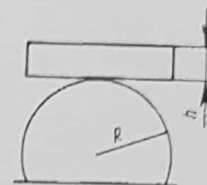
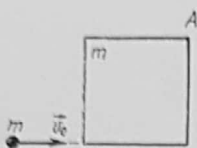


Контрольная работа 8

1. На неподвижном цилиндре радиуса R покоится брусок толщины h . Трение между бруском и цилиндром велико. Найдите условие, при котором брусок находится в положении устойчивого равновесия.



2. На гладком горизонтальном столе покоится однородная тонкая квадратная пластина массой m . Дробинка, имеющая массу m и скорость v_0 , попадает в край пластины и сразу застревает. Найдите скорость центра масс системы, изменение кинетической энергии системы и максимальную скорость точки A в процессе движения.

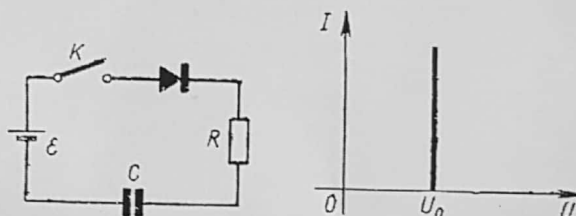


3. Будем считать, что Марс окружен однородной атмосферой высотой 25 км и температурой 300 К. Вычислите среднюю молекулярную массу газа в атмосфере Марса.

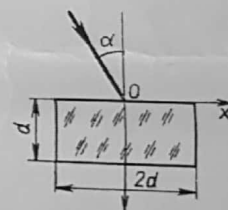
4. Известно, что плотность воздуха на высоте 230 км составляет примерно 10^{-10} кг/м³. Оцените по этим данным среднюю температуру атмосферы нашей планеты.

5. По тонкому диску, имеющему радиус r , равномерно распределен заряд с поверхностной плотностью σ . Вычислите разность потенциалов между краем и центром диска.

6. Диод имеет вольт-амперную характеристику, показанную на рисунке, включают по схеме, изображенной там же. Найдите количество теплоты, выделившееся на резисторе после замыкания ключа K .



7. На плоскопараллельную пластину, имеющую толщину $d = 2$ см и ширину $2d$, падает под углом $\alpha = 30^\circ$ луч света. Известно, что показатель преломления изменяется вдоль оси y по закону $n = n_1 + \frac{n_2 - n_1}{d} y$, где $n_1 = 1$ и $n_2 = 2$. Найдите угол выхода луча из пластины и его смещение в ней.



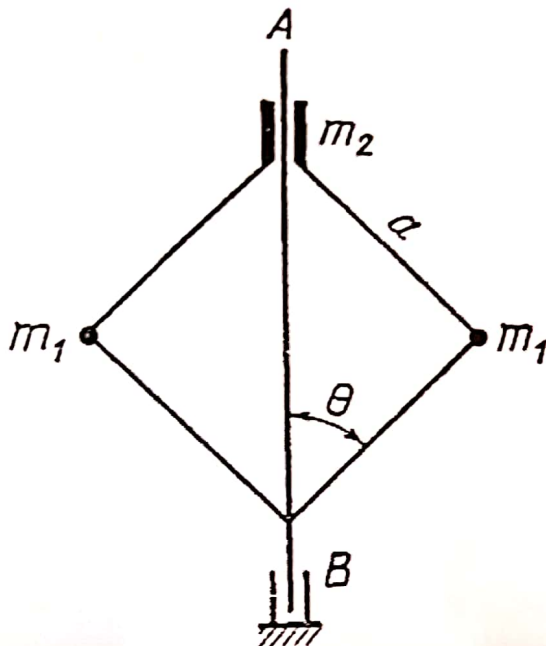
8. На оси тонкой линзы на расстоянии l от ближайшего фокуса расположен точечный источник света. Найдите оптическую силу линзы, если расстояние от источника до его изображения равно L .

