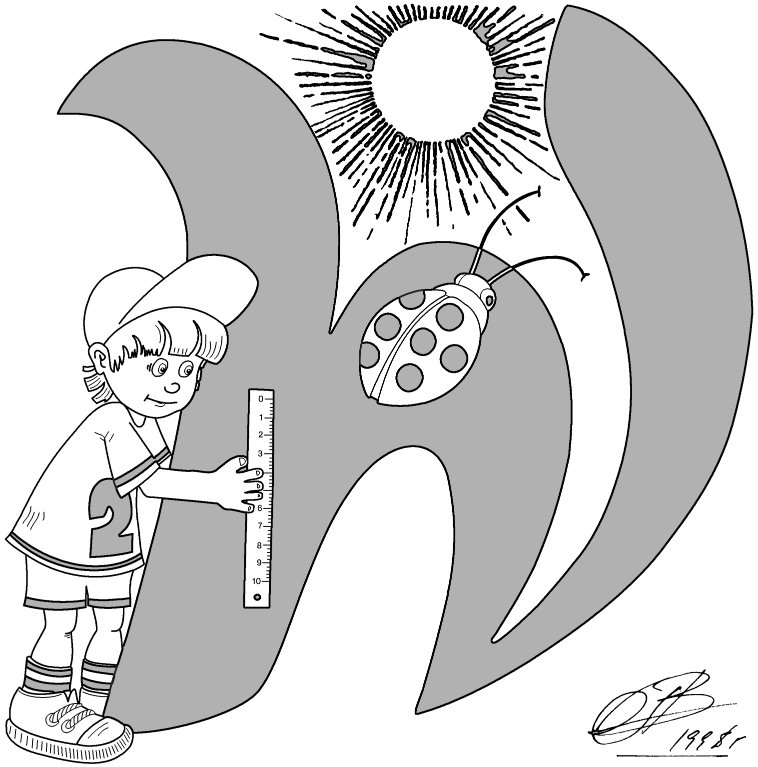
**Методическая комиссия по физике
при центральном оргкомитете
Всероссийских олимпиад школьников**

XLII Всероссийская олимпиада школьников по физике

Заключительный этап

Теоретический тур

Методическое пособие



Новосибирск, 2008 г.

Комплект задач подготовлен методической комиссией по физике
при центральном оргкомитете Всероссийских олимпиад школьников
Телефоны: (495) 408-80-77, 408-86-95.
E-mail: **physolymp@gmail.com**

Авторы задач

9 класс	10 класс	11 класс
1. Ко́зел С.	1. Слободянин В.	1. Гуденко А.
2. Слободянин В.	2. Ко́зел С.	2. Осин М.
3. Слободянин В.	3. Ко́зел С.	3. Ольховец А.
4. Ко́зел С.	4. Соболев М.	4. Фольклор
	5. Кармазин С.	5. Тарнопольский Г.

Общая редакция — Ко́зел С.

Оформление и вёрстка — Воробель О., Гущин И., Ерофеев И.

При подготовке оригинал-макета
использовалась издательская система $\LaTeX\,2_\varepsilon$.

Подписано в печать 31 января 2013 г. в 16:22.

141700, Московская область, г. Долгопрудный
Московский физико-технический институт

9 класс

Задача 1. График скорости частицы

На рисунке 1 изображена зависимость скорости v частицы от времени t. Масштабы по осям заданы в условных единицах. Известно, что площадь заштрихованного на рисунке прямоугольника равна 12 м, а ускорение частицы в точке A равно $a_A = 1{,}5$ м/с^2.

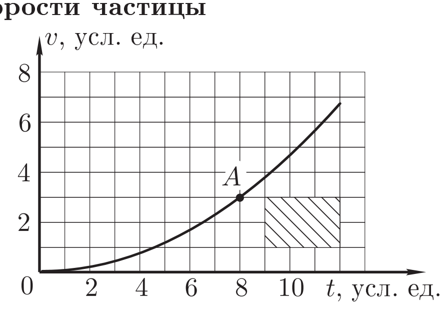


Рис. 1

Определите из этих данных:

1. Масштабы по осям.
2. Скорость частицы v_A в точке A.
3. Путь, пройденный частицей от начала движения до достижения скорости v_{A}.

Задача 2. Разгон автомобиля

Автомобиль стартует с ускорением a_0. Из-за сопротивления воздуха ускорение падает по мере увеличения скорости v по закону $a \sim (v_0 + v)^{-1}$, где v_0 — известный коэффициент.

1. Постройте график, изображающий связь между a и v, выбрав координаты так, чтобы он являлся отрезком прямой линии.
2. Через какое время t_0 после начала движения автомобиль достигает скорости v_0?
3. Определите зависимость скорости v от времени t и постройте (качественно) график $v(t)$.

Задача 3. Электрический мостик

Два идеальных амперметра (внутреннее сопротивление которых равно нулю) включены в цепь (рис. 2). Сопротивления резисторов соответственно равны $R_1 = 3$ кОм, $R_2 = 3R_1$, $R_3 = 2R_1$. Сопротивление переменнго резистора R_x может принимать любые значения от нуля до бесконечности. Напряжение источника постоянного тока $U = 81$ В. Вычислите, при каких значениях сопротивления R_x:

1. Сила тока $|I|$, протекающего через амперметр A_1, минимальна. Чему она равна?
2. Сила тока $|I|$, протекающего через амперметр A_1, максимальна. Чему она равна?
3. Сила тока I_0, протекающего через амперметр A_2, вдвое меньше $|I|_{\max}$ (смотри пункт 2)?

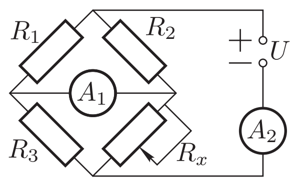


Рис. 2

Задача 4. Передача тепловой энергии

Имеются два сосуда. В первом из них находится кипящая вода ($t_1 = 100°$C). Во втором теплоизолированном сосуде находится смесь воды и льда ($t_2 = 0°$C). Сосуды соединены металлическим стержнем длиной $L = 50$ см, по которому тепловая энергия от кипящей воды передаётся тающему льду (рис. 3). Стержень не теплоизолирован, и поэтому часть тепловой энергии рассеивается в окружающее пространство. Стрелками на рисунке указаны направления тепловых потоков. На приведённом графике (рис. 4) показано распределение температуры вдоль стержня.

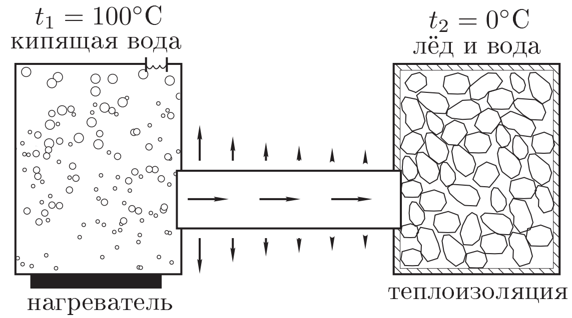


Рис. 3

1. Определите графически, какая доля тепловой энергии, поступающей в левый конец стержня от сосуда с кипящей водой, рассеивается в окружающее пространство.
2. Во сколько раз быстрее растает весь лёд во втором сосуде, если поверхность стержня покрыть теплоизолирующим слоем?

Примечание. Тепловой поток через слой вещества толщиной Δx пропорционален разности температур Δt между поверхностями, ограничивающими слой, и обратно пропорционален толщине: $\Delta Q \propto \Delta t / \Delta x$.

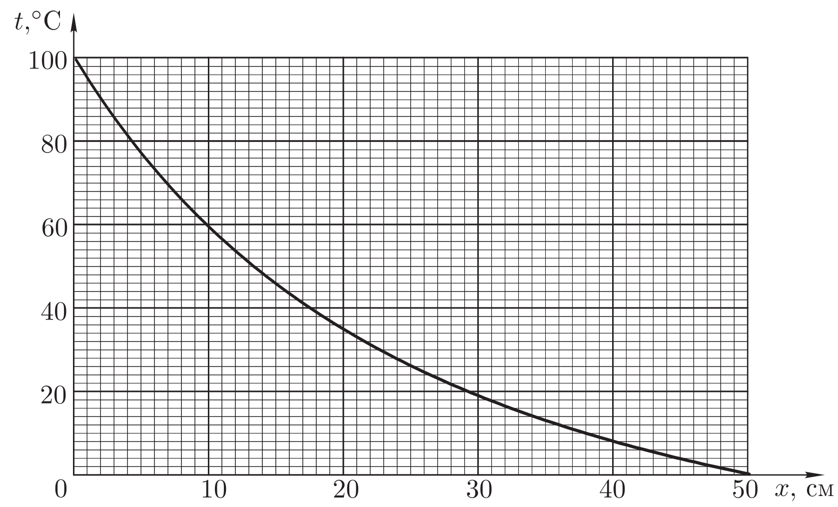


Рис. 4. Распределение температуры вдоль стержня.

10 класс

Задача 1. Колесо с ребордой

По рельсам катится с постоянной скоростью вагонетка. Радиус её колеса равен r, а радиус реборды (бортика, выступающего за обод колеса и предохраняющего колесо от схода с рельса) существенно больше. В некоторый момент времени скорости двух диаметрально противоположных точек A и B обода равны по модулю v_A и v_B соответственно (рис. 5).

