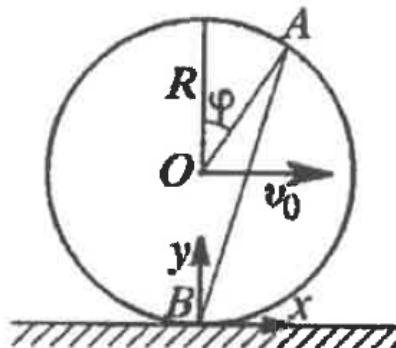


УТС 1

1. Колесо радиуса R катится без скольжения по горизонтальной дороге со скоростью v_0 . Найти горизонтальную компоненту v_x линейной скорости движения произвольной точки на ободе колеса, вертикальную компоненту v_y этой скорости и модуль полной скорости для этой же точки. Найти значения угла α между вектором полной скорости точек на ободе колеса и направлением поступательного движения его оси. Показать, что направление вектора полной скорости произвольной точки A на ободе колеса всегда перпендикулярно к прямой AB и проходит через высшую точку катящегося колеса. Показать, что для точки A $v_{\text{полн}} = |BA|\omega$. Построить график распределения скоростей для всех точек на вертикальном диаметре (в данный момент времени) катящегося без скольжения колеса. Выразить все искомые величины через v_0 , R и угол φ , составленный верхним вертикальным радиусом колеса и радиусом, проведенным из центра колеса O в исследуемую точку его обода A .
- Указание.** Движение точек обода колеса можно рассматривать как результат сложения двух движений: поступательного движения со скоростью v_0 оси колеса и вращения вокруг этой оси. Для этих точек при отсутствии скольжения колеса модули векторов скорости поступательного движения и линейной скорости, обусловленной вращением, равны друг другу.



2. С самой высокой горы на Луне стартует ракета. Угол горизонта по отношению к направлению струи выхлопных газов сохраняется постоянным и составляет $\varphi = 0,1$ рад. Разница скоростей струи и ракеты составляет $u = 4$ км/с. Считая, что ракета движется горизонтально, определить изменение массы ракеты как функцию времени $m(t)$. Время t когда он достигнет первой космической скорости? Во сколько раз за это время уменьшится масса ракеты? Какова будет перегрузка космонавтов?
3. На горизонтальный диск, вращающийся вокруг своей оси с угловой скоростью ω_1 , падает другой диск, вращающийся вокруг той же оси с угловой скоростью ω_2 . Моменты инерции дисков относительно указанной оси равны I_1 и I_2 . Удар абсолютно неупругий. На сколько изменится кинетическая энергия системы после падения второго диска? Чем объясняется изменение энергий? Геометрические оси обоих дисков являются продолжением одна другой.
4. Зная зависимость свободной энергии от температуры и объема $F(T, V)$, показать, что давление $p = - \left(\frac{\partial F}{\partial V} \right)_T$ и энтропия $S = - \left(\frac{\partial F}{\partial T} \right)_V$.

5. Обширное пространство между звёздами заполнено т.н. межзвёздной средой. Под действием космических лучей молекулы межзвёздной среды могут лишиться части своих электронов и стать положительно заряженными ионами, в то время как электроны становятся свободными и превращаются в плазму. Пульсар – это нейтронная звезда, вращающаяся с большой скоро- стью и обладающая очень сильным магнитным полем. Его электромагнитное излучение при наблюдении с Земли представляет собой периодический сигнал. Излучение пульсаров может быть использовано для межзвёздной навигации и высокоточного измерения времени, поэтому необходимо знать точное время, за которое сигналы достигают Земли, и изучить фазовые сдвиги и дисперсию со-ставляющего их излучения. Расстояние между Землёй и пульсаром равно d , и средняя концентрация электронов в межзвёздной среде равна n_e (характерный порядок этой величины 10^4 1/m^3). В межзвёздной среде также существует однородное магнитное поле индукции B (порядка 10^{-10} Тл), параллельное направлению распространения электромагнитных волн. Считайте известными массу электрона m_e , его заряд $-e$ ($e > 0$), диэлектрическую проницаемость вакуума ϵ_0 и скорость света в вакууме c .

5.1. Выберем направление распространения электромагнитного излучения в качестве положительного направления оси Oz , тогда для электромагнитной волны с частотой f составляющие электрического поля могут быть записаны как $E_x = E_0 \cos(kz - 2\pi ft)$, $E_y = E_0 \cos(kz - 2\pi ft \pm \frac{\pi}{2})$, где E_0 и k – амплитуда и волновое число этой волны соответственно. Для простоты считайте E_0 постоянной и пренебрегите влиянием магнитного поля этой же волны на электрон. Найдите радиус r_e кругового движения электрона в таком поле.

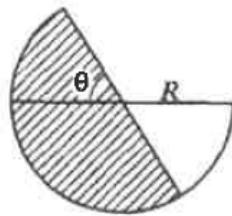
5.2. Распространяющийся в межзвездной среде сигнал будет подвержен дисперсии, и скорость его распространения (т. е. групповая скорость v_g) пропорциональна производной частоты электромагнитной волны по её волновому числу и выражается формулой $v_g = 2\pi \frac{df}{dk}$. Найдите наименьшую частоту f_c электромагнитной волны, способной достичь Земли при движении через межзвёздную среду.

5.3. Считайте, что средняя концентрация электронов n_e в межзвездной среде остаётся постоянной вдоль всего пути распространения электромагнитной волны. Насколько больше времени Δt понадобится волне частоты f , чтобы достичь Земли, при движении сквозь межзвездную среду по сравнению с движением через вакуум?

5.4. Найдите, на какую величину $\Delta\Phi$ будет отличаться фаза пришедшей на Землю волны, вектор напряженности в которой вращается в одну сторону, по сравнению с волной, вектор напряженности которой вращается в противоположную. Считайте, что $\frac{e}{2\pi\sqrt{\frac{n_e}{\epsilon_0 m_e}}} \ll f$, $\frac{eB}{2\pi m_e} \ll f$.

5.5. Предположим, что на промежутке длиной a концентрация электронов отличается от средней на Δn_e . Какой дополнительный фазовый сдвиг $\Delta\Phi$ вызовет это флюктуация для прошедшей сквозь указанный промежуток волны?

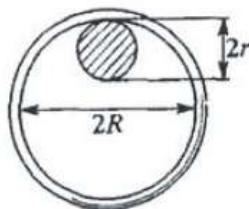
6. Конденсатор переменной емкости состоит из двух неподвижных металлических пластин, расположенных на расстоянии d друг от друга, и подвижной диэлектрической пластины, которая может поворачиваться и входить в зазор между металлическими пластинами (рисунок). Все пластины имеют форму полукруга радиуса R , причем зазоры между диэлектрической пластиной и пластинами конденсатора пренебрежимо малы в сравнении с d . Пренебрегая краевыми эффектами, найти момент сил M , действующих на диэлектрическую пластину, когда она выведена из положения равновесия. Конденсатор заряжен до разности потенциалов V , диэлектрическая проницаемость подвижной пластины равна ϵ .