Экзамен 1

1. Цилиндрическая трубка с диаметром поперечного сечения D и длиной $L \gg D$ свёрнута в кольцо, закреплённое в вертикальной плоскости. В трубку залита жидкость объёма V . Каков период малых колебаний жидкости вблизи положения равновесия?
2. Найдите скорость испарения жидкости с единицы поверхности воды при температуре 30° (Давление насыщенных паров при этой температуре 4325 Па). За какое время испарится слой воды глубиной 1 см в большой объём воздуха, имеющий влажность 60% ?
3. Имеются большой конденсатор ёмкостью $C = 1$ мкФ, заряженный зарядом $Q = 100$ мкКл, и $N=1000$ маленьких конденсаторов ёмкостью $\Delta C = 1$ нФ каждый. С их помощью необходимо снять с большого конденсатора как можно больший заряд, чему он равен и каков способ его добытия?
4. Источник света расположен в точке S . В точке M помещают зеркало которое собирает все лучи источника в точку S' . Определите форму зеркальной поверхности.
5. Сосуд содержит 10^{24} молекул газа, средняя длина свободного пробега одной молекулы равна l . Для какой длины пробега L вероятность того, что хоть какая-нибудь из молекул пройдёт в сосуде без столкновения путь, превышающий L , меньше 50% ?

Экзамен 2

1. Система вращается вокруг оси с угловой частотой ω . Определите углы θ , соответствующие положениям равновесия системы и проанализируйте их устойчивость.



2. В неотопляемом помещении работает холодильник с терморегулятором. В момент подключения холодильника к сети температура на улице, в помещении и в холодильнике была одна и та же. Считая температуру на улице постоянной, изобразите приблизительно на графиках, как менялась температура в помещении после подключения холодильника. Рассмотрите три случая: 1) холодильник пустой; 2) заполнен продуктами; 3) дверца холодильника открыта. Все три графика зависимости температуры от времени начертите на одном рисунке.
3. Проводник имеет форму бесконечной проводящей плоскости с полусферическим радиусом a . Над центром выступа на расстоянии h от плоскости помещён заряд q . Какая сила действует на заряд?
4. Ультрарелятивистский электрон входит в конденсатор под углом α к пластинам. Напряженность поля E , характеристики электрона известны. Найдите уравнение траектории электрона.
5. Длины волн спектра излучения натрия равны 588,995 нм и 589,592 нм. Какую длину должна иметь дифракционная решётка содержащая 600 штрихов на 1 миллиметр чтобы различить эти две линии в спектре первого порядка.

Экзамен 3

1. Найти уравнения движения для малых колебаний математического маятника длины l , точка подвеса которого колеблется по горизонтали по закону $x = a \cos \omega t$.
2. Тонкостенный сосуд кубической формы помещен в разреженный газе концентрацией молекул n_0 . У сосуда срезали вершину угла так, что дырка имеет форму правильного треугольника. Какая концентрация молекул установится в сосуде? Рассмотрите случаи очень хорошей и очень плохой теплопроводности стенок.
3. К большому объёму металла приложено однородное электрическое поле. Проводимость металла σ_0 . Небольшая область в металле имеет другую проводимость σ . Найдите зависимость электрического поля области от расстояния.
4. Показатель преломления плазмы равен $n = 0,80$ для электромагнитных волн 10^8 Гц. Определите концентрацию электронов плазмы.
5. Выведите уравнение движения заряженной частицы около магнитного монополя. Найдите сохраняющиеся величины интегралы - движения.

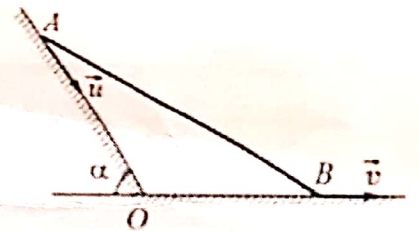
Экзамен-5

4. 1. Томсон предложил модель атома водорода, которая представляет собой шар радиусом R с равномерно распределенным положительным зарядом и находящимся внутри электроном с зарядом q . Найдите период колебаний электрона вдоль диаметра относительно положения равновесия, если его масса равна m .
2. Дифракционная решетка с периодом $d = 2,5$ мкм содержит $N = 10000$ штрихов. Чему равна угловая ширина дифракционного максимума второго порядка для нормально падающего света с длиной волны $\lambda = 589$ нм.
3. При движении с ускорением a электрон излучает в единицу времени электромагнитную энергию по закону:

$$\frac{dE}{dt} = -\frac{2ke^2}{3c^3} a^2$$

Найдите время падения электрона в атоме водорода на ядро, если изначально он движется по круговой орбите радиуса $r = 50$ пм. В любой момент времени считайте, что электрон движется практически по круговой орбите.