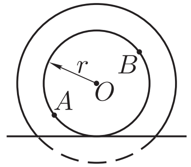


Рис. 5

1. С какой скоростью v_0 катится колесо?
2. В тот же момент времени скорость некоторой точки C, находящейся на реборде, направлена вертикально и равна v_C. Однозначно ли определяется положение этой точки?
3. Чему равна проекция ускорения a_{Cy} этой точки на вертикальную координатную ось?

Задача 2. Шайба на наклонной плоскости

На наклонной плоскости находится небольшая шайба массы m (рис. 6). К шайбе прикреплён один конец лёгкой пружины жёсткости k и длины L (в недеформированном состоянии). Другой конец пружины закреплён в некоторой точке O. Угол α наклона плоскости и коэффициент трения μ шайбы о плоскость связаны соотношением: $\operatorname{tg}\alpha = \mu$.

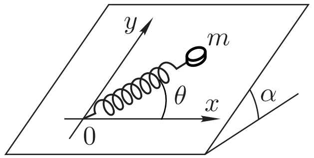


Рис. 6

Определите области, в которых шайба находится в состоянии равновесия, их границы и изобразите их качественно на плоскости xy в двух случаях:
1. Пружина подчиняется закону Гука как при растяжении, так и при сжатии.
2. Пружина подчиняется закону Гука только при растяжении (например, пружина заменена лёгкой резинкой).

Задача 3. Сложный конденсатор

Сложный конденсатор состоит из четырёх одинаковых пластин площадью $S = 1$ м^2 каждая, расположенных параллельно друг другу (рис. 7). Расстояние между средними пластинами b и c равно $l = 2$ см. Расстояние между пластинами a и b, c и d равно $l_1 = l/2$. Пластины b и c подключены к идеальному источнику напряжения с $\mathscr{E} = 120$ В через резистор R_1. В начальном состоянии ключ K разомкнут.

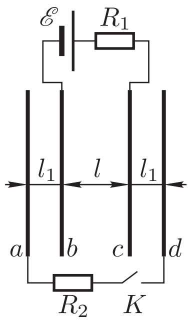


Рис. 7

1. Нарисуйте эквивалентную схему сложного конденсатора после замыкания ключа K и найдите его ёмкость C.
2. Какое количество теплоты Q выделится на резисторах R_1 и R_2 (в сумме) при замыкании ключа K.

Электрическая постоянная $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м.

Указание. Воспользуйтесь законом сохранения энергии.

Задача 4. Минимальная скорость протона

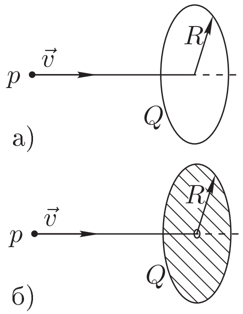


Рис. 8

1. Тонкое кольцо радиусом $R = 5$ см однородно заряжено зарядом $Q = +10^{-8}$ Кл (рис. 8 а). Какую минимальную скорость $v_{\min}$ нужно сообщить протону, находящемуся вдали от кольца, чтобы он пролетел по оси кольца через его центр?
2. Пусть теперь заряд $Q = +10^{-8}$ Кл равномерно распределён по поверхности тонкого диска радиуса $R = 5$ см (рис. 8 б). В центре диска имеется небольшое отверстие. Какую минимальную скорость нужно сообщить протону в этом случае, чтобы он пролетел через отверстие в диске?

Элементарный заряд $e = 1{,}602 \cdot 10^{-19}$ Кл, масса протона $m_p = 1{,}672 \cdot 10^{-27}$ кг, электрическая постоянная $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м.

Задача 5. Смесь воздуха и пара

В цилиндре под поршнем находится смесь воздуха и паров некоторой жидкости. Смесь изотермически сжимают. На рисунке 9 представлена экспериментальная зависимость давления в сосуде от объёма в этом процессе.

Чему равны давление насыщенных паров жидкости $p_{\text{н}}$ при данной температуре и внутренняя энергия смеси при объёме цилиндра более 5 л?

Примечание. Считать воздух идеальным двухатомным газом, а пары жидкости — идеальным трёхатомным газом.

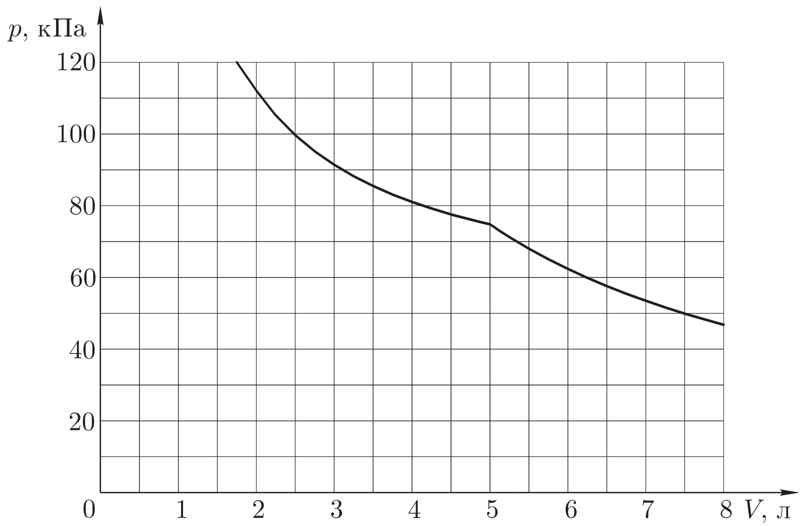


Рис. 9

11 класс

Задача 1. Груз с пружинами

На гладком горизонтальном столе лежит груз массы m, к которому прикреплены две одинаковые пружины жесткости k каждая (рис. 10).

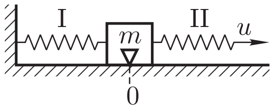


Рис. 10

Левый конец пружины I прикреплён к стенке, в момент времени $t = 0$ правый конец пружины II начинают медленно перемещать с постоянной скоростью u.

1. Через какое время груз впервые приобретёт скорость u?
2. На каком расстоянии от первоначального положения будет он в этот момент находиться?

Указание. Перейдите в систему отсчета, движущуюся со скоростью $u/2$.

Задача 2. Вращение заряженного цилиндра

На длинном тонкостенном диэлектрическом цилиндре радиуса R, длины $L \gg R$ и массы M размещён электрический заряд с одинаковой поверхностной плотностью σ (Кл/м^2). Цилиндр может свободно (без трения) вращаться вокруг своей оси под действием груза массы m, подвешенного на невесомой нити, намотанной на цилиндр (рис. 11). Определите ускорение груза.

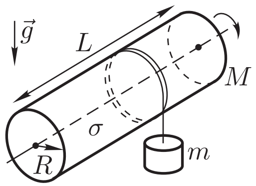


Рис. 11

Магнитную постоянную μ_0 считать заданной.

Задача 3. Заряженный мыльный пузырь

Через короткую трубку выдувают мыльный пузырь с массой $m = 0{,}01$ г и коэффициентом поверхностного натяжения $\sigma = 0{,}01$ Н/м (рис. 12). Пузырь заряжают зарядом $Q = 5{,}4 \cdot 10^{-8}$ Кл. Трубка остаётся открытой.

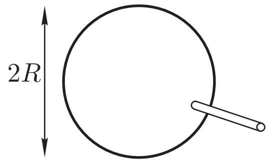


Рис. 12

1. Определите равновесный радиус пузыря R_0.
2. Определите период малых колебаний пузыря, если при колебаниях он сохраняет сферическую форму.
3. Оцените, с какой скоростью разлетятся брызги, если пузырь внезапно зарядить зарядом $Q_1 = 10Q$?

Электрическая постоянная $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Кл^2/(Дж $\cdot$ м).

Задача 4. Использование энергии морских волн

Рис. 13

Первое устройство, вырабатывающее электричество для бакена за счёт энергии морских волн, было создано в 1964 году. Схема бакена показана на рисунке 13. Воздух сначала засасывается при опускании поршня через клапан K_2, затем сжимается и впускается в рабочую полость через клапан K_1. Когда поверхность воды опускается, клапан K_1 закрыт, а клапан K_2 открыт. За один раз засасывается $V_1 = 0{,}233$ м^3 воздуха при давлении $p_1 = 1{,}0 \cdot 10^5$ Па и температуре $t_1 = 7$°C.

Когда поверхность воды начинает подниматься, клапан K_2 закрывается и воздух адиабатически сжимается поршнем до давления $p_2 = 6{,}0 \cdot 10^5$ Па. После этого открывается клапан K_1 и поршень продолжает двигаться вверх до тех пор, пока весь воздух не будет вытолкнут в рабочую полость. При этом воздух в рабочей полости приводит в движение турбину и генератор, вырабатывающий электричество. После открытия клапана K_1 давление воздуха над поршнем остаётся приблизительно неизменным.

Пренебрегая массой поршня и трением между поршнем и стенкой, определите, какую работу за один цикл совершает вода при подъёме поршня.