7. Полосы интерференции получаются с помощью бипризмы Френеля с малым преломляющим углом и щелевого источника света, параллельного ребру бипризмы. Интерференционные полосы наблюдаются на экране, расположенном перпендикулярно к оси установки. Нулевая полоса получается в центре экрана – на оси (точнее, в плоскости симметрии) установки. Расстояние от источника до бипризмы равно a , от бипризмы до экрана – b . В какую сторону и на какую величину x сместится нулевая интерференционная полоса, если щелевой источник света немного сместить в направлении, перпендикулярном к оси оптической системы, на величину h ?

УТС 2

1. Определить период малых колебаний тонкого кольца массы M и радиуса R , надетого на неподвижный горизонтальный цилиндр радиуса r .
Проскальзывания нет.



2. Для определения отношения удельных теплоемкостей C_p и C_V газа измерили период T_1 малых колебаний ртути в U-образной стеклянной трубке с незапаянными концами. После этого на обе ветви трубки были насыпаны большие одинаковые полые стеклянные шары с исследуемым газом, вследствие чего период колебаний изменился и стал равным T_2 . Считая процесс сжатия и разрежения газа в шарах адиабатическим, вывести формулу для $\gamma = \frac{C_p}{C_V}$. Объем каждого шара равен $V \text{ м}^3$, давление газа в них в состоянии покоя $h \text{ см рт. ст.}$, а площадь поперечного сечения трубы $S \text{ см}^2$. Объемом незаполненной части трубы можно пренебречь по сравнению с объемом шара V .
3. Свободный покоящийся электрон столкнулся с фотоном, энергия которого в $\eta = 2,0$ раза превышала энергию покоя электрона. Найдите радиус кривизны траектории электрона отдачи при напряженности магнитного поля $B = 0,12 \text{ Тл}$. Считается, что отскочивший электрон движется перпендикулярно направлению поля.
4. Для параксиальных лучей формула, связывающая расстояние u от источника до преломляющей сферической поверхности радиуса R с расстоянием v от изображения до той же поверхности, имеет вид

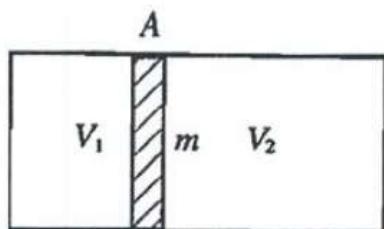
$$\frac{n}{v} - \frac{1}{u} = \frac{n-1}{R}.$$

Показать, что для лучей, пересекающих поверхность на расстоянии h от оси, расстояние изображения от сферической поверхности v' связано с u формулой (с точностью до h^4)

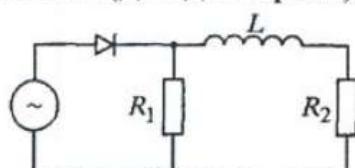
$$\frac{n}{v'} - \frac{1}{u} = \frac{n-1}{R} + \frac{n-1}{n^2} \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{u} \right)^2 \left(\frac{1}{R} - \frac{n+1}{u} \right) \frac{h^2}{2}.$$

5. В цилиндре с площадью поперечного сечения S находится поршень массой m , который разделяет внутренность цилиндра на две части и может двигаться без трения. Когда система находится в равновесии, температура газа с обеих сторон цилиндра одинакова, его давление равно p , а объем частей - V_1 и V_2 соответственно. В начальный момент времени поршень незначительно отклоняют от положения равновесия и затем отпускают. Под действием давления газа в обеих сторонах поршень начинает колебаться. Температуру газа при этом считайте постоянной.

- 5.1. Найдите период колебаний поршня t . Выразите ответ через p, V_1, V_2, m, S .
5.2. Найдите отношение периода t' колебаний поршня при температуре газа $t' = 30^\circ\text{C}$ к периоду t при 0°C .



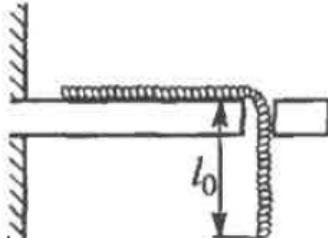
6. Оценить отношение амплитуды пульсаций тока к его постоянной составляющей $\frac{\delta I}{I_0}$ в нагрузке R_2 однополупериодного выпрямителя, если частота генератора $f = 50$ Гц, $R_2 = 1$ Ом, $R_1 = 10$ Ом, $L = 10$ Гн, а сопротивление диода D равно нулю (диод открыт) или бесконечности (диод закрыт).



7. На длинном тонком заряженном проводе, расположенном параллельно горизонтальной металлической плоскости на высоте H от нее, сидят два комара, умеющих летать вдоль силовых линий электрического поля. На каком расстоянии друг от друга они приземляются, если оба стартуют из одной точки горизонтально в направлениях, противоположных друг другу?

УТС 3

1. Шнур, положенный на доску, пропущен одним концом в отверстие, просверленное к доске. Найти, с какой скоростью v соскользнет с доски конец шнура, если известна длина всего шнура l и длина его конца l_0 , свешивающегося в момент начала движения. Найти зависимость от времени длины свисающего с доски отрезка шнура. Трение между шнуром и столом не учитывать.

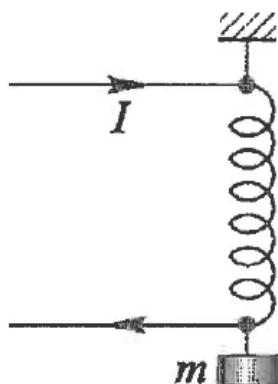


2. В тонкостенном сосуде, содержащем идеальный газ при давлении P , имеется маленькое круглое отверстие радиуса r , через которое молекулы газа вылетают в вакуум. На расстоянии L от отверстия находится круглый диск радиуса R ($R \gg r$), так что плоскость диска параллельна плоскости отверстия и центры диска и отверстия лежат на прямой, перпендикулярной плоскости отверстия. Определить силу F , действующую на диск. Считать, что все частицы прилипают к диску.

Справка. $\int_0^{\infty} x^{2n} e^{-\gamma x^2} dx = \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (2n-1)}{2^{n+1} \gamma^n} \sqrt{\frac{\pi}{\gamma}}$.

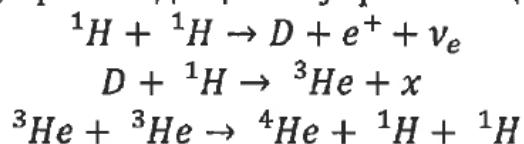
3. При распространении света в изотропной среде с медленно изменяющимся от точки к точке показателем преломления n радиус кривизны R луча определяется формулой $\frac{1}{R} = \frac{\partial(\ln n)}{\partial n}$, где производная берется по направлению главной нормали к лучу. Получить эту формулу, имея в виду, что в такой среде справедлив закон преломления $n \sin \vartheta = const$, где ϑ – угол между лучом и направлением $grad n$ в данной точке.

4. Определить удлинение спиральной пружины x , по которой течет постоянный ток I и к нижнему концу которой подведен груз массы m . Длина недеформированной пружины равна l , диаметр витка D , число витков N . Предполагается, что деформации малы ($x \ll l$) и подчиняются закону Гука (коэффициент жесткости пружины равен k).