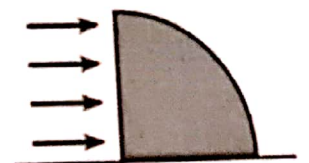
4. Вдоль горизонтали равномерно со скоростью v перемещается нижний конец стержня, который все время находится на двугранном угле (см. рисунок), угол $\alpha = 60^\circ$. В некоторый момент времени $OA:OB = 2:1$. Чему при этом равна скорость u верхнего конца стержня.



5. Температура воздуха на поверхности Земли составляет $T = 290$ К. Измерения показали, что в один литр воздуха у поверхности содержит $\rho = 0,26$ г/л кислорода. Считая Землю шаром радиуса $R_3 = 6370$ км с ускорением свободного падения $g = 9,8$ м/с², определите массу всего кислорода в атмосфере Земли. Используйте приближение, в котором толщина атмосферы мала по сравнению с радиусом Земли, а массовая доля содержания кислорода в атмосфере постоянна.

6. Тонкостенный сосуд находится в вакууме и содержит идеальный газ, давление которого равно P . В стенке сосуда образовалось очень маленькое круговое отверстие радиусом r , а на расстоянии L от него помещен круглый диск радиусом R ($r \ll R$), при этом плоскости диска и отверстия параллельны, а их центры лежат на перпендикулярной к плоскости отверстия прямой. Считая, что атомы газа прилипают к диску, рассчитайте действующую на него силу F .

7. Линза представляет собой четверть цилиндра радиуса R , который покоится на горизонтальной поверхности (см. рисунок). Пусть показатель преломления материала линзы равен n . На боковую вертикальную поверхность линзы падает параллельный пучок света. Найдите расстояние вдоль горизонтальной поверхности от линзы до светового пятна, образуемого преломленными лучами.



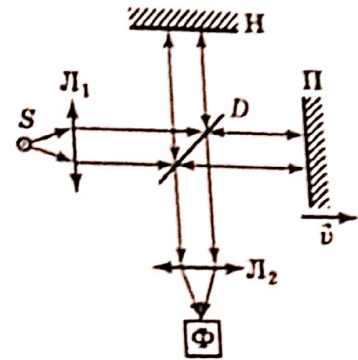
8. Некоторые звездные скопления образуют так называемые бесстолкновительные системы — галактики, звезды в которых равномерно вращаются по круговым орбитам вокруг оси симметрии системы. Одна из таких галактик называется NGC 2885 и представляет собой шаровое скопление звезд с радиусом ядра $r_{\text{я}} = 4$ кпк с тонким кольцом, внешний радиус которого равен $15r_{\text{я}}$, а внутренний совпадает с радиусом ядра. Считайте распределение звезд в ядре равномерным и пренебрегайте массой звезд в кольце по сравнению с массой самого ядра. Спектроскопические измерения показали, что в кольце линейная скорость звезд $v_0 = 240$ км/с фактически не зависит от расстояния до центра скопления, что объясняется присутствием несветящейся массы (так называемой «тёмной материи»), распределение которой сферически симметрично относительно центра галактики вне её ядра.



- 1) Чему равна масса $M_{\text{я}}$ ядра галактики?
 - 2) Рассчитайте среднюю плотность $\rho_{\text{я}}$ вещества ядра галактики.
 - 3) Рассчитайте плотность «тёмной материи» $\rho_{\text{т}}(r)$ как функцию расстояния до центра галактики.
 - 4) Чему равно отношение массы «тёмной материи» к массе ядра галактики.
- Справка: 1 кпк = 1 килопарсек = $3,086 \cdot 10^{19}$ м, гравитационная постоянная $\gamma = 6,67 \cdot 10^{-11}$ Н·м²·кг⁻².

