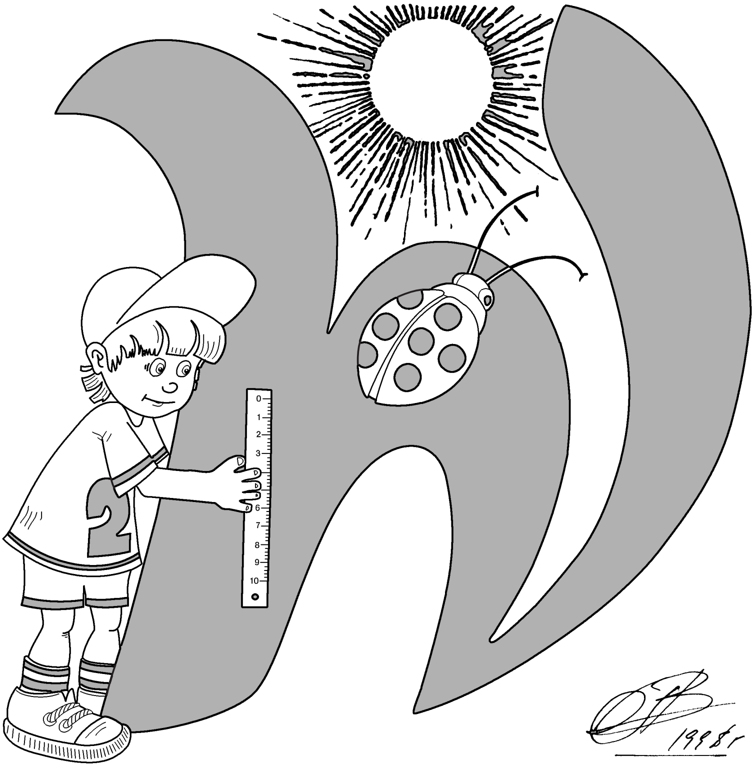
Методическая комиссия по физике
при центральном оргкомитете
Всероссийских олимпиад школьников

L Всероссийская олимпиада школьников по физике

Заключительный этап

Теоретический тур

Методическое пособие



Сочи, 2016 г.

Комплект задач подготовлен методической комиссией по физике
при центральном оргкомитете Всероссийских олимпиад школьников
Телефоны: (495) 408-80-77, 408-86-95.
E-mail: **physolymp@gmail.com**
Сайт физических олимпиад школьников: `physolymp.ru`

Авторы задач

9 класс

1. Муравьёв В.
2. Замятнин М.
3. Гордеев З.
4. Бычков А., Замятнин М.
5. Замятнин М.

10 класс

1. Бычков А.
2. Воробьёв И.
3. Шеронов А.
4. Аполонский А.
5. Шеронов А.

11 класс

1. Мейлихов Е., Гуденко А.
2. Слободянин В.
3. Аполонский А.
4. Замятнин М.
5. Варламов С.

Общая редакция — Слободянин В.

При подготовке оригинал-макета
использовалась издательская система $\LaTeX\,2_\varepsilon$.

141700, Московская область, г. Долгопрудный
Московский физико-технический институт

9 класс

Задача 1. Камни в колёсах

Колёса велосипеда имеют одинаковый радиус R, а расстояние между центрами колёс $l = 3R$. В протекторе покрышек переднего и заднего колёс застряли два маленьких камня. В начальный момент камень на заднем колесе касается земли, а камень на переднем колесе находится в крайнем переднем положении (рис. 1). Велосипед едет прямолинейно со скоростью v, колёса не скользят по дороге, камни не отрываются от покрышек.

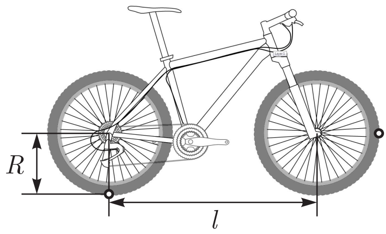


Рис. 1

1. Найдите максимальное $L_{\max}$ и минимальное $L_{\min}$ расстояния между камнями в процессе движения велосипеда.

2. Через какое минимальное время t после начала движения расстояние между камнями достигает максимального значения?

Задача 2. Неожиданный поворот

На частицу массой m, имеющую скорость v, начинает действовать постоянная по модулю сила F, вектор которой за время действия τ поворачивается с постоянной угловой скоростью на угол 180° (рис. 2). Векторы скорости частицы и силы всё время находятся в плоскости рисунка. В начальный момент угол между силой F и скоростью частицы составлял 90°. Определите модуль и направление конечной скорости частицы u через время τ после начала действия силы F. Влиянием других сил можно пренебречь.

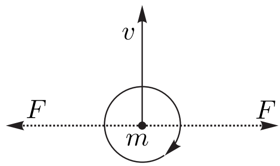


Рис. 2

Задача 3. Перемещение скамейки

Скамейку, имеющую массу m и длину L, перемещают горизонтальной силой F (неизвестной и не обязательно постоянной величины) с постоянной скоростью по гладкой горизонтальной поверхности через шероховатую область шириной S ($S > L$). Сила F приложена на уровне центра тяжести на высоте h над поверхностью (рис. 3). Коэффициент трения между опорами скамейки и шероховатой областью μ. Полагая, что опоры не отрываются от горизонтальной поверхности, определите работу силы F при перемещении скамейки через шероховатую область. При каком соотношении параметров L, μ и h возможно такое движение?

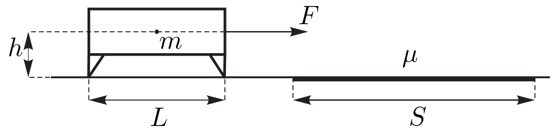


Рис. 3

Скамейку считайте однородной, а её опоры лёгкими.

Задача 4. Кофе с молоком

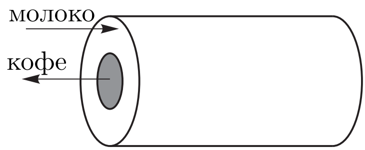


Рис. 4

Теплообменник состоит из двух тонких коаксиальных труб и имеет длину $L = 5$ м. По внутренней трубе течёт кофе, а по внешней во встречном направлении — молоко (рис. 4). Молоко поступает в теплообменник при температуре $t_1 = 10\,^\circ$C, а кофе — с противоположной стороны при температуре $t_2 = 90\,^\circ$C. Если в единицу времени по трубам теплообменника в каждую сторону протекает одинаковая масса жидкостей μ, то к выходу из него молоко успевает нагреться до температуры $t_3 = 60\,^\circ$C.

1. Определите температуру t_4 кофе на выходе из теплообменника.
2. На каком расстоянии s друг от друга находятся участки труб, в которых температуры кофе и молока одинаковы?
3. Какими станут температуры молока t_3' и кофе t_4', вытекающих из теплообменника, если увеличить скорость обоих потоков в два раза, сохранив их температуры на входе?

Указание: Мощность теплопередачи через небольшую площадку внутренней трубы пропорциональна разности температур контактирующих с ней жидкостей. Теплообменом с окружающей средой можно пренебречь. Плотности и удельные теплоёмкости кофе и молока считать одинаковыми.

Задача 5. Тетраэдр с прибором

Электрическая цепь в форме тетраэдра содержит четыре одинаковых резистора, идеальный источник постоянного напряжения и идеальный амперметр, который показывает силу тока $I = 2$ А (рис. 5а). Если заменить амперметр идеальным вольтметром, он покажет напряжение $U = 12$ В (рис. 5б). Определите напряжение U_0 источника и сопротивление R одного резистора.

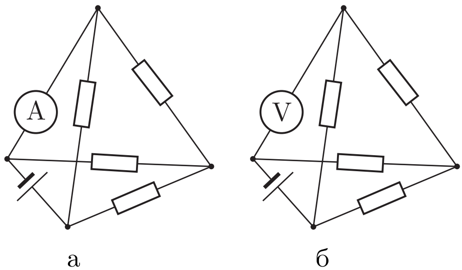


Рис. 5

10 класс

Задача 1. Сферическая горка

Над горизонтальной поверхностью выступает сферическая горка, профиль которой представляет собой четверть окружности радиуса R. В верхнюю точку горки положили небольшую шайбу массой m и сообщили ей горизонтальную начальную скорость v_0 (рис. 6). Коэффициент трения между горкой и шайбой зависит от угла α по закону $\mu = \operatorname{tg}\alpha$.

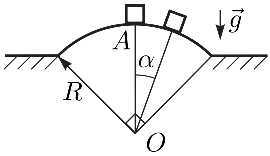


Рис. 6

1. Через какое время τ тело достигнет горизонтальной поверхности при спуске без отрыва от горки?
2. Чему равна работа $A_{\text{тр}}$ силы трения к этому моменту?
3. При каких величинах v_0 шайба не оторвётся от поверхности горки?

Задача 2. Гранулы

В трубе сечения S течёт взвесь — жидкость, переносящая с собой мелкие сжимаемые гранулы (рис. 7). На участке с давлением p объём отдельной гранулы V, а на участке с пониженным давлением $p - \Delta p$ объём гранулы $V + \Delta V$. Число гранул, проходящих за единицу времени через любое сечение трубы, равно ν. Найдите массу взвеси μ, проходящую через трубу за единицу времени при стационарном течении, если трения со стенками трубы нет, а скорость жидкости и гранул по всему сечению одинакова. Изменением плотности жидкости пренебречь.

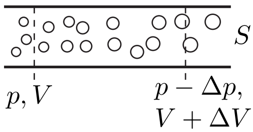


Рис. 7

Задача 3. Вода и лёд

Как известно, при атмосферном давлении вода начинает замерзать, а лёд таять при температуре $t_0 = 0\,^\circ$C. При давлениях, больших атмосферного, вода может находиться в жидкой фазе и при более низких температурах. Увеличение давления на 133 атм понижает температуру плавления льда на 1 °C. В начальном состоянии вода массой $m_0 = 1$ кг и очень малое количество льда находятся в равновесии в адиабатической оболочке под давлением $p_1 = 200$ атм. В адиабатическом процессе давление медленно уменьшают до атмосферного $p_0 = 1$ атм.

1. Найдите изменение массы льда $\Delta m_{\text{л}}$.
2. Найдите изменение объёма системы вода + лёд.
3. Какую работу совершает система против внешнего давления при его уменьшении от p_1 до p_0?

Удельная теплоёмкость воды $c_{\text{в}} = 4{,}2$ Дж/г, льда $c_{\text{л}} = 2{,}1$ Дж/г. Удельная теплота плавления льда $q = 336$ Дж/г. Плотности воды и льда при атмосферном давлении: $\rho_{\text{в}} = 1$ г/см^3, $\rho_{\text{л}} = 0{,}9$ г/см^3.

Сжимаемость воды $G = -\frac{1}{V}\frac{\Delta V}{\Delta P} = 5 \cdot 10^{-10}$ Па$^{-1}$, сжимаемость льда меньше сжимаемости воды.

Задача 4. Диодная цепочка

Электрическая цепь (рис. 8) состоит из 2016 звеньев, состоящих из одинаковых диодов и резисторов. Вольтамперная характеристика диода приведена на рис. 9, напряжение $U_d = 1$ В. Сопротивление каждого резистора $R = 1$ Ом. На вход схемы подаётся постоянное напряжение U_0.

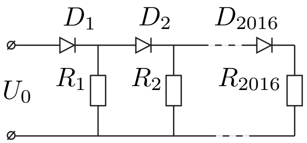


Рис. 8

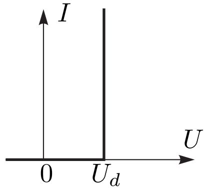


Рис. 9

1. Определите силы токов через диоды и через резисторы при входном напряжении $U_0 = 4{,}4$ В.
2. Постройте вольтамперную характеристику схемы (зависимость тока I_0 от U_0) в диапазоне от 0 В до 3 В.
3. Определите входное напряжение U_0, при котором ток через цепь равен $I_0 = 14$ А.

Задача 5. Déjà vu

В электрической цепи (рис. 10) все элементы можно считать идеальными. Вначале конденсатор ёмкостью C не заряжен. Ключ K замыкают, а затем, когда скорость изменения энергии в конденсаторе достигает максимума — размыкают.

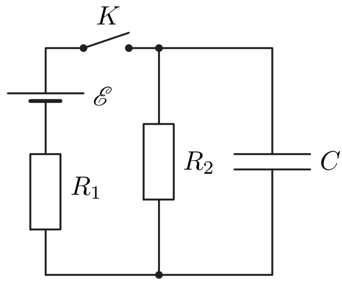


Рис. 10

1. Найдите мощность N, которую развил источник постоянного напряжения к моменту размыкания ключа.
2. Пусть сопротивления резисторов равны $R_1 = R_2 = R$. В этом случае скорость изменения энергии в конденсаторе достигает максимума через время $t_0 = CR\ln\sqrt{2}$ (это время можно найти, решая соответствующее дифференциальное уравнение, которое вам решать не нужно). Определите количество теплоты Q, которое выделится в цепи при замкнутом ключе K.

11 класс

Задача 1. Фрикционная передача

Длинный цилиндрический валик радиуса R_0, вращающийся вокруг своей оси с угловой скоростью ω_0, прижимают к свободно (без трения в оси) вращающемуся на оси диску радиуса R. Линия касания диска и валика совпадает с радиусом диска (рис. 11).

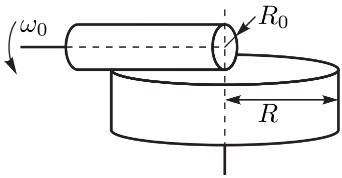


Рис. 11

1. Найдите установившуюся угловую скорость ω_μ вращения диска, если трение между валиком и диском сухое.

2. Найдите установившуюся угловую скорость ω_η вращения диска, если трение вязкое. Считайте, что величина силы вязкого трения, приходящаяся на единицу длины соприкосновения, пропорциональна относительной скорости движения соприкасающихся поверхностей валика и диска.

3. Определите отношение $k = \omega_\eta/\omega_\mu$.

Задача 2. Круговой процесс

Над молем идеального многоатомного газа проводят круговой процесс, который, будучи изображённым на p,V-диаграмме, при некотором масштабе имеет вид окружности. Центр окружности имеет координаты (p_0,V_0), диаметр вдоль оси давлений равен $2\Delta p$, а диаметр вдоль оси объёмов $2\Delta V$.

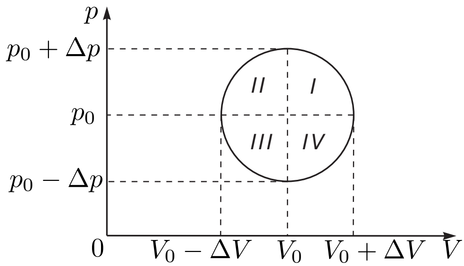


Рис. 12

1. Найдите все пары диаметрально противоположных точек окружности, в которых теплоёмкости одинаковы. Вычислите эти теплоёмкости.

2. Сравните теплоёмкости двух произвольных диаметрально противоположных точек, лежащих во 2 и 4 квадрантах окружности (рис. 12), другими словами, определите, в какой из этих точек теплоёмкость больше и почему.

Примечание. Считайте, что теплоёмкость газа при постоянном объёме не зависит от T.

Задача 3. Звезда переменного тока

Три элемента, среди которых могут быть резисторы, конденсаторы и катушки индуктивности, соединены звездой (рис. 13). При подключении источника переменного напряжения к выводам 1 и 2 цепи вольтметр переменного тока, подключенный к выводам 1 и 3, показывает 80 В. При подключении вольтметра к выводам 2 и 3 он показывает 45 В. При подключении того же источника к выводам 1 и 3 вольтметр показывает 21 В между выводами 2 и 3 и 28 В между 1 и 2. При подключении

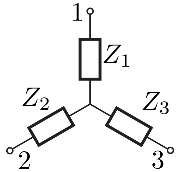


Рис. 13

источника к выводам 2 и 3 вольтметр показывает 21 В между 1 и 2 и 28 В между 1 и 3.

1. Определите напряжение источника.
2. Определите элементы цепи, соответствующие лучам звезды. Можно ли однозначно установить тип элементов цепи?
3. Определите отношение силы токов $I_{12} : I_{13} : I_{23}$ через источник при его подключении к выводам 1 и 2, 1 и 3, 2 и 3.

Источник, вольтметр и все элементы цепи можно считать идеальными.

Задача 4. МГД-насос

Магнитогидродинамический (МГД) насос представляет собой плоский конденсатор с размерами пластин $h \times a$ и расстоянием между ними b ($h \gg b$, $a \gg b$). С боковых торцов конденсатор ограничен непроводящими стенками. К пластинам конденсатора подключен идеальный источник с напряжением U (полярность указана на рисунке 14). Между пластинами конденсатора создано однородное магнитное поле с индукцией B, вектор которой горизонтален и параллелен проводящим пластинам. Нижними краями конденсатор касается поверхности слабопроводящей жидкости с плотностью ρ_0 и удельным сопротивлением λ. Сверху к конденсатору герметично присоединён непроводящий кожух. Посередине конденсатора на высоте $h/2$ на тонкой нити подвешен небольшой непроводящий шарик, имеющий объём V и плотность $\rho > \rho_0$. Определите зависимость силы $T(U)$ натяжения нити от напряжения на источнике. Постройте качественный график этой зависимости, указав на нём характерные точки. Сверху кожух и поверхность проводящей жидкости сообщаются с атмосферой.

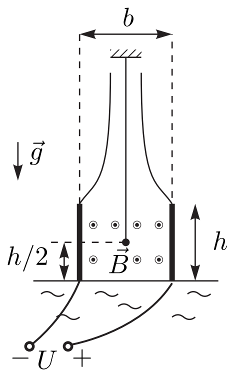


Рис. 14

Задача 5. Солнечный парус

Солнечный парус представляет собой плоское зеркало массой $m = 1{,}660$ г площадью $S = 1{,}000$ м^2 Парус ориентирован перпендикулярно солнечным лучам и движется вдоль линии, проходящей через центр Солнца и центр зеркала. В начальный момент времени оно находится на расстоянии $R_0 = 1$ а. е. от Солнца. На каком расстоянии R_1 от Солнца будет парус через $t_1 = 1$ час полёта, если он двигался с постоянной, но неизвестной скоростью $v \ll c$?

Одна астрономическая единица равна расстоянию от Земли до Солнца $R_0 = 150{,}0 \cdot 10^6$ км $= 1$ а. е. Импульс фотона p и его энергия E связаны соотношением $pc = E$, где $c = 2{,}998 \cdot 10^8$ м/с — скорость света. Поток испускаемых протонов, нейтронов и других частиц, исходящих от Солнца, не учитывать. Солнечная постоянная $W_0 = 1{,}367$ кВт/м^2 — суммарный поток солнечного излучения, проходящий за единицу времени через единичную площадку, ориентированную перпендикулярно потоку, на расстоянии 1 а. е. от Солнца.

Примечание. Знаете ли вы, что продолжительность года равна $\pi \cdot 10^7$ с с точностью полпроцента?