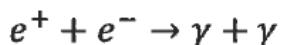


5. Солнце – это звезда, на которой мы живем. Его основным компонентом является водород, который нагревается, сжимаясь под действием собственных гравитационных сил. Когда его температура достигает определенного уровня, нейтральные атомы ионизируются и превращается в плазму, состоящую из протонов и электронов. В центральной области температура, достигающая

1.5×10^7 К, и плотность более $1.6 \times 10^5 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$ вызывает термоядерный синтез и выделение огромной энергии, тем самым противодействуя собственному гравитационному сжатию, чтобы прийти в равновесие и стать звездой. Основные термоядерные реакции, происходящие внутри Солнца:



Так как первая реакция определяется слабым взаимодействием, то её вероятность очень мала, что приводит к медленному выделению энергии. Продукт реакции позитрон ${}^+$ аннигилирует с электроном ${}^-$ с выделением гамма-лучей, а именно:

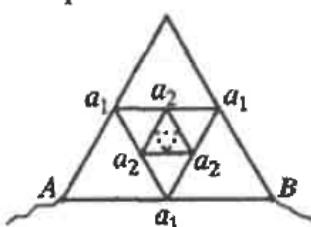


Численное значения: массы протона 1H , дейтерия D, гелия-3 3He и электрона e^- равны соответственно 938.27, 1875.61, 2808.38, 3727.36 и $0.51 \frac{\text{МэВ}}{\text{с}^2}$

(погрешность $0.01 \frac{\text{МэВ}}{\text{с}^2}$), с – скорость света в вакууме, масса нейтрино ν_e меньше $3 \frac{\text{эВ}}{\text{с}^2}$. Постоянная Планка $\hbar = 6.626 \times 10^{-34} \text{Дж} \cdot \text{с}$, с = $3 \times 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}$, постоянная

Больцмана $k = 1.381 \times 10^{-23} \frac{\text{Дж}}{\text{К}}$, элементарный заряд = $1.602 \times 10^{-19} \text{Кл}$.

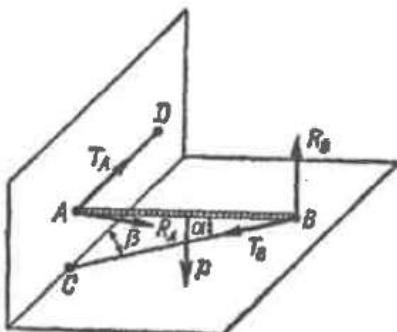
- 5.1. Используя модель идеального газа, оцените среднюю кинетическую энергию различных частиц в тепловом равновесии и давление в центральной области Солнца (в качестве единиц измерения используйте эВ и атм соответственно).
- 5.2. Какая из частиц $\alpha, \beta, \gamma, p, n$ обозначена как x в формулах реакций? Вычислите кинетическую энергию и импульс этой частицы. Можно ли найти систему отсчета, в которой кинетическая энергия частицы x равна нулю?
- 5.3. Укажите диапазон кинетической энергии каждого из продуктов первой реакции.
- 5.4. Когда γ -луч (фотон), возникший в результате аннигиляции, достигает поверхности Солнца после многократного комптоновского рассеяния, его длина волны приблизительно равна $5.4 \times 10^{-7} \text{м}$. Пусть энергия падающего фотона E_0 , энергия фотона после одного рассеяния E , а угол рассеяния фотона ϕ (угол между импульсами фотона до и после рассеяния). Выразите E через E_0 и ϕ . Найдите ϕ , предполагая, что на пути от центра Солнца к поверхности фотон претерпел комптоновское рассеяние 10^{26} раз, и угол каждого рассеяния один и тот же.
6. Фигура, изображенная на рисунке, сделана из проволоки постоянного сечения. Число вписанных друг в друга правильных треугольников очень велико. Сторона самого большого треугольника $a_1 = 1 \text{ м}$. Сопротивление одного метра проволоки равно 1 Ом. Найти сопротивление между клеммами A и B.



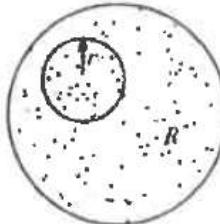
7. Пространство внутри длинного соленоида, состоящего из N витков проволоки, заполнено однородным веществом с диэлектрической проницаемостью ϵ и магнитной проницаемостью μ . Длина соленоида равна l , радиус R . По обмотке соленоида течет переменный ток $i = i_0 \cos \omega t$. Пренебрегая краевыми эффектами, вычислить магнитную и электрическую энергии, локализованные внутри соленоида, и найти отношение максимальных значений этих энергий. Провести числовой расчет для $R = 5$ см, $\epsilon = \mu = 1$ и частоты $\nu = 100$ Гц.

УТС 4

1. Однородный стержень AB опирается своими концами на горизонтальную и вертикальную плоскости и удерживается в этом положении двумя горизонтальными нитями AD и BC ; нить BC находится в одной плоскости (вертикальный) со стержнем AB . Определить реакцию опор и силы натяжения нитей, если сила тяжести стержня P .



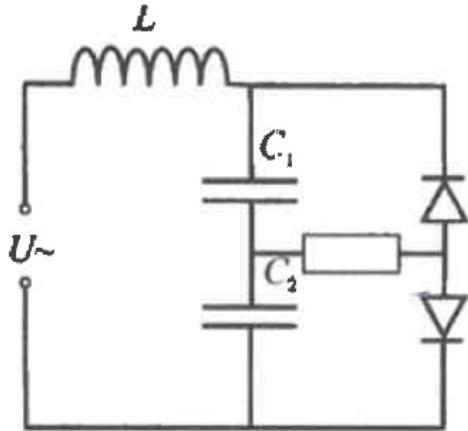
2. Внутри мыльного пузыря радиуса R находится другой мыльный пузырь радиуса r (см. рисунок), $r^2R > R^3 - r^3$. Внешний пузырь прокалывают и после установления равновесия обнаруживают, что радиус внутреннего пузыря равен внешнему R . Найти атмосферное давление, если коэффициент поверхностного натяжения мыльного раствора равен σ .



3. Центр проводящей сферы радиуса R находится на плоской границе раздела двух диэлектриков с диэлектрическими проницаемостями ϵ_1 и ϵ_2 каждая. Заряд сферы e . Найти потенциал системы, вектор электрической индукции и распределение поверхностного заряда на сфере.
4. На прозрачный шар падает узкий параллельный пучок света так, что ось пучка проходит через центр шара. На противоположной стороне шара диаметр пучка света в три раза меньше диаметра падающего на шар пучка. Каков показатель преломления материала, из которого можно изготовить такой шар.
5. Оцените глубину проникновения в сверхпроводник перпендикулярно падающей на его поверхность электромагнитной волны. Частота волны $v = 10^{15} \text{ Гц}$, число электронов проводимости в единице объема $n_e = 10^{22} \text{ см}^{-3}$.

