если, например, по торцу тонкого стержня ударить молотком, то по стержню побежит продольная звуковая волна со скоростью  $c = \sqrt{E/\rho}$ . Так, для стали с модулем Юнга  $E = 2 \cdot 10^{11}$  Па и плотностью  $\rho = 7,9 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$  эта скорость составляет  $c = \sqrt{E/\rho} \approx 5$  км/с.

### Задание

1.1. Изготовьте из желатинового цилиндра диаметром  $D = 29$  и длинной деревянной линейки Т-образный маятник (при необходимости, если недостаточно собственной «липкости» желатина, линейку можно подклеить к цилиндру, а сам цилиндр к деревянной подставке с помощью «желатинового» клея). Исследуйте желатиновый цилиндр на изгиб статическим методом. Для этого снимите зависимость  $\varphi(M)$  — изменения угла  $\varphi$  наклона линейки Т-образного маятника под действием приложенного к линейке момента сил  $M$ . Зарисуйте схему установки и опишите методику измерений.

1.2. Результаты измерений п. 1.1 представьте графически.

1.3. По результатам эксперимента п. 1.1 получите значение модуля Юнга  $E$  желатина. Оцените погрешность измерений.

2.1. Исследуйте желатиновый цилиндр Т-образного маятника на кручение динамическим методом. Для этого исследуйте зависимость изменения периода  $T_{\text{крут}}$  крутильных колебаний маятника от изменения момента его инерции. Зарисуйте схему установки и опишите методику измерений.

2.2. Результаты измерений п. 2.1 представьте графически.

2.3. По результатам измерений п. 2.1 получите значение модуля Юнга  $E$  желатина. Оцените погрешность измерений.

3.1. Исследуя поведение тонких ( $d = 19,5$  мм) желатиновых цилиндров на вибрирующей подставке, определите скорость продольных звуковых волн  $c_3$  в желатине. Желатиновые цилиндры выдавливаются из шприцов с помощью поршня. Для приготовления цилиндров необходимой длины используйте канцелярский нож. Зарисуйте схему установки и опишите методику измерений.

**Внимание:** не подавайте на электромоторчик напряжение, превышающее 9,5 В.

*Совет:* отрезать нужную длину образца лучше по мере выдавливания цилиндра, прижимая нож к торцу шприца.

*Подсказка:* вибрирующая подставка может быть реализована с помощью линейки с закреплённым на ней электромоторчиком.

3.2. Сравните полученное значение  $c_3$  с теоретическим, рассчитанным по формуле  $c_T = \sqrt{E/\rho}$ , где  $E$  — модуль Юнга, определённый статическим или динамическим методом. Плотность желатина  $\rho = 1,05 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$ .

4. С помощью пластиковой ложечки съешьте фруктовое желе. Запишите свои впечатления. Зарисовывать схему установки, описывать методику поедания, определять модуль Юнга и делать оценку погрешности в этом пункте не надо. Ашларыгыз тэмле булсын!

*Примечание.* Этот пункт можно выполнить в любой момент.

**Оборудование.** Широкий шприц с внутренним диаметром  $D = 29$  мм, деревянная подставка, 3 маленьких шприца с внутренним диаметром  $d = 19,5$  мм, электромоторчик постоянного тока с эксцентриком, закреплённый на деревянной линейке, регулируемый источник постоянного тока, стробоскопический тахометр, секундомер, деревянная линейка, канцелярский нож, 2 одинаковые большие гайки массой  $m_T = 9,75$  г каждая, канцелярская клипса, фруктовое желе (яблочное, вишнёвое или клубничное), пластиковая (одноразовая) ложечка. Клей (расплавленный желатин) по требованию.

## Задание 2. Магнитное взаимодействие

Простейший электрический диполь представляет собой систему из двух одинаковых по величине и противоположных по знаку точечных электрических зарядов, смещённых друг относительно друга на вектор  $\vec{l}$ , проведённый от отрицательного ( $-q$ ) к положительному заряду ( $+q$ ). Дипольный момент — это векторная величина, равная:

$$\vec{P} = q\vec{l}.$$

Диполь называют точечным (или элементарным), если его размеры малы по сравнению расстоянием  $r$  до диполя:  $l \ll r$ .

Эксперимент и теория показывают, что картина силовых линий напряжённости  $\vec{E}$  поля электрического точечного диполя  $\vec{P}$  не отличается от картины силовых линий магнитной индукции  $\vec{B}$  магнитного точечного диполя  $\vec{P}_m$  (маленького постоянного магнетика или виточка с током). Это означает, что, получив законы взаимодействия электрических точечных диполей и заменив в формулах  $\vec{P}$  на  $\vec{P}_m$ , а константу электрического взаимодействия  $k_\varepsilon = (4\pi\varepsilon_0)^{-1} = 9 \cdot 10^9$  м/Ф — на константу магнитного взаимодействия  $k_\mu = \mu_0/(4\pi) = 10^{-7}$  Гн/м, мы сможем рассчитать поля и законы взаимодействия магнитных диполей. Вектор магнитного момента  $\vec{P}_m$  постоянного магнита направлен от южного к северному полюсу (для витка с током это направление соответствует правилу буравчика).

### Магнитный шар

Магнитные моменты неодимовых магнитов в нашей работе не меняются под действием внешнего магнитного поля, то есть являются магнитожёсткими.

Поле неодимового шара радиусом  $R$  на расстояниях  $r \geq R$  совпадает с полем точечного магнитного диполя  $\vec{P}_m$ , равного магнитному моменту шара и расположенного в его центре.

Неодимовые шары взаимодействуют как жёсткие точечные диполи, расположенные в центрах шаров.

### Железный шар в магнитном поле

Железный шар в нашей работе в отсутствие магнитных полей практически не намагничен и, соответственно, не несёт никакого магнитного момента. В магнитном поле он намагничивается, приобретая магнитный момент пропорциональный индукции магнитного поля  $B$ :

$$\vec{P}_{\text{ш}} = \frac{4\pi}{\mu_0} \frac{\mu - 1}{\mu + 2} B \vec{R}^3,$$

где  $R$  — радиус шара, а  $\mu$  — магнитная проницаемость железа. В результате возникает взаимодействие между наведённым магнитным моментом шара  $\vec{P}_{\text{ш}}$  и магнитным моментом  $\vec{P}_m$  постоянного магнита.

### Задание

1.1 Снимите зависимость силы  $F(\theta)$  взаимодействия двух неодимовых шаров от угла  $\theta$  между их магнитными моментами с шагом в  $10^\circ$  в двух случаях:

а) магнитный момент  $\vec{P}_m$  одного из шаров (неподвижного) направлен вдоль прямой, соединяющей центры шаров.

б) магнитный момент  $\vec{P}_m$  одного из шаров (неподвижного) перпендикулярен прямой, соединяющей центры шаров.

Опишите установку и методику измерений.

1.2. Постройте зависимости  $F_a(\theta)$  и  $F_b(\theta)$  на одном графике.

1.3. Постройте график  $\gamma(\theta) = F_a(\theta)/F_b(\theta)$ .

2. Получите теоретическое значение отношения  $\gamma(\theta)$  для значений  $\theta = 0^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ$ .

3. Определите максимальную силу  $F_{\text{сц}}$  сцепления соприкасающихся магнитных шаров.

4. Считая, что неодимовые шары намагничены одинаково, используя экспериментальные данные, рассчитайте их магнитные моменты  $P_m$ .

5. Определите индукцию  $B_n$  магнитного поля на полюсе неодимового шара.

6. Снимите зависимость силы  $F(\theta)$  взаимодействия неодимового шара с железным от угла  $\theta$  между магнитным моментом  $\vec{P}_m$  постоянного магнита и линией, соединяющей центры шаров. Постройте график этой зависимости. Определите отношение  $k_3 = F_{\text{max}}/F_{\text{min}}$  сил взаимодействия на графике 1.2.

*Примечание.* Диапазон значений силы для этой зависимости может существенно отличаться от уже выбранного масштаба для графика 1.2. В таком случае вы можете выбрать дополнительную ось ординат ( $Y$ ), отметив её с правой стороны графика, со своим масштабом и смещением. Укажите, к какой из осей ординат какая зависимость относится.

7. Считая, что железный шар находится в однородном поле, равном внешнему полю в его центре, сделайте теоретическую оценку отношения  $k_T = F_{\text{max}}/F_{\text{min}}$  сил взаимодействия магнита с железным шаром. Сравните теоретическую оценку с экспериментальным значением  $k_3$ , полученным в предыдущем пункте.

8. Оцените максимальную величину  $P_{\text{ш}}$  наведённого магнитного момента железного шара при расстоянии между центрами шаров  $r \approx 5$  см.

9. Оцените магнитную проницаемость материала, из которого изготовлен железный шар.

**Оборудование.** Два одинаковых неодимовых магнитных шара диаметром  $d = 20$  мм (один полюс помечен), железный шар диаметром  $d = 20$  мм, штатив, устройства для крепления и поворота шаров, шкала для отсчёта угла поворота магнита, электронные весы, деревянная линейка, перманентный маркер по требованию.

Возможное решение Э-11-1

Статический метод

Отрежем цилиндр желатина высотой  $h = (35 \pm 1)$  мм из толстого шприца. С помощью клея закрепим его на подставке, а затем приклеим к нему сверху линейку так, чтобы она лежала горизонтально.

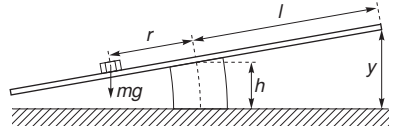


Рис. 11.7

Для вычисления модуля Юнга снимем зависимость  $\varphi(M)$ . Угол  $\varphi \approx \sin \varphi = \frac{y}{l}$ . Для изменения момента силы  $M$  будем использовать гайку. Так как угол  $\varphi$  наклона линейки мал  $\Rightarrow M = mgr \cos \varphi \approx mgr$ . Если гайка начнет сползать, будем закреплять ее желатиновым клеем.