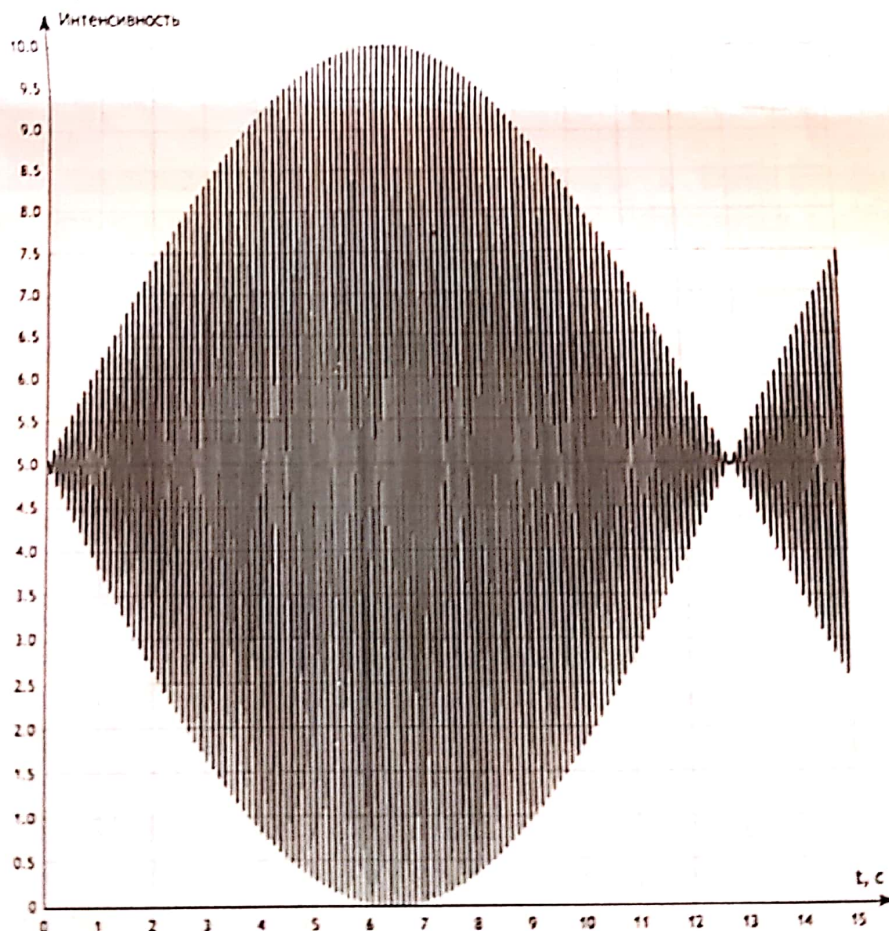
Экзамен-4

1. При возбуждении атомарного цезия происходит испускание двух монохроматических линий излучения с очень близкими длинами волн λ_1 и λ_2 . На рисунке справа показан интерферометр Майкельсона, с помощью которого анализируется это излучение. Параллельный пучок излучения создается цезиевой лампы S и линзой L_1 , а затем попадает на полупрозрачное зеркало-делитель D. После частичного отражения от делителя и пучок падает на зеркало Н, которое остается все время неподвижным. Проходя через делитель, другая часть пучка попадает на зеркало П, которое является подвижным. Оба пучка, после отражения от зеркал П и Н, возвращаются обратно к делителю D. Очевидно, что делитель перенаправляет часть энергии этих пучков в линзу L_2 , которая фокусирует их на поверхность катода фотоэлемента Ф. Известно, что падающее на него излучение приводит к появления некоторой силы тока в фотоэлементе, величина которого пропорциональна суммарной интенсивности пучков. В некоторый момент времени подвижное зеркало П начинают медленно двигать с постоянной скоростью $v = 2,02 \cdot 10^{-6}$ м/с от делительной пластины, так что фиксируемая сила тока фотоэлемента изменяется по закону, графически показанному на рисунке ниже.