Воздух можно считать идеальным двухатомным газом, для которого $\gamma = C_p/C_V = 7/5$. Универсальная газовая постоянная $R = 8{,}31$ Дж/(моль$\cdot$К).

Задача 5. Оптическая система

Говорят, что в архиве Снеллиуса нашли чертёж оптической схемы. От времени чернила выцвели, и на чертеже остались видны только параллельные друг другу собирающая линза, объект и его действительное изображение (рис. 14). Из пояснений к чертежу было ясно, что за линзой было расположено плоское зеркало. Восстановите построением по имеющимся данным положение зеркала и найдите положение фокусов линзы.

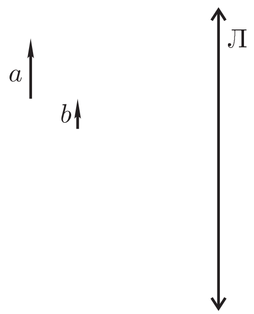


Рис. 14

Возможные решения
9 класс

Задача 1. График скорости частицы

1. Введём обозначения для масштаба по оси скорости: 1 усл. ед. $= b$ [м/с], для масштаба по оси времени: 1 усл. ед. $= d$ [с].

Тогда по условию задачи $2b \cdot 3d = 12$ м, $bd = 2$ м.

Для определения ускорения в точке A построим касательную (рис. 15). Из построения следует, что коэффициент наклона

$$k = \left(\frac{\Delta v}{\Delta t}\right)_A = \frac{6b}{8d} = \frac{3}{4} \cdot \frac{b}{d} = a_A = 1{,}5 \text{ м/с}^2.$$

Откуда получим: $d = 1$ с, $b = 2$ м/с.

2. Как следует из графика, скорость в точке A равна $v_A = 3b = 6$ м/с.

3. Для определения пройденного пути нужно вычислить площадь под кривой $v(t)$ (заштриховано на рисунке). Приближённый подсчёт даёт $S \approx 8bd \approx 16$ м.

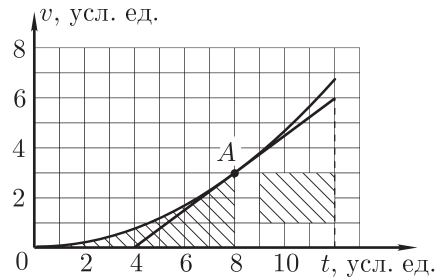


Рис. 15

Критерии оценивания

Определение масштаба по оси абсцисс 2
Определение масштаба по оси ординат 2
Графическое определение скорости в точке A 2
Графическое определение пройденного пути 4

Задача 2. Разгон автомобиля

1. Ускорение автомобиля $a = C/(v_0 + v)$, где C — постоянный коэффициент, который можно найти из начальных условий: $a_0 = C/v_0$. Отсюда

$$a = \frac{a_0 v_0}{v_0 + v} = a_0 \frac{1}{1 + v/v_0}.$$

По определению $a = \Delta v/\Delta t$. Следовательно,

$$\Delta t = \frac{1}{a}\Delta v = \frac{1}{a_0}\left(1 + \frac{v}{v_0}\right)\Delta v. \qquad (1)$$

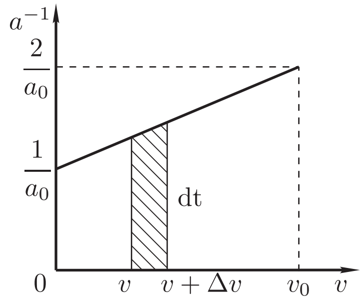


Рис. 16

Из формулы (1) видно, что a^{-1} зависит от скорости v линейно (рис. 16).

2. Площадь трапеции высотой Δv численно равна промежутку времени Δt, который требуется для увеличения скорости на Δv. Соответственно, площадь под графиком в диапазоне скоростей от 0 до v_0 численно равна времени разгона.

Для определения площади под графиком воспользуемся формулой для площади трапеции. Тогда искомое время

$$t_0 = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{a_0} + \frac{2}{a_0}\right) \cdot v_0 = \frac{3}{2} \cdot \frac{v_0}{a_0}.$$

3. Используя график зависимости a^{-1} от v, можно найти зависимость скорости v от времени t. Для этого нужно найти для произвольного значения v площадь трапеции с основаниями a_0^{-1} и $(1 + v/v_0)a_0^{-1}$ и высотой v. Эта площадь равна времени t, необходимому для достижения скорости v:

$$\frac{1}{2a_0}\left(2 + \frac{v}{v_0}\right)v = t, \qquad \text{или} \qquad v^2 + 2v_0 v - 2a_0 v_0 t = 0.$$

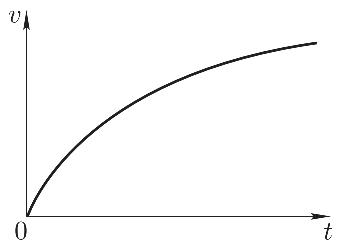


Рис. 17

Решая квадратное уравнение, получим

$$v = -v_0 \pm \sqrt{v_0^2 + 2a_0 v_0 t}.$$

Так как $v \geqslant 0$, знак «$-$» в решении квадратного уравнения не имеет физического смысла. Итак,

$$v = -v_0 + \sqrt{v_0^2 + 2a_0 v_0 t}.$$

График этой зависимости качественно представлен на рисунке 17.

Критерии оценивания

Определение зависимости $a(v)$ 1
Формула, связывающая изменения Δv и Δt 2
Выбор координат для построения линейного графика 1
Определение времени t_0 по графику 2
Определение по графику скорости в любой момент времени 2
Формула для $v(t)$ 1
Качественный график $v(t)$ 1

Задача 3. Электрический мостик

На схеме (рис. 18) расставим токи, протекающие в цепи. Направление тока I выбрано произвольно. Так как сопротивление амперметров равно нулю, схему можно представить в более удобном для расчётов виде (рис. 19).

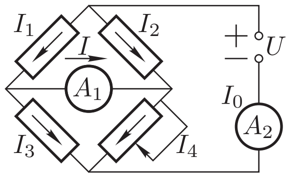


Рис. 18

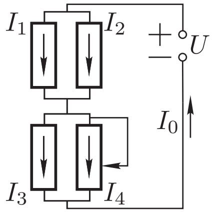


Рис. 19

Найдём сопротивления соответствующих участков схемы, выразив их через сопротивление R_1:

$$R_{12} = \frac{R_1R_2}{R_1+R_2} = \frac{R_1\cdot 3R_1}{R_1+3R_1} = \frac{3}{4}R_1,$$

$$R_{34} = \frac{R_3R_x}{R_3+R_x} = \frac{2R_1R_x}{2R_1+R_x},$$

$$R_{\text{общ}} = R_{12}+R_{34} = R_1\cdot\frac{6R_1+11R_x}{4(2R_1+R_x)}.$$

Таким образом, можно найти силу тока I_0:

$$I_0 = \frac{U}{R_{\text{общ}}} = \frac{U}{R_1}\cdot\frac{4(2R_1+R_x)}{6R_1+11R_x}.$$

Найдём силу тока I:

$$I = I_1 - I_3 = I_0\frac{R_2}{R_1+R_2} - I_0\frac{R_x}{R_3+R_x} = \frac{U}{R_1}\left(\frac{6R_1-R_x}{6R_1+11R_x}\right). \qquad (2)$$

1. Минимум модуля тока I достигается при $R_x = 6R_1 = 18$ кОм, таким образом, $|I|_{\min} = 0$.
2. Преобразуем (2) к следующему виду:

$$I = \frac{U}{R_1}\left(1 - \frac{12R_x}{6R_1+11R_x}\right).$$

Эта функция имеем максимум при $R_x = 0$, при этом $|I|_{\max} = U/R_1 = 27$ мА.
3. Запишем уравнение из условия $I_0 = |I|_{\max}/2$:

$$I_0 = \frac{U}{R_1}\cdot\frac{4(2R_1+R_x)}{6R_1+11R_x} = \frac{|I|_{\max}}{2} = \frac{U}{2R_1} = 13{,}5 \text{ мА}.$$

Отсюда найдём $R_x = \dfrac{10}{3}R_1 = 10$ кОм.

Критерии оценивания

Расчёт схемы 2
Определение $|I|_{\min}$ 1
Определение соответствующего R_x 2

Определение $|I|_{\max}$ 2
Определение соответствующего R_x 2
Определение R_x, при котором $I_0 = |I|_{\max}/2$ 1

Задача 4. Передача тепловой энергии

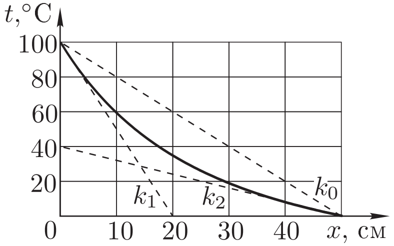


Рис. 20

Количество теплоты, поступающей в стержень за 1 с от кипящей воды, пропорционально отношению $\Delta t/\Delta x$ при $x = 0$, то есть на левом конце стержня. Это отношение равно угловому коэффициенту касательной к кривой распределения температуры вдоль стержня при $x = 0$. Точно так же количество теплоты, передаваемой смеси вода–лёд, пропорционально отношению $\Delta t/\Delta x$ при $x = L$.