$r, \text{cm}$	$y, \text{cm}$	$\Delta y, \text{cm}$	$\varphi$	
0	0	4,4	0,0	0,000000
1	2	6,8	2,4	0,093841
2	3	8,1	3,7	0,144092
3	4	9,2	4,8	0,186058
4	5	10,3	5,9	0,227372
5	6	11,5	7,1	0,271554
6	7	12,6	8,2	0,311125
7	8	13,7	9,3	0,349715

Построим график полученной зависимости,

Угловой коэффициент прямой  $s = (4,36 \pm 0,03) \text{ м}^{-1}$

Вычислим модуль Юнга по формуле  $E = \frac{4mgh}{\pi sr^4}$

Подставляя полученные значения, получаем:  $E = (22 \pm 2) \text{ кПа}$

Динамический метод

В этой части будем использовать установку из предыдущей части, Теперь положим две гайки на одинаковом расстоянии  $r$  от центра,

Аккуратно отклоним линейку на небольшой угол так, чтобы она все время оставалась горизонтальной (иначе могут возникнуть другие моды колебаний), и отпустим. Возникнут крутильные колебания. Будем измерять время  $t = 10T$ , за которое система совершает 10 колебаний в зависимости от расстояния до гаек  $r$ , Повторим измерения для каждого значения  $r$  несколько раз,

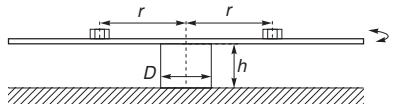


Рис. 11.9



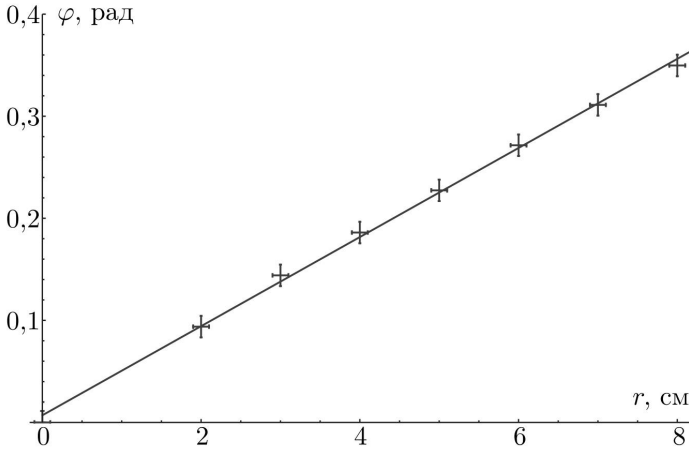


Рис. 11.8

	$r, \text{ см}$	$10T_1, \text{ с}$	$10T_2, \text{ с}$	$10T_3, \text{ с}$	$10T_4, \text{ с}$	$10T_5, \text{ с}$	$r^2, \text{ м}^2$	$T^2, \text{ с}^2$
0	0	6,32	6,34	6,35	6,39	6,34	0,0000	0,402971
1	2	6,41	6,41	6,38	6,38	6,47	0,0004	0,410881
2	4	6,87	6,90	6,94	6,84	6,84	0,0016	0,473069
3	6	7,69	7,72	7,62	7,69	7,69	0,0036	0,590131
4	8	8,59	8,66	8,60	8,63	8,66	0,0064	0,744424
5	10	9,68	9,69	9,63	9,68	9,66	0,0100	0,934702
6	12	10,88	10,99	10,91	10,91	10,88	0,0144	1,191154
7	14	12,12	12,15	12,15	12,10	12,09	0,0196	1,469429
8	16	13,37	13,34	13,41	13,34	13,35	0,0256	1,785430
9	18	14,59	14,60	14,63	14,61	14,62	0,0324	2,134521
10	20	15,93	15,91	15,90	15,91	15,92	0,0400	2,532554

Момент инерции системы равен  $I = I_0 + 2mr^2$ , где  $I_0$  - момент инерции линейки, Тогда зависимость квадрата периода колебаний  $T^2$  от  $r^2$  будет линейной:

$$T^2 = 4\pi^2 \frac{I}{\chi} = \frac{8\pi^2 m}{\chi} r^2 + \frac{4\pi^2 I_0}{\chi}$$

Построим линеаризованный график  $T^2(r^2)$

Угловой коэффициент прямой  $a = \frac{8\pi^2 m}{\chi} = (53,7 \pm 0,3) \frac{\text{с}^2}{\text{м}^2}$ , Отсюда, используя выра-

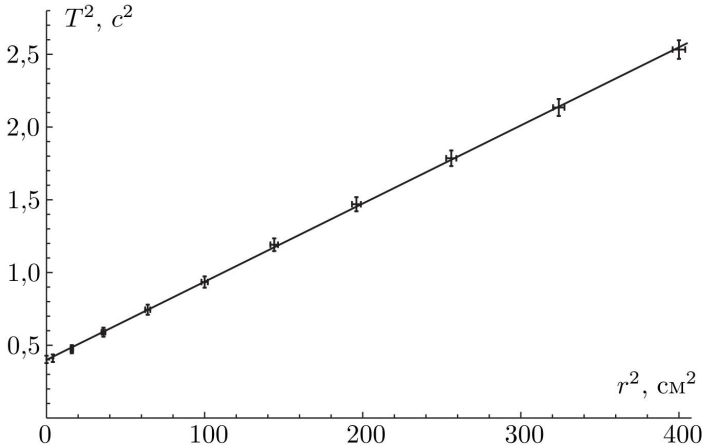


Рис. 11.10

жение для  $\chi$ , получаем, что модуль Юнга

$$E = \frac{6\chi h}{\pi R^4} = \frac{48\pi m h}{a R^4}$$

Подставляя полученные значения, получаем:  $E = (22 \pm 2)$  кПа

### Резонансный метод

В этой части нам потребуются цилиндры разной высоты, которые мы будем нарезать из образцов в тонких шприцах, Соберем следующую установку:

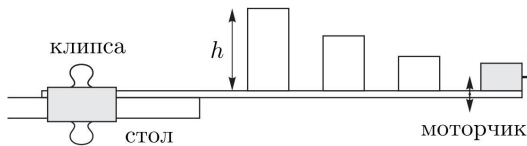


Рис. 11.11

Линейку с моторчиком закрепим на краю стола с помощью клипсы так, чтобы ее конец с двигателем сильно выступал за пределы парты (как минимум, сантиметров на 10), На линейке закрепим несколько желатиновых цилиндров разной высоты, Для каждого цилиндра измерим его резонансную частоту  $\nu_{res}$ , Для начала настроим частоту с помощью источника тока так, чтобы амплитуда колебаний выбранного цилиндра

	$h$ , см	$\nu_{res}$ , об/с	$h^{-1}$ , м <sup>-1</sup>	$\nu_{res}$ , с <sup>-1</sup>
0	4,0	1600	25,000000	26,666667
1	3,4	2000	29,411765	33,333333
2	2,8	2500	35,714286	41,666667
3	2,4	2750	41,666667	45,833333
4	2,0	3300	50,000000	55,000000

высотой  $H$  была максимальна, Затем будем светить стробоскопом на вертушку и, изменяя частоту вспышек света, находить положение, когда вертушка останавливается, при этом виден только один винт (если видно несколько винтов, то это кратные частоты), Тогда частота стробоскопа совпадает с частотой колебаний системы,

В цилиндре возбуждается стоячая волна, при этом, так как амплитуда максимальна на конце цилиндра, то там пучность, значит высота цилиндра - это половина длины стоячей волны или четверть длины бегущей волны, то есть  $h = \frac{\lambda}{4}$ , При этом скорость звука  $c = \lambda\nu_{res} \Rightarrow \nu_{res} = \frac{c}{4}h^{-1}$  Измерим  $\nu_{res}$  для нескольких цилиндров разной высоты,

Построим график зависимости  $4\nu_{res}(h^{-1})$

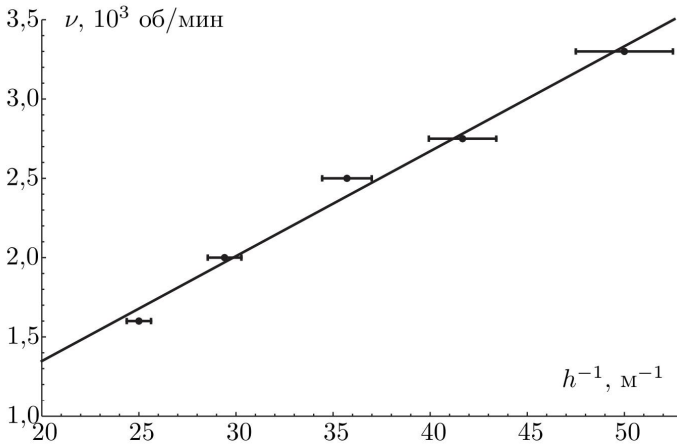


Рис. 11.12

Скорость звука есть угловой коэффициент полученной прямой  $c = (4,4 \pm 0,3) \frac{\text{м}}{\text{с}}$

Посчитаем теоретическое значение  $c_{th} = \sqrt{\frac{E}{\rho}} = (4,6 \pm 0,2) \frac{\text{м}}{\text{с}}$

Возможное решение Э-11-2

1.1. Закрепим нижний магнит на подставке и положим на весы. Верхний магнит фиксируем в держателе при помощи резинки. Для исключения силы тяжести подставки с закреплённым магнитом показания весов при удалённом расположении магнитов зануляем с помощью клавиши «TARE». Тогда при сближении магнитов весы показывают только силу магнитного взаимодействия, причём знаку «+» соответствует отталкивание, а знаку «-» — притяжение магнитов. Важно, чтобы центр магнита находился на оси вращения держателя. Убеждаемся в этом, поворачивая держатель на  $180^\circ$ : сила должна поменяться на противоположную.

а) Магнитный момент нижнего шара ориентируем по вертикали. Верхний шар закрепляем на штативе так, чтобы центры шаров находились на одной вертикали на таком расстоянии, чтобы максимальная сила взаимодействия магнитов соответствовала  $\approx 10$  г. В начальном положении магнитный момент верхнего шара ориентируем по вертикали и закрепляем так, чтобы нулю отсчёта по шкале соответствовала максимальная сила притяжения (весы при этом показывают  $\approx -10$  г). Поворачивая верхний шар (нижний шар неподвижен), снимаем зависимость показаний весов  $F_{\parallel}$  от угла  $\theta$ .

б) Расстояние между шарами не изменяем (сохраним как в предыдущем пункте). Магнитный момент нижнего шара ориентируем горизонтально и параллельно плоскости вертикальной стойке штатива. Магнитный момент верхнего шара ориентируем параллельно магнитному моменту нижнего шара и закрепляем так, чтобы нулю отсчёта по шкале соответствовала максимальная сила притяжения (она оказывается примерно в два раза меньше максимальной силы притяжения в случае  $\vec{r} \parallel \vec{P}_m$ ). Поворачивая верхний шар в вертикальной плоскости (нижний шар неподвижен) снимаем зависимость показаний весов  $F_{\perp}$  от угла  $\theta$ .

