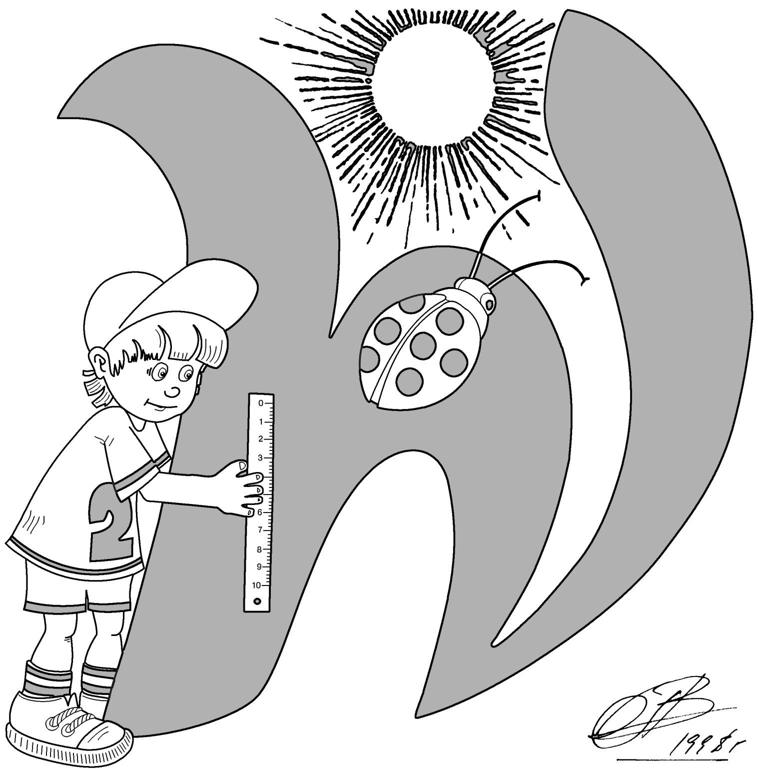
Федеральное агентство по образованию
Центральный оргкомитет Всероссийских олимпиад

XXXVIII Всероссийская олимпиада школьников по физике

Заключительный этап

Теоретический тур

Методическое пособие



Ярославль, 2003/2004 уч.г.

Комплект задач подготовлен методической комиссией по физике
Центрального оргкомитета Всероссийских олимпиад школьников
Министерства образования и науки Российской Федерации
Телефоны: (095) 408-80-77, 408-86-95.
E-mail: **fizolimp@mail.ru** (с припиской **antispam** к теме письма)

Авторский коллектив — Александров Д., Бутиков Е., Воробьев И., Егоров М., Иоголевич И., Козел С., Муравьев В., Можаев В., Подлесный Д., Чивилев В., Чудновский А.

Общая редакция — Козел С.

Техническая редакция — Александров Д., Слободянин В., Чудновский А.

Оформление и верстка — Чудновский А., Щербаков Р., Егоров М., Ильин А.

При подготовке оригинал-макета
использовалась издательская система $\LaTeX\,2_\varepsilon$.

Подписано в печать 14 марта 2005 г. в 22:43.

141700, Московская область, г.Долгопрудный
Московский физико-технический институт

9 класс

Задача 1. Катапульта

При осаде древней крепости осажденные вели стрельбу по наступавшему противнику с помощью катапульт из-за крепостной стены высотой $h = 20{,}4$ м. Начальная скорость снарядов $v_0 = 25$ м/с. На каком максимальном расстоянии $S_{\max}$ от стены находились цели, которых могли достигать снаряды катапульт? Сравните это расстояние с максимальной дальностью $L_{\max}$ снаряда катапульты. Сопротивлением воздуха можно пренебречь.

Задача 2. Санки с цилиндром

Тонкостенный цилиндр массой m насажен с помощью легких спиц на горизонтальную ось O, закрепленную на санках (рис. 1), и может вращаться вокруг нее без трения. Масса цилиндра вместе с санками равна M. Мальчик тянет санки в горизонтальном направлении с постоянной силой F за легкий трос, намотанный на цилиндр. В результате за некоторое время санки из состояния покоя переместились по гладкой горизонтальной дороге на расстояние S.

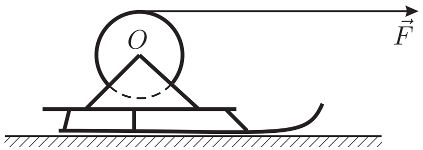


Рис. 1

1. Какой скорости V_1 достигли бы санки, пройдя путь S, если бы цилиндр был заторможен в оси и не мог вращаться?
2. Какой скорости V_2 достигли санки, пройдя путь S, при незаторможенном цилиндре?
3. Какую работу совершил мальчик при незаторможенном цилиндре?

Задача 3. Модель турбины

Любознательный ученик 9 класса соорудил на даче модель водяной турбины (рис. 2). Вода из широкой бочки вытекала через небольшое отверстие площадью $S = 1$ см^2 у дна и попадала на лопасти турбинки. С помощью нити, намотанной на тонкий вал турбины и перекинутой через блок, устройство могло поднимать вверх груз массой $m = 100$ г с некоторой скоростью.

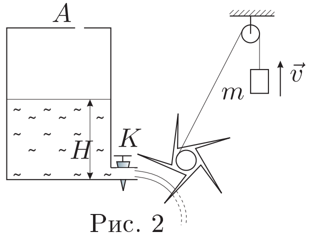


Рис. 2

1. Определите коэффициент полезного действия модели водяной турбины, принимая высоту столба воды в бочке $H = 0{,}2$ м, скорость груза $v_1 = 2$ см/с.
2. Выполнив первый эксперимент, ученик перекрыл кран K и герметичной пробкой закрыл отверстие A в крышке бочки. Когда он через некоторое время вернулся, бочка сильно нагрелась на солнце. Открыв кран K (при закрытом отверстии A), ученик с удивлением обнаружил, что его механизм работает более активно, и теперь тот же груз поднимается со скоростью $v_2 = 5$ см/с. Предполагая, что КПД устройства остался неизменным, а уровень воды в бочке по-прежнему $H = 0{,}2$ м, определите, насколько изменилось давление газа в бочке. Плотность воды $\rho = 10^3$ кг/м^3, ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2.

Задача 4. Двухпроводная линия

В некоторой точке двухпроводной телефонной линии неизвестной длины L произошло повреждение, в результате которого между проводами появилось сопротивление утечки R_x (рис. 3). К обоим концам линии прибыли операторы, имеющие в своем распоряжении приборы для измерения сопротивлений (омметры). Они замерили сопротивления линии при разомкнутых (R_1 и R_2) и закороченных (r_1 и r_2) противоположных концах линии и получили следующие значения:

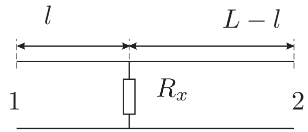


Рис. 3

$$R_1 = 4{,}0 \text{ Ом}, \qquad R_2 = 8{,}0 \text{ Ом},$$

$$r_1 = 3{,}5 \text{ Ом}, \qquad r_2 = ?$$

Из-за нарушения мобильной связи оператор на правом конце не успел передать оператору на левом конце линии, который должен был выполнить необходимые расчеты, значение сопротивления r_2. Помогите оператору на левом конце линии определить сопротивление утечки R_x, расстояние l до места повреждения, общую длину линии L, а также восстановить утраченное из-за плохой связи между операторами значение сопротивления r_2. Погонное сопротивление, то есть сопротивление единицы длины каждого проводника линии, $\rho = 5{,}0 \cdot 10^{-4}$ Ом/м.

10 класс

Задача 1. Паровоз

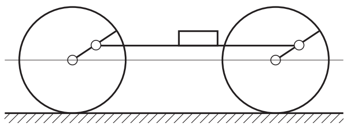


Рис. 4

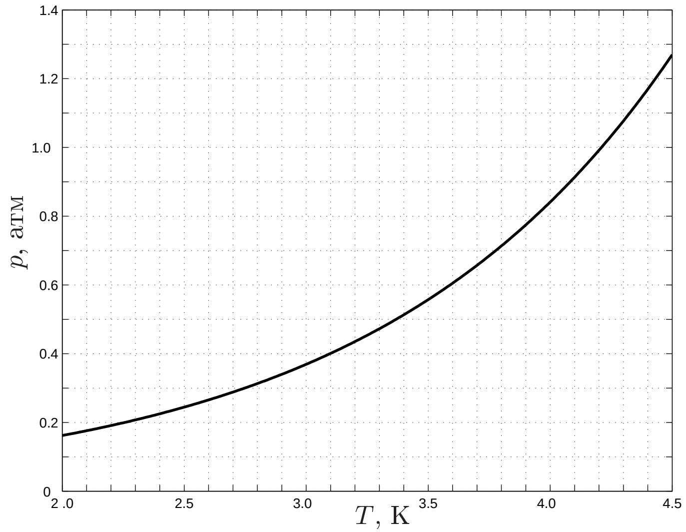
Ведущие колеса паровоза соединены реечной передачей, одно звено которой представляет собой плоскую горизонтальную штангу, шарнирно прикрепленную к спицам соседних колес на расстоянии от оси, равном половине радиуса R колеса (рис. 4). При осмотре паровоза механик поставил на эту штангу ящик с инструментами и по рассеянности забыл его там. Паровоз трогается с места и начинает медленно набирать скорость. При какой скорости v_1 паровоза ящик начнет проскальзывать относительно штанги? При какой скорости v_2 паровоза ящик начнет подпрыгивать? Коэффициент трения между ящиком и штангой равен μ. Числовой расчет проведите для значений $R = 1$ м, $\mu = 0{,}5$.