Проведём на графике касательные к кривой распределения температур при $x = 0$ и $x = L$ и определим угловые коэффициенты (рис. 20):

$$k_1 = \left.\frac{\Delta t}{\Delta x}\right|_{x=0} = 5°\text{C/см}, \qquad k_2 = \left.\frac{\Delta t}{\Delta x}\right|_{x=L} = 0{,}8°\text{C/см}.$$

Следовательно, до сосуда со смесью воды и льда доходит только $k_2/k_1 = 16\%$ теплового потока, поступающего в стержень от кипящей воды, а 84% рассеивается в окружающее пространство.

Если стержень теплоизолировать, то распределение температуры вдоль стержня будет выражаться отрезком прямой линии. Соединим прямой линией точки $t = 100$°C при $x = 0$ и $t = 0$°C при $x = L$. Наклон этой прямой, как следует из графика, равен $k_0 = 2$°C/см. Следовательно, поток тепловой энергии от кипящей воды в стержень уменьшится в $k_1/k_0 = 2{,}5$ раза, а поток энергии в сосуд со смесью воды и льда увеличится в $k_0/k_1 = 2{,}5$ раза. Во столько же раз уменьшится время таяния льда.

Критерии оценивания

Идея определения количества теплоты, протекающей по стержню, по наклону касательной к графику $t(x)$ 2
Определение наклона касательной $\Delta t/\Delta x$ на горячем конце стержня 1
Определение наклона касательной $\Delta t/\Delta x$ на холодном конце стержня 1
Определение доли тепловой энергии, рассеиваемой в окружающее пространство 2
Линейный график $t(x)$ для теплоизолированного стержня 2
Определение наклона касательной к графику $t(x)$ в случае теплоизолированного стержня 1
Определение отношения времён таяния льда в двух случаях 1

10 класс

Задача 1. Колесо с ребордой

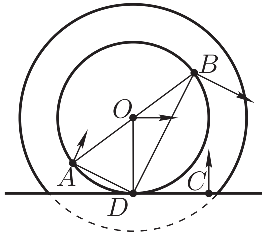


Рис. 21

1. Скорости точек A и B можно выразить через скорость поступательного движения колеса как целого и скорость вращательного движения. Но проще воспользоваться идеей о мгновенной оси вращения для тела, катящегося без проскальзывания. Обозначим точку касания колеса с рельсом буквой D. Скорость этой точки равна нулю. Ось, проходящая через точку D — мгновенная ось вращения всех точек колеса. Пусть расстояние $AD = L$, а расстояние $BD = l$ (рис. 21). Предположим, что угловая скорость вращения колеса равна ω. Тогда скорость $v_A = \omega L$, скорость $v_B = \omega l$, а скорость колеса $v_0 = \omega r$. По условию $AB = 2r$. Угол ABD прямой, так как опирается на диаметр окружности. Тогда по теореме Пифагора $L^2 + l^2 = (2r)^2$. Умножим это равенство на квадрат угловой скорости: $L^2\omega^2 + l^2\omega^2 = (2r)^2\omega^2$. Легко видеть, что получившееся выражение эквивалентно равенству $v_A^2 + v_B^2 = (2v_0)^2$. Следовательно, искомая скорость

$$v_0 = \frac{\sqrt{v_A^2 + v_B^2}}{2}.$$

2. Поскольку вектор скорости точки C направлен вертикально, эта точка должна находиться на одном уровне с рельсом, а её скорость $v_C = \omega x$, где $x = CD$. Таких точек две: по одной слева и справа от мгновенной оси вращения (точки D).

3. Пусть расстояние OC от оси колеса до точки C равно R. Ускорение любой заданной точки колеса одинаково во всех инерциальных системах отсчёта. Найдем ускорение точки в системе отсчёта движущейся, как и центр колеса, поступательно со скоростью v_0.

Ускорение

$$a_C = \omega^2 R = \left(\frac{v_0}{r}\right)^2 R.$$

Его проекция на вертикальную ось

$$a_{Cy} = a_C\frac{r}{R} = \left(\frac{v_0}{r}\right)^2 R\frac{r}{R} = \frac{v_0^2}{r} = \frac{v_A^2 + v_B^2}{4r}$$

и одинакова для всех точек колеса, находящихся на одном уровне с рельсом!

Критерии оценивания

Определение скорости v_0 5
Определение ускорения a_C 3
Определение проекции ускорения a_{Cy} 2

Задача 2. Шайба на наклонной плоскости

Изобразим на плоскости xy окружность радиуса L и введём обозначение $r = L + z$ (рис. 22). Здесь z — деформация пружины. Рассмотрим силы, действующие на шайбу: $F_{\text{упр}} = kz$ — упругая сила, $mg\sin\alpha$ — составляющая силы тяжести вдоль плоскости (рис. 23).

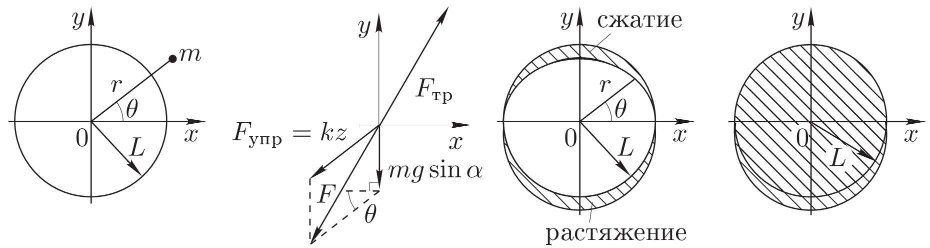


Рис. 22 Рис. 23 Рис. 24 Рис. 25

Равнодействующая F этих сил может быть найдена с помощью теоремы косинусов:

$$F^2 = (kz)^2 + (mg\sin\alpha)^2 + 2\cdot kz\cdot mg\sin\alpha\cdot\sin\theta.$$

Сила F не может превышать по модулю максимальную силу трения покоя:

$$F_{\text{тр. max}} = \mu mg\cos\alpha,$$

$$F \leqslant F_{\text{тр. max}} = mg\sin\alpha \quad (\text{так как } \operatorname{tg}\alpha = \mu).$$

В итоге получаем уравнение, определяющее границы областей равновесия:

$$(kz)^2 + 2kz\cdot mg\sin\alpha\cdot\sin\theta = 0.$$

Это уравнение имеет два корня:
1. $z = 0$ — граница совпадает с окружностью радиуса L.
2. $z = -\dfrac{2mg}{k}\sin\alpha\sin\theta = -A\sin\theta$, где $A = \dfrac{2mg}{k}\sin\alpha > 0$.

I случай: пружина работает как на растяжение, так и на сжатие (рис. 24):

$$0 \leqslant \theta \leqslant \pi \qquad \text{— сжатие},$$

$$\pi \leqslant \theta \leqslant 2\pi \qquad \text{— растяжение}.$$

$$\mathrm{x} = (L+z)\cos\theta = (L - A\sin\theta)\cos\theta = L\cos\theta - \frac{A}{2}\sin 2\theta,$$

$$\mathrm{y} = (L+z)\sin\theta = (L - A\sin\theta)\sin\theta = L\sin\theta - A\sin^2\theta.$$

II случай: пружина работает только на растяжение (рис. 25). В этом случае вся область внутри окружности радиуса L является равновесной, так как отсутствуют упругие силы. К этой области добавляется область растяжения из I случая. Значениям $0 \leqslant \theta \leqslant \pi$ соответствует $r = L$, $\pi \leqslant \theta \leqslant 2\pi$ — граница области, как в I случае.

Критерии оценивания

Условие равновесия шайбы 2
Уравнение для границ областей равновесия 2
Определение границ областей равновесия в I случае (пружина) 2
График областей равновесия в I случае 1
Определение границ областей равновесия во II случае (резинка) 2
График областей равновесия во II случае 1

Задача 3. Сложный конденсатор

Первоначальная ёмкость конденсатора (то есть ёмкость между пластинами b и c) равна

$$C_0 = \frac{\varepsilon_0 S}{l} = 0{,}44\ \text{нФ}.$$

После замыкания ключа K и установления нового равновесного состояния все токи обращаются в ноль и, следовательно, разность потенциалов между крайними пластинами также обращается в ноль. Эквивалентная схема сложного конденсатора имеет вид, показанный на рисунке 26. Ёмкость сложного конденсатора равна $C = 2C_0 = 0{,}89$ нФ. Следовательно, при замыкании ключа ёмкость изменилась на $\Delta C = 2C_0 - C_0 = C_0$.

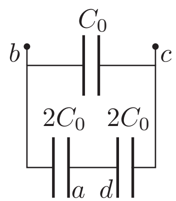


Рис. 26

Применим закон сохранения энергии:

$$A_{\text{бат}} = \Delta W_{\text{э}} + \Delta Q,$$

где $A_{\text{бат}}$ — работа батареи.

$$A_{\text{бат}} = \mathscr{E}\Delta q = \mathscr{E}^2 \Delta C = \mathscr{E}^2 C_0,$$

где Δq — заряд, протёкший через батарею после замыкания ключа K.