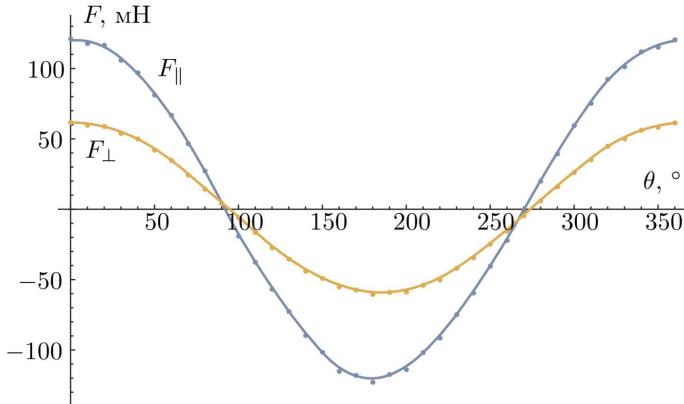


Рис. 11.13

Результаты измерений при расстоянии между шарами при  $r = 96$  мм представлены в Таблице №1.

Таблица 1.

$\theta, ^\circ$	$m_{\parallel}, \text{г}$	$F_{\parallel}, \text{мН}$	$m_{\perp}, \text{г}$	$F_{\perp}, \text{мН}$	$\gamma$	$\theta, ^\circ$	$m_{\parallel}, \text{г}$	$F_{\parallel}, \text{мН}$	$m_{\perp}, \text{г}$	$F_{\perp}, \text{мН}$	$\gamma$
0	12,42	121,7	6,24	61,2	1,99	10	12,08	118,4	6,04	59,2	2,00
20	11,96	117,2	5,95	58,3	2,01	30	10,87	106,5	5,46	53,5	1,99
40	9,97	97,7	5,07	49,7	1,97	50	8,36	81,9	4,27	41,9	1,96
60	6,89	67,5	3,55	34,8	1,94	70	4,83	47,3	2,50	24,5	1,93
80	2,85	27,9	1,50	14,7	1,90	90	0,48	4,7	0,48	4,7	1,00
100	-1,88	-18,4	-0,53	-5,2	3,55	110	-3,77	-37,0	-1,58	-15,5	2,39
120	-5,73	-56,2	-2,66	-26,1	2,15	130	-7,34	-71,9	-3,46	-34,0	2,12
140	-9,08	-89,0	-4,33	-42,4	2,10	150	-10,29	-100,8	-4,84	-47,5	2,12
160	-11,68	-114,5	-5,44	-53,3	2,15	170	-11,97	-117,3	-5,66	-55,5	2,11
180	-12,47	-122,2	-5,98	-58,6	2,09	190	-11,91	-116,7	-5,84	-57,2	2,04
200	-11,55	-113,2	-5,80	-56,8	1,99	210	-10,32	-101,1	-5,33	-52,2	1,94
220	-9,26	-90,8	-4,95	-48,5	1,87	230	-7,56	-74,1	-4,13	-40,5	1,83
240	-6,00	-58,8	-3,38	-33,1	1,78	250	-4,06	-39,8	-2,40	-23,6	1,69
260	-2,19	-21,5	-1,47	-14,4	1,49	270	-0,04	-0,4	-0,40	-3,9	0,10
280	2,11	20,7	0,67	6,6	3,15	290	4,09	40,1	1,67	16,3	2,46
300	6,14	60,2	2,69	26,4	2,28	310	7,75	76,0	3,59	35,2	2,16
320	9,50	93,1	4,55	44,6	2,09	330	10,41	102,0	5,08	49,7	2,05
340	11,49	112,6	5,69	55,8	2,02	350	11,82	115,8	5,89	57,8	2,01
360	12,36	121,1	6,20	60,8	1,99						

1.2. Графики зависимостей  $F_{\parallel}(\theta)$  и  $F_{\perp}(\theta)$  представлены на рисунке

1.3. Построим график  $\gamma(\theta) = F_{\parallel}(\theta)/F_{\perp}(\theta)$ .

2. Если второй диполь находится на оси первого ( $\vec{r} \parallel \vec{P}_m$ ), то

$$F = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{6P_m^2 \cos \theta}{r^4}, \quad \text{откуда следует}$$

$$F(0^\circ) = -F(180^\circ) = F_{\parallel}^{\max} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{6P_m^2}{r^4}, \quad F(90^\circ) = F(270^\circ) = 0.$$

Если дипольный момент неподвижного шара перпендикулярен прямой, соединяющей их центры ( $\vec{r} \perp \vec{P}_m$ ), то

$$F = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{3P_m^2 \cos \theta}{r^4}, \quad \text{откуда следует}$$

$$F(0^\circ) = -F(180^\circ) = F_{\perp}^{\max} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{3P_m^2}{r^4}, \quad F(90^\circ) = F(270^\circ) = 0.$$

Из графиков видно, что эксперимент согласуется с теорией при  $\theta = 90^\circ, 270^\circ$ . Также из теории следует, что амплитуды колебаний силы в первом и втором случаях разли-

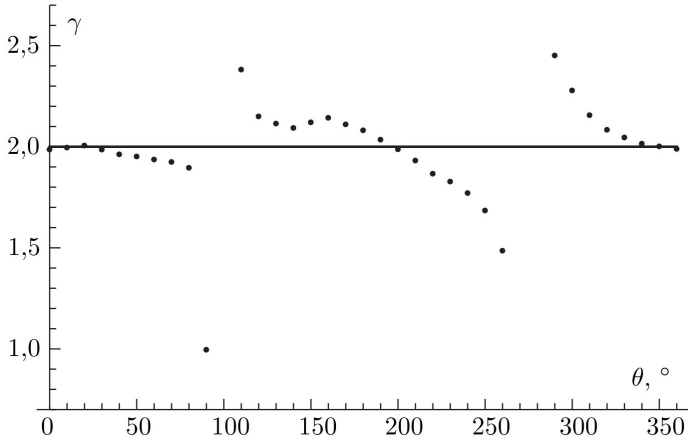


Рис. 11.14

чаются в два раза (при  $\theta = 90^\circ, 270^\circ$  обе силы равны нулю и отношение неопределено):

$$\gamma(\theta) = \frac{F_{\parallel}^{\max}}{F_{\perp}^{\max}} = 2.$$

В пределах погрешности это согласуется с экспериментом:

$$\gamma(\theta) = \frac{F_{\parallel}^{\max}}{F_{\perp}^{\max}} = \frac{12,42 \text{ Г}}{6,24 \text{ Г}} = 2,02.$$

3. Снимаем зависимость  $F(r)$ . Поскольку  $F \propto r^{-4}$ , график  $F^{-1/4}(r)$  — линейная функция

Угловой коэффициент зависимости  $k_{\text{ш}} = 3,10 \pm 0,15 \text{ мН}^{-1/4}\text{м}$ . С помощью него определим силу сцепления:

$$F_{\text{сц}} = F(d) = (k_{\text{ш}}d)^{-4} = 69 \pm 15 \text{ Н}.$$

4. Из формулы для максимальной силы находим:

$$P_m = \sqrt{\frac{F_{\text{сц}}(d/2)^4}{6\mu_0/4}} = 4,15 \text{ Дж/Тл}.$$

5. Найдём индукцию магнитного поля на полюсе:

$$B_{\text{п}} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2P_m}{R^3} = 0,83 \text{ Тл}.$$

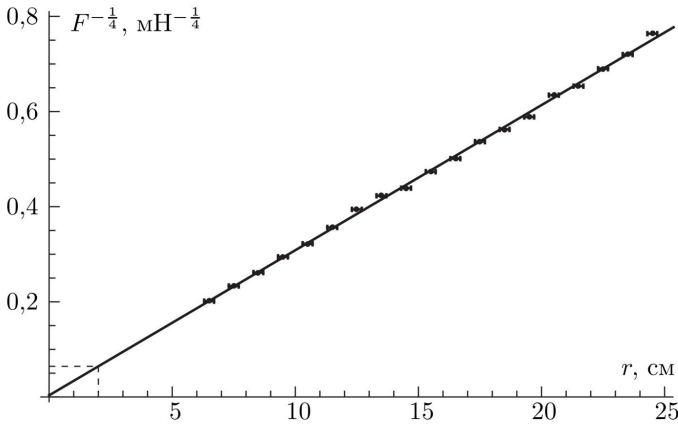


Рис. 11.15

6. Железный шар закрепим на подставке и разместим на весах. Для исключения силы тяжести подставки с закреплённым магнитом, показания весов при удалённом расположении шара и магнита зануляем с помощью клавиши «TARE». Тогда, при сближении шара с магнитом, весы показывают только силу их магнитного взаимодействия: знаку «+» соответствует отталкивание; знаку «-» — притяжение магнитов.

Магнитный шар закрепляем в штативе так, чтобы центры шаров находились на одной вертикали на таком расстоянии, чтобы максимальная сила взаимодействия магнита с шаром составляла  $F_{\text{ш}} \approx 5$  г. В начальном положении магнитный момент верхнего шара ориентируем по вертикали и закрепляем так, чтобы нулю отсчёта по шкале соответствовала максимальная сила притяжения (весы при этом показывают  $\approx 5$  г). Поворачивая верхний шар (нижний железный шар — неподвижен), снимаем зависимость показаний весов  $F$  от угла  $\theta$ . Результаты измерений при расстоянии между шарами  $r_0 = 46$  мм представлены в таблице 2.