Задача 2. Жидкий гелий

Для хранения жидкого гелия применяется двойной дьюар, состоящий из внешнего дьюара, заполненного жидким азотом при температуре $T_a = 77$ К и внутреннего дьюара, заполненного жидким гелием. Передача теплоты от азота к гелию через вакуумный промежуток приводит к испарению гелия. Для поддержания постоянной температуры гелия производится непрерывная откачка его насыщенных паров из внутреннего сосуда. При некоторой скорости откачки в стационарном режиме температура гелия равна $T_0 = 4{,}0$ К. Скорость откачки увеличивают в полтора раза (по объему). Определите установившуюся температуру T гелия. Зависимость давления насыщенных паров гелия от температуры приведена на рисунке 5.

Примечание. Дьюаром называют сосуд с двойными стенками, из пространства между которыми откачан воздух для уменьшения теплопередачи.

Рис. 5



Задача 3. Повреждение линии связи

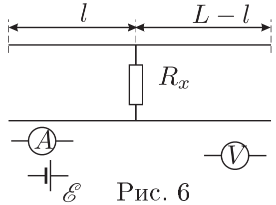
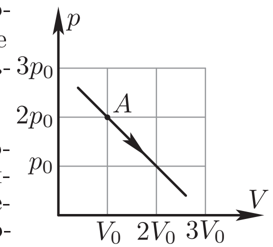


Рис. 6

В некоторой точке двухпроводной телефонной линии неизвестной длины L произошло повреждение, в результате которого между проводниками появилось сопротивление утечки R_x (рис. 6). К обоим концам линии прибыли операторы, причём оператор на левом конце имел в своём распоряжении только источник постоянного тока с ЭДС $\mathscr{E} = 12$ В и амперметр, а на правом — только вольтметр. Для связи операторы использовали мобильные телефоны. Погонные сопротивления линии, то есть сопротивления единицы длины каждого проводника линии, $\rho = 5{,}0 \cdot 10^{-4}$ Ом/м. Используя возможные схемы подключений к концам линии, операторы получили 2 значения тока: $I_1 = 6$ А и $I_2 = 9$ А и одно значение напряжения $V = 9$ В. Помогите оператору на левом конце линии по этим данным определить сопротивление утечки R_x, расстояние l до места повреждения и общую длину линии L. Нарисуйте схемы измерений, которые использовали операторы. Измерительные приборы и источники постоянного тока, которые были в распоряжении операторов, можно считать идеальными.

Задача 4. Теплоемкость газа



С одним молем идеального одноатомного газа проводят процесс (рис. 7). Найдите теплоемкость газа в точке A. В какой точке процесса теплоемкость газа максимальна?

Задача 5. Высоковольтный генератор

Для ускорения «тяжелых» заряженных частиц (протоны, ионы) используют высоковольтный электростатический генератор Ван-де-Граафа (рис. 8). Заряды переносятся диэлектрической лентой и заряжают высоковольтный сферический электрод. Поверхностные заряды передаются ленте от источника вблизи нижнего шкива. Заряды стекают со сферического электрода через камеру, в которой ускоряются заряженные частицы (на рисунке она условно изображена в виде некоторого нагрузочного сопротивления).

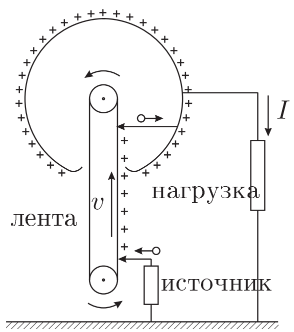


Рис. 8

Предположим, что радиус высоковольтного электрода $R = 1$ м, скорость движения ленты $v = 10$ м/с, а ширина ленты $l = 60$ см. Все устройство находится в воздухе, в котором электрический пробой наступает при напряженности электрического поля $E_{\text{пр}} = 30$ кВ/см. Найдите:

1. максимальный ток, который может протекать через нагрузку;
2. максимальный потенциал высоковольтного электрода;
3. минимальную (без учета трения) мощность электродвигателя, вращающего шкив ленты, при которой могут быть достигнуты максимальные значения тока и потенциала.

Электрическая постоянная $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м.

11 класс

Задача 1. Футбол в сильный ветер

Футболист бьет по мячу массой m, сообщая ему начальную скорость v_1, направленную под углом α к горизонту навстречу ветру, дующему вдоль поверхности земли. Описав некоторую траекторию, мяч вернулся в исходную точку со скоростью v_2. Под каким углом β мяч упал на землю? Чему равна скорость u ветра? Какое время τ мяч находился в полете? Силу сопротивления воздуха принять пропорциональной скорости мяча относительно воздуха: $\vec{F}_{\text{сопр}} = -k \cdot \vec{V}_{\text{отн}}$, где коэффициент пропорциональности k — известная величина.

Задача 2. Остывающая планета.

Космонавты, высадившиеся на далекой планете, в ходе исследований обнаружили, что:

— планета так далека от всех звезд, что единственным источником энергии на ней являются протекающие в недрах планеты реакции радиоактивного распада;

— планета однородна, имеет форму шара, а радиоактивные элементы равномерно распределены по всему ее объему;

— период полураспада радиоактивных элементов равен 1 млн. лет (ход этого процесса не зависит от температуры);

— температура на поверхности планеты $t_1 = 0°\text{C}$, а в ее центре $t_2 = 100°\text{C}$;

— атмосфера отсутствует и планета непрерывно теряет энергию из-за теплового излучения.

Считая, что энергия, излучаемая в единицу времени с единицы площади поверхности планеты, пропорциональна четвертой степени абсолютной температуры поверхности, а тепловой поток внутри планеты пропорционален перепаду температур на единицу расстояния $\Delta T/\Delta r$ определите:

1. температуру на расстоянии $r = R/2$ от центра планеты в момент исследований;
2. температуру поверхности планеты через 4 млн. лет;
3. температуру в центре планеты через 4 млн. лет.

Задача 3. Летающая катушка

Вблизи северного полюса вертикально расположенного намагниченного стержня (постоянного магнита) находится тонкая кольцевая катушка массой $m = 10$ г (рис. 9). Катушка может свободно перемещаться вдоль вертикальной оси z. Если катушку заставить колебаться по гармоническому закону около этого положения с амплитудой $A = 5$ мм и частотой $\nu = 50$ Гц, то на ее разомкнутых концах появится переменное напряжение с амплитудой $\mathscr{E}_0 = 1$ В. Какой постоянный ток (по величине и направлению) нужно пропустить через катушку, чтобы она зависла в исходном положении?

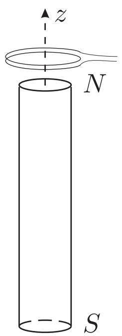


Рис. 9

Задача 4. Частицы в магнитном поле

Две частицы с одинаковыми массами m и зарядами q и $-q$ начинают с нулевыми начальными скоростями двигаться в однородном магнитном поле $\vec{B}$, перпендикулярном соединяющему их отрезку длины R (рис. 10).

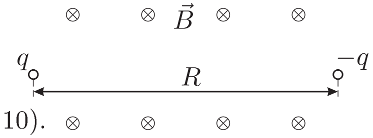


Рис. 10

1. Найдите минимальное значение индукции магнитного поля $B = B_0$ (критическое поле), при котором частицы не столкнутся друг с другом.

2. На каком расстоянии r друг от друга они окажутся при наибольшем сближении, если $B > B_0$?

3. Найдите скорости частиц и расстояние между ними в момент наибольшего сближения при критическом значении магнитного поля. Как в этом случае будут двигаться частицы после их наибольшего сближения. Нарисуйте качественный график траектории частиц.

Задача 5. Масс-спектрограф

Устройство для определения изотопного состава атомов состоит из двух основных частей: селектора скоростей С и масс-спектрографа М (рис. 11). В селектор скоростей через систему диафрагм с отверстиями влетают ионизированные атомы некоторого элемента, обладающие различными скоростями. Они движутся в селекторе в скрещенных однородных электрическом $\vec{E}_0$ и магнитном $\vec{B}_0$ полях и далее влетают через малое отверстие в масс-спектрограф, в котором создано однородное магнитное поле с индукцией $\vec{B}$. Попадая на фотопластинку Ф, ионы оставляют на ней свой след на некотором расстоянии x от точки влёта в масс-спектрограф. Предположим, что эксперимент был выполнен при следующих значениях полей: $E_0 = 360$ В/см, $B_0 = 0{,}26$ Тл, $B = 0{,}24$ Тл. На фотопластинке были зарегистрированы следы ионов при $x_1 = 23{,}2$ см, $x_2 = 24{,}4$ см, $x_3 = 46{,}4$ см, $x_4 = 48{,}8$ см.