Возможные решения

9 класс

Задача 1. Камни в колёсах

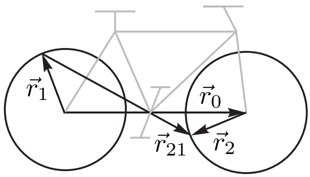


Рис. 15

Поскольку колёса имеют одинаковые размеры и не проскальзывают, они вращаются с одинаковыми угловыми скоростями $\omega = v/R$. Поэтому угол между радиус-векторами камней $\vec{r}_1$ и $\vec{r}_2$ относительно центров колёс в любой момент времени составляет 90° (рис. 15).

Радиус-вектор $\vec{r}_{21}$ второго камня относительно первого можно найти из векторного равенства

$$\vec{r}_{21} = \vec{r}_0 + \vec{r}_2 - \vec{r}_1,$$

где $\vec{r}_0$ — радиус-вектор центра переднего колеса относительно центра заднего. Так как угол между векторами $\vec{r}_1$ и $\vec{r}_2$ всегда равен 90°, то вектор $\vec{r}_2 - \vec{r}_1$ имеет длину $\sqrt{2}R$ и вращается с постоянной угловой скоростью, равной угловой скорости колёс. Таким образом, радиус-вектор второго камня относительно первого можно найти как сумму вектора $\vec{r}_0$ (который не меняется в процессе движения велосипеда) и вектора, имеющего длину $\sqrt{2}R$ и вращающегося с угловой скоростью ω. Сложение этих векторов показано на рисунке 16, причём концы векторов $\vec{r}_2 - \vec{r}_1$ и $\vec{r}_{21}$ лежат на окружности радиуса $\sqrt{2}R$ с центром в конце вектора $\vec{r}_0$.

Из рисунка 16 следует, что вектор $\vec{r}_{21}$ имеет минимальную длину в тот момент времени, когда вектор $\vec{r}_2 - \vec{r}_1$ направлен противоположно вектору $\vec{r}_0$, максимальную — когда вектор $\vec{r_2} - \vec{r_1}$ направлен так же, как и вектор $\vec{r}_0$. Поэтому

$$r_{21}^{\min} = 3R - \sqrt{2}R = R(3 - \sqrt{2});$$
$$r_{21}^{\max} = 3R + \sqrt{2}R = R(3 + \sqrt{2}).$$

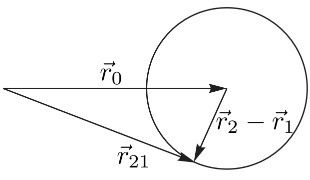


Рис. 16

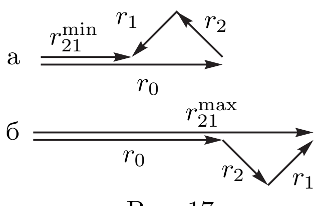


Рис. 17

Эти два случая показаны на рис. 17 а и б, соответственно. Длина вектора $\vec{r}_{21}$ будет максимальна, когда вектор $\vec{r}_2$ повернётся на угол $\pi/4$ по сравнению с начальным положением. Отсюда находим момент времени t, когда расстояние между камнями достигает максимального значения:

$$t = \frac{\pi}{4\omega} = \frac{\pi R}{4v}.$$

Задача 2. Неожиданный поворот

Пусть, для определённости, вектор силы в начальный момент направлен вправо.

Рассмотрим изменение скорости частицы за малые интервалы времени Δt. Для этого удобно воспользоваться геометрической интерпретацией векторного уравнения для изменения импульса $m(\vec{u} - \vec{v}) = \sum \vec{F}_i \Delta t$, где $\vec{F}_i$ — вектор силы F в произвольный момент времени.

Из рисунка видно, что суммарное изменение импульса частицы $\Delta\vec{p}$ направлено против её начальной скорости (изменения импульса в направлении перпендикулярном начальной скорости компенсируются за время поворота силы на 180°).

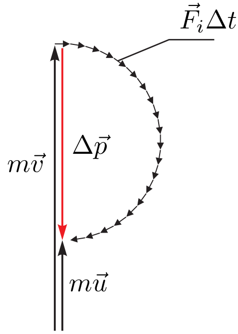


Рис. 18

Длина половины дуги окружности, образованной модулями изменения импульса точки, равна $\sum F\Delta t = F\sum \Delta t = F\tau$, где τ — время поворота вектора силы. Через длину дуги можно найти диаметр окружности $\Delta p = \dfrac{2F\tau}{\pi}$. Откуда $u = v - \dfrac{2F\tau}{m\pi}$.

Направление u совпадает с v при $v > \dfrac{2F\tau}{m\pi}$, в ином случае направление становится противоположным.

Заметим, что условию не противоречит и второй возможный вариант, в котором вектор силы изначально направлен влево. Тогда изменение скорости совпадает с направлением v и $u = v + \dfrac{2F\tau}{m\pi}$. В этом случае u всегда сонаправлена с v.

Задача 3. Перемещение скамейки

Найдём силу необходимую для поддержания равномерного движения скамейки с заехавшей на шероховатую область передней опорой. Для этого запишем правило моментов относительно точки O из сопутствующей ИСО, в которой скамейка покоится: $\mu N_1 h + mg\dfrac{L}{2} = N_1 L$,

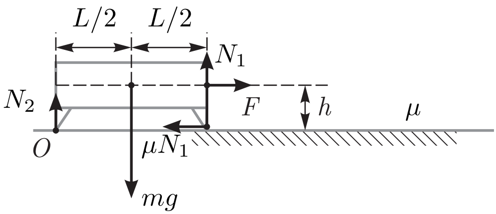


Рис. 19

здесь учтено, что $F_1 = \mu N_1$. Откуда $F_1 = \dfrac{\mu m g L}{2(L - \mu h)}$.

В случае, когда на шероховатую область заехали обе опоры, необходимо прикладывать силу $F_2 = \mu m g$. При движении по шероховатой поверхности только задней опоры, по аналогии с первым случаем, определяется сила $F_3 = \frac{\mu mgL}{2(L+\mu h)}$. Полную работу по перемещению скамейки можно представить в виде суммы работ на трёх участках:

$$A = F_1L + F_2(S-L) + F_3L = \mu mg\left[\frac{L^3}{L^2-\mu^2h^2} + S - L\right] = \mu mg\left[\frac{\mu^2h^2L}{L^2-\mu^2h^2} + S.\right]$$

Важно учесть ОДЗ для полученного ответа. На первый взгляд необходимо выполнение условия $L > \mu h$, но это не так. Существует более жёсткое и неявное ограничение. Наш ответ был получен в предположении сохранения контакта с поверхностью обеими опорами. Найдём, при каком соотношении величин начнётся опрокидывание скамейки относительно передней ножки. На грани опрокидывания сила N_2 исчезнет, а N_1 станет равна mg. Тогда из правила моментов относительно точки A получим: $\mu hN_1 = \frac{L}{2}N_1$, то есть сохранение контакта возможно лишь при $L > 2\mu h$.

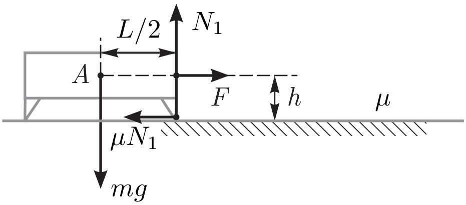


Рис. 20

Задача 4. Кофе с молоком

В установившемся режиме температура вдоль трубы меняется линейно. Это можно показать, рассмотрев изменение температуры на небольшом смещении вдоль трубы. Из уравнения теплового баланса следует, что изменения температур жидкостей одинаковы (здесь учтено, что за одинаковое время обмениваются теплом одинаковые массы жидкостей). Другими словами, если в некоторой месте теплообменника температуры кофе и молока равны $t_к$ и $t_м$ соответственно, то на небольшом расстоянии Δx они станут равны $t_к + \Delta t$ и $t_м + \Delta t$, при этом сохранится разность температур и мощность теплообмена. Пошагово можно повторять эту процедуру до другого края теплообменника. Распределение температур вдоль труб приведено на графике (рис. 21):

$$\Delta t_1 = t_3 - t_1 = 50\,^\circ\text{C}.$$

Так как изменения температур равны, то температура кофе на выходе

$$t_4 = t_2 - \Delta t_1 = 40\,^\circ\text{C}.$$

Расстояние s между участками труб с одинаковыми температурами можно найти из подобия треугольников:

$$\frac{s}{L} = \frac{t_2 - \Delta t_1 - t_1}{\Delta t_1}, \qquad \text{откуда} \qquad s = 3 \text{ м}.$$

Свяжем мощности переданного и полученного тепла:

$$\mu c\Delta t_1 = \alpha(t_2 - \Delta t_1 - t_1),$$

где α — некоторая константа, связанная с теплопроводящими свойствами внутренней трубы и жидкостей. После изменения расхода жидкостей до $\mu' = 2\mu$ уравнение связи примет вид

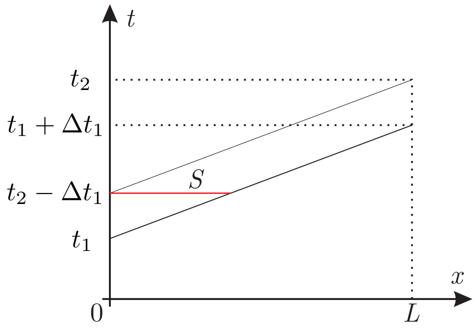


Рис. 21

$$2\mu c\Delta t_1' = \alpha(t_2 - \Delta t_1' - t_1).$$

Здесь учтено, что мощность изменится из-за уменьшения разности температур. Решая систему уравнений относительно нового изменения температур $\Delta t_1'$, получим $\Delta t_1' = 36{,}4\,°\mathrm{C}$. Откуда температура на выходе у молока $t_3' = 46{,}4\,°\mathrm{C}$, у кофе $t_4' = 53{,}6\,°\mathrm{C}$.

Задача 5. Тетраэдр с прибором

Для тетраэдра с амперметром обозначим узлы и нарисуем эквивалентную схему с учётом равенства нулю сопротивления амперметра. Расставим в эквивалентной схеме токи с учётом закона Ома обратно-пропорционально сопротивлениям параллельных ветвей и с учётом закона сохранения заряда для узлов. Затем отметим найденные токи на исходной схеме.

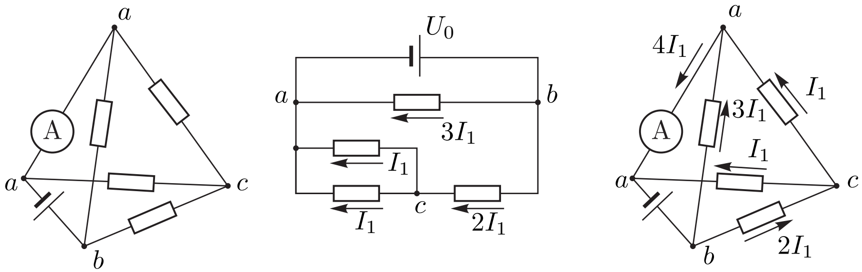


Рис. 22

Для ветви ab запишем $U_0 = 3I_1R$, откуда ток через амперметр

$$I_A = 4I_1 = \frac{4U_0}{3R}.$$

Повторим вышеперечисленные действия с тетраэдром, содержащим вольтметр, имеющий бесконечно большое сопротивление.

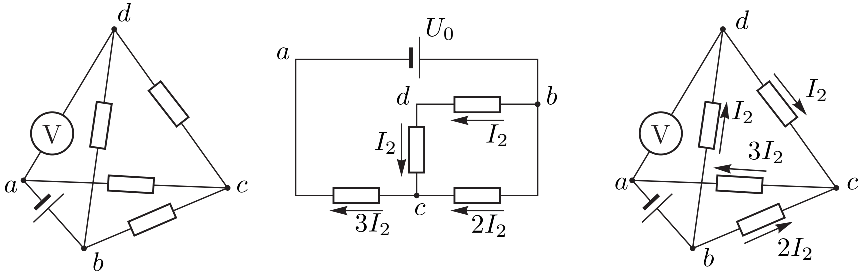


Рис. 23

Напряжение между узлами ab равно $U_0 = 3I_2R + 2I_2R$, откуда показания вольтметра $U = 4I_2R = (4/5)U_0$. Выражая искомые величины, получим:

$$U_0 = \frac{5}{4}U = 15\text{ В} \qquad \text{и} \qquad R = \frac{5}{3}\frac{U}{I_A} = 10\text{ Ом}.$$

10 класс

Задача 1. Сферическая горка

При произвольном угле α на шайбу действует сила нормального давления N и сила трения:

$$F_{\text{тр}} = \mu N = N \operatorname{tg} \alpha.$$

Вектор силы реакции Q будет направлен к силе N под таким углом, что $\operatorname{tg}\beta = F_{\text{тр}}/N = \operatorname{tg}\alpha$. Откуда $\beta = \alpha$, следовательно, сила реакции Q направлена вертикально. Поэтому горизонтальная составляющая скорости будет постоянной и равной v_0.

1. Время движения:

$$\tau = \frac{R\cos(\pi/4)}{v_0} = \frac{\sqrt{2}}{2}\frac{R}{v_0}.$$

2. Скорость шайбы в момент достижения горизонтальной поверхности будет равна $v_1 = \sqrt{2}v_0$. По закону сохранения энергии:

$$\frac{mv_0^2}{2} + mgR + A_{\text{тр}} = \frac{mv_1^2}{2} + mgR\cos\frac{\pi}{4}.$$

Окончательно:

$$A_{\text{тр}} = -m\left(gR\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}} - \frac{v_0^2}{2}\right).$$

3. Запишем второй закон Ньютона относительно оси, перпендикулярной горке

$$m\frac{(v_0/\cos\alpha)^2}{R} = mg\cos\alpha - N.$$

Отрыв произойдет при $N = 0$, при этом $v_0^2 = gR\cos^3\alpha$. Поскольку $0 \leqslant \alpha \leqslant \pi/4$, то отрыва не будет при $v_0 \leqslant \sqrt{gR/(2\sqrt{2})}$. Заметим, что при этих значениях v_0 работа $A_{\text{тр}}$ всегда отрицательна, как и должно быть для работы диссипативных сил.

Задача 2. Гранулы

Если n_1, n_2 и u_1, u_2 концентрации гранул и скорости течения на указанных в условии участках трубы, то $\nu = n_1u_1S$ и $\nu = n_2u_2S$. Несжимаемость жидкости выражается как постоянство объёмного расхода:

$$u_1S(1 - n_1V) = u_2S\big(1 - n_2(V + \Delta V)\big).$$

Отсюда находится приращение скорости течения между указанными участками $\Delta u = u_2 - u_1 = \nu\Delta V/S$.

Рассмотрим смещение отрезка взвеси между указанными участками за время dt, задняя граница отрезка сместится вправо на u_1dt, а передняя на u_2dt.

В области пересечения картина течения прежняя. От исходного отрезка сзади «отрезается» кусок $u_1 dt$ с массой $dm = \mu dt$, а спереди добавляется кусок $u_2 dt$ с той же массой. Определим суммарную силу, действующую на отрезок взвеси, через изменение импульса:

$$F = \frac{dp}{dt} = \frac{dm}{dt}(u_2 - u_1) = \mu(u_2 - u_1) = \Delta p S,$$

$$\text{откуда} \qquad \mu = \frac{\Delta p S}{u_2 - u_1} = \frac{\Delta p S^2}{\nu \Delta V}.$$

Задача 3. Вода и лёд

1. Нахождение температуры при давлении p_1

$$t_1 = -\frac{p_1 - p_0}{133\ \text{атм}/{}^\circ\text{C}} = -1{,}50\,{}^\circ\text{C}.$$

Уравнение теплового баланса

$$q\Delta m_\text{л} = c_\text{в} m_0 (t_0 - t_1).$$

Изменение массы льда

$$\Delta m_\text{л} = \frac{c_\text{в} m_0 (t_0 - t_1)}{q} = 18{,}7\ \text{г}.$$

2. Изменение объёма системы происходит за счёт сжимаемости воды (ΔV_1) и за счёт образования льда (ΔV_2). Изменение за счёт сжимаемости

$$\Delta V_1 = GV(p_1 - p_0) = \frac{G m_0 (p_1 - p_0)}{\rho_\text{в}} = 9{,}95\ \text{см}^3 \approx 10{,}0\ \text{см}^3.$$

За счёт образования льда с учетом малости сжимаемости

$$\Delta V_2 = \Delta m_\text{л} \left(\frac{1}{\rho_\text{л}} - \frac{1}{\rho_\text{в}} \right) \approx 2{,}1\ \text{см}^3.$$

Изменение объёма системы

$$\Delta V = \Delta V_1 + \Delta V_2 = 12{,}1\ \text{см}^3.$$

3. Считая, что давление линейно связано с изменением объёма, работа системы равна:

$$A_1 = p_\text{ср} \Delta V = \frac{p_0 + p_1}{2} \Delta V \approx 121\ \text{Дж}.$$

Задача 4. Диодная цепочка

1. При данном $U_0 = 4{,}4$ В открыты только первые 4 диода, поэтому на каждом из «открытых» диодов падает напряжение, равное $U_d = 1$ В. По

самому дальнему от места подключения источника питания резистору течёт ток силой меньше 1 А.

Токи через резисторы равны:

$$I_{R_1} = 3{,}4\ \text{А}, \quad I_{R_2} = 2{,}4\ \text{А} \quad I_{R_3} = 1{,}4\ \text{А} \quad I_{R_4} = 0{,}4\ \text{А}.$$

Токи через диоды равны:

$$I_{D_1} = 7{,}6\ \text{А}, \quad I_{D_2} = 4{,}2\ \text{А}, \quad I_{D_3} = 1{,}8\ \text{А}, \quad I_{D_4} = 0{,}4\ \text{А}.$$

2. При напряжении $U_{AB} < 1$ В ток в цепи вообще не течет. При напряжении U_{AB} от 1 В до 2 В ток идет через первый диод и первый резистор. Сила тока в этом случае равна

$$I = \frac{U_{AB} - 1\ B}{1\ \text{Ом}}.$$

В диапазоне от 2 В до 3 В открыты первый и второй диоды и токи текут по двум резисторам. При каждом увеличении напряжения на 1 В открывается ещё один диод. ВАХ выглядит так, как показано на рисунке (рис. 24).