УТС 5

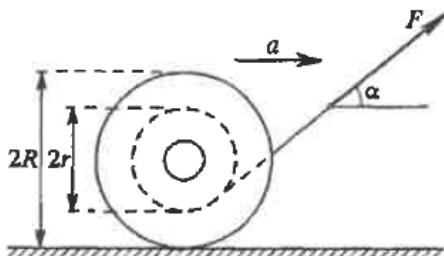
1. Рассмотрите «замыкание» сферической полости в большом водоеме. Давление воды P , начальный радиус полости R . Определите скорость воды на границе полости в момент, когда ее радиус был равен r .
2. Какую максимальную работу можно получить, имея в качестве нагревателя и холодильника тела с теплоемкостями C_1 и C_2 и начальными температурами T_{01} и T_{02} ?
3. Найти уравнение силовых линий двух точечных зарядов e и $-e$, расположенных на расстоянии d друг от друга.
4. К клеммам схемы, изображенной на рисунке подключен источник переменного напряжения с ЭДС амплитудой U и частотой f . Определите максимальные заряды конденсаторов C_1 и C_2 . До включения ЭДС они не были заряжены. Изображенные на схеме диоды проводят ток в направлении стрелки и не проводят в противоположном направлении $FRC_1 \gg 1, FRC_2 \gg 1$.



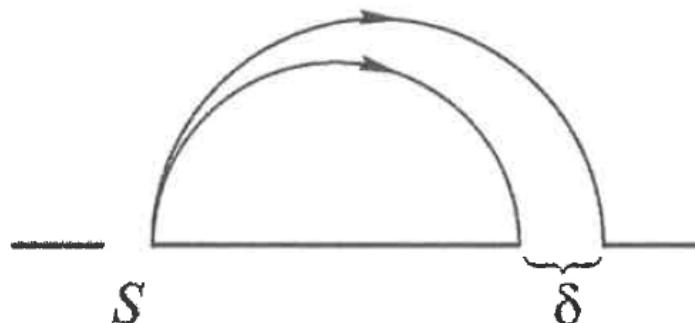
5. Определить собственные частоты звуковых колебаний газа, заполняющего закрытый участок прямолинейной трубы с линейными размерами a, b, d . Считать трубу абсолютно жесткой.

УТС 6

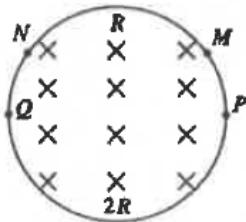
1. На горизонтальной плоскости лежит катушка ниток. С каким ускорением a будет двигаться ось катушки, если тянуть за нитку с силой F ? Каким образом надо тянуть за нитку для того, чтобы катушка двигалась в сторону натянутой нитки? Катушка движется по поверхности стола без скольжения. Найти силу трения между катушкой и столом.



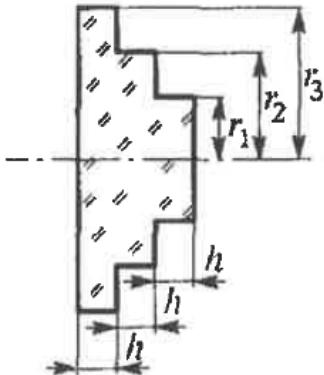
2. В закрытый сосуд, в котором над слоем воды находится насыщенный пар плотности ρ и температуры T , вносится капля воды радиуса a , имеющая ту же температуру. Через какое время радиус капли изменится в 2 раза? Коэффициент поверхностного натяжения воды равен σ , плотность – ρ_0 , молярная масса – μ . Изменением давления паров вблизи капли за счет испарения с ее поверхности пренебречь.
3. Частица движется в K -системе со скоростью v под углом ϑ к оси X . Найти соответствующий угол в K' -системе, перемещающейся со скоростью V относительно K -системе в положительном направлении ее оси X , если оси X и X' обеих систем совпадают.
4. В установке для разделения изотопов U^{235} и U^{238} пучок однократно ионизованных ускоренных ионов урана с энергией $E = 5$ кэВ попадает от источника через щель S в однородное магнитное поле, перпендикулярное к плоскости рисунка. В магнитном поле ионы разных масс движутся по различным окружностям и, совершив полуоборот, попадают в приемники. Конструкция последних должна быть такова, чтобы расстояние между пучками U^{235} и U^{238} на выходе было меньше $\delta = 5$ мм. Каково должно быть магнитное поле B , удовлетворяющее этому условию? Найти также время t , необходимое для полного разделения $M = 1$ кг природного урана, если ионный ток, создаваемый источником, $I = 5$ мА. Масса протона и нейтрона считать одинаковыми и равными 1.67×10^{-24} г.



5. Два тонких одинаковой длины из одного и того же материала с сопротивлениями R и $2R$ образуют кольцо диаметром D , соединяясь в точках P и Q , как показано на рисунке. В области внутри кольца существует однородное магнитное поле, перпендикулярное ему и направленное от наблюдателя, а его индукция линейно увеличивается со временем, и $\frac{dB}{dt} = b = \text{const}$. Известно, что ЭДС, индуцированная при этом в кольце, распределена по нему равномерно. M и N —две точки на кольце, и длина дуги MN равна половине полуокружности $PMNQ$. Найдите напряжение $U_M - U_N$ между этими точками.

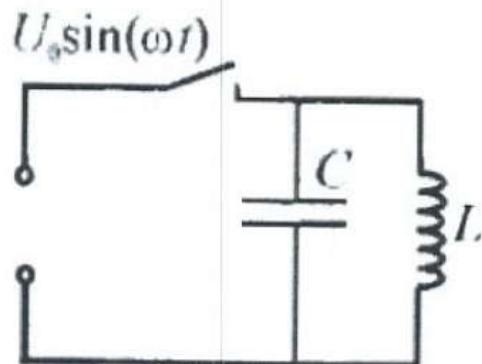


6. Существуют лазеры, мощность излучения которых в импульсе составляет сотни мегаватт. Допустим, что мощность лазера равна $W = 500 \text{ МВт}$, а площадь поперечного сечения светового пучка $S = 1 \text{ см}^2$. Пусть луч сфокусирован идеальной линзой с фокусным расстоянием $f = 5 \text{ см}$. Оценить напряженность электрического поля E и давление света P в фокусе такой линзы. Длина волны $\lambda = 6943 \text{ \AA}$.
7. Зонная пластинка, вырезанная из стекла с показателем преломления n , представляет собой тело вращения, сечение которого показано на рисунке. Пластинка помещена в непрозрачную оправу. Радиусы ступенек $r_1 = 2, r_2 = 4, r_3 = 6 \text{ мм}$. Толщина ступенек h однаакова. Определить максимальное фокусное расстояние f_{\max} пластиинки для света с длиной волны $\lambda = 500 \text{ нм}$. Указать, при какой толщине h интенсивность в фокусе будет наибольшей. Какой максимальный выигрыш в интенсивности будет давать такая система?