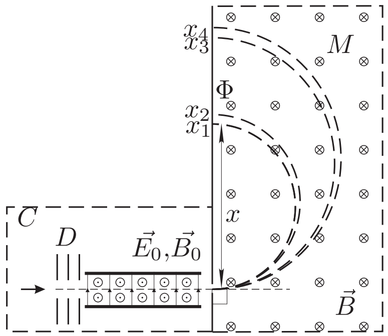


Рис. 11

Используя таблицу изотопов химических элементов, определите, ионы какого элемента оставили свои следы на фотопластинке. Запишите химические формулы ионов, соответствующих различным значениям x.

Элементарный заряд $e = 1{,}602 \cdot 10^{-19}$ Кл,
атомная единица массы 1 а.е.м.$=1{,}660 \cdot 10^{-27}$ кг.

Примечание. Изотопами называются атомы одного и того же элемента, ядра которых обладают одинаковыми зарядовыми числами Z, но разными массовыми числами A.

Изотопный состав элементов

Z	Название	Хим.	Массовое число (содержание соответствующего изотопа в %)
1	Водород	H	1 (99,986); 2 (0,014)
2	Гелий	He	3 (10^{-5}); 4 (100)
3	Литий	Li	6 (7,93); 7 (92,07)
4	Бериллий	Be	9 (100)
5	Бор	B	10 (19,8); 11 (80,2)
6	Углерод	C	12 (98,9); 13 (1,1)
7	Азот	N	14 (99,62); 15 (0,38)
8	Кислород	O	16 (99,76); 17 (0,04); 18 (0,20)
9	Фтор	F	19 (100)
10	Неон	Ne	20 (90,0); 21 (0,27), 22 (9,73)
11	Натрий	Na	23 (100)
12	Магний	Mg	24 (77,4); 25 (11,5); 26 (11,1)
13	Алюминий	Al	27 (100)
14	Кремний	Si	28 (89,6); 29 (6,2); 30 (4,2)
15	Фосфор	P	31 (100)
16	Сера	S	32 (95,1); 33 (0,74): 34 (4,2); 36 (0,016)
17	Хлор	Cl	35 (75,4); 37 (24,6)
18	Аргон	Ar	36 (0,307); 38 (0,061); 40 (99,632)
19	Калий	K	39 (93,38); 40 (0,012); 41 (6,61)
20	Кальций	Ca	40 (96,96); 42 (0,64); 43 (0,15); 44 (2,06); 46 (0,0034); 48 (0,19)
21	Скандий	Sc	45 (100)
22	Титан	Ti	46 (7,95); 47(7,75); 48(73,45); 49(5,51); 50(5,34)
24	Хром	Cr	50 (4,49); 52 (83,78); 53 (9,43); 54 (2,30)
25	Марганец	Mn	55 (100)
26	Железо	Fe	54 (6,04); 56 (91,57), 57 (2,11); 58 (0,28)
27	Кобальт	Co	59 (100)
28	Никель	Ni	58 (67,4); 60 (26,7); 61 (1,2); 62 (3,8), 64 (0,88)
29	Медь	Cu	63 (70,13); 65 (29,87)
30	Цинк	Zn	64 (50,9); 66 (27,3); 67 (3,9); 68 (17,4); 70 (0,5)
31	Галлий	Ga	69 (61,2); 71(38,8)
32	Германий	Ge	70 (21,2); 72 (27,3); 73 (7,9); 74 (37,1); 76 {6,5},
33	Мышьяк	As	75 (100)
34	Селен	Se	74 (0,9); 76 (9,5); 77 (8,3); 78 (24,0); 80 (48,0); 82 (9,3)
35	Бром	Br	79 (50,6); 81 (49,4)
36	Криптон	Kr	78 (0,35); 80 (2,01); 82 (11,53); 83 (11,53); 84 (57,11);
			86 (17,47)
37	Рубидий	Rb	85 (72,8); 87 (27,2)
38	Стронций	Sr	84 (0,56); 86 (9,86); 87 (7,02); 88 (82,56)
39	Иттрий	Y	89 (100)
40	Цирконий	Zr	90 (48); 91 (11,5); 92 (22); 94 (17); 96 (1,5)
41	Ниобий	Nb	93 (100)
42	Молибден	Mo	92 (14,9); 94 (9,4); 95 (16,1); 96 (16,6); 97 (9,65); 98 (24,1);
			100 (9,25)
44	Рутений	Ru	96 (5,68); 98 (2,22); 99 (12,81); 100 (12,70); 101 (16,98);
			102 (31,34); 104 (18,27)
45	Родий	Rh	103 (100)
46	Палладий	Pd	102 (0,8); 104 (9,3); 103 (22,6); 106 (27,2); 108 (26,8); 110 (13,5)

Возможные решения

9 класс

Задача 1. Катапульта

Максимальную дальность $S_{\max}$ обеспечивает единственная траектория, которая проходит над самой вершиной стены. В конечной точке скорость снаряда такая же, как и при вылете из катапульты. Пользуясь обратимостью движения, можно рассмотреть траекторию попятного движения, выходящую из цели и проходящую через вершину стены (рис. 12). Уравнения движения снаряда по горизонтальной и вертикальной осям имеют вид:

$$S = v_0 t\cos\alpha, \qquad h = v_0 t \sin\alpha - \frac{gt^2}{2}.$$

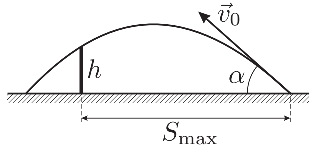


Рис. 12

Исключив из этих уравнений время t, выразим

$$h = S\operatorname{tg}\alpha - \frac{gS^2}{2v_0^2}(1+\operatorname{tg}^2\alpha).$$

Получилось квадратное уравнение относительно $\operatorname{tg}\alpha$ (при заданных значениях h и S). Максимальной дальности $S = S_{\max}$ соответствует совпадение корней этого уравнения, так как максимальной дальности соответствует единственная траектория. Приравняв нулю дискриминант квадратного уравнения, найдем

$$S_{\max} = \frac{v_0^2}{g}\sqrt{1-\frac{2gh}{v_0^2}} \approx 38{,}2\ \text{м} \approx 38\ \text{м}.$$

Максимальная дальность снаряда катапульты соответствует случаю $h = 0$:

$$L_{\max} = \frac{v_0^2}{g} \approx 63{,}7\ \text{м} \approx 64\ \text{м}.$$

Задача 2. Санки с цилиндром

В обоих случаях ускорение санок $a = F/M = \text{const}$, поэтому их скорость

$$V_1 = V_2 = V = \sqrt{2aS} = \sqrt{\frac{2FS}{M}}.$$

Покажем, что для любой системы материальных точек массами m_i кинетическая энергия системы

$$K = \frac{mV_c^2}{2} + \frac{1}{2}\sum m_i v_i^2,$$

где $m = \sum m_i$ — масса системы, V_c — скорость ее центра масс, v_i — скорость i-той материальной точки в системе отсчета, движущейся поступательно со скоростью центра масс. Пусть V_i — скорости точек в неподвижной системе отсчета, тогда кинетическая энергия

$$K = \frac{1}{2}\sum m_i V_i^2 = \frac{1}{2}\sum m_i\left(\vec{V}_c + \vec{v}_i\right)^2 =$$

$$= \frac{1}{2}\sum m_i V_c^2 + \frac{1}{2}\sum m_i v_i^2 + \vec{V}_c \sum m_i \vec{v}_i = \frac{1}{2}\sum m_i V_c^2 + \frac{1}{2}\sum m_i v_i^2,$$

так как в системе отсчета центра масс импульс системы $\sum m_i \vec{v}_i = 0$.

Запишем закон сохранения механической энергии:

$$A = M\frac{V^2}{2} + m\frac{v^2}{2},$$

где v — скорость точек цилиндра в системе отсчета, движущейся поступательно со скоростью санок, откуда

$$\Delta A = F\Delta x = \frac{1}{2}M2V\Delta V + \frac{1}{2}m2v\Delta v.$$

За время Δt перемещение мальчика

$$\Delta x = V\Delta t + v\Delta t.$$

Запишем закон изменения импульса для санок с цилиндром:

$$F\Delta t = M\Delta V.$$

Из последних трех уравнений находим:

$$M\Delta V = m\Delta v.$$

В задаче $\Delta V = V$ и $\Delta v = v$, следовательно, $v = VM/m$. Тогда

$$A = FS\left(1 + \frac{M}{m}\right).$$

Задача 3. Модель турбины

1. Скорость вытекающей воды определяется по формуле Торричелли:

$$u_1 = \sqrt{2gH} = 2 \text{ м/с}.$$

Мощность вытекающей струи

$$P_1 = \frac{\mu u_1^2}{2} = \frac{S\rho u_1^3}{2} = 0{,}4 \text{ Вт},$$

где $\mu = u_1 S\rho$ — расход воды. Полезная мощность турбины

$$N_1 = mgv_1 = 0{,}02 \text{ Вт}.$$

КПД турбины

$$\eta = N_1/P_1 = 5\%.$$

2. Во втором случае наличие избыточного давления газа над поверхностью воды эквивалентно добавочному столбу воды:

$$h = \frac{p - p_0}{\rho g} = \frac{\Delta p}{\rho g}.$$

$$\text{Скорость вытекающей струи} \quad u_2 = \sqrt{2g(H+h)},$$

$$\text{откуда} \quad h = \frac{u_2^2}{2g} - H.$$

$$\text{Мощность струи} \quad P_2 = \frac{N_2}{\eta} = \frac{mgv_2}{\eta} = 1 \text{ Вт}.$$

$$\text{Скорость вытекающей струи} \quad u_2 = \sqrt[3]{\frac{2P_2}{S\rho}} \approx 2{,}7 \text{ м/с}.$$

Избыточное давление газа над водой

$$\Delta p = \rho g h = \frac{1}{2}\rho u_2^2 - \rho g H = 1600 \text{ Па} = 0{,}016 \text{ атм}.$$

Задачу можно также решить с помощью уравнения Бернулли.