$\theta, ^\circ$	$m_{\text{ш}}, \text{г}$	$F_{\text{ш}}, \text{мН}$	$\theta, ^\circ$	$m_{\text{ш}}, \text{г}$	$F_{\text{ш}}, \text{мН}$	$\theta, ^\circ$	$m_{\text{ш}}, \text{г}$	$F_{\text{ш}}, \text{мН}$
0	5,40	52,9	120	2,33	22,8	260	1,40	13,7
20	5,12	50,2	140	3,69	36,2	270	1,35	13,2
40	4,00	39,2	160	4,95	48,5	280	1,53	15,0
60	2,60	25,5	180	5,50	53,9	300	2,50	24,5
80	1,55	15,2	200	4,88	47,8	320	3,88	38,0
90	1,39	13,6	220	3,53	34,6	340	4,94	48,4
100	1,51	14,8	240	2,14	21,0	360	5,42	53,1

Построим график  $F_{\text{ш}}(\theta)$  на графике вместе с  $F_{\parallel}(\theta)$  и  $F_{\perp}(\theta)$ . Поскольку диапазон величин  $F_{\text{ш}}$  заметно меньше, введём дополнительную ось справа. Отметим, что период

полученной косинусоиды в два раза меньше периода графика  $F_{\parallel}(\theta)$ .

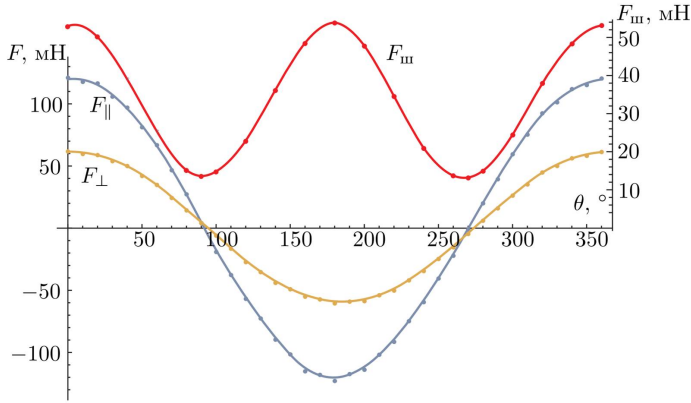


Рис. 11.16

7. Из законов Кулона, а также электрическо-магнитной аналогии не трудно получить что:

$$F_{\max} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{6P_m \alpha B_{\parallel}}{r^4},$$

где  $\alpha B_{\parallel} = \alpha(2P_m)/r^3$  — наведённый момент шара при  $\vec{r} \parallel \vec{P}_m$ .

$$F_{\min} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{3P_m \alpha B_{\perp}}{r^4},$$

где  $\alpha B_{\perp} = \alpha(P_m)/r^3$  — наведённый момент шара при  $\vec{r} \perp \vec{P}_m$ .

Таким образом, теоретическая оценка  $k_T = F_{\max}/F_{\min} = 4$  — хорошо согласуется с экспериментальным значением:  $k_3 = 53,1/13,2 = 4,03$ .

8. Максимальная сила взаимодействия шара с магнитом на расстоянии между центрами шаров  $r_0 = 46$  мм:

$$F_{\max} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{6P_m P_m}{r_0^4} = 53,1 \text{ мН.}$$

Экспериментально находим, что примерно такая же сила притяжения возникает между магнитными шарами с магнитными моментами, направленными вдоль линии соединяющей центры шаров, на расстоянии  $r = 115$  мм:

$$F_{\parallel} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{6P_m^2}{r^4} = 53,5 \text{ мН.}$$



Теперь можно оценить  $P_{\text{ш}}$ :

$$\frac{P_{\text{ш}}}{P_m} = \frac{F_{\text{max}} r_0^4}{F_{\parallel} r^4} \approx 0,024, \text{ откуда } P_{\text{ш}} \approx 0,024 P_m \approx 0,1 \text{ Дж/Тл.}$$

9. Оценим  $\mu$  из формулы для наведённого магнитного момента

$$P_{\text{ш}} = \frac{4\pi}{\mu_0} \frac{\mu - 1}{\mu + 2} B R^3 = \frac{\mu - 1}{\mu + 2} 2P_m \frac{R^3}{r_0^3} \approx 0,024 P_m.$$

В пределах погрешности получаем, что отношение

$$\frac{\mu - 1}{\mu + 2} \approx 1, \text{ откуда } \mu \gg 1.$$



Всероссийская олимпиада по физике  
имени Дж. К. Максвелла

Заключительный этап  
Теоретический тур

Сочи, Сириус, 2017

Комплект задач подготовлен Центральной предметно-методической комиссией по физике Всероссийской олимпиады школьников

## Авторы задач

### 7 класс

1. Кармазин С.
2. Сеитов А.
3. Бычков А.,  
Корепанов Г.
4. Замятнин М.

### 8 класс

1. Замятнин М.
2. Бычков А.
3. Замятнин М.
4. Замятнин М.,  
Корепанов Г.

Общая редакция — Ерофеев И., Замятнин М.,  
Кармазин С., Слободянин В.  
Вёрстка — Ерофеев И., Корепанов Г., Утешев И.

354349, Краснодарский край, г. Сочи  
Образовательный центр «Сириус»

## 7 класс

### Задача 1. Большой адронный коллайдер (БАК)

Кольцо большого адронного коллайдера имеет форму окружности длиной  $L = 27$  км и четыре раза пересекает границу Франции и Швейцарии в окрестности города Женева.

Протоны перед столкновением летят в коллайдере со скоростью очень близкой к скорости света  $c = 3 \cdot 10^8$  м/с. Наименьшее время между влётами протона в Швейцарию  $t_1 = 24$  мкс. Наименьшее время между влётами протона во Францию равно  $t_2 = 20$  мкс. Наибольшее время однократного пребывания протона во Франции равно  $t_3 = 56$  мкс. Какая часть длины кольца БАК находится в Швейцарии?

*Примечание.* 1 мкс =  $10^{-6}$  с, что соответствует одной миллионной доле секунды.

### Задача 2. Жуки

Однородная соломинка массой  $M = 1$  г лежит горизонтально на двух ветках, которые делят её на участки длиной  $l_1 = 6$  см,  $l_2 = 8$  см и  $l_3 = 10$  см. Два небольших жука с массами  $m_1 = 5$  г и  $m_2 = 2$  г, сидевших на концах соломинки, одновременно начали движение навстречу друг другу со скоростями  $v_1 = 1$  см/с и  $v_2 = 4$  см/с (рис. 1).

1. Найдите силы реакции веток  $N_1$  и  $N_2$ , которые действовали на соломинку до старта жуков, если  $g = 10$  Н/кг.
2. Через какое время  $t_k$  после старта соломинка опрокинется, если скольжение между соломинкой и ветками отсутствует?
3. Какой должна быть масса соломинки  $M_0$ , чтобы жуки всё-таки встретились?

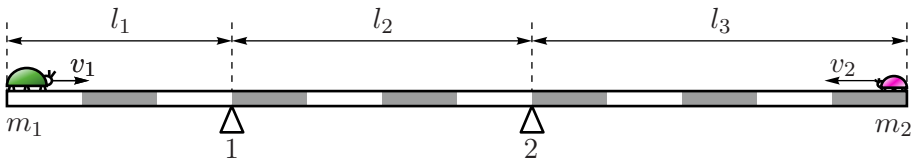


Рис. 1

### Задача 3. Фиолетовые смеси

В домашней лаборатории экспериментатора Глюка в двух стаканах хранились две жидкости. В одном — синяя объёмом  $V$  и плотностью  $\rho$ , а в другом — красная с вдвое меньшим объёмом и неизвестной плотностью  $\rho_x$ . Однажды экспериментатор смешал половину синей и половину красной жидкости в колбе, получив фиолетовую смесь с плотностью  $\rho_1 = 4\rho/3$ . Остатки жидкостей из стаканов он смешал во второй и третьей колбе, при этом плотность смеси во второй оказалась  $\rho_2 = 5\rho/4$ .

1. Определите плотность красной жидкости  $\rho_x$ .
2. Найдите зависимость плотности жидкости в третьей колбе  $\rho_3(U)$  от объёма  $U$  смеси в ней.
3. Определите, какие максимальные и минимальные значения может принимать плотность  $\rho_3$ .

Считайте, что объём смеси равен сумме объёмов жидкостей до смешивания.

### Задача 4. Требуется долива!

Небольшое ведёрко частично погружено в воду, налитую в сосуд с вертикальными стенками. Сосуд связан с ведёрком с помощью лёгких блоков и нитей. Вся система находится в равновесии. Площадь дна сосуда  $S$ , плотность воды  $\rho$ .

1. На сколько изменится уровень жидкости в сосуде, если в ведёрко добавить  $\Delta m$  воды?
2. На сколько изменится уровень жидкости в сосуде, если в него добавить  $\Delta m$  воды?
3. На сколько изменится уровень жидкости в сосуде, если добавить  $\Delta m/2$  воды в ведёрко и  $\Delta m/2$  воды в сосуд?
4. Если суммарно добавить в сосуд и в ведёрко  $\Delta m$  воды, то какую долю из добавленного надо налить в ведёрко, чтобы глубина его погружения в воду не изменилась?

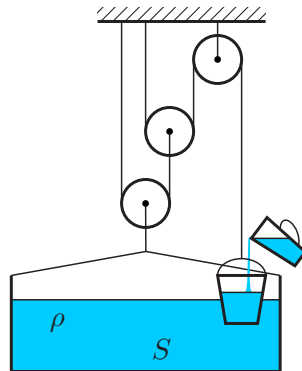


Рис. 2

Ведёрко не касается дна сосуда.



Всероссийская олимпиада по физике  
имени Дж. К. Максвелла

Заключительный этап  
Теоретический тур

Сочи, Сириус, 2017

Комплект задач подготовлен Центральной предметно-методической комиссией по физике Всероссийской олимпиады школьников

## Авторы задач

### 7 класс

1. Кармазин С.
2. Сеитов А.
3. Бычков А.,  
Корепанов Г.
4. Замятнин М.

### 8 класс

1. Замятнин М.
2. Бычков А.
3. Замятнин М.
4. Замятнин М.,  
Корепанов Г.

Общая редакция — Ерофеев И., Замятнин М.,  
Кармазин С., Слободянин В.  
Вёрстка — Ерофеев И., Корепанов Г., Утешев И.

354349, Краснодарский край, г. Сочи  
Образовательный центр «Сириус»

## 8 класс

### Задача 1. Мост

Поезд длиной  $l = 210$  м проезжает по мосту со скоростью  $v$ . Под одной из двух опор моста установлен датчик, измеряющий силу реакции опоры  $N$ .

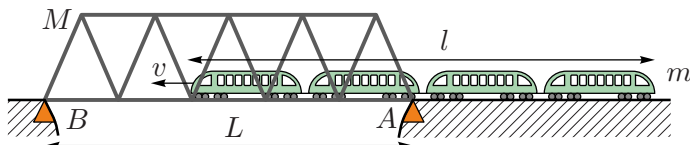


Рис. 3

Зависимость показаний датчика от времени  $N(t)$  приведена на рис. 4.