УТС 7

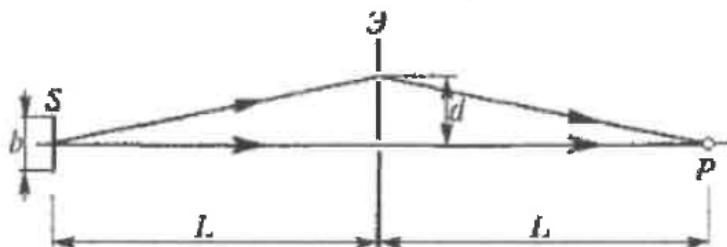
- Груз массой m подвешен в поле тяжести на пружине жесткости k . Точка подвеса пружины движется по вертикали по закону $y = A \cos \Omega t$. Найти амплитуду установившихся малых колебаний груза.
- Два компрессора адиабатический сжимают двухатомный газ. Сначала работает один компрессор, сжимающий газ от объема V_0 до промежуточного объема V_1 . Затем сжатый газ охлаждается до начальной температуры, после чего в работу вступает второй компрессор, сжимающий газ до объема V_2 . При каком объеме V_1 полная работа обоих компрессоров минимальна и чему она равна? Объемы V_0 и V_2 считать заданными, начальное давление газа P_0 . Работа какого компрессора при оптимальном V_1 больше?
- Тяжелая нерастяжимая цепь натянута на три невесомых блока радиуса r каждый. Оси блоков параллельны друг другу и изначально были расставлены по вершинам равностороннего треугольника со стороной a , при этом цепь двигалась с линейной скоростью v_1 . Потом оси блоков переместили так, что они стали принадлежать одной плоскости, а цепь приняла вид гусеницы трактора. Какова стала линейная скорость движения цепи v_2 после такого перемещения? Трением пренебречь.
- К клеммам в схеме подключен источник ЭДС $U \sin \omega t$. Определите максимальную и минимальную возможную амплитуду колебаний тока в контуре после его отключения от источника ЭДС.



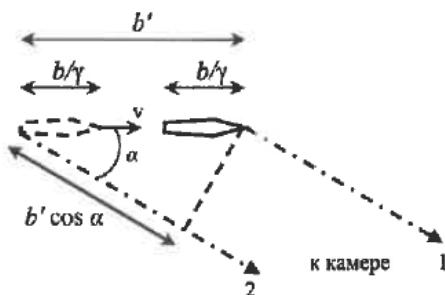
- Место распада $\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma$ с энергией 1 ГэВ окружено счетчиками регистрирующими энергию всех γ -квантов распада π^0 -мезонов. Во сколько раз будут отличаться скорости счета маленьких счетчиков, установленных под углами 0° и 90° ? Масса π^0 -мезона равна $135 \frac{\text{МэВ}}{\text{с}^2}$.

УТС 8

- Частица массы m движется под действием центральной упругой силы $F = -kr$. Найти частоту ω обращения частицы. Доказать, что частица движется по эллипсу, и выразить его площадь через момент импульса частицы l и частоту ω . Найти соотношение между средними значениями потенциальной и кинетической энергии частицы. Как должна измениться жесткость k , чтобы площадь эллипса увеличилась вдвое? Как при этом изменится частота обращения?
- Вдоль однородного магнитного поля индукции B из одной точки вылетают электроны со скоростью v , имея малый угловой разброс $\delta\alpha$. Определите, на каком расстоянии от места вылета пучок будет иметь минимальный поперечный размер, и оцените его.
- При распространении синусоидальных волн в бесконечной LC -цепочке фаза колебаний напряжения в каждом узле отстает на φ от фазы колебаний в предшествующем узле. Определите зависимость φ от ω, L, C . Чему равна скорость распространения синусоидальной волны по LC -цепочке, если длина ячейки l . Когда эта скорость слабо зависит от ω ?
- Свет от протяженного монохроматического источника S падает на непрозрачный экран \mathcal{E} , в котором имеются два маленьких отверстия. Интерференция света, прошедшего через отверстия, наблюдается в точке P . Источник света S и точка P находятся на одинаковом расстоянии L от экрана. При увеличении расстояния d между отверстиями изменение интенсивности в точке P имеет осциллирующий характер. Определить линейный размер b источника света, если 1-й минимум интенсивности в точке P наблюдается при $d = d_1 = 1$ см, а амплитуда осцилляций становится равной нулю при $d = d_2 = 20$ см (условие $d \ll L$ выполняется всегда).

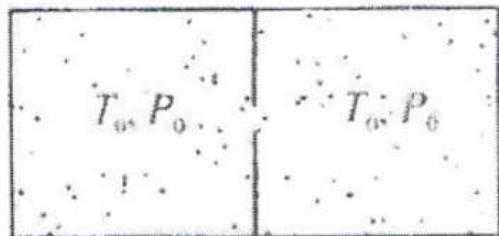


- Пуля, летящая со скоростью v относительно камеры и имеющая в своей системе покоя длину b , сфотографирована с большого расстояния. За пулей параллельно ее траектории расположен метровый стержень, покоящийся относительно камеры. Направление на камеру составляет угол α с направлением скорости пули. Чему равна кажущаяся длина пули, измеренная по снимку? (Какая часть метрового стержня на снимке будет закрыта пулей?)

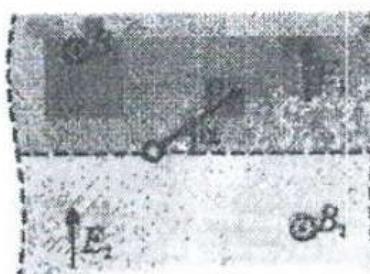


УТС 9

- Один из маятников Фуко был установлен в Ленинграде в Исаакиевском соборе. Длина маятника $l = 98$ м, линейная амплитуда колебаний шара маятника (т. е. наибольшее отклонение его из положения равновесия) $x_0 = 5$ м. Маятник отпускался из крайнего положения без начального толчка. Определить боковое отклонение шара маятника от положения равновесия в момент прохождения его через среднее положение. Географическая широта Ленинграда $\varphi = 60^\circ$.
- Замкнутый объем разделен на два одинаковых отсека теплоизолирующей перегородкой, в которой есть маленькое отверстие, размер которого меньше длины свободного пробега молекул газа, которые находятся в этих отсеках. Температура газа T_0 и давление P_0 . Определите, какая разница давлений возникнет в этих отсеках, если стенки левого отсека поддерживать при температуре T_1 , а правого - при T_2 ?

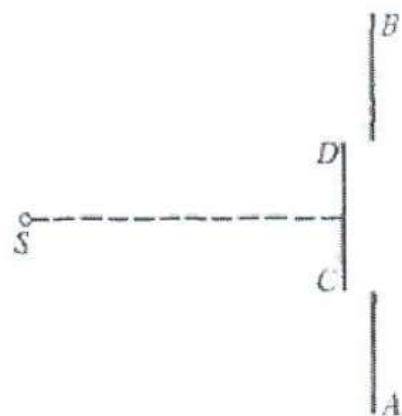


- Пространство разделено на две области плоскостью в одной области создано магнитное поле индукции B_1 и электрическое поле напряженности E_1 , в другой магнитное поле индукции B_2 , и электрическое поле напряженности, E_2 . Магнитные поля параллельны друг другу и плоскости раздела, электрические поля перпендикулярны плоскости раздела. С границы раздела под углом α к плоскости раздела, в сторону полей B_1 и E_1 , со скоростью перпендикулярной магнитному полю, стартует заряженная частица (см. рисунок). Определите ее дрейфовую скорость.