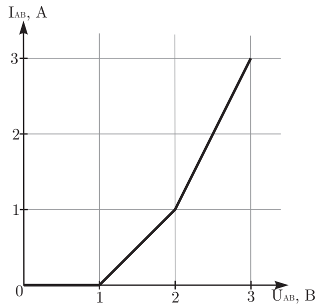


Рис. 24

3. Пусть открыты N диодов и токи текут по N резисторам, причем величина тока, текущего по последнему резистору $I < 1$ А. В этом случае напряжение U_{AB} равно $N \cdot (1\ \text{В}) + I \cdot (1\ \text{Ом})$. Суммарный ток цепи (или ток, текущий через первый диод) находится в результате суммирования:

$$I_N = NI + (1 + 2 + 3 + \dots + N - 1) \cdot (1\ \text{А}) = NI + \frac{(N-1)N}{2}\ (\text{А}).$$

При максимальном значении величины $I = 1$ А максимальный ток равен:

$$I_{N,\ \max} = \frac{N(N+1)}{2}\ (\text{А}),$$

а при минимальном значении $I = 0$ А минимальный ток равен:

$$I_{N,\ \min} = \frac{N(N-1)}{2}\ (\text{А}).$$

При $N = 5$ максимальное значение $I_{\max} = 15$ А, а минимальное значение равно $I_{\min} = 10$ А. Сила тока 14 А находится в этом промежутке. Следовательно, $N = 5$ и $I = (4\ \text{А})/5 = 0{,}8$ А. Значит, напряжение $U_{AB} = 5{,}8$ В.

Задача 5. Déjà vu

1. Пусть I_C — сила тока, идущего на зарядку конденсатора, а I_R — сила тока, протекающего через резистор R_2, включённый параллельно конденсатору, I — ток через источник, q_R — заряд, протекший через резистор R_2, а q_C —

заряд конденсатора, q — заряд, протекший через источник, U — напряжение на конденсаторе и резисторе R_2. Тогда

$$U = \frac{q}{C} = I_R R_2 = \mathscr{E} - IR_1,$$

откуда находим

$$I = \frac{\mathscr{E} - U}{R_1}, \qquad I_R = \frac{U}{R_2}, \qquad I_C = I - I_R = \frac{\mathscr{E}}{R_1} - U\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right).$$

Зависимость скорости изменения энергии конденсатора от напряжения на нём является квадратным трёхчленом

$$P = U \cdot I_C = U\left[\frac{\mathscr{E}}{R_1} - U\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)\right],$$

максимум которого находится посередине между его корнями

$$U_m = \frac{\mathscr{E}}{2}\frac{R_2}{R_1 + R_2}, \qquad I_m = \frac{\mathscr{E}}{2R_1}.$$

Ток через источник в этот момент

$$I = I_R + I_C = \frac{U_m}{R_2} + I_m = \frac{\mathscr{E}}{2R_1}\frac{2R_1 + R_2}{R_1 + R_2},$$

а искомая мощность источника равна

$$N = \mathscr{E}I = \frac{\mathscr{E}^2}{2R_1}\frac{2R_1 + R_2}{R_1 + R_2}.$$

Запишем второе правило Кирхгофа для контура с резисторами ($R_1 = R_2 = R$)

$$\mathscr{E} = IR_1 + I_R R_2 = (I + I_R)R,$$

домножим это уравнение на Δt

$$\mathscr{E}\Delta t = (I\Delta t + I_R\Delta t)R = (\Delta q + \Delta q_R)R$$

и просуммируем по времени от 0 до t_0:

$$\mathscr{E}t_0 = (q + q_R)R = (2q - q_C)R. \qquad (q_R = q - q_C)$$

Отсюда с учётом

$$q_C = CU_m = \frac{C\mathscr{E}}{2}\frac{R_2}{R_1 + R_2} = \frac{C\mathscr{E}}{4}$$

находим q

$$q = C\mathscr{E}\left(\frac{1}{8} + \frac{1}{4}\ln 2\right).$$

Из закона сохранения энергии найдем количество теплоты Q, выделившееся в цепи при замкнутом ключе К:

$$Q = \mathscr{E}q - \frac{q_C^2}{2C} = \frac{C\mathscr{E}^2}{4}\left(\frac{3}{8} + \ln 2\right) = 0{,}27C\mathscr{E}^2.$$

11 класс

Задача 1. Фрикционная передача

Трение меняет знак на расстоянии $r_0 = \omega_0 R_0/\omega$ от центра диска. В установившемся режиме полный момент силы трения равен нулю.

В случае сухого трения:

$$\int\limits_0^{r_0} \frac{rF}{R}dr = \int\limits_{r_0}^{R_0} \frac{rF}{R}dr, \qquad \frac{r_0^2}{2} = \frac{R^2 - r_0^2}{2},$$

$$\text{откуда} \qquad r_0 = \frac{R}{\sqrt{2}}, \qquad \omega_\mu = \sqrt{2}\omega_0\frac{R_0}{R}.$$

В случае вязкого трения момент сил трения:

$$\int\limits_0^R r\beta(\omega r - \omega_0 R_0)dr = 0, \qquad \text{так как } \omega r_0 = \omega_0 R_0, \text{ то}$$

$$\int\limits_0^R r\beta(\omega r - \omega r_0)dr = \beta\omega\int\limits_0^R r(r - r_0)dr = 0,$$

$$\text{откуда} \qquad \frac{R^3}{3} = \frac{R^2 r_0}{2}, \qquad \omega_\eta = \frac{\omega_0 R_0}{r_0} = \frac{3}{2}\omega_0\frac{R_0}{R}.$$

Отношение скоростей:

$$k = \frac{\omega_\eta}{\omega_\mu} = \frac{3/2}{\sqrt{2}} \approx 1{,}06.$$

Таким образом, установившаяся скорость ω_η вращения в случае вязкого трения на 6 % больше установившейся скорости ω_μ вращения диска при сухом трении.

Задача 2. Круговой процесс

Рассмотрим моль идеального газа. По определению его теплоёмкость:

$$C = \frac{\delta Q}{dT} = \frac{dU + pdV}{dT}. \tag{1}$$

Для идеального газа:

$$dU = C_V dT \qquad RdT = pdV + Vdp$$

Выразим теплоёмкость:

$$C = C_V + R\frac{pdV}{pdV + Vdp} = C_V + \frac{R}{1 + \dfrac{V}{p}\dfrac{dp}{dV}}$$

В любых диаметрально противоположных точках A и B касательная к окружности имеет один и тот же наклон:

$$\left(\frac{dp}{dV}\right)_A = \left(\frac{dp}{dV}\right)_B \tag{2}$$

Значит, теплоёмкости могут быть равны либо когда dp/dV обращается в ноль, либо бесконечность, чему соответствует $C = C_p$ и $C = C_V$ соответственно, либо когда:

$$V_A/p_A = V_B/p_B,$$

то есть когда точки A, B и центр окружности лежат на одной прямой, идущей из начала координат. Значит,

$$V_A/p_A = V_0/p_0.$$

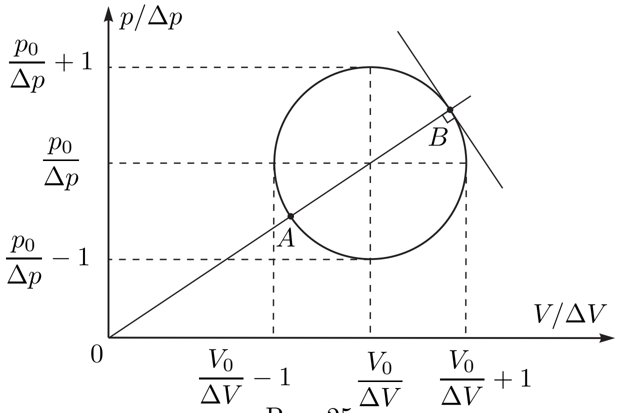


Рис. 25

Перерисуем процесс в безразмерных осях координат (рис. 25). Проведём прямую через точки A и B. Построим касательную к графику в точке B. Она будет перпендикулярна прямой AB. Таким образом, если угловой коэффициент прямой AB равен k, то угловой коэффициент касательной будет равен $k' = -1/k$, следовательно:

$$\frac{dp/\Delta p}{dV/\Delta V} = -\frac{V_0/\Delta V}{p_0/\Delta p}, \qquad \text{откуда} \qquad \frac{dp}{dV} = -\frac{V_0}{p_0}\left(\frac{\Delta p}{\Delta V}\right)^2.$$

Теплоёмкость C равна:

$$C = C_V + \frac{R}{1 - \left(\frac{V_0}{p_0}\right)^2\left(\frac{\Delta p}{\Delta V}\right)^2}.$$

Если $p_0/V_0 = \Delta p/\Delta V$, то $c = \pm\infty$ — точки касания принадлежат изотермам.

Сравним теплоёмкость в точках C и D, лежащих во 2 и 4 квадрантах соответственно. Поскольку

$$\left(\frac{dp}{dV}\right)_C = \left(\frac{dp}{dV}\right)_D > 0,$$

то теплоёмкость больше там, где отношение V/p меньше:

$$V_C/p_C < V_D/p_D$$

Получается, в нашем случае $C_C > C_D$.

Задача 3. Звезда переменного тока

При подключении к источнику переменного тока двух последовательно соединенных элементов, напряжения на них складываются как векторы, модуль которых равен напряжению, показываемому вольтметром. Угол между осью абсцисс и этим вектором примем равным $0°$ для резистора, тогда для конденсатора он будет равен $+90°$, а для катушки индуктивности $90°$. Заметим, что суммарное напряжение всегда не превосходит суммы напряжений.

Предположим, что один из элементов 1 и 2 является катушкой индуктивности, а другой — конденсатором. Тогда суммарное напряжение на них составляет $U_{12} = 80$ В $- 45$ В $= 35$ В, что равно напряжению источника. Заметим, что $21^2 + 28^2 = 35^2$, значит, в силу правила сложения напряжений, элемент 3 является резистором.

При такой схеме различить, какой из элементов 1 и 2 является конденсатором, а какой — катушкой индуктивности, нельзя, так как поменяв их местами и сохранив импедансы, напряжения не изменятся. Рассмотрим все остальные случаи. Суммарное напряжение на элементах 1 и 2 будет определяться либо как сумма напряжений на каждом (в случае, если 1 и 2 — одинаковые элементы), либо как корень из суммы квадратов напряжений на каждом (в случае, если один из них — резистор, а другой — конденсатор или катушка индуктивности). Тогда суммарное напряжение, равное напряжению источника, в любом случае будет больше, чем, по крайней мере, 80 В. Однако, это больше, чем сумма напряжений в случае подключения источника к выводам 1 и 2. Полученное противоречие показывает, что один из этих элементов является конденсатором, а другой — катушкой индуктивности.

Импедансы складываются аналогично напряжениям. Отношение модулей импедансов двух элементов при последовательном соединении равно отношению напряжений на этих элементах, следовательно: $Z_1 : Z_3 = 4 : 3$ (из схемы с подключением источника к выводам 1 и 3), $Z_3 : Z_2 = 4 : 3$ (из схемы с подключением источника к выводам 2 и 3). Пусть $Z_2 = 9$, $Z_3 = 12$, $Z_1 = 16$ относительных единиц. Тогда, пользуясь правилом сложения импедансов, находим: $Z_{12} = 7$, $Z_{13} = 20$, $Z_{23} = 15$. Отношение сил токов обратно пропорционально отношению импедансов, откуда

$$I_{12} : I_{13} : I_{23} = \frac{1}{7} : \frac{1}{20} : \frac{1}{15} = 60 : 21 : 28.$$

Задача 4. МГД-насос

Рассмотрим маленький шарик жидкости объёма V, который попадает в пространство между проводящими пластинами, и силы, которые на него действуют.

Сила тяжести:

$$F_{\text{т}} = \rho_0 g V.$$

В силу того, что плотность тока одинакова в любой точке жидкости между проводящими пластинами (маленький шарик не влияет на распределение тока), на любой элемент жидкости одинакового объёма внутри действует одинаковая сила, тогда на шарик объёма V действует сила:

$$F_{\text{амп}} = \frac{BIb}{abh} \cdot V = \frac{BI}{ah} \cdot V,$$

где $I = \dfrac{Uah}{\lambda b}$. Для того, чтобы жидкость поднялась вверх:

$$F_{\text{амп}} > F_{\text{т}} \qquad \text{откуда} \qquad \frac{BU}{\lambda b} > \rho_0 g \qquad \text{и} \qquad U > U_{\text{кр}} = \frac{\rho_0 g \lambda b}{B}.$$

При $U > U_{\text{кр}}$ на маленький шарик жидкости между пластинами со стороны остальной жидкости действует сила Архимеда $F_{\text{арх}}$, направленная вниз. Поскольку шарик находится в равновесии, то

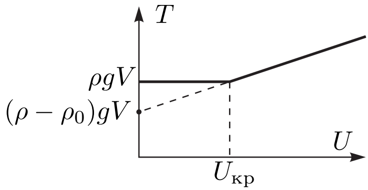


Рис. 26

$$F_{\text{арх}} = F_{\text{амп}} - F_{\text{т}} = \left(-\rho_0 g + \frac{BU}{\lambda b}\right) \cdot V.$$

На непроводящий шарик действует такая же по величине сила Архимеда со стороны жидкости, а также сила натяжения нити $T\,(U)$ и сила тяжести. Тогда в равновесии:

$$T\,(U) = F_{\text{арх}} + \rho g V$$

Отсюда получаем искомую силу натяжения нити при $U > U_{\text{кр}}$:

$$T\,(U) = \rho g V - \left(\rho_0 g - \frac{BU}{\lambda b}\right) V = (\rho - \rho_0)\, gV + \frac{BU}{\lambda b} V.$$

Окончательный вид зависимости:

$$T(U) = \begin{cases} \rho g V & \text{при} \quad U \leqslant \rho_0 g \lambda b / B, \\ (\rho - \rho_0)\, gV + \dfrac{BV}{\lambda b} U & \text{при} \quad U > \rho_0 g \lambda b / B. \end{cases}$$

Примерный график этой зависимости приведён на рис. 26.

Задача 5. Солнечный парус

Рассмотрим процесс отражения фотона от зеркала паруса. Пусть скорость зеркала v, импульс фотона до столкновения равен p_1, а после столкновения p_2. Пусть изменение скорости зеркала в результате такого столкновения равно $\Delta v \ll v$. Запишем, законы сохранения импульса и энергии для системы зеркало-фотон:

$$p_1 + mv = -p_2 + m(v + \Delta v), \tag{1}$$

$$p_1 c + \frac{mv^2}{2} = p_2 c + \frac{m(v + \Delta v)^2}{2}. \tag{2}$$

Преобразуя уравнения и учитывая $\Delta v \ll v$, получим:

$$p_1 + p_2 = m\Delta v, \tag{3}$$

$$(p_1 - p_2)c = mv\Delta v, \tag{4}$$

откуда выразим изменение импульса зеркала в результате одного столкновения

$$\Delta p = m\Delta v = p_1 + p_2 = 2p_1 \frac{c}{c+v}.$$

Пусть за единицу времени происходит n столкновений с неподвижной площадкой, а энергия одного фотона, летящего в сторону зеркала, равна E_1. Тогда $WS = nE_1$. Величина энергии, излучаемой Солнцем является постоянной в пределах заданного телесного угла. Площадь сечения площадки, опирающейся на телесный угол с радиусом, много меньшим расстояния до Солнца, прямо пропорциональна квадрату расстояния до Солнца, значит $W \propto 1/R^2$, то есть $W = W_0 R_0^2/R^2$.

Поскольку парус движется со скоростью v, то число ударов в единицу времени уменьшается до величины $n_1 = n\Delta t(c - v)/c$. Импульс, переданный за время Δt, равен $n_1 \Delta t \Delta p$. Сила светового давления на зеркало:

$$F_W = \frac{\Delta p n_1 \Delta t}{\Delta t} = \frac{W_0 S}{E_1} \frac{R_0^2}{R^2} \frac{2cp_1}{c+v} \frac{c-v}{c} = \frac{2W_0 S}{c} \frac{c-v}{c+v} \frac{R_0^2}{R^2}$$

и направлена от Солнца.

Сила гравитационного притяжения

$$F_G = G\frac{Mm}{R^2} = \frac{4\pi^2 R_0^3}{T^2} \frac{m}{R^2},$$

где T — период обращения Земли вокруг Солнца. Для движения тела с постоянной скоростью сумма сил, действующих на него, должна быть равна нулю. Заметим, что F_G и F_W пропорциональны $1/R^2$, значит, движение с постоянной скоростью возможно при любом расстоянии до Солнца. Найдём скорость

v из равенства сил F_G и F_W:

$$\frac{4\pi^2 R_0^3}{T^2}\frac{m}{R^2} = \frac{2W_0 S}{c}\frac{c-v}{c+v}\frac{R_0^2}{R^2},$$

$$\text{откуда} \qquad v = \frac{W_0 S T^2 - 2\pi^2 R_0 m c}{W_0 S T^2 + 2\pi^2 R_0 m c} c = -1{,}19 \cdot 10^7 \text{ м/с},$$

то есть скорость зеркала направлена к Солнцу. Через один час полёта расстояние от тела до Солнца будет составлять $R_1 = R_0 - |v|t = 1{,}07 \cdot 10^{11}$ м $= 0{,}72$ а.е.

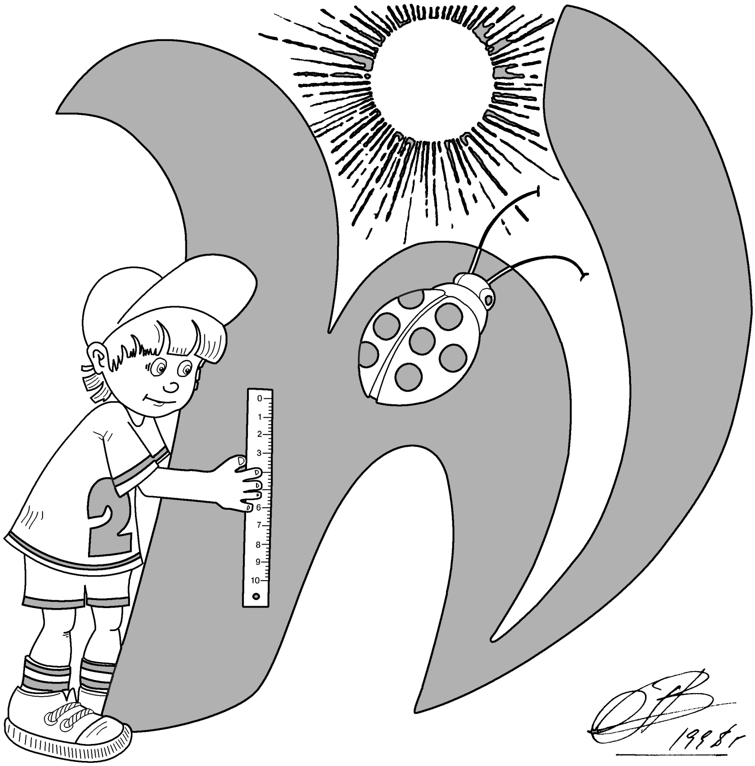
Методическая комиссия по физике
при центральном оргкомитете
Всероссийских олимпиад школьников

L Всероссийская олимпиада школьников по физике

Заключительный этап

Экспериментальный тур

Методическое пособие



Сочи, 2016 г.