Задача 4. Двухпроводная линия

При разомкнутом противоположном конце линии ее сопротивления выражаются формулами:

$$R_1 = 2\rho l + R_x, \qquad R_2 = 2\rho(L-l) + R_x. \tag{1}$$

При закороченных противоположных концах:

$$r_1 = 2\rho l + \frac{2\rho(L-l)R_x}{2\rho(L-l)+R_x}, \qquad r_2 = 2\rho(L-l) + \frac{2\rho l R_x}{2\rho l + R_x}. \tag{2}$$

Подставляя из (1) значения $2\rho l$ и $2\rho(L-l)$ в формулы (2), получим:

$$R_x^2 = R_2(R_1 - r_1), \qquad R_x^2 = R_1(R_2 - r_2),$$

$$r_2 = \frac{R_1R_2 - R_x^2}{R_1},$$

откуда

$$R_x = 2{,}0 \text{ Ом}, \qquad r_2 = 7{,}0 \text{ Ом}.$$

Далее, из (1) получим:

$$l = \frac{R_1 - R_x}{2\rho} = 2{,}0\cdot 10^3 \text{ м}, \qquad L - l = \frac{R_2 - R_x}{2\rho} = 6{,}0\cdot 10^3 \text{ м}, \qquad L = 8{,}0 \text{ км}.$$

10 класс

Задача 1. Паровоз

Перейдем в систему отсчета, равномерно движущуюся вместе с паровозом. Очевидно, что пока ящик не проскальзывает, он движется по окружности радиуса $l = R/2$. Вектор ускорения направлен к центру окружности и равен $\omega^2 l$. Пусть m — масса ящика, N — нормальная реакция опоры, ω — угловая скорость вращения колес, φ — угол, который спица в данный момент образует с горизонтом. Условие отсутствия проскальзывания ящика можно записать в проекциях на горизонтальную и вертикальную оси:

$$Ox: \qquad m\omega^2 l \cos\varphi \leqslant \mu N,$$

$$Oy: \quad m\omega^2 l \sin\varphi = mg - N,$$

откуда

$$\omega^2 l \cos\varphi \leqslant \mu(g - \omega^2 l \sin\varphi), \qquad \text{или} \qquad \omega^2 l(\cos\varphi + \mu\sin\varphi) \leqslant \mu g.$$

Выражение $f(\varphi) = (\cos\varphi + \mu\sin\varphi)$ максимально при $\varphi = \varphi_0$, которое находится из условия

$$f'(\varphi_0) = -\sin\varphi_0 + \mu\cos\varphi_0 = 0,$$

откуда $\operatorname{tg}\varphi_0 = \mu$.

Но можно обойтись и без производных, введя вспомогательный угол ψ:

$$\operatorname{tg}\psi = \mu.$$

Тогда

$$f(\varphi) = \cos\varphi + \frac{\sin\psi}{\cos\psi}\sin\varphi = \frac{\cos(\varphi - \psi)}{\cos\psi}.$$

Это выражение принимает максимальное значение при $\varphi = \psi$.

Выражая $\sin\varphi_0$ и $\cos\varphi_0$ через μ, найдем $f(\varphi_0) = \sqrt{1+\mu^2}$ и преобразуем условие отсутствия проскальзывания:

$$\frac{\omega^2 l}{g} \leqslant \frac{\mu}{\sqrt{1+\mu^2}},$$

откуда

$$v_1 = \omega_1 R = \sqrt{\frac{2gR\mu}{\sqrt{1+\mu^2}}} \approx 3{,}0 \text{ м/с}.$$

Если скорость превысит это значение, ящик сдвинется относительно штанги.

Ящик начнет подпрыгивать, когда вертикальное ускорение штанги в верхней точке превысит ускорение свободного падения:

$$\omega^2 l \geqslant g, \qquad \text{откуда} \qquad v_2 = \omega_2 R = \sqrt{2gR} = 4{,}43 \text{ м/с}.$$

Задача 2. Жидкий гелий

Температура гелия в обоих случаях намного меньше температуры азота. Поэтому количество теплоты Q_0, поступающее в единицу времени от азота к гелию через вакуумный промежуток из-за теплопроводности остаточных газов и излучения стенок, можно считать независящим от температуры гелия. Поступающая теплота идет на испарение гелия. Пусть вначале в единицу времени испаряется масса m_0 гелия, тогда согласно уравнению Клапейрона:

$$p_0 V_0 = \frac{m_0}{M_{\text{He}}} R T_0, \qquad \text{откуда} \qquad m_0 = \frac{p_0 V_0}{R T_0} M_{\text{He}},$$

где p_0 — давление насыщенных паров гелия при температуре T_0, V_0 — объем насыщенных паров гелия, откачиваемый в единицу времени, M_{He} — молярная масса гелия. Количество теплоты, отводимой от гелия,

$$Q_0 = r m_0 = r \cdot \frac{p_0 V_0}{R T_0} M_{\text{He}},$$

где r — удельная теплота испарения гелия. Аналогичное уравнение можно записать для второго случая:

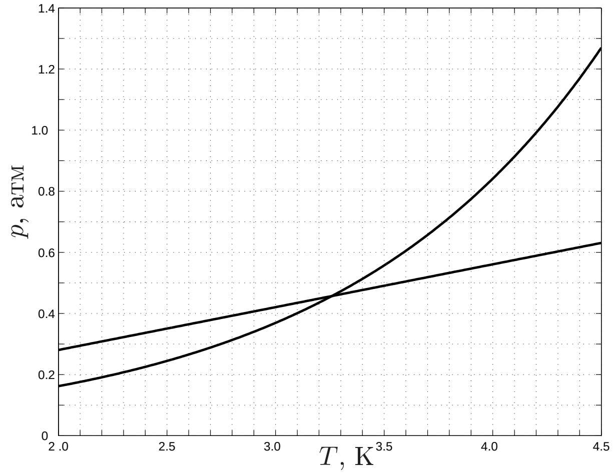
$$Q_0 = r m_1 = r \cdot \frac{p V_1}{R T} M_{\text{He}},$$

где p — давление насыщенных паров при температуре T, $V_1 = \frac{3}{2} V_0$ — новый объем паров, откачиваемый в единицу времени. Из этих двух уравнений находим:

$$p(T) = \frac{2}{3}\frac{p_0}{T_0} T. \tag{1}$$

Для получения температуры T находим из графика давление p_0. На том же графике строим зависимость (1). По точке пересечения графиков (рис. 13) определяем искомую температуру: $T = (3{,}25 \pm 0{,}05)$ К.

Рис. 13



Задача 3. Повреждение линии связи

1. Первая схема (рис. 14):

$$I_1(2\rho l + R_x) = \mathscr{E}, \qquad (1a)$$

$$V = \frac{\mathscr{E} R_x}{2\rho l + R_x}. \qquad (1b)$$

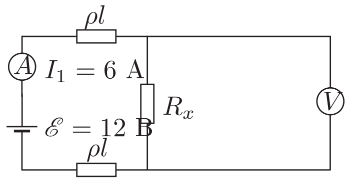


Рис. 14

Из (1a) и (1b) получаем

$$R_x = \frac{V}{I_1} = 1{,}5 \text{ Ом},$$

$$2\rho l = \frac{\mathscr{E}}{I_1} - R_x = \frac{\mathscr{E} - V}{I_1} = 0{,}5 \text{ Ом}, l = \frac{\mathscr{E} - V}{2\rho I_1} = 0{,}5 \cdot 10^3 \text{м} = 0{,}5 \text{ км}.$$

2. Для второй схемы (рис. 15) введем обозначения:

$$R = 2\rho(L - l). \qquad (2)$$

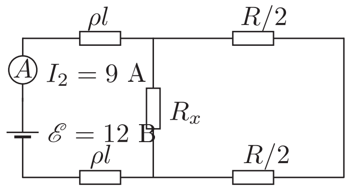


Рис. 15

Оператор на левом конце линии обнаружит силу тока

$$I_2 = \frac{\mathscr{E}}{2\rho l + \frac{R_x R}{R_x + R}},$$

откуда

$$R = \frac{(\mathscr{E} - 2\rho l I_2) R_x}{2\rho l I_2 + R_x I_2 - \mathscr{E}} = 1{,}875 \text{ Ом}.$$

После подстановки выражений для R, l и ρ в (2) получим:

$$L = \frac{R}{2\rho} + l = 2375 \text{ м} \approx 2{,}4 \text{ км}.$$

Задача 4. Теплоемкость газа

Из определения теплоемкости, первого начала и формулы для внутренней энергии одного моля идеального газа $U = c_v T$ получаем для теплоемкости одного моля:

$$c = \frac{\delta Q}{\Delta T} = \frac{\Delta U + p\Delta V}{\Delta T} = \frac{c_v \Delta T + p\Delta V}{\Delta T} = c_v + p\frac{\Delta V}{\Delta T}. \qquad (1)$$

Вычислим отношение $\Delta V/\Delta T$ в точке A заданного процесса. Для этого рассмотрим бесконечно малый участок процесса от точки A ($p_A = 2p_0$, $V_A = V_0$) до близкой точки B ($p_B = p_A + \Delta p$, $V_B = V_A + \Delta V$). Очевидно, Δp и ΔV имеют разные знаки.