Определите:

1. под какой из опор находится датчик;
2. массу моста  $M$ ;
3. массу поезда  $m$ ;
4. длину моста  $L$ ;
5. скорость поезда  $v$ .

Мост и поезд считайте

однородными,  $g = 10$  Н/кг.

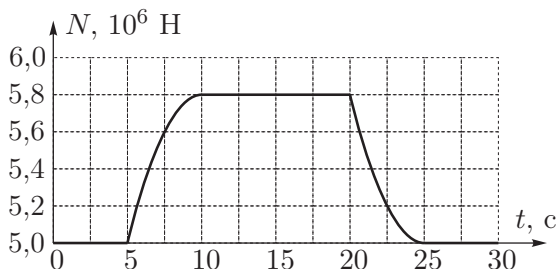


Рис. 4

### Задача 2. Дорога из Простоквашино

Из деревни Простоквашино на велосипеде выехал почтальон Печкин. Через некоторое время вслед за ним на своём тракторе по имени Митя отправился в путь дядя Фёдор. Так как дядя Фёдор и Печкин планировали двигаться с постоянной скоростью, то им удалось рассчитать время и место предстоящей встречи. Неожиданно Митя сделал вынужденную техническую остановку (ему потребовалось «заправиться» в МакДоналдсе), после чего дядя Фёдор определил, что встреча с почтальоном состоится на 45 минут позже запланированной. Но и почтальон Печкин сделал непредсказуемую остановку и, продолжив движение, не зная об остановке дяди Фёдора, решил, что его догонят на 15 км ближе. Настоящая встреча показала, что в своих расчётах дядя Фёдор ошибся на полчаса, а Печкин — на 9 км. Определите скорости дяди Фёдора и Печкина.



### Задача 3. Старая батарея

Для отопления комнаты по теплоизолированной трубе с площадью поперечного сечения  $S_1 = 10 \text{ см}^2$  подавалась горячая вода со скоростью  $v_1 = 0,48 \text{ м/с}$ . При этом её температура на входе в батарею была равна  $t_1 = 80^\circ\text{C}$ , а на выходе —  $t_2 = 78^\circ\text{C}$ . Во время ремонта старую трубу заменили на новую с площадью поперечного сечения  $S_2 = 8 \text{ см}^2$ .

Определите мощность батареи до замены трубы. С какой скоростью  $v_2$  должна двигаться по новой трубе вода, имеющая температуру  $t_3 = 82^\circ\text{C}$  на входе в батарею, чтобы температура воздуха  $t_0 = 22^\circ\text{C}$  в комнате осталась прежней? Плотность воды  $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$ , удельная теплоёмкость воды  $c = 4200 \text{ Дж/(кг} \cdot ^\circ\text{C)}$ .

### Задача 4. Звезда – треугольник

Соединённые треугольником приборы (рис. 5а) показывают значения:  $R_1 = 1100 \text{ Ом}$ ,  $U_1 = 1,0 \text{ В}$ ,  $I_1 = 1,0 \text{ мА}$ . Если их соединить звездой (рис. 5б), то амперметр покажет  $I_2 = 2,0 \text{ мА}$ . Что покажут вольтметр и омметр?

Определите внутреннее сопротивление  $r$  и напряжение  $U$  источника омметра.

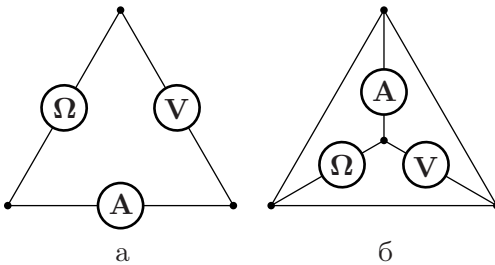


Рис. 5

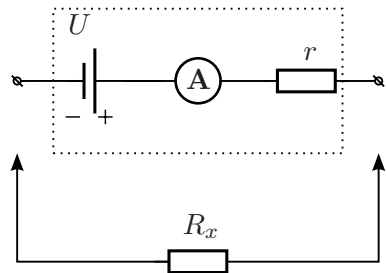


Рис. 6

*Примечание.* По упрощённой модели омметр состоит из соединённых последовательно идеального источника с напряжением  $U$ , резистора с сопротивлением  $r$  и идеального амперметра (рис. 6). Показания амперметра автоматически пересчитываются в сопротивление подключенного резистора  $R_x$ , которое отображается на цифровом табло прибора.

## Возможные решения

### 7 класс

#### Задача 1. Большой адронный коллайдер (БАК)

Период вращения протонов в кольце коллайдера (время одного оборота) равен  $T = L/c = 90$  мкс. Наибольшее время однократного пребывания во Франции (56 мкс по условию) больше половины периода. Следовательно, больше половины окружности целиком находится во Франции, а все пересечения границ сосредоточены на части окружности, длина которой меньше  $L/2$ .

Предположим, что протоны вращаются против часовой стрелки. Введём обозначения:  $X$  и  $Z$  — длины участков кольца, находящихся в Швейцарии, а  $Y$  и  $Q$  — во Франции (рис. 7).



Рис. 7

Тогда, согласно условию задачи:

$$\begin{cases} X + Y = ct_1, \\ Y + Z = ct_2, \\ Q = ct_3, \\ X + Y + Z + Q = L. \end{cases}$$

Отсюда находим:

$$\begin{aligned} X &= L - ct_2 - ct_3, \\ Z &= L - ct_1 - ct_3. \end{aligned}$$

Окончательно:

$$\frac{X + Z}{L} = 2 - \frac{c(2t_3 + t_2 + t_1)}{L} = 0,27.$$

### Задача 2. Жуки

На систему «соломинка + жуки» действуют сила тяжести соломинки  $Mg$ , силы реакции опор  $N_1$  и  $N_2$  и силы тяжести жуков  $m_1g$  и  $m_2g$ . Правило моментов для системы относительно точки 1 имеет вид:

$$m_1gl_1 + N_2l_2 = m_2g(l_2 + l_3) + Mg \left( \frac{l_1 + l_2 + l_3}{2} - l_1 \right).$$

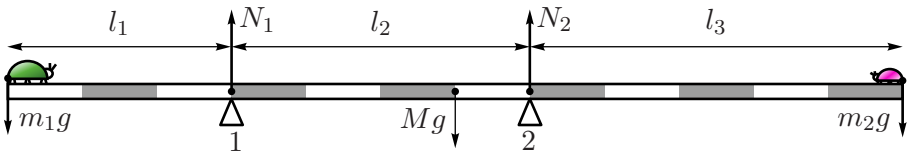


Рис. 8

Тогда:

$$N_2 = \frac{m_2g(l_2 + l_3) + Mg \cdot (l_2 + l_3 - l_1)/2 - m_1gl_1}{l_2} = 15 \text{ мН.}$$

Реакцию опоры в точке 1 в начальный момент времени можно найти из равенства нулю суммы всех сил, действующих на соломинку, или записав правило моментов относительно точки 2:

$$N_1 = \frac{m_1 g(l_1 + l_2) + Mg \cdot (l_1 + l_2 - l_3)/2 - m_2 g l_3}{l_2} = 65 \text{ мН.}$$

Для произвольного момента времени силы реакций опор равны:

$$n_1(t) = \frac{m_1 g(l_1 + l_2 - v_1 t) + Mg \cdot (l_1 + l_2 - l_3)/2 - m_2 g(l_3 - v_2 t)}{l_2};$$

$$n_2(t) = \frac{m_2 g(l_2 + l_3 - v_2 t) + Mg \cdot (l_2 + l_3 - l_1)/2 - m_1 g(l_1 - v_1 t)}{l_2}.$$

Полученные уравнения удобно записать в следующем виде:

$$n_1 = N_1 + \frac{g}{l_2}(m_2 v_2 - m_1 v_1)t;$$

$$n_2 = N_2 - \frac{g}{l_2}(m_2 v_2 - m_1 v_1)t.$$

С учётом численной подстановки реакция опоры в точке 1 увеличивается со временем, а в точке 2 — уменьшается. Отрыв и опрокидывание соломинки произойдёт через время  $t_k$ , когда сила реакции  $n_2$  обратится в ноль:

$$n_2(t_k) = N_2 - \frac{g}{l_2}(m_2 v_2 - m_1 v_1)t_k = 0,$$

$$t_k = \frac{N_2 l_2}{g(m_2 v_2 - m_1 v_1)} = 4 \text{ с.}$$

Для ответа на третий вопрос найдём время встречи жуков  $t_0$ :

$$t_0 = \frac{l_1 + l_2 + l_3}{v_1 + v_2} = 4,8 \text{ с.}$$

Можно заметить, что время встречи больше времени  $t_k$ . Найдём расстояние  $x$  от левого края соломинки до места встречи:

$$x = v_1 t_0 = 4,8 \text{ см} < l_1.$$

Следовательно, место встречи находится левее точки 1. Чтобы в этот момент соломинка не опрокинулась, момент её силы тяжести должен быть не меньше момента сил тяжести жуков:

$$M_0 g \left( \frac{l_1 + l_2 + l_3}{2} - l_1 \right) \geq (m_1 + m_2) g (l_1 - x),$$

$$M_0 \geq \frac{2(m_1 + m_2)(l_1 - x)}{l_2 + l_3 - l_1} = 1,4 \text{ г.}$$

### Задача 3. Фиолетовые смеси

Масса жидкости в первой колбе равна сумме масс смешанных жидкостей:

$$\rho_1 \left( \frac{V}{2} + \frac{V}{4} \right) = \frac{4}{3}\rho \cdot \frac{3}{4}V = \frac{V}{2}\rho + \frac{V}{4}\rho_x,$$

откуда  $\rho_x = 2\rho$ .

Пусть объём синей жидкости во второй колбе равен  $V_2$ , а объём красной —  $\alpha V_2$ . Тогда:

$$\rho_2 = \frac{5}{4}\rho = \frac{V_2\rho + \alpha V_2 \cdot 2\rho}{(1 + \alpha)V_2},$$

откуда следует  $\alpha = 1/3$ .