Комплект задач подготовлен методической комиссией по физике
при центральном оргкомитете Всероссийских олимпиад школьников
Телефоны: (495) 408-80-77, 408-86-95.
E-mail: **physolymp@gmail.com**
Сайт физических олимпиад школьников: `physolymp.ru`

Авторы задач

9 класс	10 класс	11 класс
1. Замятнин М.	1. Слободянин В.	1. Гуденко А.
2. Кармазин С.	2. Костарев В.	2. Костарев В.

Общая редакция — Слободянин В.

При подготовке оригинал-макета
использовалась издательская система $\LaTeX\,2_{\varepsilon}$.

141700, Московская область, г. Долгопрудный
Московский физико-технический институт

9 класс

Задача 1. Серый омметр

Вашему вниманию предлагаются две упрощённые модели внутреннего устройства омметра. Согласно первой, он состоит из соединённых последовательно идеального источника с напряжением U_0, резистора с сопротивлением r и идеального амперметра (рис. 1). Показания амперметра автоматически пересчитываются в сопротивление подключённого резистора R_x, которое отображается на цифровом табло прибора. В различных диапазонах измерения сопротивлений (200; 2000; 20k; 200k; 2000k) напряжение U_0 источника и сопротивление r резистора могут отличаться.

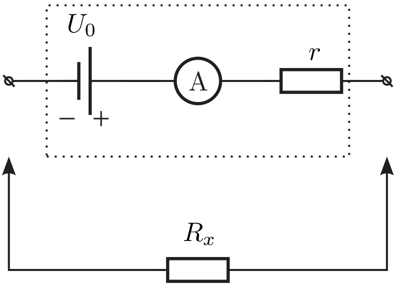


Рис. 1

Во второй модели (рис. 2) омметр представляет собой источник тока (устройство, обеспечивающее протекание через себя постоянного тока, равного I_0), соединённый параллельно с идеальным вольтметром. Измеряемое напряжение пересчитывается в сопротивление подключённого резистора R_x и отображается на цифровом табло прибора. При этом, в различных диапазонах измерения сопротивлений (200; 2000; 20k; 200k; 2000k) сила тока I_0 может отличаться.

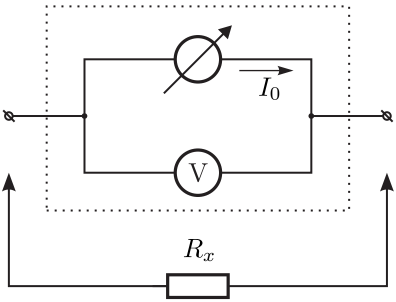


Рис. 2

Задание

1. Определите внутреннее сопротивление вольтметра для диапазонов измерений 20 В, 2000 мВ и 200 мВ.

2. Снимите зависимость напряжения U на омметре, работающем в режиме измерения 20 кОм, от величины сопротивления R_x подключённого к нему резистора.

3. Постройте график полученной экспериментальной зависимости $U(R_x)$.

4. В качестве доказательства справедливости одной из моделей, с учётом выведенных теоретических зависимостей, постройте график функции, связывающей измеренные величины U и R_x в таких осях, в которых она должна быть линейной.

5. Выберите лучшую модель устройства омметра, обосновав свой выбор.

6. В предположении, что выбранная модель работает для всех диапазонов, определите параметры элементов схемы омметра для каждого из диапазонов

(200; 2000; 20k; 200k; 2000k). Составьте таблицу полученных результатов и оцените их погрешность.

Указания

1. Чёрный мультиметр можно использовать только в режиме омметра!

2. Серый мультиметр можно использовать только в режиме вольтметра!

3. Выключайте приборы, если не проводите на них измерения.

4. Считать, что погрешность показаний приборов 1% или 2 единицы последнего разряда.

Оборудование. Исследуемый омметр (чёрный мультиметр, модель 830B) с проводами «крокодил», вольтметр (серый мультиметр) с проводами, переменный резистор (0–10 кОм) с проводами «крокодил», 2 листа миллиметровой бумаги для построения графиков.

Задача 2. Шарик в жидкости

Задание. Подвесьте шарик на нити. Исследуйте зависимость силы натяжения нити от глубины погружения шарика в жидкость, налитую в стакан. Подвешенный на нити шарик нужно опускать в сосуд с жидкостью так, чтобы он не касался стенок и нить оставалась вертикальной.

1. Постройте график этой зависимости.
2. Определите плотность жидкости в сосуде.
3. Оцените погрешность полученных результатов.

Указание. Разбирать шарик и погружать деревянную линейку в жидкость нельзя!

Оборудование. Шарик на нитке, штатив с лапкой, деревянная линейка известной массы, металлическая линейка (30 см), стакан с жидкостью, лист миллиметровой бумаги для построения графика, лист белой бумаги А5, пустой пластиковый стакан, салфетки для поддержания чистоты.

10 класс

Задача 1. Волны на поверхности воды

В данной работе изучаются волны на поверхности воды и определяется коэффициент поверхностного натяжения воды. Зависимость частоты f от длины волны λ для таких волн даётся следующей формулой:

$$f = \sqrt{\frac{g}{2\pi\lambda} + \frac{2\pi\sigma}{\rho\lambda^3}},$$

где g — ускорение свободного падения, σ — коэффициент поверхностного натяжения воды, ρ — плотность воды.

Для возбуждения волн используется вибратор, состоящий из двух линеек, скреплённых Т-образно (рис. 3). На линейке закреплён электродвигатель с пластмассовой планкой. Если планка, которую вращает двигатель, имеет не равномерное распределение масс, возникают вибрации. Двигатель прикреплен к линейке, погруженной в воду, и при его вращении возникают колебания линейки, которые и вызывают волны. Регулировать частоту можно меняя напряжение на двигателе.

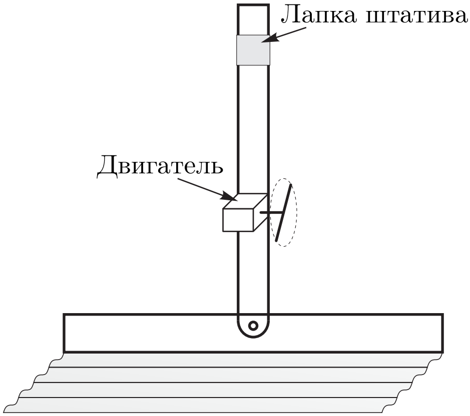


Рис. 3

1. Подайте на двигатель напряжение 8,5 В. Освещая двигатель стробоскопом, плавно увеличивайте частоту стробоскопа от 0 и наблюдайте за эксцентриком. Определите частоту f_m вращения двигателя.

2. Снимите зависимость длины поверхностных волн от их частоты. Напряжение на двигателе не должно превышать 8,5 В.

3. Определите коэффициент поверхностного натяжения σ раствора. Плотность жидкости $\rho = 1{,}0$ г/см^3. Оцените погрешность.

Примечание.

1. Стробоскоп — прибор, позволяющий воспроизводить повторяющиеся яркие световые импульсы с заданной частотой. Для включения нажмите и удерживайте «READ». Для увеличения и уменьшения частоты используйте кнопки «UP» и «DOWN» соответственно. Для переключения в режим тонкой настройки нажмите «FINE ADJUST», при этом на экране появится надпись «FINE». Если нажать «FINE ADJUST» ещё раз, стробоскоп перейдёт обратно в режим грубой настройки. Для воспроизведения световых импульсов удерживайте нажатой кнопку справа сбоку. Возможно одновременно изменять частоту и освещать стробоскопом исследуемый объект. Частота мерцания указана

в количестве вспышек за одну минуту (мин$^{-1}$, RPM). При освещении некоторого объекта стробоскопом он виден только в моменты вспышек, поэтому, если отношение частоты вспышек стробоскопа к частоте рассматриваемого процесса близко к рациональному числу с малыми числителем и знаменателем, то можно наблюдать не зависящую от времени картину. Рассматривая вид такой картины на разных частотах можно определить частоту процесса.

2. В воду добавлены поверхностно активные вещества, сильно изменяющие коэффициент поверхностного натяжения жидкости.

3. При зажиме вибратора в лапке штатива можно использовать тряпочку для надёжной фиксации.

Оборудование. Стробоскоп, вибратор: две соединённые линейки с прикреплённым двигателем и проводами, штатив с лапкой, тряпочка (для закрепления вибратора в лапку штатива), полоска бумаги шириной ≈ 1 см, металлическая линейка, регулируемый источник постоянного напряжения, поднос с жидкостью.

Задача 2. Исследование жидкокристаллической ячейки

Жидкие кристаллы — это вещества, обладающие кристаллическими свойствами в одних направлениях (упорядоченность) и свойствами жидкостей в других. Они имеют широкое применение в науке и технике. Например, жидкие кристаллы используются в современных мониторах и экранах мобильных устройств (ЖК-дисплеи). Жидкокристаллическая ячейка — это составляющая часть пикселя жидкокристаллического дисплея. Увеличенный образец такой ячейки предлагается исследовать в данной задаче.

ЖК-ячейка является структурой из нескольких прозрачных слоёв (рис. 4). Между парами поляризаторов с проводящими поверхностями находится слой жидкого кристалла. Проводящие поверхности и слой жидкого кристалла представляют собой конденсатор. При приложении напряжения к ячейке длинные молекулы жидкого кристалла оказываются в электрическом поле и поворачиваются, тем самым меняются оптические свойства кристалла.

Ёмкость такого конденсатора зависит от приложенного напряжения. Кроме того, жидкий кристалл обладает слабой проводимостью, и конденсатор характеризуется некоторым сопротивлением утечки.

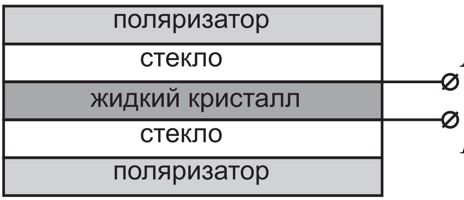


Рис. 4

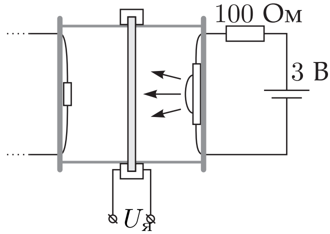


Рис. 5

Задание:

1. Соберите установку, указанную на схеме (рис. 5). Закрепите ЖК-ячейку между корпусами фото- и светодиодов. Корпуса должны плотно соприкасаться с ячейкой, чтобы уменьшить фоновую засветку. Сверху накройте установку чёрной плёнкой (закрепите резинкой). Снимите зависимость интенсивности прошедшего света $I_{пр}$ (в относительных единицах) от напряжения $U_я$ на ячейке. Исследуйте диапазон $U_я$ от 0 В до 9 В. ЖК-ячейка является неполярной. Для измерения интенсивности света пользуйтесь люксметром (см.примечание).

Постройте график полученной зависимости. .... ***4,5 б.***

2. Снимите зависимость ёмкости ЖК-ячейки от напряжения $U_я$ в интервале от 1 В до 3 В. .... ***9 б.***

3. Оцените сопротивление утечки ЖК-ячейки. .... ***1,5 б.***

Примечание. В данной задаче оценивать погрешности не нужно!

Примечание. **Инструкция по использованию макетной платы.** Каждые пять выводов макетной платы, расположенные в одном столбце по одну сторону от середины платы, соединены внутри платы друг с другом. Например, выводы, отмеченные серым (рис. 6), замкнуты между собой.

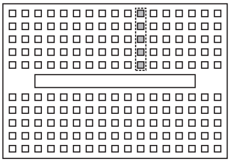


Рис. 6

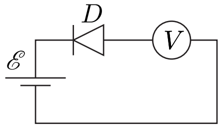


Рис. 7

Примечание. **Инструкция по использованию люксметра.** Для измерения интенсивности света используется люксметр. Он состоит из фотодиода в корпусе, батарейки и измерителя тока, собранных по схеме. (рис. 7)

В этой схеме ток через фотодиод прямо пропорционален интенсивности падающего на него света. Для измерения тока используйте мультиметр в режиме *вольтметра*. Внутреннее сопротивление вольтметра равно 1,00 МОм на всех диапазонах измерений.

Примечание. Светодиод — это источник света, а фотодиод — это измеритель интенсивности света. Не перепутайте!

Оборудование. жидкокристаллический затвор в рамке, светодиод в корпусе (последовательно соединён с резистором), фотодиод в корпусе, держатели корпусов светодиода и фотодиода на подставке, макетная плата, батарейка «крона», 2 батарейки АА в корпусе с проводами (только для питания светодиода), потенциометр, конденсатор 10 нФ, секундомер, 2 мультиметра, 2 провода для соединения мультиметра и макетной платы, два провода типа «крокодил», чёрная плёнка, резинка.

11 класс

Задача 1. Лампа Вановского

1. Снимите зависимость сопротивления R вольфрамовой нити от её температуры t в возможно более широком температурном диапазоне. Результаты измерений занесите в таблицу.

2. Выясните, выполняется ли для вольфрама зависимость

$$R(t) = R_0(1 + \alpha t),$$

где α — температурный коэффициент сопротивления, R_0 — сопротивление при $t = 0°$C.

3. Определите значения сопротивления R_0 и температурного коэффициента сопротивления α в области линейной зависимости $R(t)$.

4. Используя ваши экспериментальные данные и данные, указанные на упаковке лампы, оцените рабочую температуру $t_\text{р}$ спирали лампы в номинальном режиме работы.

5. Погрузите лампочку в воду и снимите зависимость мощности P теплопередачи от разности $\Delta t = t - t_\text{в}$ температур спирали лампочки t и окружающей лампочку воды $t_\text{в}$ (P — установившаяся мощность теплоотвода от спирали лампочки к воде).

6. Выясните, выполняется ли для мощности теплоотвода закон Ньютона-Рихмана $P = k\Delta t$, где k — коэффициент теплопередачи.

7. Определите коэффициент k в области выполнения закона Ньютона-Рихмана.

8. Оцените вклад излучения спирали в мощность погруженной в воду лампы при её подключении к батарейке напрямую.

Примечание. Мощность теплового излучения тела с площадью поверхности S, абсолютная температура которого равна T, равна $P = \sigma S T^4$, где постоянная Стефана-Больцмана $\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}$ Дж/(с $\cdot$ м$^2 \cdot K^4$).

Оборудование. Лампа накаливания в упаковке, патрон для лампы, пенопластовый фиксатор лампы, мультиметр, 2 провода для мультиметра с «крокодилами», батарейка «крона», клемма для батарейки, макетная плата, 2 соединительных провода («крокодил–крокодил» и «плата–крокодил»), переменный резистор (0–1,0 кОм), резистор с сопротивлением $R_N = 10$ Ом, термометр, 2 пластиковые ёмкости, алюминиевая кружка, штатив с лапкой, горячая и холодная дистиллированная вода (по требованию).

Задача 2. Исследование жидкокристаллической ячейки

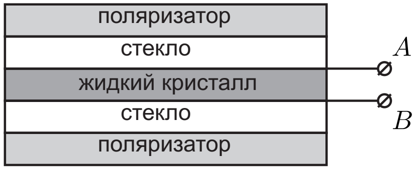


Рис. 8

Жидкие кристаллы — это вещества, обладающие кристаллическими свойствами в одних направлениях (упорядоченность) и свойствами жидкостей в других. Они имеют широкое применение в науке и технике. Например, жидкие кристаллы используются в современных мониторах и экранах мобильных устройств (ЖК-дисплеи). Жидкокристаллическая ячейка — это составляющая часть пикселя жидкокристаллического дисплея. Увеличенный образец такой ячейки предлагается исследовать в данной задаче.

ЖК-ячейка является структурой из нескольких прозрачных слоёв (рис. 8). Между парами поляризаторов с проводящими поверхностями находится слой жидкого кристалла. Проводящие поверхности и слой жидкого кристалла представляют собой конденсатор. При приложении напряжения к ячейке длинные молекулы жидкого кристалла оказываются в электрическом поле и поворачиваются, тем самым меняются оптические свойства кристалла. После прохождения первого поляризатора свет становится линейно поляризован. Слой жидкого кристалла поворачивает плоскость поляризации света и не меняет амплитуду.

Ёмкость такого конденсатора зависит от приложенного напряжения. Кроме того, жидкий кристалл обладает слабой проводимостью, и конденсатор характеризуется некоторым сопротивлением утечки.

Задание:

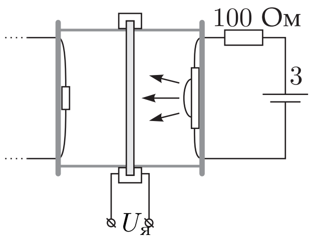


Рис. 9

1. Соберите установку, указанную на схеме (рис. 9). Закрепите ЖК-ячейку между корпусами фото- и светодиодов. Корпуса должны плотно соприкасаться с ячейкой, чтобы уменьшить фоновую засветку. Сверху накройте установку чёрной плёнкой (закрепите резинкой). Снимите зависимость интенсивности прошедшего света $I_{пр}$ (в относительных единицах) от напряжения $U_я$ на ячейке. Исследуйте диапазон $U_я$ от 0 В до 9 В. ЖК-ячейка является неполярной. Для измерения интенсивности света пользуйтесь люксметром (см.примечание).

Постройте график полученной зависимости. .... ***3 б.***

2. Снимите зависимость ёмкости ЖК-ячейки от напряжения $U_я$ в интервале от 1 В до 3 В. .... ***6 б.***

3. Оцените сопротивление утечки ЖК-ячейки. .... ***1 б.***

4. Определите разрешённые направления поляризаторов ЖК-ячейки. После этого перерисуйте изображения ячейки (рис. 10) в своё решение (буквы на рисунке обозначают цвет проводов), и на каждом рисунке стрелкой ука-

жите разрешённое направление переднего поляризатора при таком расположении проводов. . . . . ***1,5 б.***

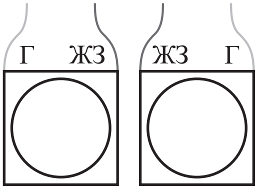


Рис. 10

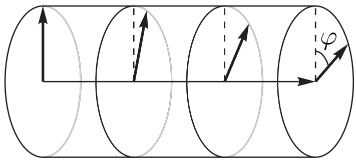


Рис. 11

5. Найдите зависимость угла φ поворота плоскости поляризации (рис. 11) в ЖК-ячейке от приложенного к ней напряжения. Считайте, что угол поворота при отсутствии напряжения $\varphi(U_я = 0) = 90°$. . . . . ***3,5 б.***

Примечание. В данной задаче оценивать погрешность не нужно!

Примечание. **Инструкция по использованию макетной платы.** Каждые пять выводов макетной платы, расположенные в одном столбце по одну сторону от середины платы, соединены внутри платы друг с другом. Например, выводы, отмеченные серым (рис. 12), замкнуты между собой.

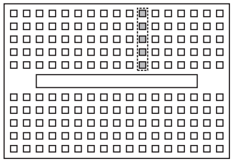


Рис. 12

Примечание. **Инструкция по использованию люксметра.** Для измерения интенсивности света используется люксметр. Он состоит из фотодиода в корпусе, батарейки и измерителя тока, собранных по схеме. (рис. 13)

В этой схеме ток через фотодиод прямо пропорционален интенсивности падающего на него света. Для измерения тока используйте мультиметр в режиме *вольтметра.* Внутреннее сопротивление вольтметра равно 1,00 МОм на всех диапазонах измерений.