Запишем уравнение процесса в виде

$$\frac{p}{p_0} + \frac{V}{V_0} = 3.$$

В точке A

$$\frac{p_A}{p_0} + \frac{V_A}{V_0} = 3, \qquad (2)$$

в точке B

$$\frac{p_A + \Delta p}{p_0} + \frac{V_A + \Delta V}{V_0} = 3. \qquad (3)$$

Вычитая (2) из (3), для малых изменений Δp и ΔV получаем

$$\frac{\Delta p}{p_0} + \frac{\Delta V}{V_0} = 0. \qquad (4)$$

Еще одно соотношение для малых изменений можно получить из уравнения Менделеева–Клапейрона для начального и конечного состояний:

$$p_A V_A = RT_A, \qquad (p_A + \Delta p)(V_A + \Delta V) = R(T_A + \Delta T).$$

Раскроем скобки, вычтем из второго уравнения первое и пренебрежем $\Delta p \Delta V$:

$$p_A \Delta V + V_A \Delta p = R\Delta T, \qquad \text{или} \qquad 2p_0 \Delta V + V_0 \Delta p = R\Delta T. \qquad (5)$$

Теперь исключим Δp из (4) и (5):

$$p_0 \Delta V = R\Delta T, \qquad \text{или} \qquad p_0 \frac{\Delta V}{\Delta T} = R.$$

Теперь из формулы (1) для теплоемкости в точке A получаем

$$c = c_v + p_A \frac{\Delta V}{\Delta T} = c_v + 2p_0 \frac{\Delta V}{\Delta T} = c_v + 2R = \frac{7}{2}R.$$

График данного процесса касается изотермы в точке $(1{,}5p_0; 1{,}5V_0)$. Теплоемкость газа в этой точке равна бесконечности и, следовательно, максимальна.

Задача 5. Высоковольтный генератор

1. В стационарном режиме ток нагрузки определяется зарядом q, переносимым лентой за некоторое время τ:

$$I = \frac{q}{\tau} = \sigma l v,$$

где σ — поверхностная плотность заряда ленты.

Максимальное значение тока определяется электрической прочностью воздуха:

$$I_{\max} = \sigma_{\max} l v = (2\varepsilon_0 E_{\text{пр}}) l v \approx 0{,}32 \text{ мА}.$$

2. Максимальный потенциал сферы также определяется электрической прочностью воздуха. Для сферического электрода $\varphi = R \cdot E$, где E — напряженность электрического поля вблизи электрода. Поэтому

$$\varphi_{\max} = R \cdot E_{\text{пр}} = 3{,}0 \cdot 10^6 \text{ В}.$$

3. Минимальная мощность электродвигателя определяется электрической мощностью, выделяющейся в нагрузке:

$$P_{\min} \approx I_{\max} \cdot \varphi_{\max} = 960 \text{ Вт}.$$

В приведенной оценке минимальной мощности не учитывается эффект сложения полей ленты и сферы в области их максимального сближения. Этот эффект частично компенсируется перераспределением заряда на сфере, а также тем, что большая часть ленты находится вне сферы и вертикальная составляющая создаваемого ею поля направлена против поля сферы в рассматриваемой области.

11 класс

Задача 1. Футбол в сильный ветер

Пусть $\vec{v}$ — скорость мяча относительно земли, тогда

$$\vec{F}_{\text{сопр}} = -k\vec{V}_{\text{отн}} = -k\vec{v} + k\vec{u}.$$

Возврат мяча в исходную точку возможен только в том случае, когда векторная сумма силы тяжести $m\vec{g}$ и вектора $k\vec{u}$ направлена противоположно вектору начальной скорости $\vec{v}_1$, то есть

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{mg}{ku}. \tag{1}$$

При этом мяч будет двигаться по прямой и упадет на землю под углом $\beta = \alpha$. Из (1) находим скорость ветра

$$u = \frac{mg}{k}\operatorname{ctg}\alpha.$$

Время полета мяча найдем из уравнения его движения:

$$m\frac{dv}{dt} = -kv - \frac{mg}{\sin\alpha}.$$

Учитывая $v = dx/dt$, приходим к уравнению

$$mdv = -kdx - \frac{mg}{\sin\alpha}dt.$$

Интегрируя это уравнение за все время движения мяча, получаем

$$m(-v_2 - v_1) = 0 - \frac{mg}{\sin\alpha}\tau,$$

откуда

$$\tau = \frac{(v_1 + v_2)\sin\alpha}{g}.$$

Задача 2. Остывающая планета.

1. Рассмотрим тепловой поток внутри планеты через сферу радиусом $r < R$:

$$\left(\frac{\Delta Q}{\Delta\tau}\right)_r = k \cdot 4\pi r^2 \cdot \left|\frac{\Delta T}{\Delta r}\right|.$$

где k — коэффициент, характеризующий теплопроводность планеты.

Поскольку охлаждение планеты происходит очень медленно, будем считать, что в каждый момент времени любой участок планеты находится в состоянии теплового равновесия. Тогда через нашу сферу в единицу времени проходит такое количество энергии, которое выделяется внутри нее, а через поверхность планеты — внутри всей планеты:

$$\left(\frac{\Delta Q}{\Delta\tau}\right)_R = \sigma \cdot 4\pi R^2 \cdot T_1^4,$$

где σ — постоянная Стефана–Больцмана.

Поскольку радиоактивные элементы распределены равномерно по всему объему планеты, то

$$\left(\frac{\Delta Q}{\Delta\tau}\right)_r = \frac{r^3}{R^3}\cdot\left(\frac{\Delta Q}{\Delta\tau}\right)_R = \frac{r^3}{R^3}\cdot\sigma\cdot 4\pi R^2\cdot T_1^4 = k\cdot 4\pi r^2\cdot\left|\frac{\Delta T}{\Delta r}\right|.$$

Из последнего равенства

$$\left|\frac{\Delta T}{\Delta r}\right| = \frac{\sigma}{k}\cdot\frac{T_1^4}{R}\cdot r.$$

После интегрирования найдем

$$T(r) - T_1 = \frac{\sigma T_1^4}{2kR}(R^2 - r^2).$$

Поскольку $T(0) = T_2$, последнее выражение можно привести к виду

$$\frac{T(r) - T_1}{T_2 - T_1} = \frac{R^2 - r^2}{R^2}.$$

Отсюда $t_{r=R/2} = 75°\mathrm{C}$.

2. Так как число радиоактивных элементов за 1 млн. лет уменьшается вдвое, то за 4 млн. лет оно уменьшится в $2^4 = 16$ раз. Это означает, что количество источников энергии и, следовательно, выделяемая ими энергия также уменьшится в 16 раз. Вся эта энергия излучается с поверхности планеты и, так как мощность излучения пропорциональна T^4, температура поверхности за 4 млн. лет уменьшится вдвое:

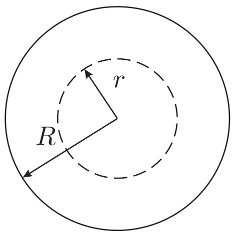


Рис. 16

$$T_1 = 273\,\mathrm{K}, \qquad \text{откуда} \qquad T_1' = 136{,}5\,\mathrm{K}, \qquad t_1' = -136{,}5°\mathrm{C}.$$

3. Найдём температуру в центре планеты через 4 млн. лет. При $r = 0$ получаем:

$$(T_2 - T_1) = \frac{\sigma R}{2k}T_1^4.$$

Таким образом,

$$\frac{T_2' - T_1'}{T_2 - T_1} = \left(\frac{T_1'}{T_1}\right)^4 = \frac{1}{16},$$

откуда

$$T_2' = T_1' + \frac{1}{16}(T_2 - T_1) \approx 143\ \mathrm{K}, \qquad t_2' \approx -130°\mathrm{C}.$$