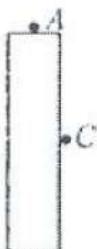
- Тонкое металлическое кольцо быстро вращается вокруг вертикальной оси, проходящей через его диаметр и перпендикулярной однородному магнитному полю с индукцией $B = 100$ Гс. Пренебрегая трением в оси, найти время τ , за которое угловая скорость вращения уменьшается в e раз. Плотность материала кольца $\rho = 9 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$, проводимость $\lambda = 5 \times 10^5 \Omega^{-1} \cdot \text{см}^{-1}$. Потери энергии за один оборот считать малыми.

5. Вдали от точечного источника S электромагнитной волны поставлен бесконечный идеально отражающий экран AB . Пользуясь векторной диаграммой, найти, как изменится интенсивность отраженной волны в точке S , если из экрана вырезать диск CD с центром в основании перпендикуляра, опущенного из S на плоскость экрана, и сместить этот диск по направлению к источнику на одну двенадцатую длины волны? Площадь диска составляет одну треть от площади первой зоны Френеля. Как изменится результат, если смещение произвести в противоположную сторону на ту же величину?

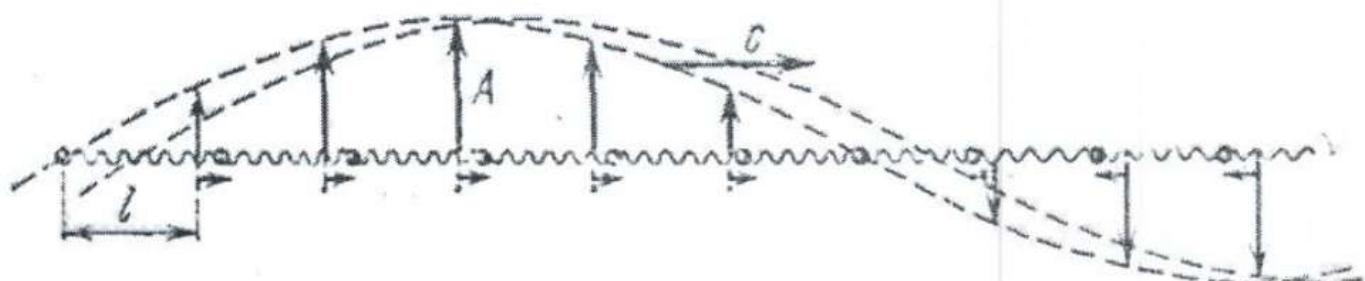


УТС 10

1. Определить максимальное гироскопическое давление быстроходной турбины, установленной на корабле. Корабль подвержен килевой качке с амплитудой $\varphi = 9^\circ$ и периодом $T = 15$ с вокруг оси, перпендикулярной оси ротора. Ротор турбины массой $m = 3500$ кг и радиусом $R = 0,6$ м вращается с частотой $n = 3000$ об/мин. Расстояние между подшипниками равно $l = 2$ м.
2. Две взаимно перпендикулярные проводящие плоскости образуют двугранный угол. На биссектрисе этого угла на расстоянии a от вершины помещен электрический диполь с моментом p_3 . Ось диполя направлена к вершине угла. Найти силу F , действующую на диполь.
3. Во сколько раз различаются поля, создаваемые соленоидом в точках A и C ? Его длина и радиус $2L$ и R соответственно.



4. Оценить, на сколько изменится коэффициент самоиндукции длинной однослоиной катушки, если в ее середину поместить сверхпроводящий шарик, радиус которого $r = 1$ мм значительно меньше радиуса витков. Длина катушки $l = 5$ см, число витков $N = 250$.
 5. По цепочке шариков массы m , связанных пружинами длины l и жесткости $k = m\omega_0^2$, бежит продольная синусоидальная волна частоты ω . Смещения шариков отложены на рисунке по вертикали в увеличенном масштабе.
- Амплитуда смещений много меньше l . Найдите скорость распространения этой волны. Получите скорость волны в низко частотном пределе $\omega \ll \omega_0$. Оцените граничную частоту ω_0 для железа.



УТС 1:

$$v_x = v_0(1 + \cos \varphi); \quad v_y = -v_0 \sin \varphi; \quad v_{\text{поли}} = 2v_0 \cos \frac{\varphi}{2}.$$

1. $a = -\arctan \left(\tan \frac{\varphi}{2} \right) = -\frac{\varphi}{2}$.

$$m(t) = m_0 e^{-t/\tau}, \text{ где } \tau = \frac{a \sin \alpha}{g} \approx 230 \text{ с}; \quad T = a \sqrt{\frac{R}{g}} \approx 100 \text{ с}; \quad \frac{m_0}{m} \approx 1.5.$$

Перегрузка космонавтов $g_{\text{зкн}} = \sqrt{g^2 + \dot{v}_x^2} \approx \dot{v}_x = 16 \text{ м/с}^2$, где \dot{v}_x — ускорение

ракеты.

Кинетическая энергия вращения уменьшится на величину

$$\Delta K = \frac{1}{2} \frac{I_1 I_2}{I_1 + I_2} (\omega_1 - \omega_2)^2.$$

3.

4.

1. $r_e = \frac{eE_0}{2\pi m_e f \left(2\pi f \mp \frac{eB}{m_e} \right)}$

2. $f_c = \frac{e}{4\pi} \left(\sqrt{\frac{B^2}{m_e^2} + \frac{4n_e}{\epsilon_0 m_e}} \pm \frac{B}{m_e} \right)$

3. $\Delta t = \frac{1}{2f^2 c 4\pi^2 \epsilon_0 m_e} \left(1 \pm \frac{eB}{2\pi m_e} \right)$

4. $\Delta\Phi = \frac{e^3 B d n_e}{4\pi^2 \epsilon_0 m_e^2 c f^2}$

5. $\Delta\Phi = \frac{\pi f_p^2}{nc(f \mp f_B)} \frac{\Delta n_e}{n_e} a, \text{ где } f_p = \frac{e}{2\pi} \sqrt{\frac{n_e}{\epsilon_0 m_e}} \text{ и } f_B = \frac{eB}{2\pi m_e}.$

5. $M = \frac{(\epsilon - 1) R^2 V^2}{16\pi d}$. Момент сил M стремится втянуть диэлект-

рическую пластину внутрь конденсатора.

6. $x = x' - h = hb/a.$

7.