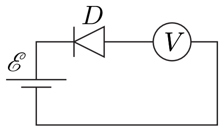


Рис. 13

Примечание. Светодиод — это источник света, а фотодиод — это измеритель интенсивности света. Не перепутайте!

Оборудование. Жидкокристаллическая ячейка в рамке с проводами, светодиод в корпусе (последовательно соединён с резистором), фотодиод в корпусе, поляризатор (направление поляризации указано меткой), держатели корпусов светодиода и фотодиода на подставке, макетная плата, батарейка «крона», 2 батарейки АА в корпусе с проводами (только для питания светодиода), потенциометр, конденсатор 10 нФ, секундомер, 2 мультиметра, 2 провода для соединения мультиметра и макетной платы, два провода типа «крокодил», чёрная плёнка, резинка.

Возможные решения

9 класс

Задача 1. Серый омметр

Сопротивление мультиметра в режиме вольтметра на разных диапазонах измеряем непосредственно омметром. Оно составляет $R_V = 1$ МОм. В дальнейшем, при измерениях напряжений на сопротивлениях, превышающих 20 кОм (в этом случае влияние вольтметра может вносить систематическую погрешность, превышающую 2%), необходимо вносить поправку на конечность сопротивления вольтметра.

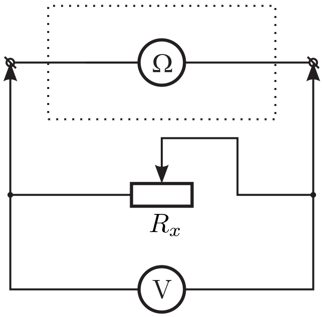


Рис. 14

Для исследования зависимости напряжения на выходе омметра от величины измеряемого сопротивления R_{x} будем использовать переменный резистор и мультиметр в режиме вольтметра, подключённые параллельно (рис. 14). Омметр переведем в режим с пределом измерения 20 кОм.

Результаты измерений приведены в таблице 1 и на графике 1.

R_x, кОм	U, мВ	R_x, кОм	U, мВ
0,0	0,0	4,0	693,0
1,0	214,0	5,0	812,0
1,5	309,0	6,0	919,0
1,8	362,0	7,0	1015,0
2,0	398,0	8,0	1105,0
2,4	462,0	9,0	1178,0
3,0	556,0		

Таблица 1: зависимость $U_2(R_x)$.

Теоретическая зависимость $U(R_x)$ для первой модели имеет вид:

$$U = IR_x = \frac{U_0 R_x}{R_x + r}.$$

Для второй модели, с учётом идеальности внутреннего и внешнего вольтметров: $U = I_0 R_x$.

Так как характер зависимости не линейный (график 1), вторая модель далее может не рассматриваться.

Для проверки состоятельности первой модели целесообразно линеаризировать полученные результаты, построив график, например, в осях $\dfrac{1}{U}\left(\dfrac{1}{R_x}\right)$.

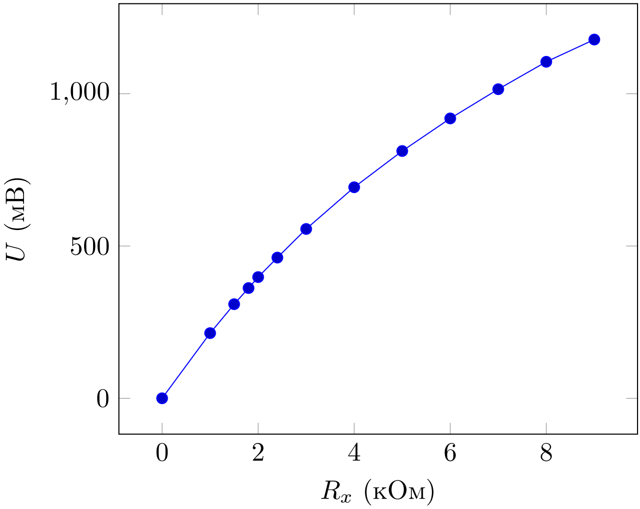


График 1

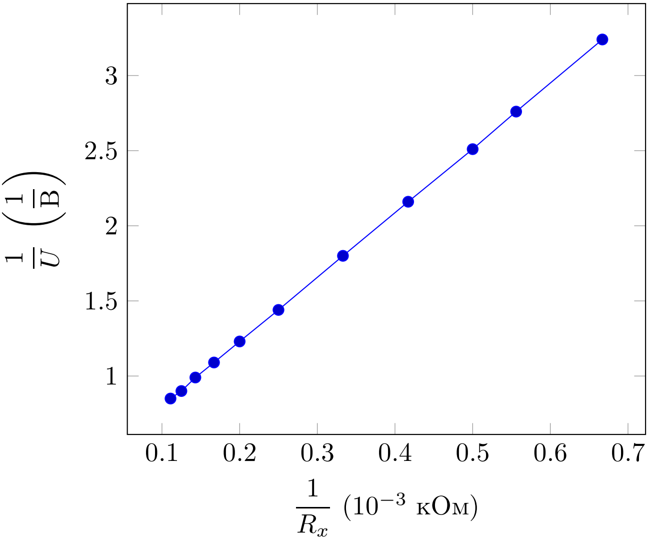


График 2

Теоретическая зависимость в этом случае имеет вид: $\dfrac{1}{U} = \left(\dfrac{1}{U_0} + \dfrac{r}{U_0 R_x}\right)$, и график должен соответствовать линейной функции вида $y = a + bx$, что блестяще подтверждается (график 2).

Далее, следует искать параметры элементов первой модели (U_0 и r) для различных диапазонов измерений омметра.

Соберём цепь 1 (рис. 15), и снимем показания вольтметра U_1 для всех диапазонов (200; 2000; 20k; 200k; 2000k). Измерения можно проводить на диапазоне 20 В вольтметра.

Затем, соберем цепь 2 (рис. 16) и снимем показания вольтметра U_2 для всех диапазонов при фиксированном значении сопротивления внешнего резистора $R_x = R$ (например, 1 кОм). Измерения проводятся на диапазонах 2000 мВ и 200 мВ вольтметра. Получившиеся значения занесём в таблицу 2.

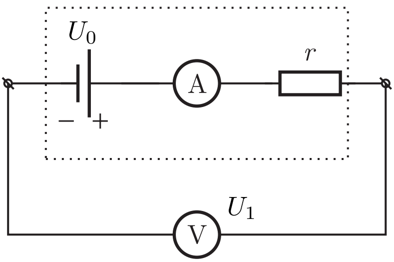


Рис. 15

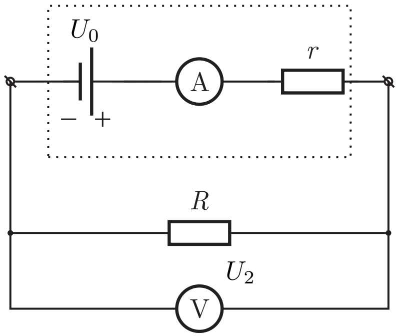


Рис. 16

Диапазон омметра	U_1, В, $\varepsilon < 1\%$	U_2, мВ, $\varepsilon < 1\%$
200 Ом	1,47	510
2000 Ом	2,66	787
20 кОм	2,63	211
200 кОм	2,42	25,3
2000 кОм	1,33	2,6

Таблица 2: значение U_1 и U_2 на разных диапазонах омметра.

В первой цепи сила тока, текущего через источник, равна $I_1 = \dfrac{U_1}{R_V}$, и $U_1 = U_0 - \dfrac{U_1}{R_V}r$. Во второй цепи сила тока, текущего через источник, равна $I_2 = U_2\left(\dfrac{1}{R_V} + \dfrac{1}{R}\right)$, откуда $U_2 = U_0 - U_2\left(\dfrac{1}{R_V} + \dfrac{1}{R}\right)r$. Решая систему уравнений, получим точные формулы для

$$r = \frac{U_1 - U_2}{U_2\left(\dfrac{1}{R_V} + \dfrac{1}{R}\right) - \dfrac{U_1}{R_V}} \quad \text{и} \quad U_0 = \frac{U_1 U_2 R_V}{U_2(R_V + R) - U_1 R},$$

или приближенные с учётом $R_V \gg R$:

$$r^* = \frac{U_1 - U_2}{\dfrac{U_2}{R} - \dfrac{U_1}{R_V}} \quad \text{и} \quad {U_0}^* = \frac{U_1 U_2 R_V}{U_2 R_V - U_1 R}.$$

Если считать сопротивление вольтметра бесконечно большим (модель идеального вольтметра), получается грубое приближение: $r^{**} = \dfrac{U_1 - U_2}{U_2} R$ и $U_0^{**} = U_1$.

Результаты расчётов представлены в таблице 3.

диапазон	U_1, В	U_2, В	r, кОм	r^*, кОм	r^{**}, кОм
			точная формула	приближение 1	грубое приближение
200 Ом	1,47	0,51	1,885	1,887	1,882
2000 Ом	2,66	0,787	2,385	2,388	2,379
20 кОм	2,63	0,211	11,60	11,61	11,46
200 кОм	2,42	0,0255	103,6	103,7	93,9
2000 кОм	1,33	0,0026	1043	1045	510,5

диапазон	U_1, В	U_2, В	U_0, В	U_0^*, В	U_0^{**}, В
			точная формула	приближение 1	грубое приближение
200 Ом	1,47	0,51	1,47	1,47	1,47
2000 Ом	2,66	0,787	2,67	2,67	2,66
20 кОм	2,63	0,211	2,66	2,66	2,63
200 кОм	2,42	0,0255	2,67	2,67	2,42
2000 кОм	1,33	0,0026	2,72	2,72	1,33

Таблица 3: контрольные данные.

Погрешность результатов ввиду сложных аналитических зависимостей можно оценить с помощью формул грубого приближения: $\varepsilon_{U_0} \approx \varepsilon_{U_1} = 1\%$, $\varepsilon_r \approx \varepsilon_{U_1} + \varepsilon_{U_2} + \varepsilon_R = 3\%$.

Задача 2. Шарик в жидкости

Первым делом определим положение центра масс линейки.

Для измерения силы натяжения будем использовать линейку в качестве рычага, осью которого служит стержень, закреплённый в штативе.

Подвесим шарик так, чтобы он касался поверхности воды, и определим значения величин h_0 и H_0 (рис. 17).

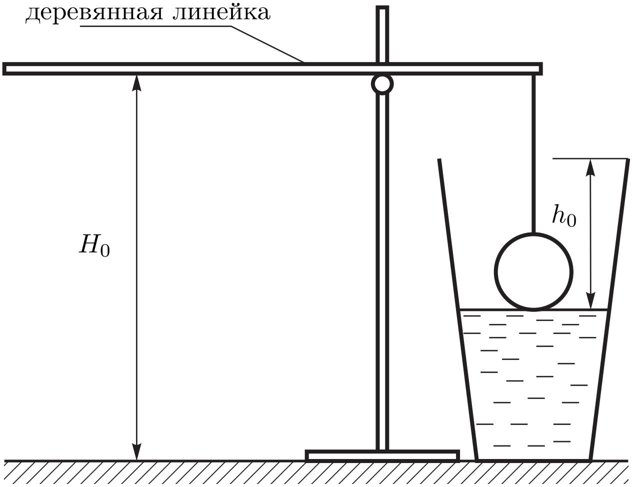


Рис. 17

Уравновесим на рычаге частично погружённый в жидкость шарик. С помощью металлической линейки будем измерять расстояние от уровня жидкости в стакане до его верха h и расстояние от поверхности стола до деревянной линейки H в точке опоры (рис. 18). При этом следим за горизонтальностью линейки, проверяя равенство расстояний от линейки до стола у точки опоры и у свободного конца линейки. Сумма $H + h$ отличается от искомой глубины погружения шарика на постоянную величину $H_0 + h_0$.

Глубина погружения шарика $l = H_0 + h_0 - h -$ H. Сила натяжения нити рассчитывается по правилу моментов сил, записанного относительно точки опоры линейки: $T_x = mg(x_0 - x)$, где x — расстояние от точки опоры до точки подвеса шарика, x_0 — расстояние от точки подвеса шарика до центра масс линейки.

Запишем условия равновесия для шарика: $T + F_{\text{арх}} = m_{\text{ш}}g$.

В нашем эксперименте $H_0 = 260$ мм, $h_0 = 70$ мм, $L = 247$ мм, масса линейки $m = 22{,}62$ г. Результаты измерений приведены в таблице.

Построим график зависимости силы натяжения нити от глубины погружения шарика T(l) (рис. 19).

Из графика видно, что при погружении шарика примерно наполовину, зависимость становится линейной. Это объясняется тем, что форму центральной части шарика можно приближенно считать цилиндрической. Для определения площади поперечного сечения измерим длину окружности шарика L, прокатив его по линейке: $S = \dfrac{L^2}{4\pi}$.

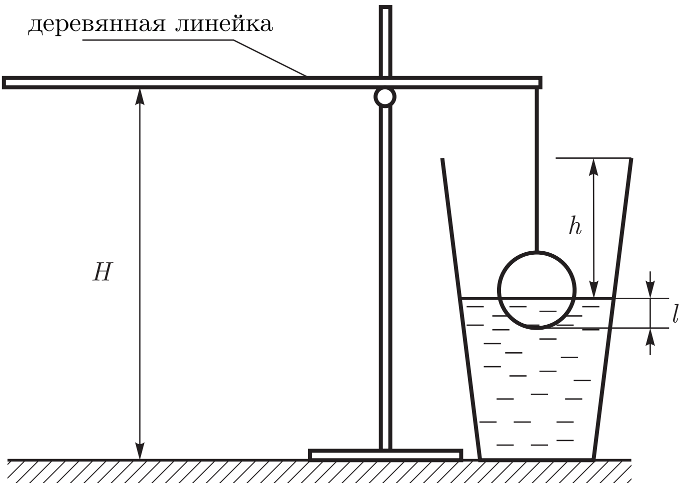


Рис. 18

Для линейного участка графика сила T пропорциональна глубине погружения шарика. По угловому коэффициенту (который равен $\rho_{ж} g S = 31{,}5$ Н/м, где S — площадь поперечного сечения шарика в экваториальной плоскости) определяем плотность жидкости 1,17 г/см^3.

Оценим погрешность эксперимента.

Глубину погружения шарика мы вычисляем по 2-м расстояниям, каждое из которых измерено с погрешностью 0,5 мм (конец линейки точно прикладывается к поверхности стола и уровню воды), значит, $\Delta l = 1$ мм. Сила натяжения вычисляется по формуле $T = \dfrac{mgl_1}{l_2}$, значит,

$$\varepsilon_T = \varepsilon_m + \varepsilon_{l_1} + \varepsilon_{l_2} = 0{,}01 + 0{,}025 + 0{,}01 \approx 0{,}05$$

$$\varepsilon_S = 2\varepsilon_L = 2\frac{\Delta L}{L} = 2\frac{2\ \text{мм}}{186\ \text{мм}}.$$

На графике нарисуем кресты ошибок и построим прямые с наибольшим и наименьшим углами наклона. Погрешность определения углового коэффициента равна полуразности максимального и минимального коэффициентов, или $\varepsilon_k = 0{,}06$. Тогда $\varepsilon_\rho = \varepsilon_k + \varepsilon_S = 0{,}08$ и, окончательно,

$$\rho = (1{,}17 \pm 0{,}09)\ \text{г/см}^3.$$

H, мм	h, мм	l, мм	x, мм	T, Н
258,5	69,0	2,5	44,0	1,02
257,5	68,0	4,5	45,0	1,00
256,5	66,5	7,0	46,5	0,96
255,0	67,0	8,0	47,5	0,93
254,0	67,0	9,0	48,0	0,92
253,5	65,5	11,0	50,0	0,87
252,0	64,0	14,0	53,0	0,81
251,0	63,0	16,0	58,5	0,71
249,0	61,0	20,0	62,0	0,66
248,0	59,0	23,0	69,0	0,57
247,0	58,0	25,0	75,0	0,51
246,0	56,0	28,0	88,0	0,40
245,0	54,0	31,0	101,0	0,32
243,5	52,5	34,0	116,0	0,25

Таблица 4

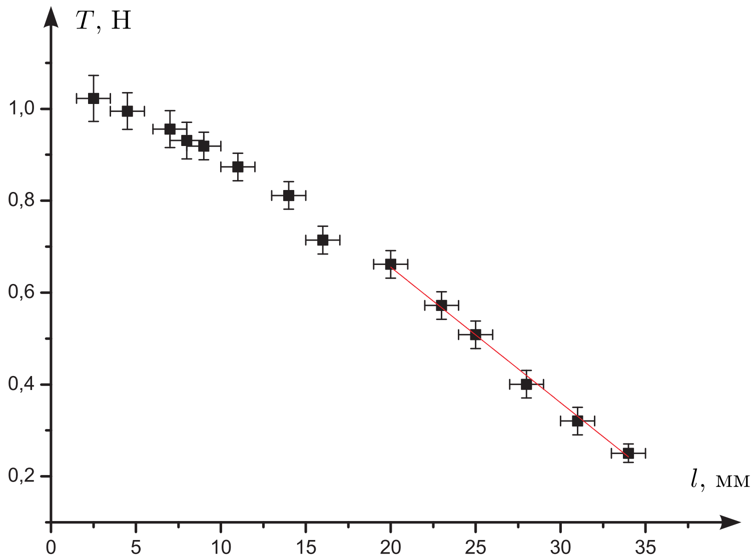


Рис. 19

10 класс

Задача 1. Волны на поверхности воды

1. Для измерения частоты вращения двигателя подбираем частоту вспышек таким образом, что на эксцентрике видно одну неподвижную метку (например, можно использовать в качестве метки прикреплённый к диску груз), а при удвоении частоты стробоскопа видно две метки. Из этого следует, что меньшая из этих частот совпадает с частотой вращения эксцентрика.

Заметим, что выполнение только первого условия не гарантирует совпадения частот двигателя и стробоскопа, так как возможна ситуация, когда между вспышками стробоскопа вал двигателя повернётся больше одного раза.

2. Для создания волн на поверхности воды сместим центр масс планки, используя кусочек бумаги в качестве эксцентрика.

Измерения длины волны проводим с помощью линейки, расположенной на дне подноса примерно посередине, так как вблизи краев волны искажаются. Настроим стробоскоп на частоту двигателя и направим его на поверхность воды, при этом наблюдается статическая картина, то есть частота двигателя совпадает с частотой волны (при необходимости можно скорректировать частоту стробоскопа, чтобы она всё-таки совпала с частотой вращения двигателя) поэтому мы можем измерить длину волны. При низких (меньше 30 Гц) частотах измерение длин волн затруднено, поэтому используем частоту в два раза больше. в два раза большую чем частота волны.