Задача 3. Летающая катушка

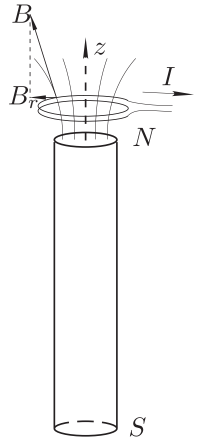


Рис. 17

У северного полюса цилиндра вектор индукции магнитного поля $\vec{B}$ имеет горизонтальную составляющую, направленную по радиусу цилиндра. Обозначим эту составляющую в месте расположения витков катушки через B_r. Перемещение витков вдоль оси z можно записать в виде:

$$z(t) = A\sin(2\pi\nu t).$$

Скорость катушки:

$$v_z(t) = \frac{dz}{dt} = 2\pi\nu A\cos(2\pi\nu t).$$

ЭДС индукции, наводимая в ней при колебаниях,

$$\mathscr{E}(t) = 2\pi RNB_r v_z = 2\pi RNB_r A\cdot 2\pi\nu\cos(2\pi\nu t),$$

где R — радиус витков, N — их число. Амплитуда переменного напряжения на концах катушки

$$\mathscr{E}_0 = 4\pi^2\nu RNB_r A.$$

Если теперь через нее пропустить постоянный ток I по часовой стрелке (если смотреть сверху), то на катушку вдоль оси z будет действовать направленная вверх сила Ампера

$$F_z = 2\pi RIB_r N = \frac{\mathscr{E}_0 I}{2\pi\nu A}.$$

Катушка зависнет, если сила Ампера будет равна силе тяжести:

$$\frac{\mathscr{E}_0 I}{2\pi\nu A} = mg,$$

откуда

$$I = \frac{2\pi\nu Amg}{\mathscr{E}_0} = 0{,}154\ \mathrm{A}.$$

Задача 4. Частицы в магнитном поле

Из закона сохранения энергии для обеих частиц находим:

$$mv^2 = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R}\right), \tag{1}$$

где v — их скорость в момент наибольшего сближения.

Пусть ось x направлена параллельно отрезку, соединяющему заряды, а ось y — перпендикулярна ему. Найдем проекцию ускорения левой частицы на ось y:

$$m\frac{dv_y}{dt} = qB\frac{dx}{dt},$$

где dx/dt — проекция ее скорости на ось x, откуда

$$mdv_y = qBdx.$$

Учитывая симметричный характер движения частиц относительно оси y, найдем полное изменение импульса вдоль оси y имеем:

$$mv = \frac{qB(R-r)}{2}. \qquad (2)$$

Исключая из (1) и (2), получим уравнение:

$$\frac{B^2(R-r)^2}{m} = \frac{1}{\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R}\right),$$

которое после сокращения на $(R-r)$ приводится к виду:

$$r^2 - Rr + \frac{m}{\pi\varepsilon_0 B^2 R} = 0.$$

Корни этого уравнения

$$r = \frac{R}{2}\left(1 \pm \sqrt{1 - \frac{4m}{\pi\varepsilon_0 R^3 B^2}}\right).$$

Из этого соотношения видно, что решение задачи существует только при условии

$$B \geqslant B_0 = \sqrt{\frac{4m}{\pi\varepsilon_0 R^3}}. \qquad (1)$$

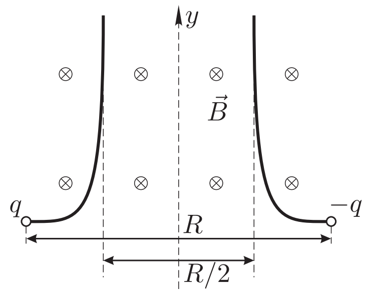


Рис. 18

Если $B < B_0$, то магнитная сила (сила Лоренца) недостаточна для разворота частиц и произойдет столкновение.

При выполнении условия (1) из двух корней квадратного уравнения следует выбрать больший корень:

$$\frac{R}{2}\left(1 + \sqrt{1 - \frac{4m}{\pi\varepsilon_0 R^3 B^2}}\right),$$

так как при достижении этого значения сближение частиц прекращается.

При критическом значении магнитного поля $B = B_0$ частицы сблизятся на расстояние $r = R/2$. В этом случае на них действует электрическая сила

$$F_e = \frac{4q^2}{4\pi\varepsilon_0 R^2} = \frac{q^2}{\pi\varepsilon_0 R^2},$$

и противоположная по направлению магнитная сила Лоренца

$$F_L = qvB_0. \qquad (3)$$

Подставляя в (3) значения критического поля B_0 и скорости v (из закона сохранения энергии), найдем

$$F_L = \frac{q^2}{\pi\varepsilon_0 R^2} = F_e.$$

Это значит, что при критическом поле частицы после максимального сближения на расстояние $r = R/2$ будут двигаться параллельно друг другу с постоянными скоростями (рис. 18).

Задача 5. Масс-спектрограф

1. Скорость, с которой ионы влетают в масс-спектрограф, не зависит от массы и заряда иона:

$$qE_0 = qvB_0, \qquad v = \frac{E_0}{B_0} \approx 1{,}38 \cdot 10^5 \text{ м/с}.$$

Скорости ионов являются нерелятивистскими: $v \ll c$.

2. Масса иона $M = A \cdot 1$ а.е.м., где A — массовое число. Заряд иона $q = n \cdot e$, где n — кратность ионизации.

3. В масс-спектрографе ионы движутся по полуокружностям:

$$\frac{Mv^2}{R} = qvB,$$

следовательно,

$$A = nR\frac{eB}{v \cdot 1 \text{ а.е.м.}} = nx\frac{eB}{2v \cdot 1 \text{ а.е.м.}}.$$

Здесь $x = 2R$.

4. Подставляя числовые данные, получим: $A \approx 84nx$, причем A — целое число.

5. Поскольку $x_1 = x_3/2$, $x_2 = x_4/2$, то можно предположить, что x_3 и x_4 соответствуют однозарядным ионам, а x_1 и x_2 — двухзарядным ионам соответствующих изотопов.

6. Для однозарядных ионов $n = 1$, $A = 84x$.
Для x_3: $A_3 = 84 \cdot 0{,}464 \approx 39$.
Для x_4: $A_4 = 84 \cdot 0{,}488 \approx 41$.
Для двухзарядных ионов $n = 2$, $A = 168x$.
Для x_1: $A_1 = 168 \cdot 0{,}232 \approx 39$.
Для x_2: $A_2 = 168 \cdot 0{,}244 \approx 41$.

7. С помощью таблицы изотопов определяем для x_1, x_2, x_3, x_4:

$$^{39}K^{++}, \qquad ^{41}K^{++}, \qquad ^{39}K^{+}, \qquad ^{41}K^{+}.$$

Аналогично, рассматривая пару двухзарядных ионов и пару четырехзарядных, находим:

$$^{78}Se^{4+}, \qquad ^{82}Se^{4+}, \qquad ^{78}Se^{2+}, \qquad ^{82}Se^{2+};$$

$$^{78}Kr^{4+}, \qquad ^{82}Kr^{4+}, \qquad ^{78}Kr^{2+}, \qquad ^{82}Kr^{2+}.$$

Для заметок

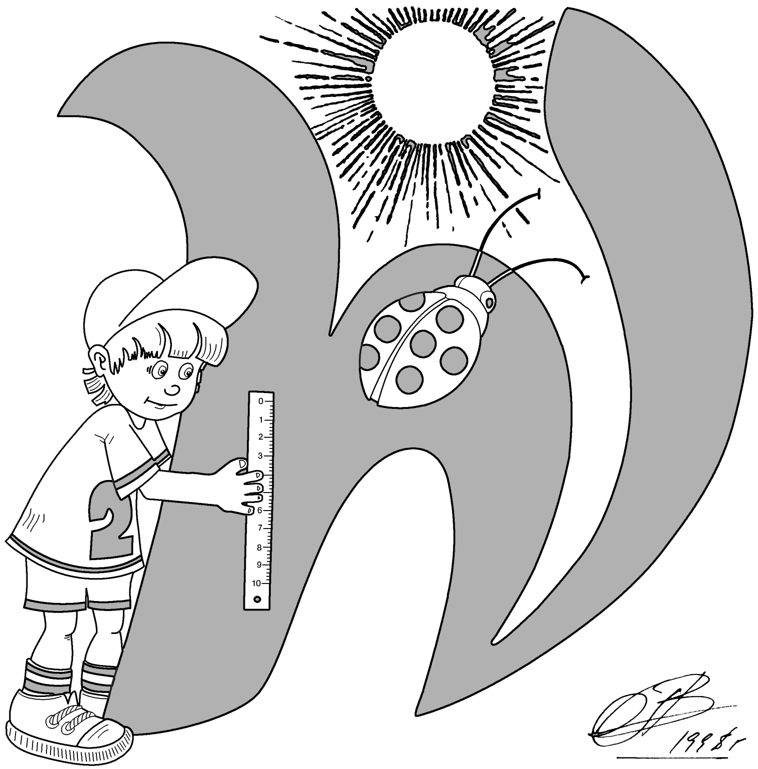
Федеральное агентство по образованию
Центральный оргкомитет Всероссийских олимпиад

XXXVIII Всероссийская олимпиада школьников по физике

Заключительный этап

Экспериментальный тур

Методическое пособие



Ярославль, 2003/2004 уч.г.

Комплект задач подготовлен методической комиссией по физике
Центрального оргкомитета Всероссийских олимпиад школьников
Министерства образования и науки Российской Федерации
Телефоны: (095) 408-80-77, 408-86-95.
E-mail: **fizolimp@mail.ru** (с припиской **antispam** к теме письма)

Авторский коллектив — Александров Д., Алексеев В., Бойденко В., Кириков М., Козел С., Слободянин В., Яковлев А.