УТС 2:

$$1. \quad T = 2\pi R \sqrt{\frac{2}{g(R-r)}}.$$

$$2. \quad \gamma = \frac{V}{hS} \frac{T_1^2 - T_2^2}{T_2^2}.$$

$$3. \quad \rho = 2\eta(1 + \eta)mc/eB(1 + 2\eta) = 3,4 \text{ см.}$$

4. доказательство

$$1. \quad \tau = 2\pi \sqrt{\frac{mV_1 V_2}{pS^2 (V_1 + V_2)}}$$

$$5. \quad 2. \quad \tau' / (\tau) = \sqrt{T/(T')} = 0.95$$

$$6. \quad \frac{\delta \mathcal{J}}{\mathcal{J}_0} = 1 - e^{-T/\tau} \approx \frac{T}{\tau} = \frac{R_1}{fL} = 0,02.$$

$$7. \quad D = 2H.$$

УТС 3

1. $v = \sqrt{\frac{g}{l}} (l^2 - l_0^2), x = l_0 \operatorname{ch} \left(\sqrt{\frac{g}{l}} t \right).$

2. $F = \frac{\pi r^2 P}{2} (1 - \cos^3 \theta_0), \text{ где } \cos \theta_0 = \frac{L}{\sqrt{L^2 + R^2}}.$

3. доказательство

4. $x = \frac{mg}{k} - \frac{\pi^2 N^2 D^2 I^2}{2kc^2 l^2}.$

1. $E_k \approx 2 \cdot 10^3 \text{ эВ}, P = 4 \cdot 10^{11} \text{ атм.}$

2. фотон γ , $E_{kx} = 5.5 \text{ МэВ}, p_x = 5.5 \text{ МэВ/с}$, нельзя найти такую систему отсчёта.

3. $E_{kD} < 0.01 \text{ МэВ} \approx 0, 0 < E_{ke} < 0.42 \text{ МэВ}, 0 < E_{k\nu} < 0.42 \text{ МэВ}$

4. $E = \frac{E_0}{1 + \frac{E_0}{mc^2}(1 - \cos \phi)}, \phi = 6.7 \times 10^{-11} \text{ рад}$

5.

6. $R_{AB} = \frac{\sqrt{7} - 1}{3} a_1 \rho \approx 0.55 a_1 \rho = 0.55 \Omega \text{м.}$

7. $W_M = \frac{2\pi^2 \mu R^2 N^2}{c^2 l} \mathcal{J}_0^2 \cos^2 \omega t; \quad W_3 = \frac{\epsilon \mu^2 \pi^2 \omega^2 R^4 N^2}{4c^4 l} \mathcal{J}_0^2 \sin^2 \omega t;$

$$\frac{W_3^{\max}}{W_M^{\max}} = \frac{\epsilon \mu}{2} \left(\frac{\omega R}{2c} \right)^2 \approx 1.3 \cdot 10^{-15}.$$

Ответы УТС 4

~~Экзамен 1~~

$$R_B = P; \quad T_B = \frac{P}{2} \operatorname{ctg} \alpha;$$

$$1. \quad R_A = \frac{P}{2} \sin \beta \operatorname{ctg} \alpha; \quad T_A = \frac{P}{2} \cos \beta \operatorname{ctg} \alpha.$$

$$2. \quad P = \frac{2g}{R} \left(\frac{r^2 R}{R^3 - r^3} - 1 \right).$$

$$3. \quad \varphi = \frac{a}{r} \quad a = \frac{e}{2\pi(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)} \quad \sigma_1 = \frac{\varepsilon_1 e}{2\pi(\varepsilon_1 + \varepsilon_2) R^2}, \quad \sigma_2 = \frac{\varepsilon_2 e}{2\pi(\varepsilon_1 + \varepsilon_2) R^2}$$

$$4. \quad 1.5 \text{ or } 3$$

$$5. \quad \Delta \approx m_e v c / (n_e e^2) \approx 10^{-5} \text{ cm}$$

УТС 5

~~Ответы 2~~

1. $v = \sqrt{\frac{2}{3} \frac{P}{\rho} \left(\frac{R^3}{r^3} - 1 \right)}, \rho - \text{плотность воды.}$

2. $A = C_1 T_{01} + C_2 T_{02} - (C_1 + C_2) \sqrt[1/2]{(T_{01})^{C_1} (T_{02})^{C_2})}$

3. $\frac{z - \frac{d}{2}}{\left[r^2 + \left(z - \frac{d}{2} \right)^2 \right]^{1/2}} - \frac{z + \frac{d}{2}}{\left[r^2 + \left(z + \frac{d}{2} \right)^2 \right]^{1/2}} = C.$

4. $U_1 = \frac{UC_2}{C_1 + C_2 - \omega^2 LC_1 C_2}, U_2 = \frac{UC_1}{C_1 + C_2 - \omega^2 LC_1 C_2}, \omega = 2\pi F$

5. $\omega^2 = c^2 \pi^2 \left(\frac{n^2}{a^2} + \frac{m^2}{b^2} + \frac{l^2}{d^2} \right)$

~~УТС 4~~ УТС 6

$$a = \frac{F(R \cos \alpha - r)R}{I + mR^2}, \text{ где } I \text{ и } m \text{ — момент инерции и масса катушки соответственно; } a > 0, \text{ если } \cos \alpha > r/R; \text{ сила трения } f = F \cos \alpha - ma.$$

1. соответственно; $a > 0$, если $\cos \alpha > r/R$; сила трения $f = F \cos \alpha - ma$.

2. $\tau = \frac{7\rho_0^2 a^3}{32\sigma\lambda\rho} \sqrt{\frac{\pi R T}{2\mu}}$, где λ — длина свободного пробега молекул пара.

3. $\tan \theta' = \left(\sqrt{1 - \beta^2} \sin \theta \right) / (\cos \theta - v/u)$, где $\beta = v/c$.

4. $B \leq \frac{c\Delta m}{\delta} \sqrt{\frac{2e}{me}} \approx 4000 \text{ Гс, } t = \frac{Me}{AmpI} \approx 2,5 \text{ года, где } m \text{ — масса атома урана, } \Delta m \text{ — разность масс атомов U}^{238} \text{ и U}^{235}, A = 238 \text{ — относительная атомная масса U}^{238}, m_P \text{ — масса протона.}$

5. $U_M - U_N = -\pi D^2 b / (48)$

6. $E_0 \approx \sqrt{E_0^2} = \sqrt{\frac{4\pi W}{cS}} = 1,45 \cdot 10^3 \text{ ед. СГСЭ} = 4,3 \cdot 10^5 \text{ В/см.}$

$P_0 \approx 1,67 \cdot 10^5 \text{ дин/см}^2 \approx 0,16 \text{ атм.}$

7. $f_{\max} = \frac{r_1}{\lambda} = 8 \text{ м; } h = \frac{2m+1}{2(n-1)} \lambda, m = 0, 1, 2, \dots; \mathcal{J}_{\max} = 36\mathcal{J}_0$.

УТС 7

Ответы

- Груз массой m подвешен в поле тяжести на пружине жесткости k . Точка подвеса пружины движется по вертикали по закону $y = A \cos \Omega t$.
1. Найти амплитуду установившихся малых колебаний груза.

2.

$V_1 = \sqrt{V_0 V_2}$, $A_{\min} = 5P_0 V_0 [(V_0/V_2)^{1/5} - 1]$. Каждый компрессор совершают работу $A_{\min}/2$.

3.

$$v_2 = \frac{\pi r^2 + 3ar + \frac{\sqrt{3}}{2}a^2}{\pi r^2 + 3ar} v_1.$$

4.