Изменение ΔW электрической энергии сложного конденсатора равно:

$$\Delta W_{\text{э}} = W_2 - W_1 = \frac{\mathscr{E}^2 \cdot 2C_0}{2} - \frac{\mathscr{E}^2 C_0}{2} = \frac{\mathscr{E}^2 C_0}{2}.$$

Таким образом, количество теплоты, выделившейся в схеме на обоих резисторах, равно:

$$\Delta Q = A_{\text{бат}} - \Delta W_{\text{э}} = \frac{\mathscr{E}^2 C_0}{2} = \frac{\mathscr{E}^2 \varepsilon_0 S}{2l} \approx 3{,}2\ \text{мкДж}.$$

Критерии оценивания

Эквивалентная схема сложного конденсатора 1
Расчёт ёмкости сложного конденсатора 2

Применение закона сохранения энергии 2
Определение работы батареи 2
Определение изменения электростатической энергии 1
Формула для количества теплоты 1
Численное значение 1

Задача 4. Минимальная скорость протона

1. По принципу суперпозиции потенциал $\varphi_{\text{а}}$ в центре кольца равен

$$\varphi_{\text{а}} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}.$$

Потенциальная энергия $W_{\text{а}}$ протона в центре кольца:

$$W_{\text{а}} = \frac{Qe}{4\pi\varepsilon_0 R}.$$

По закону сохранения энергии $W_{\text{а}} = m_p v^2/2$. Тогда

$$v_{\text{а}\,\min} = \sqrt{\frac{2W_{\text{а}}}{m_p}} = \sqrt{\frac{Qe}{2\pi\varepsilon_0 R m_p}} = 5{,}9 \cdot 10^5\ \text{м/с}.$$

2. Найдём потенциал $\varphi_{\text{б}}$ в центре равномерно заряженного диска. Поверхностная плотность заряда на диске $\sigma = Q/S = Q/(\pi R^2)$. Рассмотрим элементарное кольцо радиусом r и толщиной dr. Заряд этого кольца равен

$$dq = \sigma \cdot 2\pi r \cdot dr = \frac{2Qr dr}{R^2}.$$

Потенциал, создаваемый элементарным кольцом в его центре, равен

$$d\varphi_{\text{б}} = \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r} = \frac{Q dr}{2\pi\varepsilon_0 R^2}.$$

Отсюда потенциал в центре диска:

$$\varphi_{\text{б}} = \int\limits_0^R \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 R^2} dr = \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 R}.$$

Как видно, $\varphi_{\text{б}} = 2\varphi_{\text{а}}$. Следовательно, $W_{\text{б}} = 2W_{\text{а}}$, и тогда

$$v_{\text{б}\,\min} = \sqrt{2} v_{\text{а}\,\min} = 8{,}3 \cdot 10^5\ \text{м/с}.$$

Критерии оценивания

Потенциал в центре кольца 2
Формула для $v_{\min}$ в случае кольца 1

Задача 5. Смесь воздуха и пара

Предположим, что эксперимент проводится при температуре T. Очевидно, что насыщение пара наступает в точке излома изотермы. Тогда для объёмов $V > 5$ л уравнение газового состояния в соответствии с законом Дальтона имеет вид:

$$p_1V_1 = (\nu_1 + \nu_2)RT, \qquad (3)$$

где ν_1 — количество молей воздуха в сосуде, а ν_2 — количество молей паров жидкости в сосуде, V_1 — любой объём, превышающий 5 л, а p_1 — соответствующее ему давление в сосуде (рис. 27).

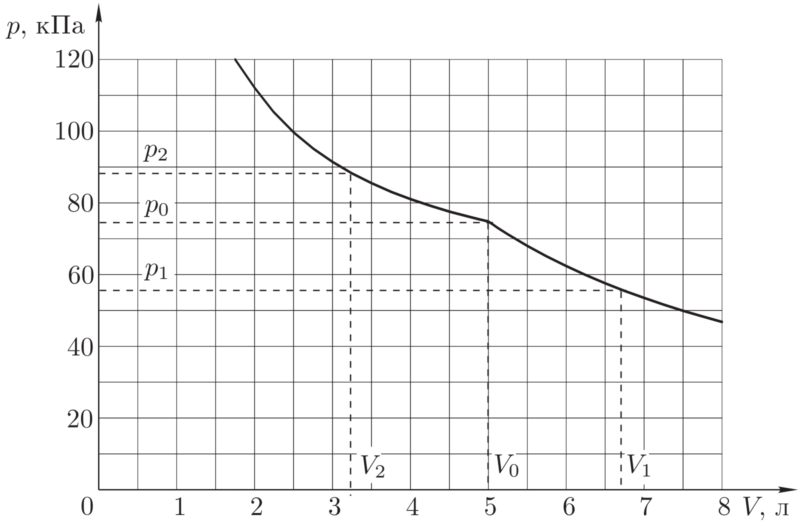


Рис. 27

Для объёмов $V < 5$ л давление в сосуде складывается из давления воздуха и давления насыщенного пара. Уравнение газового состояния имеет вид:

$$p_2V_2 = p_{\text{Н}}V_2 + \nu_1RT, \qquad (4)$$

где V_2 — любой объём, не превышающий 5 л.

Изотермы (3) и (4) пересекаются в точке (V_0, p_0), следовательно, при $V = V_0$ имеем:

$$\nu_2RT = p_{\text{Н}}V_0. \qquad (5)$$

Подставляя (4) и (5) в (3) и решая полученное уравнение относительно $p_{\text{Н}}$, находим:

$$p_{\text{Н}} = \frac{p_1V_1 - p_2V_2}{V_0 - V_2} \approx 50 \text{ кПа}. \qquad (6)$$

Следует заметить, что для получения более точного численного результата целесообразно с помощью графика на рисунке 27 вычислить несколько произведений p_1V_1 для различных объемов $V > 5$ л и усреднить полученные значения. Аналогичным образом, вычисление окончательного результата с помощью выражения (6) следует проводить для нескольких значений V_2 и соответствующих ему значений p_2. При построении графика использовались численные значения: $T = 300$ К, $\nu_1 = 0{,}05$ молей, $\nu_2 = 0{,}1$ молей, $p_{\text{Н}} = 50$ кПа.

Внутренняя энергия смеси при $V > 5$ л вычисляется по формуле:

$$U = \frac{5}{2}\nu_1RT + 3\nu_2RT.$$

С учётом выражений (5) и (6) формула приобретает вид:

$$U = \frac{5}{2}(p_0 - p_{\text{Н}})V_0 + 3p_{\text{Н}}V_0 \approx 1060 \text{ Дж}.$$

Критерии оценивания

11 класс

Задача 1. Груз с пружинами

Введем обозначения: x — смещение груза из первоначального положения, $y = ut$ — смещение правого конца пружины II (рис. 28).

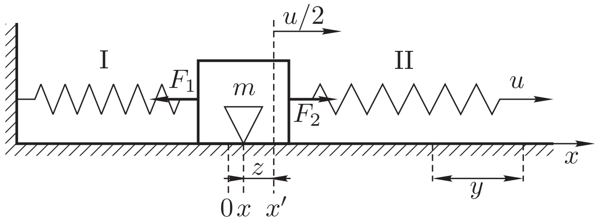


Рис. 28

На груз действуют упругие силы:

$$F_1 = kx, \qquad F_2 = (y - x)k = (ut - x)k.$$

Результирующая сила:

$$F = F_2 - F_1 = kut - kx - kx = k(ut - 2x).$$

Второй закон Ньютона (уравнение движения груза) запишется в виде:

$$ma_x = k(ut - 2x).$$

Перейдем теперь в систему отсчета, движущуюся с постоянной скоростью $u/2$ относительно «неподвижной» системы. Обе системы инерциальные, поэтому ускорения груза в обеих системах одинаковы: $a_x = a_z$. В момент времени t начало координат новой системы находится в точке $x' = t \cdot u/2$. Координата груза в этот момент времени равна: $z = -(x' - x) = -x' + x$. Второй закон Ньютона в «движущейся» системе отсчета запишется в виде:

$$ma_z = k(ut - 2z - ut) = -2kz.$$

Это уравнение свободных колебаний груза с угловой частотой

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{2k}{m}}.$$

В момент времени $t = 0$ груз находится в начале координат «движущейся» системы $z_0 = 0$ и имеет скорость $v_0 = -u/2$. Через полпериода колебаний

$$\Delta t = \frac{T}{2} = \frac{\pi}{\omega_0} = \pi\sqrt{\frac{m}{2k}}$$

скорость груза в этой системе будет равна $+u/2$ и он снова будет находиться в точке $z = 0$. Следовательно, в «неподвижной» системе скорость груза в этот момент будет равна u, а его координата

$$x = \frac{u}{2}\Delta t = \frac{\pi}{2}u\sqrt{\frac{m}{2k}}.$$

Критерии оценивания

Определение результирующей силы, действующей на груз 1
Запись второго закона Ньютона 1
Переход в движущуюся систему отсчёта 2
Уравнение движения груза 2
Определение частоты свободных колебаний 1
Учёт начальных условий 1
Время достижения грузом скорости u 1
Определение координат груза в момент достижения скорости u 1

Задача 2. Вращение заряженного цилиндра

При вращении цилиндра возникает круговой ток, создающий магнитное поле внутри цилиндра. Полная сила тока, текущего по поверхности цилиндра, равна $I = \sigma vL$, где v — линейная скорость зарядов. Ток, приходящийся на единицу длины цилиндра, $i = I/L = \sigma v$. Магнитное поле B внутри цилиндра совпадает с магнитным полем длинной катушки:

$$\mathrm{B} = \frac{\mu_0 I}{L} = \mu_0\sigma v.$$

Плотность магнитной энергии $w_\mathrm{M} = B^2/(2\mu_0) = \mu_0\sigma^2 v^2/2$. Полная энергия магнитного поля $W_\mathrm{M} = w_\mathrm{M} \cdot \pi R^2 L = kv^2/2$, где $k = \pi\mu_0\sigma^2 R^2 L$.