Общая редакция — Козел С., Слободянин В., Яковлев А.

Оформление и верстка — Метельников А., Рыбников Е., Чудновский А.

При подготовке оригинал-макета
использовалась издательская система $\LaTeX\,2_\varepsilon$.

Подписано в печать 14 марта 2005 г. в 22:43.

141700, Московская область, г.Долгопрудный
Московский физико-технический институт

9 класс

Задача 1. Измерение плотности

Определите плотность одного плавающего и двух тонущих в воде тел. Плотность воды $\rho_w = 10^3$ кг/м^3.

Оборудование. 3 тела неизвестной плотности (кусок керамики, резиновая пробка и деревянный брусок); рычаг на штативе; линейка; стакан с водой; нити.

Задача 2. Удельное сопротивление

Определите удельное сопротивление проводника.

Оборудование. Два экземпляра исследуемого проводника, один из которых закреплен на панели с клеммами; амперметр с известным внутренним сопротивлением ($R_A = 0.046$Ом); реостат; источник постоянного тока; ключ; соединительные провода; линейка.

10 класс

Задача 1. Соударение

Определите время соударения шарика с твердой поверхностью (стеклянной пластинкой) при падении без начальной скорости с высоты 1 м.

Примечание. При малых деформациях шарика можно (но не обязательно) считать справедливым закон Гука.

Оборудование. Теннисный шарик; линейка длиной 1,5 метра; лист белой бумаги формата А4, лист копировальной бумаги; стеклянная пластина; линейка; кирпич.

Задача 2. "Черный ящик"

Определите неизвестные параметры элементов схемы черного ящика (рис. 1): $\mathscr{E}_X$, r_X, R_1, $(R_2)_{\max}$ и R_3.

ЭДС и внутреннее сопротивление эталонного источника тока заданы: $\mathscr{E}_0$=9В, $r_0 = 100$Ом. Известно также, что$\mathscr{E}_X < \mathscr{E}_0$.

Оборудование. Черный ящик с выведенными на лицевую панель клеммами A, B, C, D и ручкой регулирования переменного сопротивления R_2; вольтметр с внутренним сопротивлением 1 МОм.

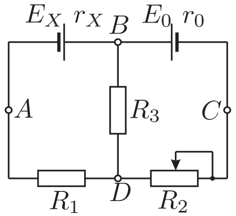


Рис. 1

11 класс

Задача 1. Оптический "черный ящик"

Оптический "черный ящик" состоит из двух линз, одна из которых является собирающей, а другая – рассеивающей. Определите их фокусные расстояния.

Примечание. Допускается использование света удаленного источника. Приближать лампочку вплотную к линзам (то есть ближе, чем позволяют стойки) не разрешается.

Оборудование. трубка с двумя линзами (оптический "черный ящик"); лампочка, источник тока; линейка; экран с листом миллиметровой бумаги; лист миллиметровой бумаги.

Задача 2. Измерение электроемкости

Определите емкость конденсатора.

Оборудование. 2 конденсатора: известной (эталонной: $C_0 = 10$мкФ) и неизвестной емкости; источник постоянного тока (гальванический элемент); вольтметр; потенциометр; ключ; монтажная плата; соединительные провода.

Возможные решения

9 класс

Задача 1. Измерение плотности

1. Для определения плотностей двух тонущих в воде тел произведем следующие три измерения. Уравновесим тела на рычаге (рис. 2):

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{l_2}{l_1} = a. \qquad (1)$$

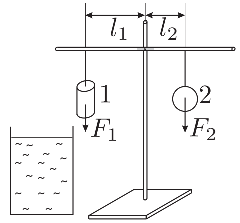


Рис. 2

Затем первое тело погрузим в воду, и, перемещая второе, восстановим равновесие:

$$\frac{F_1 - F_{A1}}{F_2} = \frac{l_2 - \Delta l_2}{l_1} = a - \Delta a, \qquad (2)$$

где $\Delta a = \frac{\Delta l_2}{l_1}$.

С другой стороны,

$$\frac{F_1 - F_{A1}}{F_2} = a \cdot \frac{F_1 - F_{A1}}{F_1} = a\left(1 - \frac{\rho_w}{\rho_1}\right). \qquad (3)$$

Из уравнений (2) и (3) выразим ρ_1:

$$\rho_1 = \rho_w \frac{a}{\Delta a} = \rho_w \frac{l_1 l_2}{l_1 \Delta l_2} = \rho_w \frac{l_2}{\Delta l_2}$$

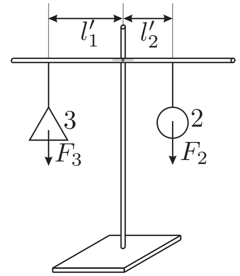


Рис. 3

2. Первое тело вынимаем из воды, а второе возвращаем в исходное положение (l_2) и погружаем в воду. Первое тело смещаем к оси рычага на Δl_1 до установления равновесия. Аналогично предыдущему случаю находим

$$\rho_2 = \rho_w \frac{l_1}{\Delta l_1}. \qquad (1)$$

На втором этапе определим плотность тела, плавающего в воде (третье тело). Для этого проведем два опыта.

1. На рычаге уравновесим третье тело со вторым (рис .2):

$$\frac{F_3}{F_2} = \frac{l'_2}{l'_1} = a' \qquad (2)$$

2. К третьему телу прикрепим первое тело, тонущее в воде, и обеспечивающее полное погружение третьего тела в воду (рис. 3). Уравновесим погруженные в воду тела путем смещения второго тела к оси рычага на $\Delta l'_2$:

$$\frac{F_3 + F_1 - F_{A3} - F_{A1}}{F_2} = \frac{l'_2 - \Delta l'_2}{l'_1} = a' - \Delta a', \qquad (3)$$

где $\Delta a' = \frac{\Delta l_2'}{l_1'}$ (8)

Тогда, используя равенства:

$$\frac{F_3}{F_2} = a'; \quad \frac{F_1}{F_2} = a; \quad \frac{F_{A3}}{F_2} = a'\frac{F_{A3}}{F_3} = a'\frac{\rho_w}{\rho_3};$$

$$\frac{F_{A1}}{F_2} = a\frac{F_{A1}}{F_1} = a\frac{\rho_w}{\rho_1} = \Delta a,$$

получим: $a' + a - a'\frac{\rho_w}{\rho_3} - \Delta a = a' - \Delta a'$. (9)

Откуда следует: $\rho_3 = \rho_w \frac{a'}{a+\Delta a'-\Delta a}$. (10)

Задача 2. Удельное сопротивление

Удельное сопротивление ρ проводника выразим через его сопротивление R, диаметр d и длину l по формуле $\rho = R\frac{S}{l} = R\frac{\pi d^2}{4l}$. Длину l найдем прямым измерением. Диаметр определим следующим способом: незакрепленный проводник кладем на стол так, чтобы часть его выступала за край стола, и загибаем выступающий конец под прямым углом. Сверху проводник накрываем линейкой, двигая которую вдоль края стола, "прокатываем" проводник на некоторое расстояние L. По вращению загнутого конца проволоки считают число оборотов N. Тогда диаметр проводника d найдем из условия:

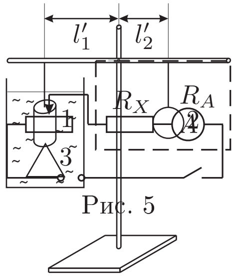


Рис. 5

Рис. 4

$$L = \pi \cdot d \cdot N; \quad d = \frac{L}{\pi \cdot N}$$

Чтобы предотвратить проскальзывание проводника, целесообразно под проводник подложить бумагу, а линейку двигать с небольшим нажимом на проводник.

Для измерения сопротивления R_x сначала собираем цепь, схема которой изображена на рис.1 и определим силу тока I. Затем собираем цепь (см. рис.2) и измеряем напряжение U на R_X. Сопротивления реостата устанавливаем на максимум ($R \approx 6$ Ом). Поскольку сопротивление участка, обведенного пунктиром, в обоих случаях много меньше R реостата, с большой точностью можно считать, что сила тока в обеих схемах одинакова. Тогда из показаний амперметра I' определяем напряжение на R_X: $U = I' \cdot R_A$ и находим сопротивление

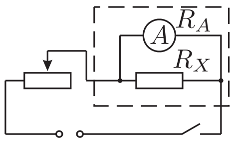


Рис. 6

$$R_X = R_A \frac{I'}{I - I'}.$$

Для подключения амперметра следует выбирать самые короткие провода из всех предложенных так, чтобы $R_{пр} << R_A$.

После определения R_X, d и l вычисляют удельное сопротивление ρ.