3. С помощью полученных данных построим график зависимости величины λf^2 от $1/\lambda^2$. По угловому коэффициенту графика $k = 2\pi\sigma/\rho$ получаем значение $\sigma = (2{,}2 \pm 0{,}2) \cdot 10^{-2}$ Н/м.

Задача 2. Исследование жидкокристаллической ячейки

1. Для измерения коэффициента пропускания в держателе закрепим светодиод, фотодиод и жидкокристаллическую ячейку между ними. Соберём схему измерения (рис. 20). Вращая ручку потенциометра, будем изменять напряжение $U_я$ на ячейке, и снимать показания люксметра (значение обратного тока через фотодиод найдём, зная внутреннее сопротивление вольтметра $I_ф = U_в/R_в$). Построим график $I_ф(U_я)$ (рис. 21).

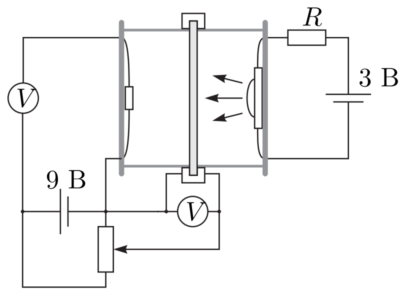


Рис. 20

2. Зарядим конденсатор $C_0 = 10$ нФ до некоторого напряжения U_0, а ЖК-ячейку разрядим. Ёмкость ячейки C определим заряжая её от конденсатора C_0. После перераспределения заряда $q_0 = C_0U_0$ напряжение U_1 на конденсаторах одинаково, поэтому ёмкость затвора равна

$$C = C_0\left(\frac{U_0}{U_1} - 1\right).$$

Заметим, что напряжение U_1 на конденсаторах не удаётся определить с помощью вольтметра, так как характерное время разрядки через вольтметр $\tau = R_{\text{в}}\text{C} \approx 1$ мс. Для определения напряжения на ячейке воспользуемся графиком коэффициента пропускания, полученного в пункте 1. Результаты занесём в таблицу.

U, В	0.69	1.34	1.41	1.53	1.72	1.84	2.02
C, нФ	30	14.3	15.8	16.5	16.9	18.0	18.5
U, В	2.16	2.28	2.4	2.56	2.79	2.99	
C, нФ	19.3	19.7	21.1	21.8	21.6	22.0	

3. Зарядим ячейку до напряжения $U_0 = 3{,}0$ В, отключим от батарейки и будем наблюдать за показаниями люксметра от времени. Через время $t = 60$ с напряжение на ячейке составит $U_1 = 1{,}8$ В. Для оценки считаем что ёмкость постоянна в данном диапазоне напряжений. Сопротивление утечки равно

$$R = \frac{t}{C\ln U_0/U_1} \approx 2\text{ ГОм}.$$

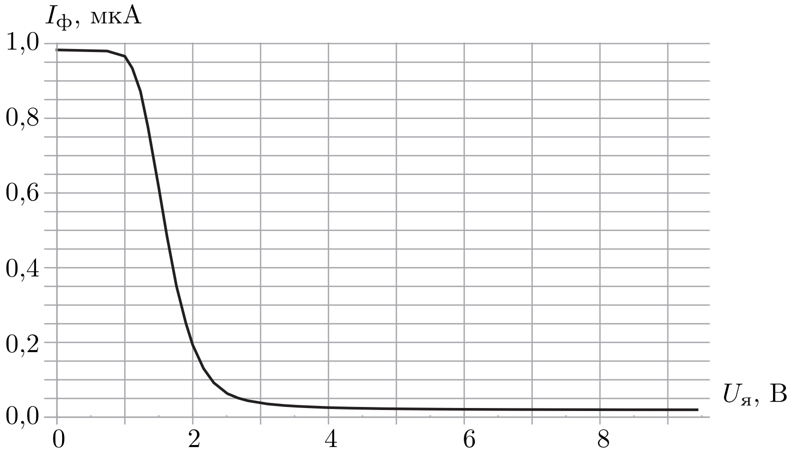


Рис. 21

11 класс

Задача 1. Лампа Вановского

Для измерения зависимости сопротивления R лампы от температуры t наливаем в алюминиевый стакан горячую воду и погружаем в воду лампочку. К выводам лампочки подсоединяем мультиметр в режиме омметра. Считаем, что температура нити лампочки равна температуре воды, так как ток омметра достаточно мал, а скорость охлаждения воды невелика. Измеряя температуру с помощью термометра, снимаем зависимость показаний омметра от температуры воды по мере её охлаждения, при необходимости подливая холодную или горячую воду. По полученным данным строим график зависимости $R(t)$. Видно, что практически во всём температурном диапазоне сопротивление R изменяется с температурой по линейному закону. Находим численные значения $R_0 = 196{,}5 \pm 2{,}0$ Ом, $\alpha = (4{,}4 \pm 0{,}1) \cdot 10^{-3}\,{}^\circ\mathrm{C}^{-1}$.

По номинальным значениям мощности и напряжения, взятых с коробки для лампы, находим её сопротивление в номинальном режиме $R_\text{н} = U_\text{н}^2/P_\text{н} = 2645$ Ом, а отсюда температуру спирали:

$$t_P = \frac{R_\text{н} - R_0}{\alpha R_0} = 2800\,{}^\circ\mathrm{C}.$$

Заметим, что получившаяся температура близка к яркостной температуре, указанной на коробке от лампочки (2800 K). Это подтверждает правомерность экстраполяции зависимости сопротивления от температуры.

Лампу подключаем к батарее через переменный резистор, позволяющий регулировать силу тока через лампочку. Последовательно с лампочкой подсоединяем также резистор $R_N = 10$ Ом. Напряжение U на лампочке измеряем мультиметром в режиме вольтметра, а ток — по падению напряжения U_N на резисторе R_N: $I = U_N/R_N$. Погружаем лампу в воду при комнатной температуре и снимаем зависимость установившегося значения мощности P, выделяемой на спирали лампы, от разности Δt температур t спирали и окружающей лампу воды $t_\text{в}$. Температуру $t_\text{в}$ воды регистрируем термометром. В процессе измерений $t_\text{в}$ практически не изменяется. Температуру спирали определяем, зная её сопротивление R, по формуле:

$$t = \frac{R - R_0}{\alpha R_0}.$$

Мощность, выделяемую на спирали находим по формуле $P = IU$, где I – ток через лампочку, U – падение напряжения на лампочке. Сопротивление спирали рассчитываем по закону Ома: $R = U/I$.

Для проверки закона теплопередачи Ньютона-Рихмана строим график зависимости $P(\Delta t)$. Видно, что в исследованном диапазоне разности температур Δt зависимость $P(\Delta t)$ можно считать прямой пропорциональностью $P \sim \Delta t$, значит закон Ньютона-Рихмана более-менее выполняется. Коэффициент теплопередачи $k = 1{,}0 \pm 0{,}1$ мВт/К.

Оценим сверху вклад излучения спирали в мощность, зная температуру в номинальном режиме, где можно предполагать, что значительная часть потребляемой мощности выделяется в виде излучения:

$$P_\text{н} \geqslant \sigma S T_P^4, \qquad P_\text{из} = \sigma S T^4, \qquad \text{откуда} \qquad P_\text{из} \leqslant \left(\frac{T}{T_p}\right)^4 P_\text{н} \approx 15 \text{ мВт}.$$

Потребляемая лампой мощность при таком подключении $P = 0{,}2$ Вт. Вклад излучения достаточно мал: $\beta = P_\text{из}/P \leqslant 7\,\%$.

Задача 2. Исследование жидкокристаллической ячейки

1. Для измерения коэффициента пропускания в держателе закрепим светодиод, фотодиод и жидкокристаллическую ячейку между ними. Соберём схему измерения (рис. 22). Вращая ручку потенциометра, будем изменять напряжение $U_\text{я}$ на ячейке, и снимать показания люксметра (значение обратного тока через фотодиод найдём, зная внутреннее сопротивление вольтметра $I_\text{ф} = U_\text{в}/R_\text{в}$). Построим график $I_\text{ф}(U_\text{я})$ (рис. 23).

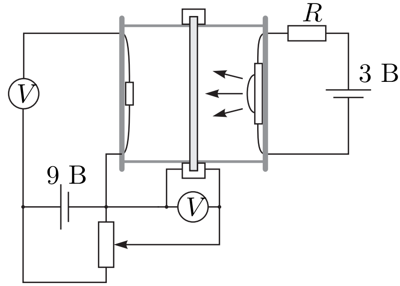


Рис. 22

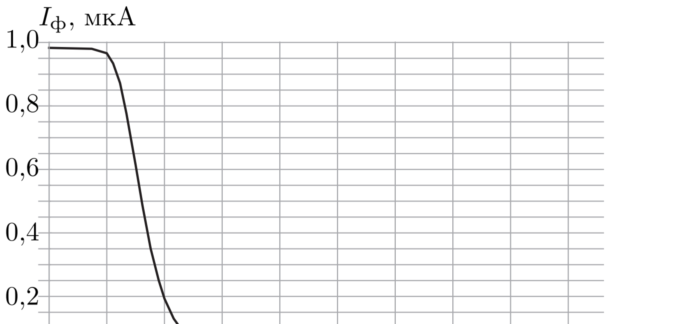


Рис. 23

2. Зарядим конденсатор $C_0 = 10$ нФ до некоторого напряжения U_0, а ЖК-ячейку разрядим. Ёмкость ячейки C определим заряжая её от конденсатора C_0. После перераспределения заряда $q_0 = C_0 U_0$ напряжение U_1 на конденсаторах одинаково, поэтому ёмкость затвора равна

$$C = C_0 \left(\frac{U_0}{U_1} - 1\right).$$

Заметим, что напряжение U_1 на конденсаторах не удаётся определить с помощью вольтметра, так как характерное время разрядки через вольтметр $\tau = R_{\text{в}}C \approx 1$ мс. Для определения напряжения на ячейке воспользуемся графиком коэффициента пропускания, полученного в пункте 1. Результаты занесём в таблицу.

U, В	0.69	1.34	1.41	1.53	1.72	1.84	2.02
C, нФ	30	14.3	15.8	16.5	16.9	18.0	18.5
U, В	2.16	2.28	2.4	2.56	2.79	2.99	
C, нФ	19.3	19.7	21.1	21.8	21.6	22.0	

3. Зарядим ячейку до напряжения $U_0 = 3{,}0$ В, отключим от батарейки и будем наблюдать за показаниями люксметра от времени. Через время $t = 60$ с напряжение на ячейке составит $U_1 = 1{,}8$ В. Для оценки считаем что ёмкость постоянна в данном диапазоне напряжений. Сопротивление утечки равно

$$R = \frac{t}{C \ln U_0/U_1} \approx 2 \text{ ГОм}.$$

4. После прохождения через неподключенную ячейку свет поляризован в направлении поляризации второго поляризатора. Будем смотреть сквозь анализатор (внешний поляризатор) и ЖК-ячейку. Вращая анализатор возле ячейки добъёмся минимального пропускания света. В данном случае направление поляризации анализатора и ближнего поляризатора ЖК-ячейки перпендикулярны.

5. Из предыдущего пункта можно сделать вывод, что направления поляризации слоёв ячейки перпендикулярны. Таким образом, поскольку жидкий кристалл поворачивает на 90° поляризацию света прошедшего через первый поляризатор, то в результате направление поляризации света на выходе из ЖК совпадает с разрешённым направлением второго поляризатора, а интенсивность проходящего света максимальна (рис. 24 а). После приложения некоторого напряжения ячейка «не доворачивает» свет в результате интенсивность прошедшего света определяется законом Малюса (рис. 24 б):

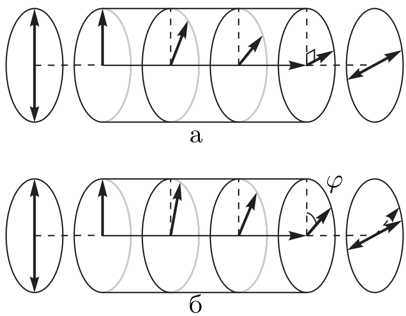


Рис. 24

$$I = I_0 \cos^2(90^\circ - \varphi) = I_0 \sin^2 \varphi.$$

Угол поворота ячейки найдём пересчётом зависимости интенсивности проходящего света от напряжения из пункта 1:

$$\varphi = \arcsin \sqrt{\frac{I_{\text{ф}}}{I_{\text{ф}0}}}.$$

Maxwell PhO

I Всероссийская олимпиада по физике имени Дж. К. Максвелла

Заключительный этап

Теоретический тур

Сочи, 2016

Комплект задач подготовлен Центральной предметно-методической комиссией по физике Всероссийской олимпиады школьников

Авторы задач

7 класс	**8 класс**
1. Подлесный Д.	1. Подлесный Д.
2. Слободянин В.	2. Замятнин М.
3. Ерофеев И.	3. Замятнин М.
4. Замятнин М.	4. Черников Ю.

Общая редакция — Ерофеев И., Замятнин М.,
Кармазин С., Слободянин В.
Вёрстка — Биктаиров Ю., Ерофеев И.

141700, Московская область, г. Долгопрудный
Московский физико-технический институт

7 класс

Задача 1. Вдоль да по речке

От пристани А к пристани Б вниз по течению реки стартует катер, а одновременно с ним по берегу — пешеход и велосипедист, которые движутся **неравномерно**. Капитану катера передаётся информация о скоростях движения пешехода и велосипедиста, и он, моментально реагируя, поддерживает скорость катера **относительно воды** равной среднему арифметическому скоростей пешехода и велосипедиста. К пристани Б катер прибывает одновременно с велосипедистом через время $t = 30$ мин после старта. Пешеход к этому моменту оказывается позади них на расстоянии $S = 3$ км. Определите скорость течения реки.

Задача 2. Золото?!

Два однородных стержня одинаковой длины с одинаковой площадью поперечного сечения $S = 1{,}0$ см^2 могут свободно вращаться вокруг неподвижных горизонтальных осей O_1 и O_2, расположенных на одной вертикали (рис. 1). Длина короткого участка каждого стержня $l = 51$ см, а длинного $L = 105$ см. Стержни находятся в равновесии благодаря нити AB. Верхний стержень изготовлен из стали.

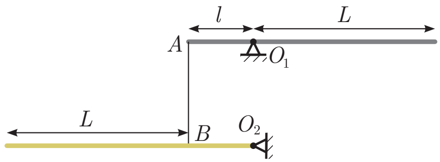


Рис. 1

1. Какова плотность материала нижнего стержня?
2. С помощью таблицы определите что это за материал.
3. Найдите силу F натяжения нити AB.

Ускорение свободного падения $g = 10$ Н/кг.

металл	ρ, г/см^3	металл	ρ, г/см^3	металл	ρ, г/см^3
магний	1,74	сталь	7,80	свинец	11,3
алюминий	2,70	никель	8,80	золото	19,3
цинк	7,14	серебро	10,5	платина	21,2

Задача 3. Высыпайтесь!

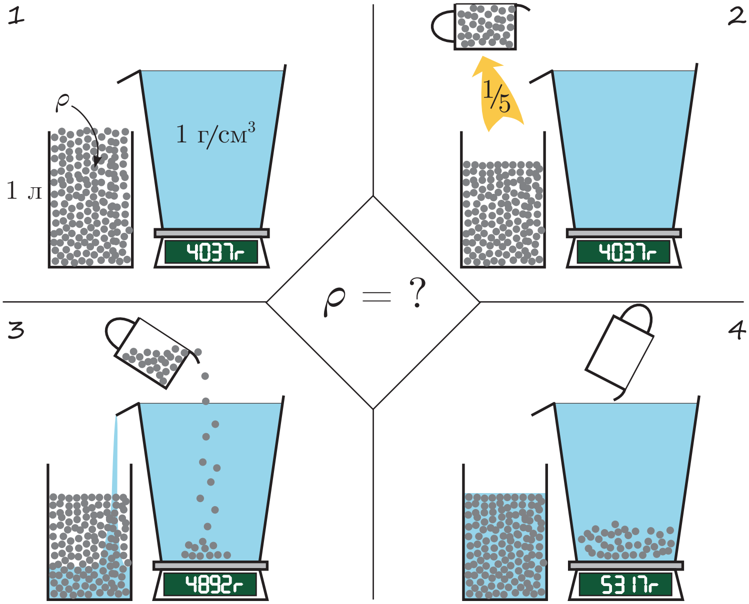


Рис. 2

Изначально банка объёмом $V_0 = 1000$ мл доверху заполнена маленькими одинаковыми металлическими шариками (рис. 2). Одну пятую часть шариков высыпали в стоящий на весах мерный цилиндрический сосуд, заполненный водой. В результате показания весов увеличились с $m_0 = 4037$ г до $m_1 = 5317$ г, а уровень вылившейся в банку воды сравнялся с уровнем оставшихся шариков. Определите плотность материала, из которого изготовлены шарики, если плотность воды $\rho_0 = 1000$ кг/м^3.

Задача 4. Трасса

Исследования пропускной способности однополосной односторонней автомобильной дороги (рис. 3) показали, что с ростом скорости потока машин пропускная способность дороги может уменьшаться (график зависимости скорости потока от интенсивности движения $v(n)$ приведён на рис. 4). В предположении, что основная причина изменения пропускной способности связана с изменением дистанции между машинами (расстояния от переднего бампера задней машины до заднего бампера передней), определите среднюю дистанцию s между автомобилями при скорости потока v и постройте график зависимости $s(v)$. Для упрощения можете считать, что все машины следуют с одинаковой скоростью и имеют одинаковую длину $L = 4$ м.

Рис. 3

Примечание. Интенсивностью движения n называется количество автомобилей, проезжающих мимо неподвижного наблюдателя в единицу времени.

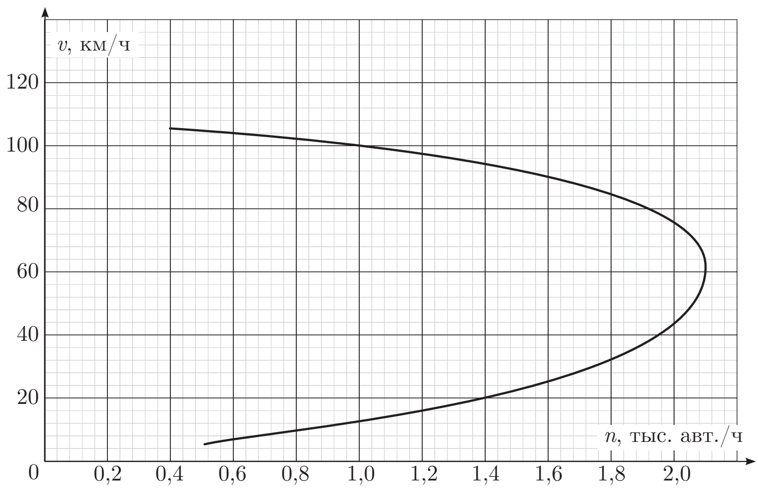


Рис. 4

I Всероссийская олимпиада по физике
имени Дж. К. Максвелла

Заключительный этап
Теоретический тур

Сочи, 2016

Комплект задач подготовлен Центральной предметно-методической комиссией по физике Всероссийской олимпиады школьников

Авторы задач

7 класс	**8 класс**
1. Подлесный Д.	1. Подлесный Д.
2. Слободянин В.	2. Замятнин М.
3. Ерофеев И.	3. Замятнин М.
4. Замятнин М.	4. Черников Ю.