Кинетическая энергия вращающегося цилиндра и груза $W_\mathrm{K} = (m+M)v^2/2$.

Если координатную ось x направить вниз, то потенциальная энергия груза запишется в виде $W_\Pi = -mgx + \mathrm{const}$.

Запишем теперь закон сохранения энергии, включая механическую энергию вращающегося цилиндра и груза и энергию магнитного поля внутри цилиндра:

$$W_\mathrm{K} + W_\Pi + W_\mathrm{M} = \mathrm{const} \qquad \text{или} \qquad \big(m + M + k\big)\frac{v^2}{2} - mgx = \mathrm{const}\,.$$

Принимая во внимание, что $v = \dfrac{dx}{dt}$ и $a = \dfrac{dv}{dt}$, получим, продифференцировав это уравнение по времени:

$$a = \frac{mg}{m + M + k} = \frac{mg}{m + M + \pi\mu_0\sigma^2 R^2 L}.$$

Критерии оценивания

Выражение для силы поверхностного тока 1
Вычисление магнитной индукции 1
Формула для плотности магнитной энергии 2
Полная энергия магнитного поля 1
Кинетическая энергия вращающегося цилиндра 1
Потенциальная энергия груза 1
Закон сохранения энергии 2
Определение ускорения груза 1

Задача 3. Заряженный мыльный пузырь

1. Найдём давление на пузырь, обусловленное электростатическими силами. Рассмотрим малый элемент ΔS поверхности. Напряжённость электрического поля E_0, действующего на него, по модулю равна напряжённости поля E_1, создаваемого им самим вблизи его поверхности (это следует, например, из того, что напряжённость поля внутри пузыря должна быть равна нулю). Тогда на него действует сила

$$F_э = E_0 \cdot \frac{Q\Delta S}{4\pi R^2}, \qquad \text{где} \qquad E_0 = E_1 = \frac{1}{2\varepsilon_0} \cdot \frac{Q}{4\pi R^2}.$$

Таким образом давление на пузырь, обусловленное электростатическими силами:

$$p_э = \frac{F_э}{\Delta S} = \frac{Q^2}{32\pi^2\varepsilon_0 R^4}.$$

Давление сил поверхностного натяжения равно $p_\sigma = -4\sigma/R$. Суммарное давление равно $p = p_э + p_\sigma$. В равновесном состоянии $p = 0$:

$$\frac{Q^2}{32\pi^2\varepsilon_0 R_0^4} - \frac{4\sigma}{R_0} = 0.$$

Следовательно, равновесный радиус

$$R_0 = \sqrt[3]{\frac{Q^2}{128\pi^2\varepsilon_0\sigma}} \approx 3{,}0 \text{ см}.$$

2. Если радиус пузыря отклонился от равновесного значения R_0, то сила, которая действует на малый элемент ΔS поверхности, может быть записана в виде:

$$F = p\Delta S = 4\sigma\left(\frac{R_0^3}{R^4} - \frac{1}{R}\right)\Delta S.$$

При малых изменениях радиуса ($\Delta R \ll R_0$) выражение для силы имеет вид:

$$F = \frac{dp}{dR}\bigg|_{R=R_0} \cdot \Delta R \cdot \Delta S = 4\sigma\Delta R\Delta S\left(-\frac{4R_0^3}{R^5} + \frac{1}{R^2}\right)\bigg|_{R=R_0} = -\frac{12\sigma}{R_0^2}\Delta R\Delta S.$$

Знак «$-$» означает, что равновесное состояние пузыря устойчиво. Применим второй закон Ньютона к элементу поверхности ΔS массы Δm:

$$\Delta m\Delta\ddot{R} = -\frac{12\sigma}{R_0^2}\Delta R\Delta S, \qquad \Delta m = \frac{m\Delta S}{4\pi R_0^2}, \qquad \text{откуда} \qquad \Delta\ddot{R} + 48\frac{\pi\sigma}{m}\Delta R = 0.$$

Это уравнение свободных колебаний с круговой частотой $\omega = \sqrt{48\pi\sigma/m}$. Таким образом,

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \sqrt{\frac{\pi m}{12\sigma}} \approx 16 \text{ мс}.$$

3. Скорость разлёта брызг можно оценить из закона сохранения энергии. Пренебрегая поверхностной энергией, получим:

$$\frac{1}{2}\frac{Q_1^2}{4\pi\varepsilon_0 R_0} = \frac{mv^2}{2}, \qquad \text{откуда} \qquad v = \sqrt{\frac{100Q^2}{4\pi\varepsilon_0 R_0 m}} \approx 94 \text{ м/с}.$$

Критерии оценивания

Формула давления внутри пузыря из-за сил поверхностного натяжения 1
Давление, обусловленное электростатическими силами 2
Условие равновесия пузыря 1
Определение равновесного радиуса (формула и численное значение) 1
Вычисление силы, действующей на элемент плёнки при нарушении равновесия 2
Уравнение колебаний пузыря 1
Определение периода колебаний (формула и численное значение) 1
Оценка скорости разлёта брызг 1

Задача 4. Использование энергии морских волн

Работа, произведённая водой, может быть представлена в виде двух слагаемых: A_1 и A_2.

1. Сначала происходит адиабатическое сжатие:

$$\mathrm{A}_1 = \Delta U = \nu C_V \Delta T = \nu\frac{5}{2}R(T_2 - T_1), \qquad (7)$$

где ν — количество газа над поршнем. Уравнение адиабаты:

$$\frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{7/5}, \qquad \text{откуда} \qquad \frac{T_2}{T_1} = \frac{p_2V_2}{p_1V_1} = \frac{p_2}{p_1}\left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{5/7}.$$

Таким образом, $T_2 = T_1\left(\dfrac{p_2}{p_1}\right)^{2/7} \approx 280 \cdot 6^{2/7} \approx 468$ К.

Число молей $\nu = \dfrac{p_1V_1}{RT_1} \approx 10$ моль.

Подставляя найденные значения в (7), получим $A_1 \approx 39$ кДж.

2. Так как давление после открытия клапана K_1 не изменяется, то второй процесс изобарный:

$$A_2 = p_2 \Delta V = p_2 V_2 = p_1 V_1 \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{5/7} \approx 6{,}5 \text{ кДж}.$$

Окончательно получим: $A = A_1 + A_2 \approx 38{,}9 + 6{,}5 = 45{,}4$ кДж.

Критерии оценивания

Формула для работы при адиабатическом сжатии 1
Уравнение адиабаы в координатах p и V 2
Уравнение адиабаы в координатах p и T 2
Определение числа молей 1
Численное значение работы при адиабатическом сжатии 1
Определение работы на изобарном участке 2
Вычисление полной работы 1

Задача 5. Оптическая система

Из обратимости хода лучей следует, что результат решения задачи не зависит от того, какая из стрелок a или b, заданных в условии, является предметом, а какая его изображением в системе линза–зеркало. Так как стрелки a и b параллельны линзе, то их изображения A и B тоже параллельны линзе и, следовательно, друг другу. А поскольку A и B параллельны друг другу, то они параллельны и зеркалу, причём прямая, проходящая через их концы, параллельна главной оптической оси. Следовательно, луч, распростроняющийся вдоль этой прямой, преломляясь в линзе, пройдёт через фокус и концы стрелок A и B.

Таким образом, построение будем проводить в следующем порядке (рис. 29):

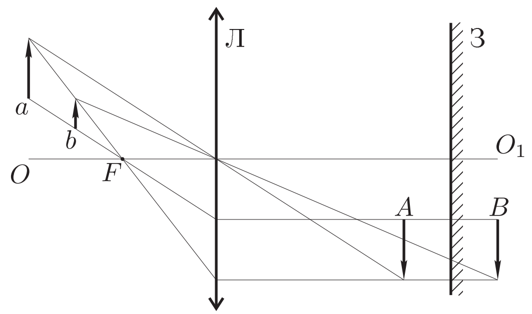


Рис. 29

1. Построим главную оптическую ось линзы OO_1, которая проходит через оптический центр перпендикулярно плоскости линзы.
2. Проведём лучи, проходящие через начала и концы предмета и его изображения. Эти лучи должны пересекать оптическую ось в фокусе линзы.