Найдём зависимость плотности смеси в третьей колбе от её объёма:

$$\rho_3 = \frac{\left(\frac{V}{2} - V_2\right)\rho + \left(\frac{V}{4} - \alpha V_2\right) \cdot 2\rho}{U},$$

причём  $\frac{V}{2} - V_2 + \frac{V}{4} - \alpha V_2 = U$ , откуда:

$$\rho_3 = \left( \frac{5}{4} + \frac{V}{16U} \right) \rho.$$

Так как  $0 < V_2 < V/2$  (раньше может закончиться синяя жидкость),  $V/12 \leq U < 3V/4$ . Окончательно:

$$\frac{4}{3}\rho < \rho_3 \leq 2\rho.$$

**Задача 4. Требуйте долива!**

Обозначим символом  $T$  силу натяжения нити, удерживающей ведро. Тогда сила натяжения нити, прикреплённой к оси нижнего подвижного блока, равна  $4T$ . Значит, суммарная сила тяжести  $Mg$  подвешенной системы уравновешивается силой  $5T$ :

$$Mg = 5T.$$

Если масса системы изменится на  $\Delta m$ , то независимо от того, куда долили воду, изменение силы натяжения составит:

$$\Delta T = \frac{1}{5} \Delta mg.$$

Добавочная сила давления воды на дно сосуда связана с изменением силы натяжения нити соотношением:

$$\rho g \Delta H S = 4 \Delta T,$$

где  $\Delta H$  — изменение высоты уровня воды в сосуде. Следовательно,

$$\Delta H = \frac{4}{5} \frac{\Delta m}{\rho S}$$

независимо от того, куда доливают воду (вопросы 1–3).

По условию (вопрос 4) глубина погружения ведёрка не изменилась, поэтому не изменились объём его погруженной в воду части и действующая на него сила Архимеда. Ведёрко находится в покое, то есть изменение силы натяжения нити  $\Delta T = \Delta mg/5$  связано только с увеличением массы воды в ведёрке, из чего следует, что в ведёрко необходимо налить  $\Delta m/5$  воды.

**8 класс****Задача 1. Мост**

Из графика видно, что вначале датчик показывает постоянную силу, действующую только со стороны моста (поезд ещё не заехал). Так как мост однородный, то на вторую опору действует такая же сила:

$$2N_1 = Mg,$$

где  $N_1 = 5000$  кН, откуда  $M = 2N_1/g = 1000$  тонн.

Правило моментов относительно точки  $B$  даёт

$$NL = Mg\frac{L}{2} + \frac{mgx}{l} \left( L - \frac{x}{2} \right),$$

следовательно,

$$N = \frac{Mg}{2} + \frac{mg}{l}vt - \frac{mg}{2Ll}v^2t^2.$$

Это уравнение параболы с ветвями, направленными вниз, что согласуется с условием. Датчик находится в точке  $A$ .

Заметим, что с 10 секунды по 20 секунду на опору так же действует постоянная сила. Это означает, что момент силы тяжести той части поезда, что находится на мосту, постоянен относительно, скажем, точки  $B$ . Понятно, что такое возможно, когда длина поезда больше длины моста и поезд занимает весь мост. Это продолжается в течение времени

$$t_1 = 10 \text{ с} = \frac{l - L}{v}. \quad (1)$$

Из графика видно, что поезд полностью заезжает на мост за

$$t_2 = 5 \text{ с} = \frac{L}{v}. \quad (2)$$

Складывая уравнения (1) и (2), получим что

$$\frac{l}{v} = t_1 + t_2 = 15 \text{ с},$$

откуда  $v = 14$  м/с,  $L = 70$  м.

Теперь найдём массу поезда. В момент времени, когда поезд полностью находится на мосту, центр тяжести захваченной части совпадает с центром тяжести моста. Значит, сила реакции опоры в точке  $B$  равна силе реакции опоры в точке  $A$ :

$$2N_2 = Mg + m_0g,$$

где  $N_2 = 5800$  кН, а  $m_0 = mL/l$  — масса части поезда, которая находится на мосту. Значит,

$$m = \frac{l}{L} \frac{2N_2 - Mg}{g} = 480 \text{ тонн.}$$

## Задача 2. Дорога из Простоквашино

Решение задачи существенно упрощается, если построить и проанализировать графики движения Печкина и дяди Фёдора. За начало отсчёта времени принимаем момент, когда дядя Фёдор выезжает из Простоквашино. К этому моменту времени Печкин преодолел некоторый путь  $S_0$ .

Согласно условию задачи, встреча состоялась после остановок, и неизвестно, когда именно они происходили, поэтому для определенности изобразим их в начале отсчёта. Прямая 1а является графиком запланированного движения Печкина, а прямая 1б — с остановкой продолжительностью  $\tau_1$ . Аналогично, прямая 2а является графиком запланированного движения дяди Фёдора, а 2б — с остановкой продолжительностью  $\tau_2$ . Точке 1 соответствует запланированная встреча, точке 2 — встреча по версии дяди Фёдора, точке 3 — по версии Печкина, точке 4 — реальная встреча (рис. 9).



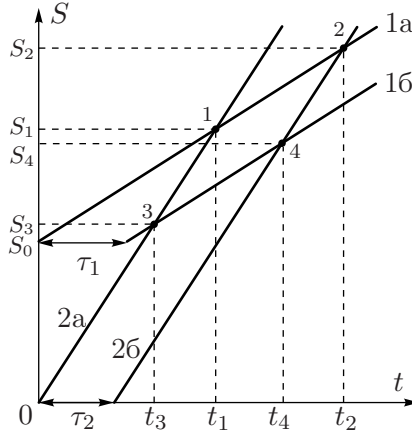


Рис. 9

По условию задачи  $t_2 - t_1 = 45$  мин,  $t_2 - t_4 = 30$  мин,  $S_1 - S_3 = 15$  км,  $S_4 - S_3 = 9$  км. Тогда скорость дяди Фёдора равна:

$$v = \frac{S_1 - S_3}{t_1 - t_3} = \frac{S_1 - S_3}{t_2 - t_4} = 30 \text{ км/ч},$$

а Печкина:

$$u = \frac{S_4 - S_3}{t_4 - t_3} = \frac{S_1 - S_3}{t_2 - t_1} = 12 \text{ км/ч}.$$

### Задача 3. Старая батарея

Чтобы сохранилась мощность, рассеиваемая батареей, её температура после замены трубы должна остаться прежней. Так как изменение температуры воды на входе и выходе батареи невелико, то будем считать, что ей изначально передавала тепло вода, имевшая среднюю арифметическую температуру:

$$T_1 = \frac{t_1 + t_2}{2}.$$

Заметим, что температура самой батареи меньше температуры воды, но больше комнатной. После замены трубы комнатная температура не изменилась, следовательно, не изменилась и температура батареи. И поэтому:

$$T_2 = T_1 = \frac{t_3 + t_4}{2},$$

где  $t_4$  — новая температура на выходе. Из записанных выше уравнений находим  $t_4 = t_1 + t_2 - t_3 = 76^\circ\text{C}$ . За одинаковое время  $\tau$  вода должна отдавать батарее одинаковое количество теплоты, следовательно, мощность батареи:

$$P = \frac{Q}{\tau} = v_1 S_1 \rho c (t_1 - t_2) = v_2 S_2 \rho c (t_3 - t_4),$$

откуда:

$$v_2 = v_1 \frac{S_1 (t_1 - t_2)}{S_2 (t_3 - t_4)} = 0,20 \text{ м/с}.$$

Мощность батареи  $P = v_1 S_1 \rho c (t_1 - t_2) = 4,0 \text{ кВт}$ .

#### Задача 4. Звезда – треугольник

1. Вольтметр показывает значение силы тока, текущего через него, умноженное на его сопротивление. Поэтому для первой схемы имеем:

$$U_1 = I_1 r_V, \quad \text{откуда} \quad r_V = \frac{U_1}{I_1} = 1 \text{ кОм}.$$

В той же схеме омметр показывает суммарное сопротивление  $R_1 = r_A + r_V$  приборов, подключенных последовательно к его выводам, откуда

$$r_A = R_1 - r_V = 100 \text{ Ом}.$$

Для первой схемы можно записать еще одно уравнение, связывающее параметры приборов. Напряжение на концах источника омметра  $U$  равно сумме падений напряжений на внутренних сопротивлениях приборов:

$$U = I_1 (r + r_A + r_V) = I_1 (r + R_1). \quad (3)$$

2. Рассмотрим эквивалентную схему при соединении приборов звездой:

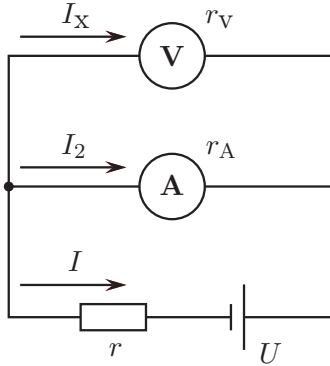


Рис. 10

Сила тока, текущего через амперметр во второй схеме, равна  $I_2$ . Приравнявая напряжения на амперметре и вольтметре, получим:

$$r_A I_2 = r_V I_x, \quad (4)$$

$$I = I_2 + I_x = I_2 \left( \frac{r_A}{r_V} + 1 \right) = I_2 \frac{r_V + r_A}{r_V} = I_2 \frac{R_1}{r_V}. \quad (5)$$

Для контура, содержащего амперметр и омметр, справедливо:

$$U = rI + r_A I_2 = r I_2 \frac{R_1}{r_V} + r_A I_2 = I_2 \left( r \frac{R_1}{r_V} + r_A \right). \quad (6)$$

Из (3), (6) получим сопротивление омметра:

$$r = \frac{I_1 R_1 - I_2 r_A}{I_2 R_1 / r_V - I_1} = 750 \text{ Ом},$$

и напряжение источника  $U = I_1 (r + R_1) = 1,85 \text{ В}$ .

3. Из (4) показания вольтметра в новой схеме:

$$U_2 = I_2 r_A = 2 \text{ мА} \cdot 100 \text{ Ом} = 0,2 \text{ В}.$$

Омметр покажет эквивалентное сопротивление соединенных параллельно амперметра и вольтметра:

$$R_2 = \frac{r_A r_V}{r_A + r_V} = 91 \text{ Ом}.$$



Всероссийская олимпиада по физике  
имени Дж. К. Максвелла

Заключительный этап  
Экспериментальный тур

Сочи, Сириус, 2017

Комплект задач подготовлен Центральной предметно-методической комиссией по физике Всероссийской олимпиады школьников

## Авторы задач

### 7 класс

1. Замятнин М.
2. Замятнин М.