Общая редакция — Ерофеев И., Замятнин М.,
Кармазин С., Слободянин В.
Вёрстка — Биктаиров Ю., Ерофеев И.

141700, Московская область, г. Долгопрудный
Московский физико-технический институт

8 класс

Задача 1. Велосипед и катер

От пристани А к пристани Б вниз по течению реки стартует катер, а одновременно с ним по берегу — велосипедист, который движется **неравномерно**. Расстояние между пристанями $L = 5$ км. Капитану катера передаётся информация о скорости велосипедиста, и он, моментально реагируя, поддерживает скорость катера **относительно воды** равной скорости велосипедиста. Доплыв до пристани Б, катер быстро разворачивается и встречает велосипедиста на расстоянии $S = 4$ км от пристани А. На сколько дольше катер плыл по течению реки, чем против течения до встречи с велосипедистом? Скорость течения реки $u = 5$ км/ч.

Задача 2. График с вареньем

При производстве варенья в большой бак постепенно наливают сироп. В первую порцию, имеющую плотность ρ_1, добавляют вторую, плотность которой ρ_2, затем третью с плотностью ρ_3. На графике (рис. 5) показано, как изменяется **средняя** плотность находящегося в баке сиропа по мере заполнения бака. К сожалению, на график капнули готовым вареньем, и часть информации пропала. Найдите массу каждой порции сиропа. До какого объёма V_0 был заполнен бак к тому моменту, когда средняя плотность содержимого составила $\rho_0 = 1250$ кг/м^3?

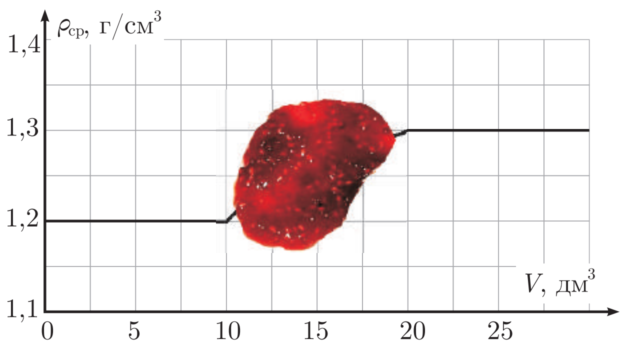


Рис. 5

Задача 3. Эврика

Говорят, что однажды Архимед, найдя точку опоры, приподнял себя вместе с ванной, используя систему блоков (рис. 6).

Масса ванны с водой $M = 120$ кг, масса Архимеда $m = 90$ кг. Чему равна «сила Архимеда» — сила, которую Архимед прикладывал к верёвке при подъёме? Какая минимальная часть объёма Архимеда могла при этом находиться над водой? Считайте среднюю плотность Архимеда примерно равной плотности воды. Трением в осях блоков, массой блоков и верёвки можно пренебречь. Ускорение свободного падения $g = 10$ Н/кг.

Рис. 6

Задача 4. Термоглюк Черникова

Экспериментатор Глюк собрал демонстрационный термометр. Для этого он взял стеклянную колбу с вставленной в неё тонкой трубкой, площадь поперечного сечения которой $S = 25$ мм^2 (рис. 7). Колбу экспериментатор заполнил до самого верха подкрашенным спиртом, имеющим комнатную температуру t_0. После погружения в банку, в которой находился $V_в = 1$ л тёплой воды, столбик спирта в трубке поднялся на $h = 10$ см, а термометр показал температуру $t_1 = 40$ °C. Определите температуру воды в банке до погружения в неё термометра. Теплоёмкостью стекла, банки, а также потерями тепла в окружающую среду можно пренебречь. Теплоёмкость воды $c_в = 4200$ Дж/(кг · °C), спирта $c_с = 2400$ Дж/(кг · °C), плотность воды $\rho_в = 1000$ кг/м^3, плотность спирта при температуре t_0 $\rho_с = 790$ кг/м^3.

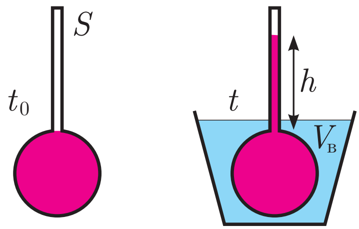


Рис. 7

Указание: в рассматриваемом диапазоне температур можно считать, что с ростом температуры t объём спирта V увеличивается по линейному закону $V = V_0(1 + \beta(t - t_0))$, где V_0 — объём спирта при температуре t_0, $\beta = 1{,}1 \cdot 10^{-3}$ °C^{-1} — температурный коэффициент объёмного расширения спирта.

Возможные решения
7 класс

Задача 1. Вдоль да по речке

Пусть скорость катера v, скорость пешехода v_1, велосипедиста v_2, а течения реки u. Тогда, с точки зрения велосипедиста скорость катера в любой момент времени равна

$$v_{\text{кв}} = \frac{v_1 + v_2}{2} + u - v_2 = \frac{v_1 - v_2}{2} + u.$$

За небольшое время Δt катер сместится относительно велосипедиста на расстояние:

$$v_{\text{кв}}\Delta t = \frac{v_1 - v_2}{2}\Delta t + u\Delta t,$$

но первое слагаемое справа — это половина расстояния, на которое пешеход отстаёт от велосипедиста, взятое со знаком минус, а второе — смещение воды в реке за время Δt. Если просуммировать все эти небольшие смещения, то получится:

$$0 = -\frac{S}{2} + ut, \qquad \text{откуда} \qquad u = \frac{S}{2t} = 3 \text{ км/ч}.$$

Задача 2. Золото?!

Масса верхнего и нижнего стержней:

$$m_{\text{в}} = (l + L)S\rho_{\text{ст}}. \tag{1}$$
$$m_{\text{н}} = (l + L)S\rho. \tag{2}$$

Рассмотрим систему стержней как целое. Применим правило моментов, приняв в качестве полюса точку O_1 (или O_2).

$$m_{\text{в}}g\left(L - \frac{L+l}{2}\right) = m_{\text{н}}g\frac{L+l}{2}. \tag{3}$$

Решая систему уравнений (1), (2) и (3) получим:

$$\rho = \rho_{\text{ст}}\frac{L - l}{L + l} = 2{,}7 \text{ г/см}^3,$$

то есть нижний стержень изготовлен из алюминия.

Ещё раз воспользуемся правилом моментов для нижнего стержня, удерживаемого в равновесии нитью AB (относительно полюса O_2):

$$m_{\text{н}}g\frac{L+l}{2} = Tl, \qquad \text{откуда} \qquad T = \rho_{\text{ст}}g\left(\frac{L+l}{L-l}\right)\frac{S}{2l} = 6{,}3 \text{ Н}.$$

Задача 3. Высыпайтесь!

Обозначим объём всех шариков в банке $V_{\text{шар}}$, тогда объём вытесненной из сосуда воды равен $V_{\text{шар}}/5$. Так как уровень вылившейся в банку воды сравнялся с уровнем оставшихся шариков, получаем, что:

$$\frac{1}{5}V_{\text{шар}} + \frac{4}{5}V_{\text{шар}} = \frac{4}{5}V_0, \qquad \text{откуда} \qquad V_{\text{шар}} = \frac{4}{5}V_0 = 800 \text{ мл}.$$

Изменение показаний весов:

$$\Delta m = \frac{1}{5}V_{\text{шар}}(\rho - \rho_0), \qquad \text{окончательно} \qquad \rho = \frac{25\Delta m}{4V_0} + \rho_0 = 9000 \text{ кг/м}^3.$$

Задача 4. Трасса

Длина колонны из N машин, проходящих за время t мимо неподвижного наблюдателя на трассе, равна $(s+L)N$. Скорость этой колонны равна

$$v = \frac{s+L}{t}N.$$

Отношение $n = N/t$ — заданная в условии интенсивность транспортного потока n. Окончательно получаем:

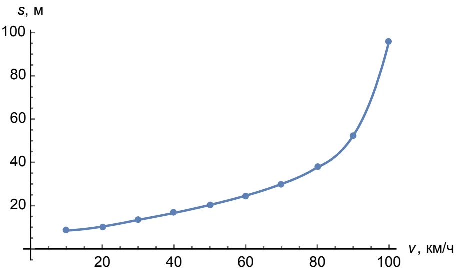


Рис. 8

$$s = \frac{v}{n} - L$$

По приведённой в условии зависимости можно составить таблицу интенсивности транспортного потока от скорости, которую с помощью полученной формулы следует пересчитать в дистанцию между машинами.

v, км/ч	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
n, авт/ч	800	1400	1720	1940	2060	2100	2060	1920	1600	1000
s, м	8,5	10,3	13,4	16,6	20,3	24,6	30,0	37,7	52,3	96,0

По данным таблицы строим график зависимости $s(v)$ (рис. 8).

8 класс

Задача 1. Велосипед и катер

Доплыв до пункта Б, катер преодолел путь

$$L = S_1 + ut_1,$$

где S_1 — путь, пройденный велосипедистом за это же время t_1.

После этого, до встречи с велосипедистом, катер преодолел путь

$$l = S_2 - ut_2,$$

где S_2 — путь, пройденный велосипедистом за время t_2 до встречи с катером.

Сложив полученные выражения, получаем

$$l + L = S_1 + S_2 + u(t_1 - t_2).$$

Заметим, что $S_1 + S_2$ — полный путь, проделанный велосипедистом, причём $S_1 + S_2 = L - l$. То есть

$$l + L = L - l + u(t_1 - t_2),$$

откуда

$$t_1 - t_2 = \frac{2l}{u} = \frac{2(L-S)}{u} = 24 \text{ мин.}$$

Задача 2. График с вареньем

Масса первой порции может быть найдена как произведение средней плотности на объем первой порции

$$m_1 = V_1\rho_{\text{ср}1} = 10 \cdot 10^{-3} \cdot 1200 = 12 \text{ кг.}$$

Масса второй порции равна разности массы содержимого при объёме 20 дм^3 и массы первой порции

$$m_2 = V_2\rho_{\text{ср}2} - m_1 = 20 \cdot 10^{-3} \cdot 1300 - 12 = 14 \text{ кг.}$$

Масса третьей порции равна разности конечной массы всего содержимого бака и масс первой и второй порции

$$m_3 = V_3\rho_{\text{ср}3} - m_1 - m_2 = 30 \cdot 10^{-3} \cdot 1300 - 12 - 14 = 13 \text{ кг.}$$

Заметим, что плотность первой порции $\rho_1 = 1200$ кг/м^3, а второй порции $\rho_2 = 1400$ кг/м^3. Среднюю плотность содержимого ρ_0 можно представить как

$$\rho_0 = \frac{m_1 + V\rho_2}{V_1 + V},$$

где V — объем добавленного сиропа, имеющего плотность ρ_2. Откуда

$$V = \frac{\rho_0 V_1 - m_1}{\rho_2 - \rho_0} = 3{,}3 \text{ дм}^3,$$

и окончательно $V_0 = 13{,}3$ дм^3.

Задача 3. Эврика

На систему, как единое целое, вверх действуют три силы натяжения верёвки, а вниз суммарная сила тяжести

$$3T = (M + m)g,$$

откуда «сила Архимеда»

$$T = \frac{M + m}{3}g = 700 \text{ Н}.$$

На самого Архимеда действует вверх сила реакции опоры N, выталкивающая сила со стороны воды F и сила натяжения верёвки T; вниз — сила тяжести, то есть

$$F + N + T = mg.$$

Причём, силы mg и T однозначно определены, а для F и N определена лишь их сумма. Минимальному объёму Архимеда над водой соответствует максимальный объем погруженной части и максимальная выталкивающая сила, что реализуется в случае, когда $N = 0$. Окончательно

$$F = mg - T = \frac{2m - M}{3}g,$$

откуда

$$\frac{\Delta V}{V} = 1 - \frac{F}{mg} = \frac{M + m}{3m} = \frac{7}{9}.$$

Задача 4. Термоглюк Черникова

В результате теплообмена между водой и спиртом их температуры выравниваются. Запишем уравнение теплового баланса для этого процесса:

$$c_в\rho_в V_в(t_1 - t_в) + c_с m_c(t_1 - t_0) = 0,$$

где $t_в$ — конечная температура воды, $m_с$ — масса спирта.

Массу спирта определим через его плотность и объём при температуре t_0

$$m_с = \rho_с V_0,$$

где V_0 — объём спирта при температуре t_0.

Согласно условию задачи, при увеличении температуры до t_1 изменение объёма спирта

$$\Delta V = V_0\beta(t_1 - t_0).$$

С другой стороны, пренебрегая тепловым расширением колбы, приращение объёма спирта можно выразить через изменение его уровня в трубке

$$\Delta V = Sh.$$

Решая данную систему уравнений, получим выражение для температуры воды до погружения в неё термометра

$$t_в = t_1 + \frac{c_с\rho_с Sh}{c_в\rho_в V_в\beta} = 40\ ^\circ\text{C} + 1\ ^\circ\text{C} = 41\ ^\circ\text{C}.$$

I Всероссийская олимпиада по физике имени Дж. К. Максвелла

Заключительный этап
Экспериментальный тур

Сочи, 2016

Комплект задач подготовлен Центральной предметно-методической комиссией по физике Всероссийской олимпиады школьников

Авторы задач

7 класс	**8 класс**
1. Кармазин С.	1. Кармазин С.
2. Замятнин М.	2. Замятнин М.

Общая редакция — Ерофеев И., Замятнин М.,
Кармазин С., Слободянин В.
Вёрстка — Биктаиров Ю., Ерофеев И.

141700, Московская область, г. Долгопрудный
Московский физико-технический институт

Экспериментальный тур
7 класс

Задача 1. Тяните резину! *(Кармазин С.В.)*

1. Экспериментально исследуйте зависимость удлинения x резинового кольца (банковской резинки) от величины растягивающей силы F (рис. 1).
2. Постройте график полученной зависимости $x(F)$.
3. По графику определите диапазон значений силы F, в котором исследуемая зависимость линейна.
4. В указанном диапазоне найдите значение коэффициента жёсткости k_0 резинового кольца ($k_0 = \Delta F/\Delta x$).
5. Рассчитайте (не прибегая к непосредственным измерениям) значение коэффициента жёсткости k_1 одинарной резинки (разрезанного кольца) длиной $L_1 = 40$ см.

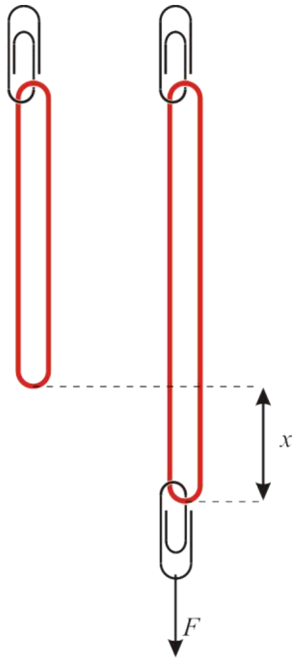


Рис. 1

Оборудование: банковская резинка, шестигранный карандаш, скотч, ножницы, нитка, скрепки – 3 шт., пустая пластиковая бутылка массой $m_б = 23$ г, шприц со шкалой, линейка, стакан с водой, миллиметровая бумага для построения графиков.

Примечание. Если вы испортили резинку, вы можете попросить её заменить, но имейте ввиду, что резинки не идентичны.

Задача 2. Поверхностная плотность *(Замятнин М.Ю.)*
Определите поверхностную плотность σ выданного листа миллиметровой бумаги и массу $m_ш$ пустого шприца. Плотность воды $\rho = 1{,}00$ г/см^3.

Указание. Поверхностной плотностью плоских тел называют отношение массы тела к его площади: $\sigma = m/S$ [кг/м^2].

Оборудование: лист исследуемой миллиметровой бумаги, шприц, стакан с водой, нитки, скотч, ножницы, шестигранный карандаш, салфетки для поддержания чистоты на рабочем месте.

I Всероссийская олимпиада по физике имени Дж. К. Максвелла

Заключительный этап

Экспериментальный тур

Сочи, 2016

Комплект задач подготовлен Центральной предметно-методической комиссией по физике Всероссийской олимпиады школьников

Авторы задач

7 класс	**8 класс**
1. Кармазин С.	1. Кармазин С.
2. Замятнин М.	2. Замятнин М.

Общая редакция — Ерофеев И., Замятнин М.,
Кармазин С., Слободянин В.
Вёрстка — Биктаиров Ю., Ерофеев И.

141700, Московская область, г. Долгопрудный
Московский физико-технический институт

8 класс

Задача 1. Тяните резину! *(Кармазин С.В.)*

1. Экспериментально исследуйте зависимость удлинения x резинового кольца (банковской резинки) от величины растягивающей силы F (рис. 4).
2. Постройте график полученной зависимости $x(F)$.
3. По графику определите диапазон значений силы F, в котором исследуемая зависимость линейна.
4. В указанном диапазоне найдите значение коэффициента жёсткости k_0 резинового кольца ($k_0 = \Delta F/\Delta x$).
5. Рассчитайте (не прибегая к непосредственным измерениям) значение коэффициента жёсткости k_1 одинарной резинки (разрезанного кольца) длиной $L_1 = 40$ см.

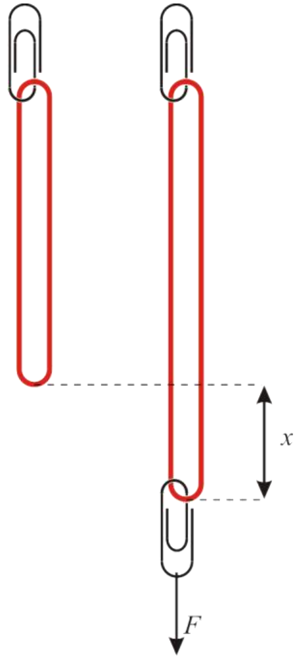


Рис. 4

Оборудование: банковская резинка, три скрепки, две линейки, одна из которых известной массы, стальной брусок, лист миллиметровой бумаги для построения графиков.

Примечание. Если вы испортили резинку, вы можете попросить её заменить, но имейте ввиду, что резинки не идентичны.

Задача 2. Таинственный футляр *(Замятнин М.Ю.)*

Внутри футляра находятся три резистора и кнопка (на крышке футляра), соединённые между собой. Контакты от трёх точек электрической цепи выведены на крышку футляра и обозначены буквами *A*, *B*, *C*.

1. Проведите необходимые измерения и нарисуйте схему соединения элементов футляра с указанием выводов *A*, *B*, *C*.
2. Найдите значения сопротивлений резисторов R_1, R_2, R_3 и оцените их погрешность.
3. Определите, какому положению (нажатому или ненажатому) кнопки *K* соответствует её разомкнутое состояние.
4. Какое напряжение может показать идеальный вольтметр, подключённый к выводам *A* и *C*, если к выводам *A* и *B* подключить батарейку напряжением 9,0 В?