3. Задний фокус линзы находится стандартным построением.
4. Одна из стрелок a или b, указанных в условии, является предметом, а другая — его изображением в системе линза–зеркало. Построим изображения этих стрелок в линзе, используя обратимость хода лучей. Для этого используем стандартные лучи — проходящие через фокус линзы и через её центр. Получим изображения A и B.
5. Одна из стрелок A или B является предметом по отношению к плоскому зеркалу, а другая — его изображением. Следовательно, плоское зеркало должно располагаться посередине между стрелками A и B.

Критерии оценивания

Построение оптической оси 1
Определение положения переднего фокуса 2
Определение положения заднего фокуса 1
Идея обращения хода лучей или эквивалентные построения 2
Определение положений «предмета» и «изображения» в плоском зеркале .. 2
Определение положения плоского зеркала 1
Вывод о независимости ответа от того, какая из стрелок, заданных в условии, является предметом, а какая — его изображением 1

Комплект задач одобрен методической комиссией по физике
при центральном оргкомитете Всероссийских олимпиад школьников
Телефоны: (495) 408-80-77, 408-86-95
E-mail: **physolymp@mail.ru**

Авторы задач

9 класс	10 класс	11 класс
1. Воробьёв И. И.	1. Воробьёв И. И.	1. Воробьёв И. И.
2. Воробьёв И. И.	2. Воробьёв И. И.	2. Гостев В. А.

С благодарностью за участие в подготовке задач экспериментального тура V этапа Всероссийской олимпиады школьников по физике
Брагину О. А.

Общая редакция – Боровков В. И., Воробьёв И. И.

Подписано в печать 19 апреля 2008 г.

630090, г. Новосибирск
Новосибирский государственный университет.

9 класс

Задача 1. Найти «конфету».

В одной коробке к дну прилипла «конфета», другая такая же коробка пуста. Не открывая коробок, найдите ту, что с конфетой, определите как можно точнее положение центра конфеты и укажите его крестиком на крышке с миллиметровкой. Обоснуйте и опишите свои действия.

Оборудование: скотч (тонкая клейкая лента), ножницы, белая нить, стол, карандаш, линейка, две коробки с наклеенной миллиметровкой.

Возможное решение

Подвешивая коробки на углу стола или на линейке находим и отмечаем их центры масс. Соединяем скотчем две коробки в прямоугольник, находим общий центр масс. Полученные четыре точки позволяют найти центр конфеты: он находится на точке пересечения соответствующих прямых. Бифиллярный (двухниточный) подвес коробок на линейке и нитка с привязанными ножницами в качестве отвеса позволяют найти центр конфеты с хорошей точностью. Коробки не совсем симметричны, поэтому фактический центр масс коробок немного отклоняется от точки пересечения диагоналей.

Примерная разбаловка из 10 баллов

1. Идея метода, обеспечивающего хорошую точность, – 2 балла.
2. Наличие измерений, позволяющих найти центр конфеты – 3 балла.
3. Повтор измерений, выбор способа и мест подвески, способа склеивания – 2 балла.
4. Нахождение центра конфеты при ≤10 мм отклонении от фактического положения – 1 балл, ≤ 5 мм – 2 балла, ≤ 2 мм – 3 балла.

Задача 2. Линейка и нить

Используя только предложенное оборудование, определите как можно точнее площадь всей поверхности отрезка деревянной линейки с кривым краем.

Оборудование: отрезок линейки, отрезок чёрной нити, скотч.

Примечание: использовать отрезок нити, прилагающийся к задаче.

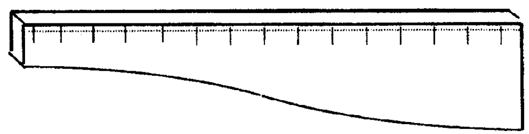
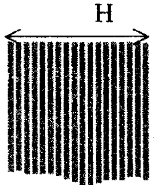


Рис. 1

Возможное решение

При плотной обмотке отрезка линейки нитью площадь поверхности S (без площади двух торцов) можно оценить как $S = Ld$, где L длина намотанной нити, а d её диаметр. При длине H отрезка с плотной намоткой диаметр d

= H/N, где N число витков (см. рис.2). Поэтому S = LH/N. Длину нити L можно измерить отрезком линейки.

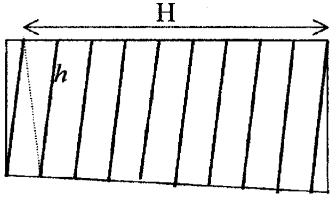


Однако на такую обмотку выданной нити не хватит. Можно измерить площади участка за участком, а затем сложить их. Потребуется большой объём измерений и счёта при заметной погрешности из-за стыковки участков.

Но абсолютно плотная обмотка не обязательна!

Рис.2

Равномерно обмотаем нитью весь отрезок линейки, чтобы расстояния h между соседними витками были малы и одинаковы, в чём можно убедиться по делениям линейки (рис. 3). Это h теперь выступает в роли диаметра. В частности h = H/N, где N число витков на всей длине отрезка. По длине намотанной нити L определится и площадь боковой поверхности (за исключением двух торцов) S ≈ h L = HL/N.



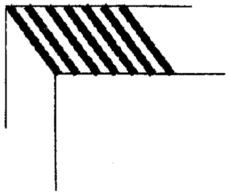


Рис.3 Рис. 4

При числе витков N ≈ 50 погрешность, связанная с особенностью концевых участков, не больше 1/50. Если ввести поправку на концевые участки, то эта погрешность станет меньше 1%. Другая погрешность состоит в том, что площади наклонных полосок рассчитываются как площади прямоугольников. Если учесть, что полоска длины l при малом d и плавном искривлении, представляют собой практически параллелограмм, то его площадь $s = hl/\sqrt{1+(h/2l)^2} \approx hl$. Поскольку $(h/2l)^2 \approx (H/2L)^2 \approx (1/20)^2$, то относительная точность заведомо лучше 0,5%. Основная погрешность связана с неучётом площади торцов, она при толщине линейки в 2 мм и длине отрезка 70 мм составляет (2/70)100 ≈ 3%. Можно, глядя на ребро с угла (рис. 4), оценить число витков на квадратике ребра, а тогда примерно с 10% точностью и площадь торцов. Это снизит общую погрешность с 3% до 0,3%. При проверке с помощью микрометра и миллиметровки в грубом варианте фактическая погрешность меньше 5%, а при «концевых» и «торцевых» поправках меньше 1%.

Примерная разбаловка из 10 баллов

1. Идея метода, обеспечивающего хорошую точность, – 2 балла.
2. Измерения – 2 балла.
3. Идеи поправок, внесение поправок – 2 балла.
4. Анализ источников погрешностей – 1 балла.

5. Оценка основных погрешностей – 1 балл.
6. Результат при ≤5% отклонении от «точного» – 1 балл, ≤ 2% – 2 балла.

10 класс

Задача 1. Отношение ускорений

Одна цилиндрическая банка пуста, другая заполнена жидкостью. Не используя часов, найдите отношение их ускорений при скатывании по наклонной доске. Проверьте, зависит ли это отношение от наклона доски.

Оборудование: пустая стеклянная банка и банка с жидкостью, портновский сантиметр, скотч, наклонная доска, бруски для изменения наклона доски и ловли банок.

Примечание: на доске разрешается сделать разметку карандашом.

Возможное решение

Одновременно отпускаем банки и фиксируем место, где одна догонит другую. При постоянном ускорении отношение ускорений равно отношению одновременно пройденных путей $a_1 : a_2 = L_1 : L_2$. Отношение ускорений не зависит от наклона и близко к 2.

Примерная разбаловка из 15 баллов

1. Идея метода, обеспечивающего хорошую точность, – 3 балла
2. Измерения – 2 балла
3. Измерения с другими наклонами – 1-2 балла.
4. Повторение, оптимальный выбор путей – 2 балла.
5. Оценка основных погрешностей и суммарной погрешности – 2 балла.
6. Полнота и качество представления данных и результатов – 2 балла.
7. Результат при ≤10% отклонении от «точного» – 1 балл, ≤ 5% – 2 балла.

Задача 2. Найти невидимое.

У термометра открыта шкала в диапазоне от 30 до 50°С. Нагрейте его в стакане с горячей водой до температуры чуть выше 50°С, вытащите и вытрите термометр, положите его на салфетку. Проведите необходимые измерения, чтобы установить зависимость скорости изменения показаний (ΔT/Δt) термометра от его показаний (температуры T). Постройте график зависимости |ΔT/Δt| от T. Используя только предлагаемое оборудование, определите температуру воздуха в аудитории (обоснуйте способ и найдите значение).

Оборудование: термометр, с частично заклееной шкалой, стакан, источник горячей воды в аудитории, салфетки, часы, показывающие секунды.

Возможное решение

С помощью часов и видимых показаний термометра, составляем таблицу (строим график) зависимости температуры термометра от времени T(t) в доступном диапазоне температур. Скажем, измеряя время при охлаждении на 2-1° от температуры 50° до 30°C, можно получить 8-10 точек. Возможно, используя часы в режиме секундомера, засекать время Δt изменения температуры в заданном интервалах температуры от 50 до 46°C , от 46 до 44°C и так далее, повторно подогревая и вытирая термометр.