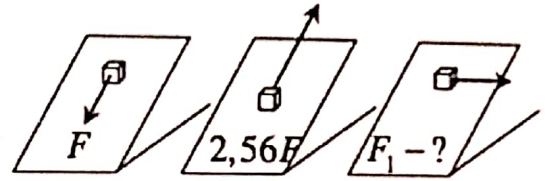
Найдите:

- 1) среднюю длину волны излучения пучков $\lambda = (\lambda_1 + \lambda_2) / 2$;
- 2) разность длин волн пучков $\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1$;
- 3) отношение испускаемых атомом цезия интенсивностей I_1/I_2 спектральных линий,

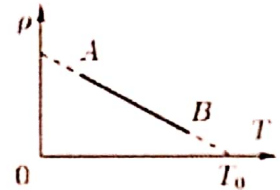


5. 2. Найдите скорость частицы с зарядом e и массой m , которая ускоряется разностью потенциалов V без начальной скорости. Рассмотрите случаи: 1) малые скорости v по сравнению со скоростью света c ; 2) ультррелятивистская частица с $v \approx c$.

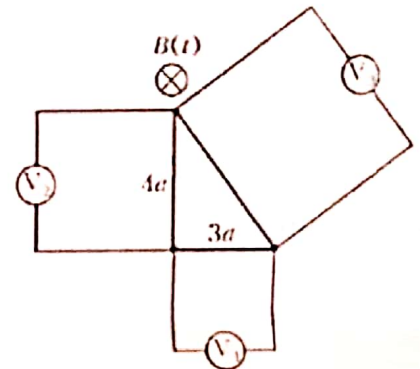
3. Для того, чтобы покоящееся на наклонной плоскости тело начало двигаться, к нему необходимо приложить минимальную направленную параллельно плоскости вниз силу F , или минимальную направленную параллельно плоскости вверх силу $2,56F$. Найдите минимальную направленную параллельно плоскости горизонтально силу F_1 , которую необходимо приложить к телу, чтобы оно сдвинулось.



4. на рисунке в координатах $\rho(T)$ изображен процесс АВ, совершаемый идеальным газом. Здесь T – температура газа, ρ – его плотность. Найдите температуру газа, при которой его давление на 25% меньше максимального.



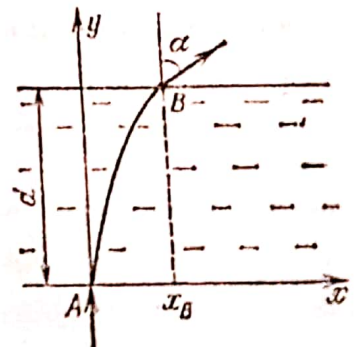
5. Прямоугольный треугольник спаян из одного куска нихромовой проволоки, так что его катетами имеют длину $3a$ и $4a$. Ко всем трём сторонам треугольника подсоединяют очень маленькие по своим размерам вольтметры, при этом соединительные провода вместе со сторонами треугольника образуют показанные на рисунке квадраты. Вся система помещается в однородное магнитное поле, перпендикулярное ее плоскости. Модуль индукции магнитного поля возрастает со скоростью $\Delta B/\Delta t = k > 0$. Найдите показания вольтметров, пренебрегая их внутренним сопротивлением.



6. В точке A , имеющей координату $x=0$, на плоскопараллельную пластинку падает перпендикулярно ей узкий пучок света. Известно, что показатель преломления вещества пластинки изменяется по формуле

$$n(x) = \frac{n_0}{1 - \frac{x}{R}}$$

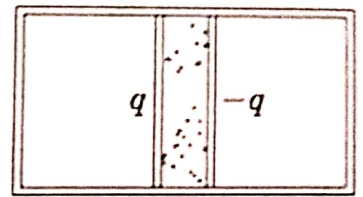
где n_0 и R – некоторые постоянные величины. Оказалось, что пучок выходит из пластинки в точке B , образуя углом α со своим начальным направлением.



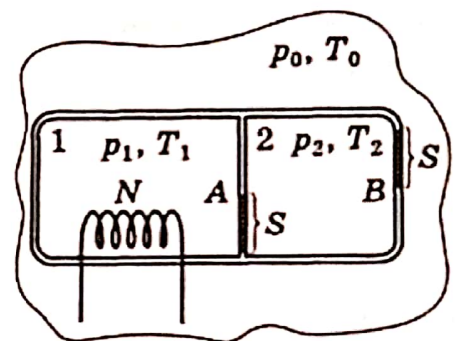
- 1) Найдите показатель преломления вещества пластинки n_B в точке B .
 - 2) Найдите ее координату x_B .
 - 3) Чему равна толщина пластинки d .
- При расчетах считайте $n_0 = 1,2$, $R = 13$ см, $\alpha = 30^\circ$.