При $\omega < \frac{1}{\sqrt{LC}}$ $I_0 = U \sqrt{\frac{C}{L}}$, при $\omega > \frac{1}{\sqrt{LC}}$, $I_0 = \frac{U}{\omega L}$

5.

$$(1 - V/c)^2 \approx 1/4\gamma^4 \approx 8 \cdot 10^{-5}.$$

$$x_0 = \frac{A}{1 - \frac{m\Omega^2}{k}}$$

УТС 8

~~Ответы 5~~

4
 $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$; $S = \frac{\pi l}{\omega m}$; $\bar{\Pi} = \bar{K}$. Жесткость k должна уменьшиться в ~~✓~~ $\frac{1}{2}$ раз, тогда частота уменьшится вдвое.

2. $x \approx 2\pi m_e v / eB$, $\Delta y \approx \pi m_e v (\delta\alpha)^2 / 2eB$.

3. $\varphi = 2 \arcsin(\omega V LC / 2)$; $v = \omega l / \varphi$ при $\omega < 2/VLC$. При $\omega < 1/VLC$.

3

4. $b = \frac{2d_1^2}{d_2} = 0,1 \text{ см}$

4.

5. $b' = \frac{b}{\gamma(1 - \beta \cos\alpha)}$

5.

Ответы к УТС 9

1. $y = \omega_b x_0 / \Omega = \omega x_0 / \Omega \sin \varphi \approx 1 \text{ мм}.$

$$P_s - P_n = \frac{2P_0\sqrt{T_1 T_2}}{T_0} \frac{\sqrt{T_1} - \sqrt{T_2}}{\sqrt{T_1} + \sqrt{T_2}}$$

2.

$$u = \frac{\alpha_1 B_2 (E_1/B_1) + (\pi - \alpha_2) B_1 (E_2/B_2) + B_2 v_1 \sin \alpha_1 - B_1 v_2 \sin \alpha_2}{\alpha B_2 + (\pi - \alpha_2) B_1}, \text{ где}$$

3.

$$\alpha_1 = \arcsin \frac{v \sin \alpha}{v_1}, \quad \alpha_2 = \arcsin \frac{v \sin \alpha}{v_2},$$

$$v_1 = \sqrt{v^2 + (E_1/B_1)^2 - 2v(E_1/B_1)\cos \alpha}, \quad v_2 = \sqrt{v^2 + (E_2/B_2)^2 - 2v(E_2/B_2)\cos \alpha}$$

$$\tau = \frac{4\rho}{\lambda B^2} = 7,2 \text{ с.}$$

4.

Амплитуда колебаний в точке S увеличивается в $\sqrt{3}$ раз, а интенсивность — в три раза.

и 0

5.

~~Ответы 6~~ УТС 10

$$F_{\max} = \frac{2\pi^2 \varphi n R^2 m}{Tl} = 6500 \text{ H}$$

1. $F_{\max} = 2\pi\varphi n R^2 m / (Tl) = 2 \text{ кН}$

1

2. $\frac{B_A}{B_C} = \left(\frac{l}{r}\right)^2$

3

3. $\Delta L = -\left(\frac{4\pi N}{l}\right)^2 \frac{r^3}{2}$

4

$$\Delta L = -\frac{2\pi\mu_0 N^2 r^3}{l^2} = -2 \cdot 10^{-7} \text{ Henry}$$

4. $c = \frac{\omega!}{2 \arcsin(\omega/2\omega_0)}.$ При $\omega \ll \omega_0$ $c = \omega_0 l;$ $2\omega_0 \approx 10^{14} \text{ Гц.}$

5

5. $F = \frac{3(3\sqrt{2}-1)}{16\pi} \frac{\rho_s^2}{\epsilon_0 a^4}.$

2

	1	2							3	4	5	6	7					8	9					10												
	Total (75)	1	2	3	4	5	6	7	Total (70)	Total (70)	Total (50)	Total (50)	Total (70)	1	2	3	4	5	Total (50)	1	2	3	4	5	Total (50)	1	2	3	4	5	Total (50)	TOTAL (585)	585-50%			
1	Питебай Ерсултан	63	5	10	10	10	10	5	10	60	65	45	50	50	10	10	10	5	5	40	40	5	10	10	10	10	45	10	10	5	5	10	40	498	42,56	
2	Еркебаев Алишер	58	5	8	5	10	10	8	10	56	65	45	40	45	10	10	10	5	5	40	50	8	10	10	8	5	41	10	10	8	10	10	48	488	41,71	
3	Нуртаев Даир	63	5	10	10	10	10	5	10	60	50	40	31	55	10	10	5	10	0	35	40	5	10	10	5	10	40	5	5	10	5	0	25	439	37,52	
4	Нұрсагатов Маргулан	45	5	10	5	0	10	5	10	45	50	45	25	40	5	10	10	10	0	35	50	0	5	8	8	0	21	10	5	5	5	5	30	386	32,99	
5	Маликов Амирғали	53	10	10	10	0	10	0	5	45	50	35	25	40	10	10	0	5	5	30	30	0	10	5	10	0	25	5	10	8	5	0	28	361	30,85	
6	Ким Артур	40	5	10	5	0	10	5	10	45	35	35	20	40	5	10	8	10	0	33	45	5	10	5	8	0	28	8	0	5	5	0	18	339	28,97	
7	Бисимби Досжан	35	5	8	5	5	10	5	10	48	45	30	25	45	10	10	5	10	0	35	30	5	10	5	8	5	33	0	5	0	5	0	10	336	28,72	
8	Еқибаева Дамир	60	10	5	5	8	5	5	0	38	45	15	25	25	10	10	0	8	5	33	20	5	10	8	3	3	29	0	8	5	5	5	23	313	26,75	
9	Акаш Адилет	60	5	10	5	0	10	5	10	45	45	20	5	35	10	10	5	5	0	30	20	5	5	10	10	0	30	5	8	5	5	0	23	313	26,75	
10	Бакытов Арман	58	5	5	5	0	10	0	0	25	30	30	5	35	5	10	5	5	5	30	30	0	0	5	5	0	10	5	5	5	5	0	20	273	23,33	
11	Сураганов Кайнар	35	5	10	10	0	10	5	0	40	10	20	20	20	5	10	5	10	0	30	30	10	5	5	10	0	30	5	5	0	0	0	10	245	20,94	
12	Нахып Ердаулет	35	5	10	5	5	10	0	10	45	40	35	0	30	5	10	0	0	0	15	15	5	0	0	5	0	10	0	0	5	0	0	230	19,66		
13	Еспан Диас	50	5	0	0	0	10	0	0	15	30	30	10	20	10	10	10	5	0	35	10	0	0	0	0	0	0	0	5	5	0	0	10	210	17,95	
14	Айторе Айдана	25	5	0	0	5	5	0	0	15	15	25	5	10	0	5	0	0	0	5	5	0	5	0	5	0	5	10	0	0	0	0	0	0	115	9,83
15	Амангали Ахмед	25	5	0	0	0	5	0	0	10	15	35	0	10	0	5	0	0	0	5	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	105	8,97	