Средняя скорость изменения температуры $\Delta T/\Delta t$ находится по соответствующим приращениям. Можно эту скорость относить или к начальной, или к конечной температуре интервала. Но точнее относить к средней температуре интервала, что заметно снизит погрешность. По полученному графику зависимости $|\Delta T/\Delta t|$ от T (рис. 5) можно заметить, что в области 30 – 40° точки лежат почти на прямой (отступления от прямой заметны лишь в районе максимальной температуры). Считая, что такой характер зависимости скорости охлаждения от температуру сохранится в дальнейшем, можно найти температуру T_k, при которой скорость изменения температуры станет нулевой.

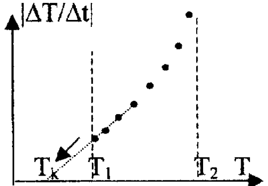


Рис. 5

Это указывает на тепловое равновесие, когда температура термометра сравнивается с температурой среды и перестаёт меняться. Продолжая по прямой полученный график до точки, где $|\Delta T/\Delta t| = 0$, мы получаем значение комнатной температуры T_k.

Поскольку интервал температур, в котором установлен практически линейный характер зависимости скорости охлаждения от температуры термометра $dT/dt = A - kT$, заметно превышает разницу между между нижней границей измеряемых температур T_1 и T_k, то наш метод достаточно надёжен.

Использование формулы для потока тепла $N = \alpha(T_k - T)$ и вывод из неё выражения $dT/dt = k(T_k - T)$ полезны для осознания задачи, но не обязательны и не заменяют прямых измерений. Ведь сама эта формула приближённая. Скажем, для температур порядка 45°C уже заметны отклонения от линейного закона, вызванные конвективной передачей тепла.

Примерная разбаловка из 15 баллов

1. Идея метода, обеспечивающего в принципе хорошую точность, – 3 балла.
2. Измерения, 2 балла.
3. Представление данных и результатов, грамотная обработка – 3 балла.
4. График $|dT/dt|$ от T – 2 балла.
5. Идея нахождения комнатной температуры по экстраполяции – 1 балл
6. Оценка основных погрешностей и суммарной погрешности – 2 балла
7. Результат при отклонении от «точного» на 2-5° – 1 балл, менее 2° – 2 балла.

11 класс

Задача 1. Лампа накаливания

На цоколе лампы от фонарика указаны её номинальные напряжение $U_н$ и ток $I_н$. Рассчитайте по ним её номинальное сопротивление $R_н$. Переключив указанный мультиметр в режим измерения сопротивления, непосредственно определите сопротивление лампы R_o. Найдите отношение этих сопротивлений $R_н/R_o$ и объясните, почему они так заметно отличаются.

Переключите указанный мультиметр в режим измерения тока, а второй – в режим измерения напряжения и снимите вольтамперную характеристику лампы (зависимость тока I через лампу от поданного напряжения U). Определите ток при $U = U_н$ и сопротивление лампы. Определите сопротивление лампы при предельно малых измеряемых токах R_{min} и сравните его с R_o. Если они отличаются, то в чём причина отличия?

Постройте график зависимости мощности лампы N от её сопротивления R. При температуре T, много большей комнатной температуры $T_к$ (по шкале Кельвина), сопротивление нити накала $R \approx R_к T/T_к$, где $R_к$ сопротивление при комнатной температуре. Оцените, исходя из измерений, температуру нити накала при номинальном напряжении. Найдите мощность лампы при этой температуре и температуре меньшей на 30%.

Оборудование: лампа от фонарика, батарея, два мультиметра, переменное сопротивление, соединительные провода, миллиметровка.

Возможное решение

При постоянном сопротивлении лампы её вольтамперная характеристика была бы линейной (*U/I = const*). Однако, сопротивление зависит от температуры и растёт по мере её роста. Поэтому вольтамперная характеристика является нелинейной. Сопротивление у раскалённой нити накала при номинальном напряжении примерно в 7 раз больше, чем у «холодной» нити накала (при малом токе). Температура нити накала устанавливается из баланса выделяющееся на ней мощности $N = UI$ и мощности оттока тепла из-за теплопроводности, конвекции и теплового излучения, которые зависят от температуры нити накала и температуры окружающей среды.

При измерении сопротивления мультиметром в режиме омметра через лампу течёт некоторый ток, если он отличается от минимального тока при снятии вольтамперной характеристики, то у нити накала другая температура, а значит и другое сопротивление.

По измеренным значениям напряжения U и тока I находится как мощность $N = UI$, так и сопротивление $R = U/I$, а тем самым построить график зависимости N от R. Приведённое в условии приближённое выражение для сопротивления нити накала позволяет этот график рассматривать как приближённый график зависимости мощности от температуры (при температуреT заметно большей комнатной). Считая, что R_o или R_{min} отвечает температуре близкой к комнатной (≈300 К), можно оценить температуру нити накала по измеренному сопротивлению R. Мощности же находятся из графика по сопротивлению $R_н$ при номинальном напряжении и сопротивлению $R_x = 0{,}7\,R_н$.

Примерная разбаловка из 15 баллов

1. Измерение R_o и нахождение отношения $R_н/R_o$ – 1 балл.
2. Объяснение заметного отличия $R_н$ и R_o – 1 балл.
3. Схема для нахождения вольтамперной характеристики – 1 балл.
4. Вольтамперная характеристика (таблица, график) – 2 балла.
5. Ток и сопротивление при $U = U_н$ – 1 балл.
6. Сопротивление R_{min}, сравнение с R_o, причина отличия – 2 балла.
7. График N от R – 2 балла.
8. Оценка температуры нити накала – 1 балл.
9. Нахождение мощностей – 2 балл.
10. Качество представления данных и результатов, обработка – 2 балла.

Задача 2. Толщина стекла

Стеклянный брусок с приклееной на одну грань фольгой находится в оболочке, исключающей прямое измерение толщины. Противоположная грань покрыта полупрозрачным скотчем, в котором имеется небольшое отверстие. Используя предложенное оборудование, определите толщину стекла между указанными гранями и его показатель преломления. Оцените погрешности.

Оборудование: стеклянный брусок в оболочке, лазерная указка, карандаш, миллиметровка, угольник, скотч…

Примечание: включайте лазерные указки лишь на время измерений.

Возможное решение

Фиксируем лазерную указку на горизонтальном листе миллиметровки. Расположим на том же листе брусок так, чтобы луч от него попадал на отверстие (точка О на рис. 6). Свет, прошедший через отверстие и отразившийся от фольги в точке В, образует видимое пятнышко на полупрозрачном скотче (точка В на рис. 6). Если исходно сориентировать указку, чтобы луч АО шёл по линии миллиметровки, то измерение синуса угла падения α не составляет проблемы. Измеряем угольником длину отрезка ОС, а на перпендикулярной АО линии миллиметровке OD находим проекцию точки С точку С`. Длина отрезка СС` $h = L\sin\alpha$, где L длина ОС. Для изменения α поворачиваем брусок, оставляя на месте миллиметровку и указку.

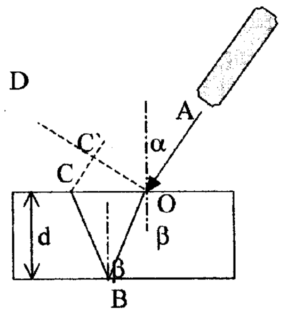


Рис. 6

Для нахождения толщины стекла d по измеряемым значениям h и L воспользуемся законами преломления и отражения. Если показатель преломления стекла равен n, то $n\sin\beta = \sin\alpha$, а $L = 2d\,tg\beta$, где β угол преломления. Отсюда $L^2 = 4d^2\sin^2\alpha/(n^2 - \sin^2\alpha)$ и $n^2 - \sin^2\alpha = 4d^2\sin^2\alpha/L^2$. В непосредственно же измеряемых величинах $n^2 - h^2/L^2 = 4d^2h^2/L^4$. Этого достаточно, чтобы по двум измерениям найти n и d. Но есть смысл провести большее число измерений, чтобы уменьшить влияние случайной ошибки. Пусть $y = h^2/L^2$, а $x = 4h^2/L^4$, тогда $y = n^2 - d^2x$. По экспериментальным точкам построим график y от x, а по его наклону найдём искомое d. Значение же n^2 отвечает точке y_0 при $x = 0$ на этом графике. Такая обработка позволит равноправно учесть разные измерения, а по отклонению точек от прямой оценить возможные отклонения.

Погрешности велики при малом α (измерение малых расстояний по миллиметровой сетке), при α же близком к 90° почти не видно пятнышко отражённого света. Поэтому разумно ограничиться диапазоном углов примерно от 30 до 60°.

Примерная разбаловка из 15 баллов

1. Метод измерения, обеспечивающего хорошую точность, – 2 балла.
2. Измерения, минимально необходимые, – 2 балла.
3. Наличие дополнительных измерений – 1 балла.
4. Рассчётные формулы (способ) для нахождения d и n (2 + 2) – 4 балла.
5. Указание и оценка основных погрешностей и суммарной погрешности – 2 балла.
6. Результат для d при ≤10% отклонении от «точного» – 1 балл, ≤ 5% – 2 балла.
7. Результат для n при ≤10% отклонении от «точного» – 1 балл, ≤ 5% – 2 балла.