нижний конец
двугранном
времени O
конца сте

5. 7. Длинный непроводящий теплоизолированный цилиндр расположен горизонтально. Внутри имеются два диска с равномерно распределенными по их поверхностям зарядами q и $-q$, которые способны двигаться без трения. Считайте расстояние между дисками малым по сравнению с их радиусами. Известно, что между дисками находится газообразный гелий, в остальных частях газа нет, а сами диски находятся в равновесии. Заряды обоих дисков практически мгновенно уменьшаются вдвое и через некоторое время система приходит в состояние равновесия. Считая систему теплоизолированной, определите во сколько раз изменилась расстояние между дисками и температура газа.

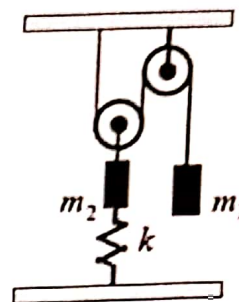


8. Теплопроницаемая перегородка A разделяет теплоизолированный сосуд на две части. В одной из стенок B и перегородке A проделано большое количество маленьких отверстий, общая площадь которых равна S . К первой части сосуда подключили нагреватель мощностью N , при этом внутри и снаружи сосуда находится аргон. Внешнее давление p_0 и температура T_0 остаются все время неизменными. Оцените значения давлений p_1 и p_2 , а также температур T_1 и T_2 установившиеся в обеих частях сосуда спустя длительное время. Сделайте числовые оценки для $N = 20$ Вт, $S = 10$ мм², $p_0 = 10^5$ Па, $T_0 = 300$ К. Молярная масса аргона равна $\mu = 40 \cdot 10^{-3}$ кг/моль, а универсальная газовая постоянная $R = 8,3$ Дж/(моль \cdot К).



Экзамен-6

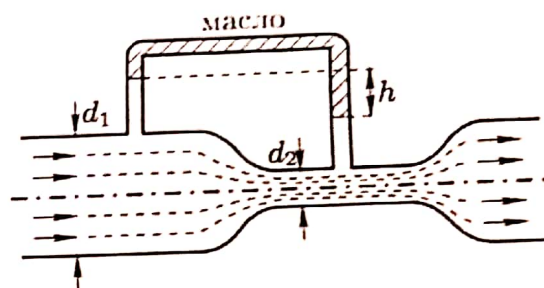
1. На рисунке изображена система, состоящая из двух грузов массами m_1 и m_2 , пружины жёсткостью k , невесомых блоков и нерастяжимой нити, которая не скользит по блокам. Известно, что в равновесном положении пружина растянута. Груз массой m_1 смещают вниз из положения равновесия на расстояние s и отпускают. Определите максимальные скорости грузов.



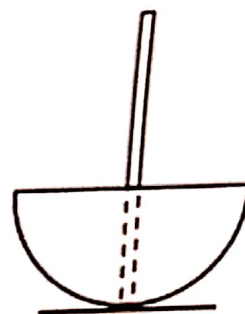
2. Температура короны Солнца (излучающая поверхность) равна 5500 К. Считая Солнце и Землю абсолютно черными телами, оцените температуру Земли, если она находится в состоянии теплового равновесия. Радиус Солнца равен 695510 км, радиус Земли составляет 6400 км, а ее орбита имеет радиус 150 млн км.

3. Распад неизвестной частицы приводит к появлению двух других частиц массами m_1 и m_2 . Измерения в камере Вильсона показали, что импульсы образовавшихся частиц равны p_1 и p_2 , а направления их разлета составляют угол θ . Определите массу неизвестной частицы.

4. Манометр Вентури, устройство которого схематически изображено на рисунке, применяется для определения скорости потока воды в системе отопления. Необходимо определить скорость потока в трубе диаметром $d_1 = 2$ см, а диаметр трубы в месте установки манометра составляет $d_2 = 0,6$ см. Верхняя часть П-образной трубки манометра содержит масло, плотность которого равна $\rho_m = 0,82$ г/см³, при этом вертикальные колена манометра врезаны в узкую и широкую части трубы. Считая воду идеальной несжимаемой жидкостью плотностью $\rho = 1$ г/см³, найдите объём протекающей через трубу воды за 1 с, при котором разность уровней масла в вертикальных коленах манометра составляет $h = 1,2$ см.