### 8 класс

1. Замятнин М.
2. Кармазин С.

Общая редакция — Ерофеев И., Замятнин М.,  
Кармазин С., Слободянин В.  
Вёрстка — Ерофеев И., Корепанов Г., Утешев И.

354349, Краснодарский край, г. Сочи  
Образовательный центр «Сириус»

## 7 класс

### Задача 1. Скрытая масса

*Оборудование.* Закрытая трубка со стальным шариком внутри, магнит, линейка, электронные весы, две опоры (канцелярские клипсы), миллиметровая бумага формата А5 для построения графиков.

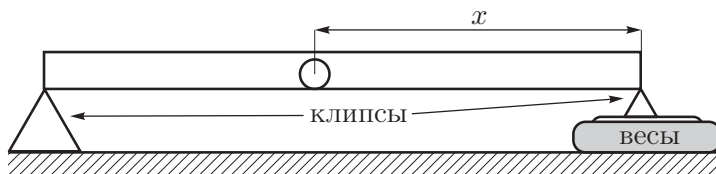


Рис. 1

1. Определите массу магнита  $m_M$ .
2. Соберите установку (рис. 1) и получите зависимость показаний  $m$  весов от расстояния  $x$  между шариком и опорой, расположенной на весах.
3. Постройте на миллиметровой бумаге график зависимости  $m(x)$ .
4. Используя график и, если необходимо, проведя дополнительные измерения, определите массу трубки  $m_T$  и массу шарика  $m_{ш}$ .

**ВНИМАНИЕ.** Не забудьте записать номер выданной трубки! Результаты могут существенно различаться на разных установках.

*Примечание.* Имейте в виду, что магнит, находящийся на расстоянии менее 5 см от весов, может существенно исказить их показания! Будьте аккуратны с магнитом: от сильных ударов он может расколоться!

### Задача 2. Пустота

Коэффициентом пустотности сыпучих веществ  $\beta$  называют отношение объёма воздушных полостей к общему объёму вещества.

1. Оцените массу стакана и массу линейки.
2. Определите коэффициент пустотности  $\beta$  неутрамбованного (насыпного) песка.
3. Найдите плотность  $\rho$  песчинок (плотность самого вещества крупинки песка без учёта воздушных полостей).

Плотность воды  $\rho_0 = 1,00 \text{ г/см}^3$ .

*Примечание.* Дополнительно песок выдаваться не будет!

*Оборудование.* Поднос, деревянная линейка 40 см, два пластиковых стакана с неградуированными рисками, стакан с водой, стакан с сухим песком, шприц 20 мл, ложечка, салфетки для поддержания порядка, карандаш, скотч. Ножницы по требованию.



Всероссийская олимпиада по физике  
имени Дж. К. Максвелла

Заключительный этап  
Экспериментальный тур

Сочи, Сириус, 2017



Комплект задач подготовлен Центральной предметно-методической комиссией по физике Всероссийской олимпиады школьников

## Авторы задач

### 7 класс

1. Замятнин М.
2. Замятнин М.

### 8 класс

1. Замятнин М.
2. Кармазин С.

Общая редакция — Ерофеев И., Замятнин М.,  
Кармазин С., Слободянин В.  
Вёрстка — Ерофеев И., Корепанов Г., Утешев И.

354349, Краснодарский край, г. Сочи  
Образовательный центр «Сириус»

## 8 класс

### Задача 1. Серые массы

*Оборудование.* Закрытая однородная трубка с однородным цилиндром и стальным шариком внутри, магнит, линейка 50 см, электронные весы, две опоры (канцелярские клипсы), миллиметровая бумага формата А5 для построения графиков.

1. Определите массу магнита  $m_M$ .
2. Определите массы трубки  $m_T$ , шарика  $m_{ш}$  и цилиндра  $m_Ц$ .

*ВНИМАНИЕ.* Не забудьте записать номер выданной трубки! Результаты могут существенно различаться на разных установках.

*Примечание.* Имейте в виду, что магнит, находящийся на расстоянии менее 5 см от весов, может существенно исказить их показания! Будьте аккуратны с магнитом: от сильных ударов он может расколоться!

### Задача 2. Гексагон

Исследуемая электрическая цепь состоит из шести резисторов с двумя возможными номиналами сопротивлений:  $R_1$  и  $R_2$ , соединённых последовательно в кольцо (рис. 2).

1. Определите значения сопротивлений резисторов  $R_1$  и  $R_2$ .
2. Нарисуйте схему цепи, отметьте узлы  $A-F$  и укажите на схеме сопротивления резисторов.
3. Исследуйте зависимость показаний мультиметра, включённого в режиме вольтметра (диапазон 20 В), от нагрузочного сопротивления  $R_H$  в цепи (рис. 3) для всех его возможных значений.
4. Постройте график полученной зависимости в координатах, в которых эта зависимость линейна.

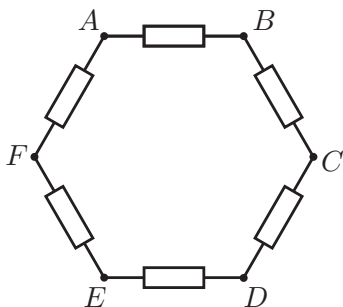


Рис. 2

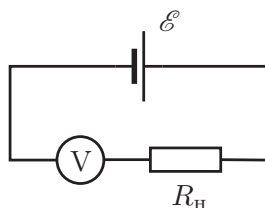


Рис. 3

5. По графику определите величину внутреннего сопротивления вольтметра.
6. Оцените погрешность полученного результата.

Сопротивлением батарейки можно пренебречь.

*Оборудование.* Кольцо резисторов, мультиметр (*режим амперметра отключён!*), батарейка «крона», провод, два зажима типа «крокодил», два листа миллиметровой бумаги формата А5.

## Возможные решения

### 7 класс

На различных установках численные значения приведенных в авторских решениях величин могут *существенно* отличаться.

#### Задача 1. Скрытая масса

Поскольку магнит вблизи весов искажает их показания, невозможно определить его массу прямым взвешиванием. Положив трубку на весы, обнулیم их показания кнопкой «TARE». Прикрепим магнит к концу трубки со стальным шариком и определим его массу:

$$m_{\text{м}} = 13,17 \pm 0,03 \text{ г.}$$

Установим трубку на клипсы-опоры. Измерим расстояние между ними:

$$L = 50,0 \pm 0,1 \text{ см.}$$

С помощью магнита будем фиксировать положение шарика внутри трубки и снимать показания весов для системы с магнитом  $m_1(x)$  (таб. 1).

Запишем правило моментов относительно опоры, находящейся на столе, для систем с магнитом и без:

$$m_1(x)gL = (m_{\text{ш}} + m_{\text{м}})g(L - x) + m_{\text{т}}gL/2, \quad (1)$$

$$m(x)gL = m_{\text{ш}}g(L - x) + m_{\text{т}}gL/2. \quad (2)$$

Вычитая из уравнения (1) уравнение (2), получим искомую зависимость:

$x$ , см	$m_1$ , г	$m$ , г
11,0	65,47	55,2
15,0	61,52	52,3
19,0	58,17	50,0
23,0	54,41	47,3
27,0	51,06	45,0
31,0	47,30	42,3
35,0	43,45	39,5
39,0	40,10	37,2
43,0	36,04	34,2
47,0	32,69	31,9

Таблица 1

$$m(x) = m_1(x) - m_{\text{м}} \frac{L - x}{L}.$$

Показания весов  $m$  и  $m_1$  отличаются на известную величину, что позволяет нам пересчитать значения в таблице 1.

Теоретическая зависимость, полученная из уравнения (2), имеет вид:

$$m(x) = -\frac{m_{\text{ш}}}{L}x + \left(m_{\text{ш}} + \frac{m_{\text{т}}}{2}\right).$$

Построив график  $m(x)$ , определим массу шарика по угловому коэффициенту наклона  $k$  (рис. 4):

$$m_{\text{ш}} = -kL = 32,3 \pm 0,5 \text{ г.}$$

Масса трубки с шариком составляет  $m_{\text{т}} + m_{\text{ш}} = 82,18 \pm 0,03$  г, откуда масса трубки:

$$m_{\text{т}} = 59,9 \pm 0,5 \text{ г.}$$

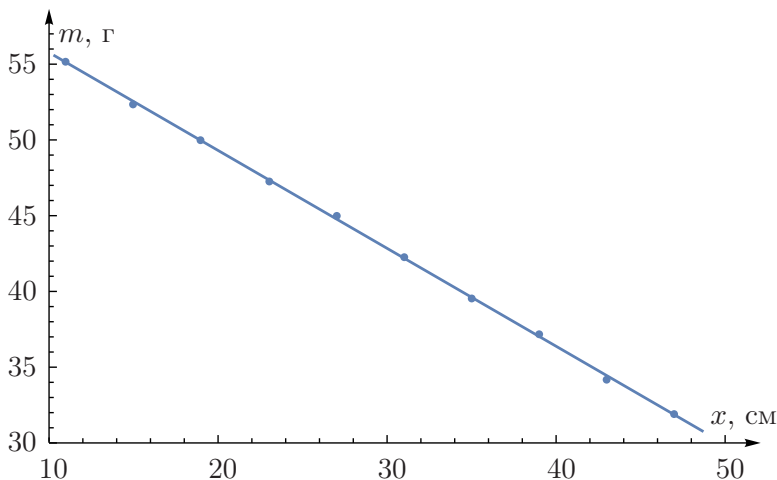


Рис. 4

## Задача 2. Пустота

Будем использовать карандаш в качестве опоры для рычага из линейки.

1. Оценим массу линейки. Зафиксируем длины плеч линейки примерно в отношении 1 : 3, расположим стаканы на равных расстояниях ( $l_{\text{ст}} = 8$  см) от опоры (стаканы будут уравновешивать друг друга). В стакан на краю линейки будем доливать воду до тех пор, пока система не

придёт в равновесие. Объём налитой воды  $V_B = 19$  мл. Из правила моментов получим:

$$\rho_0 V_B l_{\text{ст}} = m_{\text{л}} l_{\text{цм}},$$

где  $l_{\text{цм}} = 10,2$  см — расстояние от центра масс линейки до карандаша, получим массу линейки  $m_{\text{л}} \approx 15$  г.