10 класс

Задача 1. Соударение

Время τ соударения шарика с твердой поверхностью равно половине периода гармонического колебания:

$$\tau = \frac{T}{2} = \frac{\pi}{\omega}.$$

При гармонических колебаниях максимальная скорость $v_m = \omega x_m$, где x_m — амплитуда колебаний, поэтому

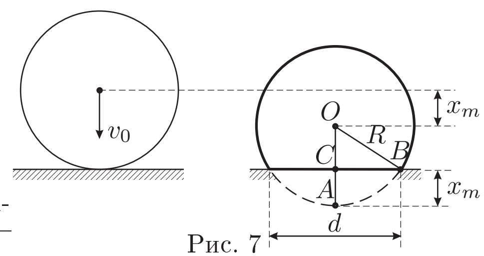


Рис. 7

$$\tau = \pi\frac{x_m}{v_m}.$$

Таким образом, для определения τ достаточно определить максимальную деформацию x_m и скорость v_m шарика перед ударом.

Деформацию x_m можно определить, положив на стеклянную пластину листы белой и копировальной бумаги и измерив диаметр пятна d, образовавшегося на белом листе после удара шарика. Из рис. 2 найдём

$$x_m = |CA| = |OA| - |OC| = R - \sqrt{R^2 - \frac{d^2}{4}} \approx \frac{d^2}{8R},$$

где R — радиус шарика, который можно определить, обернув вокруг него в 1-2 слоя лист бумаги.

Для определения скорости v_m исследуем зависимость диаметра пятна от высоты h падения шарика. Так как $v \sim x_m \sim d^2$, зависимость d^4 от h при малых высотах будет линейной ($v^2 = 2gh$), а при увеличении высоты начнёт сказываться сопротивление воздуха. По начальному линейному участку можно найти коэффициент пропорциональности между v и d^2, а с его помощью найти скорость шарика при падении с высоты 1,5 м. По этой скорости можно вычислить потери механической энергии.

Задача 2. "Черный ящик"

Поскольку источники тока подключены навстречу друг другу, и $\mathscr{E}_0 > \mathscr{E}_X$, то при некотором значении сопротивления R_2 сила ток на участке BAD будет равна нулю, (ЭДС $\mathscr{E}_X$ окажется скомпенсирована падением напряжения на R_3). При этом $U_{AD} = 0$, что и является признаком компенсации. Тогда неизвестную ЭДС $\mathscr{E}_X$можно определить прямым измерением:

$$\mathscr{E}_X = U_{BA}. \tag{4}$$

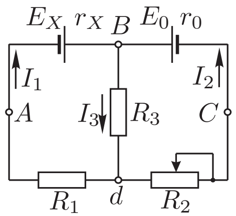


Рис. 8

При этом сила тока на участке CBD равна: $I = \frac{\mathscr{E}_0 - U_{BC}}{r_0}$. Сопротивление резистора

$$R_3 = \frac{U_{BD}}{I} = \frac{U_{BD}}{\mathscr{E}_0 - U_{BC}} r_0. \tag{5}$$

Установим максимальное значение сопротивления $R_2 = (R_2)_{\max}$. Сила тока I_2 на участке DCB равна

$$I_2 = \frac{\mathscr{E}_0 - U_{BC}}{r_0},$$

а ток через резисторR_3

$$I_3 = \frac{U_{BD}}{R_3}.$$

Из первого правила Кирхгоффа для узла B следует: $I_1 = I_3 - I_2$.

Теперь определим параметры оставшихся элементов схемы:

$$R_1 = \frac{U_{AD}}{I_1}, \tag{6}$$

$$r_X = \frac{\mathscr{E}_X - U_{BA}}{I_1}, \tag{7}$$

$$(R_2)_{\max} = \frac{U_{CD}}{I_2}. \tag{8}$$

11 класс

Задача 1. Оптический “черный ящик”

Определим, какая из линз является собирающей, а какая – рассеивающей. Для этого получают на экране изображение удаленного предмета (например, окна аудитории). При этом оказывается, что получить его можно только со стороны линзы $Л_1$ (когда к окну обращена линза $Л_2$), а при прохождении света с противоположной стороны “черного ящика” изображение на экране не наблюдается, то есть является мнимым. Этот результат позволяет однозначно установить, что линза $Л_1$ является собирающей, а $Л_2$ – рассеивающей.

Действительно, если предположить обратное, то ход лучей, при котором получается действительное изображение, должен иметь вид, изображенный на рис.1.

В соответствии с рисунком, собирающая линза в этом случае должна создавать первичное изображение, расположенное между рассеивающей линзой и ее задним фокусом F_2, то есть должно выполняться неравенство:

$$F_1 - L < F_2 \tag{9}$$

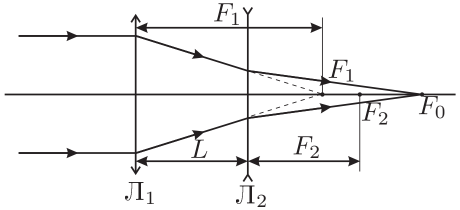


Рис. 9

где через F_1 обозначено фокусное расстояние собирающей линзы, через $-F_2$ - рассеивающей, через L - расстояние между ними (то есть длина трубки).

Однако при этом условии в случае прохождения света в противоположном направлении первичное изображение будет создаваться рассеивающей линзой в ее фокальной плоскости, то есть согласно неравенству (**??**) будет

расположено от собирающей линзы $Л_1$ на расстоянии, большим ее фокусного расстояния (рис. 2).

В этом случае получение действительного изображения неизбежно, что противоречит опыту.

Если же $Л_1$ является собирающей, а $Л_2$ рассеивающей, то результаты опыта удовлетворительно объясняются, если предположить, что фокус собирающей линзы находится внутри ящика, то есть

$$F_1 \leqslant L \tag{10}$$

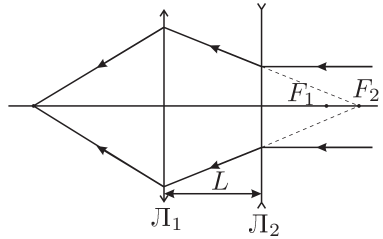


Рис. 10

Найдем фокусные расстояния линз. Найдем такое положение лампочки, при котором ее поперечное смещение с оптической оси h вызывает равные перемещения изображения на экране H.

Для случая, когда ближайшей к лампочке является собирающая линза, ход лучей изображен на рис. 7. (h' - первичное изображение, создаваемое линзой $Л_1$).

В соответствии с ним из подобия треугольников можно записать:

$$\frac{h}{h'} = \frac{a}{a'}; \quad \frac{H}{h'} = \frac{b}{a'-L}$$

следовательно

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{a'-L} \quad \Rightarrow \quad a' = \frac{aL}{a-b}$$

Отсюда с помощью формул:

$$\frac{1}{F_1} = \frac{1}{a} + \frac{1}{a'}$$

$$-\frac{1}{F_2} = -\frac{1}{a'-L} + \frac{1}{b}$$

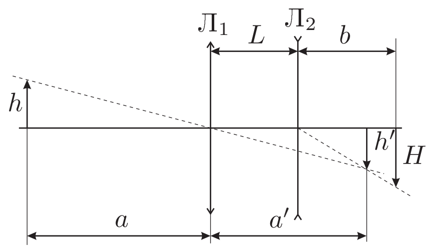


Рис. 11

определяются искомые фокусные расстояния:

$$F_1 = \frac{a \cdot a'}{a + a'} \tag{11}$$

$$F_2 = \frac{(a'-L)\cdot b}{b - a' + L} \tag{12}$$

Задача 2. Измерение электроемкости

На монтажной плате собираем мостовую схему (рис. 12). При замыкании ключа K по участку ACB пройдет кратковременный ток зарядки конденсаторов. Если при этом потенциалы точек C и D окажутся различными, то вольтметр зафиксирует кратковременный импульс напряжения. Смещая движок потенциометра, можно получить равновесие моста, т.е. найти такое его положение, при котором стрелка вольтметра при замыкании (и размыкании) ключа остается неподвижной. При этом $\phi_{\mathrm{C}} = \phi_D$, или U_{AC}=U_{AD}; U_{CB}=U_{DB}. (**??**)

Тогда для последовательно соединенных конденсаторов можно записать:

$$\frac{U_{AC}}{U_{CB}} = \frac{U_{C_0}}{U_{C_X}} = \frac{C_X}{C_0}. \tag{13}$$

В то же время для напряжений на клеммах потенциометра можно записать:

$$\frac{U_{AD}}{U_{DB}} = \frac{R_{AD}}{R_{DB}}. \tag{14}$$

С учетом (**??**) получаем: $\frac{C_X}{C_0} = \frac{R_{AD}}{R_{DB}}$. (4)

Отношение сопротивлений $\frac{R_{AD}}{R_{DB}}$ можно определить, измеряя вольтметром напряжения U_{AD} и U_{DB}: $\frac{U_{AD}}{U_{DB}} = \frac{R_{AD}}{R_{DB}}$

Таким образом: $C_X = C_0 \frac{U_{AD}}{U_{DB}}$. (5)

Примечание. Для большей точности определения C_X рекомендуется дважды уравновесить мост, приближаясь к равновесному положению потенциометра с разных сторон (при этом полярность подключения вольтметра следует изменить), после чего полученные результаты усреднить.

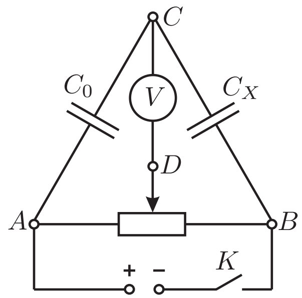


Рис. 12