Погрешность мультиметра в режиме омметра 2%.

Вскрывать футляр запрещается!

Оборудование: таинственный футляр, мультиметр с проводами.

Экспериментальный тур
7 класс

Задача 1. Тяните резину! *(Кармазин С.В.)*

1. Экспериментально исследуйте зависимость удлинения x резинового кольца (банковской резинки) от величины растягивающей силы F (рис. 1).
2. Постройте график полученной зависимости $x(F)$.
3. По графику определите диапазон значений силы F, в котором исследуемая зависимость линейна.
4. В указанном диапазоне найдите значение коэффициента жёсткости k_0 резинового кольца ($k_0 = \Delta F/\Delta x$).
5. Рассчитайте (не прибегая к непосредственным измерениям) значение коэффициента жёсткости k_1 одинарной резинки (разрезанного кольца) длиной $L_1 = 40$ см.

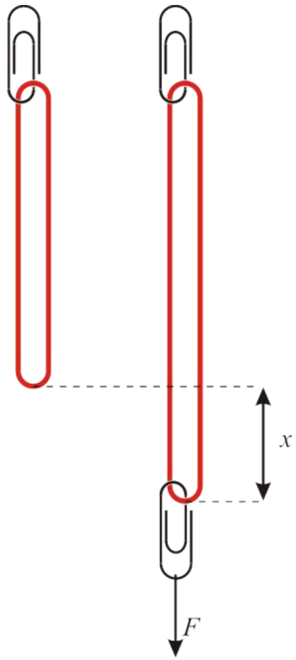


Рис. 1

Оборудование: банковская резинка, шестигранный карандаш, скотч, ножницы, нитка, скрепки – 3 шт., пустая пластиковая бутылка массой $m_б = 23$ г, шприц со шкалой, линейка, стакан с водой, миллиметровая бумага для построения графиков.

Примечание. Если вы испортили резинку, вы можете попросить её заменить, но имейте ввиду, что резинки не идентичны.

Возможное решение

Параметры установки, использованной в авторском решении, могут отличаться от параметров установки, выданной участнику олимпиады.

Закрепим карандаш на столе с помощью полосок скотча таким образом, чтобы он выступал за край стола на 10-20 мм. На выступающий конец карандаша, используя скрепку №1, повесим резиновое кольцо. К нижнему краю резинового кольца через скрепку №2 с помощью нити подвесим пустую пластиковую бутылку. Из скрепки №3 сделаем указатель в виде горизонтальной стрелки и закрепим его на скрепке №2. К торцу стола с помощью скотча прикрепим линейку в вертикальном положении таким образом, чтобы стрелка указателя могла свободно перемещаться вдоль шкалы линейки (рис. 2).

Добавляем в бутылку воду с помощью шприца порциями по 20 мл и после каждого добавления воды измеряем удлинение x резинового кольца.

m, г	x, мм	F, Н
0	0,0	0,22
20	2,5	0,41
40	3,5	0,61
60	5,5	0,80
80	7,0	1,00
100	8,5	1,20
120	10,5	1,39
140	12,0	1,59
160	14,0	1,78
180	16,0	1,98
200	17,5	2,18
220	20,0	2,37
240	22,5	2,57
260	25,0	2,73
280	28,0	2,96
300	32,5	3,16
320	35,5	3,35
340	39,0	3,55
360	45,0	3,74
380	53,0	3,94

Таб. 1

Рис. 2

Погрешность измерения удлинения x равна цене деления линейки: 1 мм. Запишем в таблицу 1 не менее 11 точек измерений: удлинение резинки x, массу воды в бутылке m, а также силу растяжения резинки:

$$F = (m + m_б)g.$$

Строим график зависимости $x(F)$ с учётом погрешности (рис.3).

Из графика видно, что отклонение от линейности начинается при силе растяжения F порядка 2,5 Н. По отношению $\Delta F/\Delta x$ на линейном участке графика определяем коэффициент жесткости k_0 резинового кольца. В приведенном примере он оказывается равным $k_0 = 118 \pm 18$ Н/м.

Измеряем длину полуокружности L_0 резинового кольца, вытянув без усилия кольцо в прямую линию. Получаем $L_0 = 9$ см. Коэффициент жесткости одинарной резинки длиной L_0 равен $k_0/2 = 59$ Н/м.

Известно, что коэффициент жесткости пружины или резинки обратно пропорционален ее длине. Следовательно, искомое значение k_1 при длине одинарной резинки L_1 определим по формуле

$$k_1 = \frac{k_0 L_0}{2L_1}.$$

Численное значение $k_1 = 13$ Н/м.

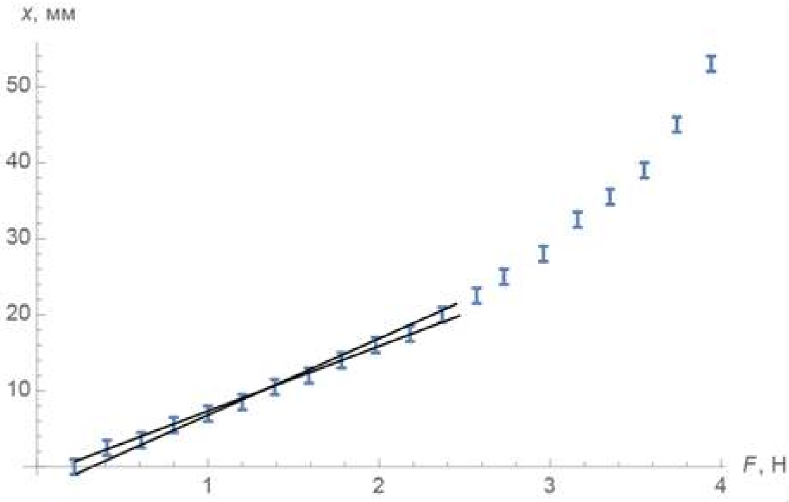


Рис. 3

Задача 2. Поверхностная плотность *(Замятнин М.Ю.)*

Определите поверхностную плотность σ выданного листа миллиметровой бумаги и массу $m_ш$ пустого шприца. Плотность воды $\rho = 1{,}00$ г/см^3.

Указание. Поверхностной плотностью плоских тел называют отношение массы тела к его площади: $\sigma = m/S$ [кг/м^2].

Оборудование: лист исследуемой миллиметровой бумаги, шприц, стакан с водой, нитки, скотч, ножницы, шестигранный карандаш, салфетки для поддержания чистоты на рабочем месте.

Возможное решение

Параметры установки, использованной в авторском решении, могут отличаться от параметров установки, выданной участнику олимпиады.

По клеточкам определяем площадь миллиметровой бумаги $S = 580$ см^2, после чего, свернув лист в плотную трубку круглого или треугольного сечения (зафиксировав по краям небольшими кусочками скотча), делаем из миллиметровой бумаги рычаг.

Определяем и отмечаем центр тяжести рычага, подвесив его на нити к карандашу, закрепленному скотчем на краю стола в качестве штатива.

Подвешиваем к одному концу рычага пустой шприц, смещая положение точки подвеса, добиваемся равновесия системы. Измеряем расстояния от точки подвеса рычага до точки подвеса шприца l_1= 6,4 см и до центра тяжести рычага l_3=7,6 см. После чего набираем в шприц 5 мл (m=5 г) воды и повторяем измерения расстояний от точки подвеса рычага до точки подвеса заполненного шприца l_2=3,8 см и до центра тяжести l_4=10,1 см. Дважды применяя правило моментов относительно точки подвеса рычага, получаем систему уравнений:

$$m_л g l_3 = m_ш g l_1,$$
$$m_л g l_4 = (m + m_ш) g l_2,$$

где $m_л$ – масса листа, $m_ш$ – масса шприца, m – масса воды.

Решая систему относительно массы листа, получаем:

$$m_л = m\left(\frac{l_4}{l_2} - \frac{l_3}{l_1}\right)^{-1} = 3{,}4 \text{ г} \quad \text{и} \quad \sigma = 59 \text{ г/м}^2.$$

По найденной массе листа определяем массу шприца: $m_ш = m_л l_3 / l_1 = 4{,}0$ г.

8 класс

Задача 1. Тяните резину! *(Кармазин С.В.)*

1. Экспериментально исследуйте зависимость удлинения x резинового кольца (банковской резинки) от величины растягивающей силы F (рис. 4).
2. Постройте график полученной зависимости $x(F)$.
3. По графику определите диапазон значений силы F, в котором исследуемая зависимость линейна.
4. В указанном диапазоне найдите значение коэффициента жёсткости k_0 резинового кольца ($k_0 = \Delta F/\Delta x$).
5. Рассчитайте (не прибегая к непосредственным измерениям) значение коэффициента жёсткости k_1 одинарной резинки (разрезанного кольца) длиной $L_1 = 40$ см.

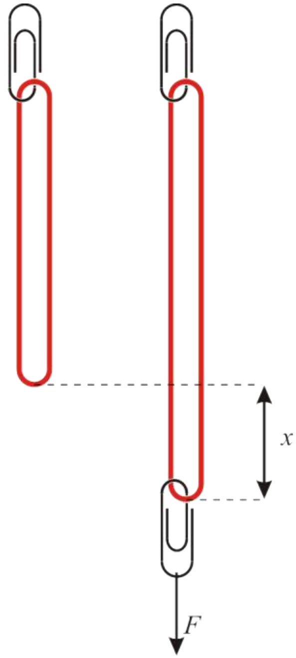


Рис. 4

Оборудование: банковская резинка, три скрепки, две линейки, одна из которых известной массы, стальной брусок, лист миллиметровой бумаги для построения графиков.

Примечание. Если вы испортили резинку, вы можете попросить её заменить, но имейте ввиду, что резинки не идентичны.

Возможное решение

Параметры установки, использованной в авторском решении, могут отличаться от параметров установки, выданной участнику олимпиады.

Определим положение центра масс линейки, используя в качестве оси вращения вторую линейку. Определим массу m$_б$ стального бруска. Используя ребро второй линейки в качестве оси вращения, добьемся равновесия.

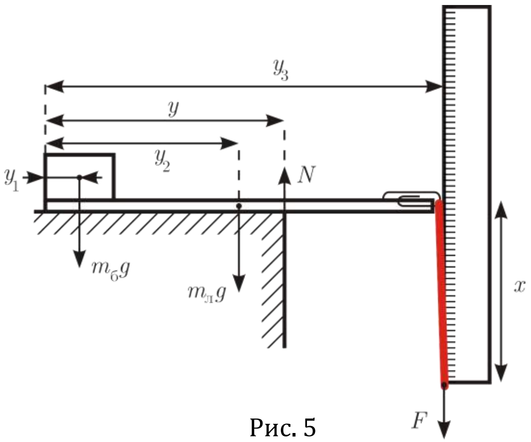


Рис. 5

Измерив расстояния от центра масс бруска и от центра масс линейки до оси вращения в положении равновесия, рассчитаем массу бруска, используя правило моментов. Масса бруска составляет $m_б = 66 \pm 3$ г. Относительная погрешность около 5%.

Измерения проводим с помощью конструкции, изображенной на рис. 5.

Растягиваем резинку с помощью второй линейки, прикладывая к ней силу F. Фиксируем момент отрыва первой линейки с грузом от стола и измеряем расстояние y от края линейки до края стола.

По правилу моментов:

$$m_б(y - y_1)g + m_л(y - y_2)g = F(y_3 - y), \qquad (1)$$

где положение центра масс бруска $y_1 = 20$ мм, центра масс линейки $y_2 = 206$ мм, длина линейки $y_3 = 410$ мм. С помощью уравнения (1) определяем растягивающую силу F, соответствующую моменту отрыва линейки от стола.

Измеряем удлинение резинки x с помощью второй линейки. Оформляем таблицу измерений (не менее 11 точек) и строим график зависимости $x(F)$.

y, см	x, см	F, Н
23,0	0,5	0,73
24,0	0,7	0,81
25,0	0,8	0,91
26,0	1,0	1,02
27,0	1,2	1,14
28,0	1,4	1,29
29,0	1,7	1,46
30,0	2,2	1,65
31,0	2,7	1,89
32,0	3,1	2,18
33,0	4,2	2,55
34,0	5,7	3,01
35,0	8,7	3,64
35,5	11,3	4,03
36,0	15,0	4,51
36,5	18,4	5,09

Таб. 2

Из графика (рис. 6) видно, что отклонение от линейности начинается при силе растяжения F около 2,5 Н. По отношению $\Delta F/\Delta x$ на линейном участке графика определяем коэффициент жесткости k_0 резинового кольца. В приведенном примере он оказывается равным $k_0 = 50$ Н/м.

Измеряем длину полуокружности L_0 резинового кольца, вытянув без усилия кольцо в прямую линию. Получаем $L_0 = 9$ см. Коэффициент жесткости одинарной резинки длиной L_0 равен $k_0/2 = 25$ Н/м.

Известно, что коэффициент жесткости пружины или резинки обратно пропорционален ее длине. Следовательно, искомое значение k_1 при длине одинарной резинки L_1 определим по формуле

$$k_1 = \frac{k_0 L_0}{2L_1}.$$

Численное значение $k_1 = 5{,}6$ Н/м.

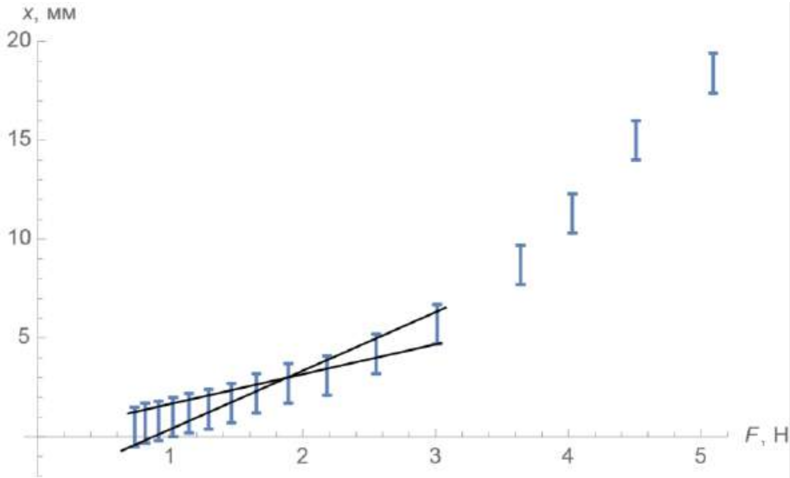


Рис. 6

Оценка погрешности. В линейном диапазоне растяжение кольца составляет 30-40 мм. Абсолютная погрешность равна цене деления линейки. Так как удлинение кольца вычисляется как разность двух координат, то абсолютная погрешность разности равна 2 мм. А относительная – 6%. В том же диапазоне растягивающая сила равна 1-2 Н. Это означает, что при массе бруска 0,066 кг, плечи $(y - y_1)$ и $(y_3 - y)$ равны примерно 300 мм и 100 мм соответственно. Абсолютная погрешность измерения этих величин также составляет 2 мм, а относительная в сумме около 3%. С учётом погрешности измерения массы бруска, равной 5%, итоговая погрешность определения коэффициента жесткости резинового кольца будет примерно 10%.

Задача 2. Таинственный футляр *(Замятнин М.Ю.)*
Внутри футляра находятся три резистора и кнопка (на крышке футляра), соединённые между собой. Контакты от трёх точек электрической цепи выведены на крышку футляра и обозначены буквами *A*, *B*, *C*.

1. Проведите необходимые измерения и нарисуйте схему соединения элементов футляра с указанием выводов *A*, *B*, *C*.
2. Найдите значения сопротивлений резисторов R_1, R_2, R_3 и оцените их погрешность.
3. Определите, какому положению (нажатому или ненажатому) кнопки *К* соответствует её разомкнутое состояние.
4. Какое напряжение может показать идеальный вольтметр, подключённый к выводам *A* и *C*, если к выводам *A* и *B* подключить батарейку напряжением 9,0 В?

Погрешность мультиметра в режиме омметра 2%.

Вскрывать футляр запрещается!

Оборудование: таинственный футляр, мультиметр с проводами.

Возможное решение

Параметры установки, использованной в авторском решении, могут отличаться от параметров установки, выданной участнику олимпиады.

С помощью мультиметра, используемого в режиме омметра, определяем сопротивления между выходами для двух положений кнопки и составляем таблицу результатов измерений (в кОм).

	A	B	C	Положение ключа
A		1,33	0,83	не нажата
		2,00	5,00	нажата
B			1,50	не нажата
			3,00	нажата

Таб. 3

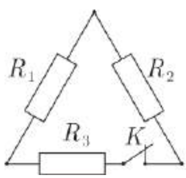


Рис. 7

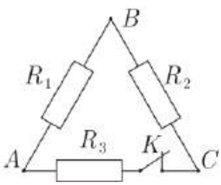


Рис. 8

Нетрудно заметить, что для не нажатого положения кнопки значения сопротивлений меньше, значит, в этом положении кнопка замкнута. Причем, сопротивление между входами изменяется для всех трёх пар. Следова-

тельно, резисторы соединены треугольником. Так как коротких замыканий нет, кнопка соединена последовательно с одним из резисторов.
Таким образом, предварительно, схема футляра может быть представлена в виде, показанном на рис. 7.

В случае разомкнутой кнопки (кнопка нажата), максимальное сопротивление должно быть между узлами, к которым подсоединен резистор с кнопкой. Это реализуется для узлов А и С. Из чего делаем вывод, что кнопка расположена между ними. Тогда, сопротивление, измеренное между узлами А и В, соответствует сопротивлению резистора R_1=2 кОм, а сопротивление между узлами В и С – сопротивлению резистора R_2=3 кОм. Это согласуется с измеренным сопротивлением между узлами А и В:

$$R_A=R_1+R_2=5 \text{ кОм}.$$

Сопротивление R_3 можно рассчитать, например, с помощью значения сопротивления, измеренного между узлами А и С, при замкнутой кнопке.

$$\frac{1}{R_{AC}}=\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_1+R_2},$$

откуда получаем R_3=1 кОм.
Рассчитывая сопротивление схемы между оставшимися парами узлов для замкнутой кнопки, и сравнивая их с результатами эксперимента, убеждаемся в правильности наших предположений. Окончательная схема футляра представлена на рис. 8.

Погрешность сопротивлений резисторов определяется приборной погрешностью омметра, которая по условию составляет 2%, следовательно, сопротивления резисторов R_1 и R_2 измерены с точностью 2%. Значение сопротивления резистора R_3 не измеряется непосредственно, а рассчитывается, поэтому по формуле переноса ошибок составляет примерно 6%.

При подключении батарейки к выводам А и В вольтметр, подключённый к выводам А и С, покажет $U = 9$ В при нажатой кнопке и $U/4 = 2{,}25$ В при ненажатой кнопке.