2. Для оценки массы стакана расположим пустой стакан на краю линейки. Сдвигая линейку относительно опоры, найдем положение равновесия (при длинах плеч  $l_1 = 18,8$  см и  $l_2 = 22,2$  см). Центр стакана находится на расстоянии  $l = 16$  см от точки опоры. Записав правило моментов:

$$m_{\text{л}} \frac{l_1}{L} \cdot \frac{l_1}{2} + m_{\text{ст}} \cdot l = m_{\text{л}} \frac{l_2}{L} \cdot \frac{l_2}{2},$$

найдем  $m_{\text{ст}} \approx 2$  г.

3. Насыпем песок в пустой стакан до определённой риски. С помощью шприца нальём в другой стакан такой же объём воды  $V$ .

Дольём в стакан с песком воду до выравнивания её уровня с уровнем поверхности песка. Определим объём полостей в песке  $V_{\text{п}}$  и рассчитаем коэффициент пустотности:

$$\beta = \frac{V_{\text{п}}}{V} = 0,38 \pm 0,03.$$

4. Для определения плотности песка используем сухой песок известного объёма  $V$ . Уравновесим на концах линейки два стакана — один с песком, другой с необходимым для равновесия объёмом воды  $V_0$ . Масса воды будет равна массе песка, откуда искомая плотность:

$$\rho = \frac{m}{V - V_{\text{п}}} = \frac{\rho_0 V_0}{V(1 - \beta)} = 2,55 \pm 0,15 \text{ г/см}^3.$$

## 8 класс

На различных установках численные значения приведенных в авторских решениях величин могут *существенно* отличаться.

### Задача 1. Серые массы

Поскольку магнит вблизи весов искажает их показания, невозможно определить его массу прямым взвешиванием. Положив трубку на весы, обнулим их показания кнопкой «TARE». Прикрепим магнит к концу трубки со стальным шариком и определим его массу:

$$m_M = 13,36 \pm 0,05 \text{ г.}$$

Будем перемещать шарик магнитом в сторону цилиндра, пока на некотором расстоянии  $l_{\text{кр}}$  от конца трубки магнит не «отщёлкнется» от шарика (на этом расстоянии шарик упрется в цилиндр). Длина цилиндра равна:

$$l = l_{\text{кр}} - R = 18,5 - 1,0 = 17,5 \pm 0,5 \text{ см,}$$

где  $R = 1,0 \pm 0,3 \text{ см}$  — оценочное значение радиуса шарика.

$x, \text{ см}$	$m, \text{ г}$
11,0	58,23
13,0	56,64
15,0	54,46
17,0	52,87
19,0	51,16
21,0	49,30
23,0	47,35
25,0	45,15
27,0	43,59
29,0	41,89
31,0	39,93

Таблица 2

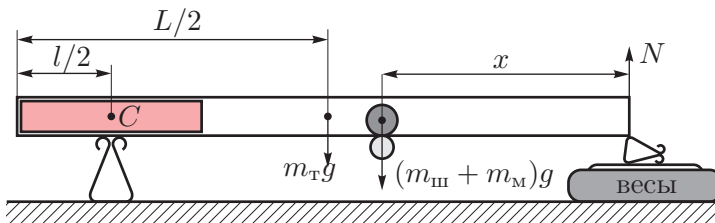


Рис. 5

Переместив цилиндр в конец трубки, установим большую клипсу под его центром тяжести  $C$ . Малую клипсу поставим на весы и установим на неё другой конец трубки. В такой системе цилиндр не вносит вклад в показания весов.

Снимем зависимость показаний весов  $m$  от расстояния  $x$  от правого конца трубки до шарика с магнитом.

Запишем правило моментов относительно точки  $C$ :

$$N \left( L - \frac{l}{2} \right) = mg \left( L - \frac{l}{2} \right) = m_{\text{т}} g \frac{L-l}{2} + (m_{\text{ш}} + m_{\text{м}}) g \left( L - \frac{l}{2} - x \right),$$

где  $L = 50,0 \pm 0,1$  см — длина трубки.

Показания весов линейно зависят от  $x$ :

$$m(x) = \left( \frac{L-l}{2L-l} m_{\text{т}} + m_{\text{ш}} + m_{\text{м}} \right) - \frac{m_{\text{ш}} + m_{\text{м}}}{L-l/2} x,$$

По угловом коэффициенту наклона  $k = 0,60 \pm 0,01$  г/см графика  $m(x)$  определим массу шарика  $m_{\text{ш}}$  (рис. 6):

$$m_{\text{ш}} = k(L - l/2) - m_{\text{м}} = 27,8 \pm 0,5 \text{ г.}$$

Отметим, что длину  $L - l/2$  мы можем получить прямым измерением расстояния между точками опоры.

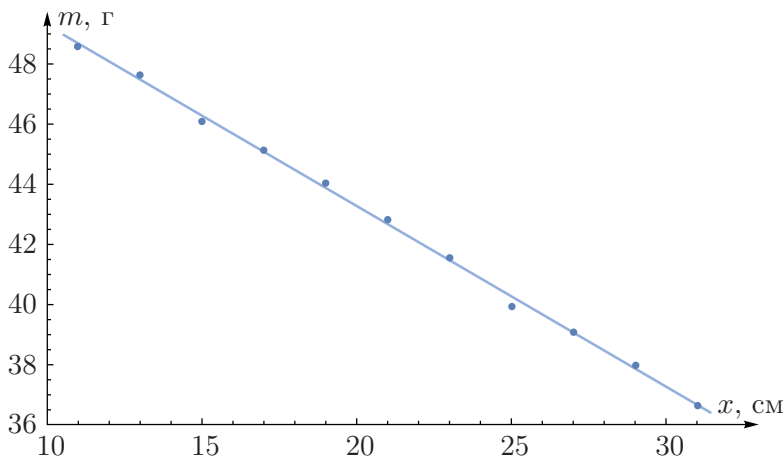


Рис. 6

Массу трубки  $m_{\text{т}}$  найдём из графика. Например, при  $x = 25$  см:

$$m_{\text{т}} = \frac{m(x)(2L-l) - (m_{\text{ш}} + m_{\text{м}})(2L-l-2x)}{L-l} = 77 \pm 2 \text{ г.}$$



Окончательно, масса цилиндра  $m_{\text{ц}}$  определяется как разность между полной массой трубки с цилиндром  $m_{\text{тц}}$ , измеряемой напрямую, и массой трубки  $m_{\text{т}}$ :

$$m_{\text{ц}} = m_{\text{тц}} - m_{\text{т}} = 19 \pm 2 \text{ г.}$$

### Задача 2. Гексагон

Измерим сопротивления между парами противоположных выводов ( $A-D$ ,  $B-E$ ,  $C-F$ ) гексагона. Они равны друг другу:  $R_d = 910$  кОм. Следовательно, в схеме есть три резистора  $R_1$  и три резистора  $R_2$ .

Измерив сопротивление  $R_d$  между парами соседних выводов, убедимся, что, начиная при обходе гексагона по часовой стрелке от точки  $A$ , величины резисторов образуют последовательность  $\{R_1, R_1, R_2, R_1, R_2, R_2\}$ .

Измерим сопротивление между выводами  $B$  и  $D$ :

$$R_{BD} = \frac{2}{3}(R_1 + R_2) = 813 \text{ кОм.}$$

Закоротив выводы  $B$  и  $D$  проводом с зажимами типа «крокодил», измерим сопротивление между выводами  $C$  и  $D$ :

$$R_{CD} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = 289 \text{ кОм.}$$

Решая полученную систему уравнений, находим  $R_1 = 750$  кОм и  $R_2 = 470$  кОм.

Соберём цепь, схема которой изображена на рис. 3. Для этого, сняв «крокодил» с одного конца провода, подключим этот провод к вольтметру, а оставшийся на проводе зажим «крокодил» — к батарейке. Второй «крокодил» наденем на штекер провода от вольтметра и подключим ко второму контакту батарейки. Подключая щупы к различным выводам гексагона, измерим показания вольтметра (таб. 3):

$$U = \frac{R_V}{R_{\text{н}} + R_V} U_0,$$

где  $U_0 = 9,4$  В — напряжение батарейки, измеряемое вольтметром непосредственно,  $R_V$  — искомое сопротивление вольтметра.

Полученную зависимость преобразуем к виду:

$$\frac{1}{U} = \frac{1}{U_0} + \frac{R_{\text{н}}}{R_V U_0}.$$

Контакты	$R_H$ , кОм	$U$ , В	$U^{-1}$ , В <sup>-1</sup>
$AB$	593	5,75	0,174
$AC$	892	4,84	0,207
$AD$	921	4,77	0,210
$CD$	421	6,44	0,155
$BD$	826	5,02	0,199
$AE$	708	5,36	0,187
без $R$	0	9,16	0,109

Таблица 3

Строим график зависимости  $U^{-1}(R_H)$  (рис. 7), по угловому коэффициенту  $k$  определяем сопротивление вольтметра:

$$R_V = \frac{1}{kU_0} = 970 \text{ кОм.}$$

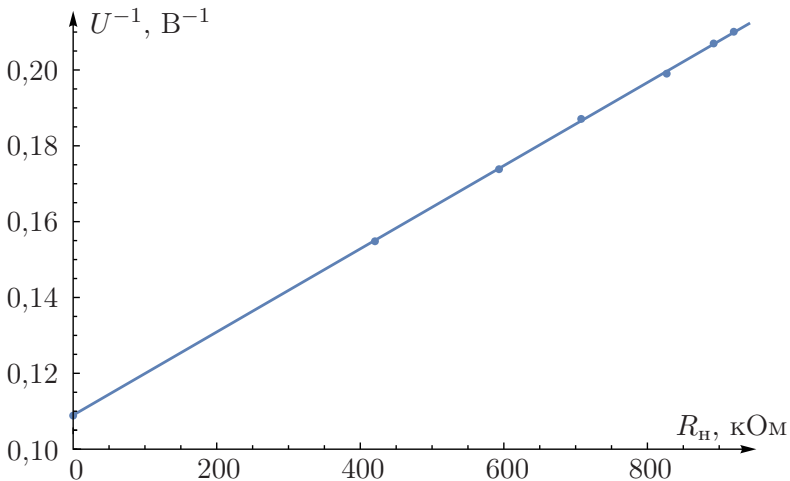


Рис. 7