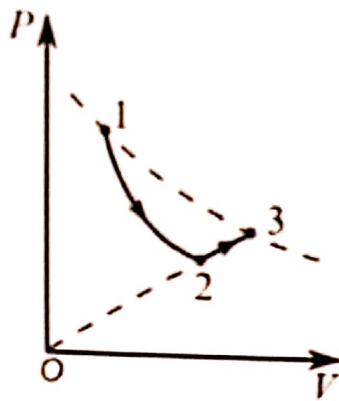
5. На рисунке показана тонкостенная полусфера радиуса R . К ее нижней точке с внутренней стороны припаяли очень тонкий вертикальный стержень, масса которого в три раза больше массы самой полусферы. Найдите длину стержня, при которой изображенное положение тела будет положением устойчивого равновесия.



6. С газообразным гелием совершается процесс 1–2 при постоянной теплоемкости. После этого в процессе 2–3 происходит расширение так, что давление оказывается прямо пропорциональным объёму, как показано на рисунке. Известно, что работа газа в процессе 1–2 в 4 раза превышает его работу в процессе 2–3, а в состояниях 1 и 3 температуры одинаковы.

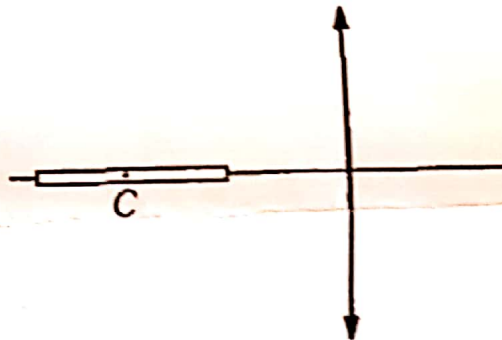
1) Вычислите отношение полученного газом количества тепла к его работе в процессе 2–3.

2) Чему равна в процессе 1–2 молярная теплоёмкость газа?



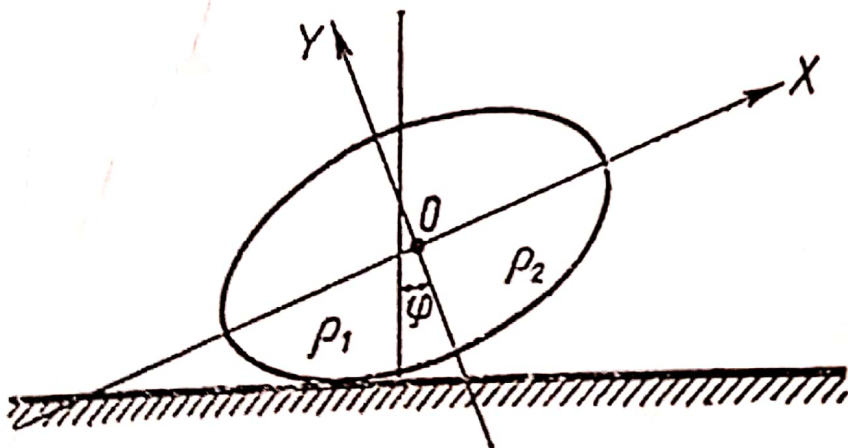
7. Мыльный пузырь сферической формы надувается через достаточно длинную трубку. После того, как пузырь достигает некоторого размера, противоположный конец трубки освобождают, так что воздух свободно выходит обратно. Оказалось, что после того, как пузырь перестали надувать, он полностью исчезает за время τ . Определите время, за которое сдувается мыльный пузырь в два раза большего радиуса. Полагайте движение воздуха по трубке медленным, а свойства мыльной пленки в обоих случаях одинаковыми.

8. Спичка лежит на главной оптической оси линзы, которая имеет фокусное расстояние $F = 10$ см. При этом известно, что действительное изображение имеет увеличение $\Gamma_1 = 25/3$. При повороте спички на 90° вокруг ее центра C увеличение оказывается равным $\Gamma_2 = 2.5$. Чему равна длина спички?



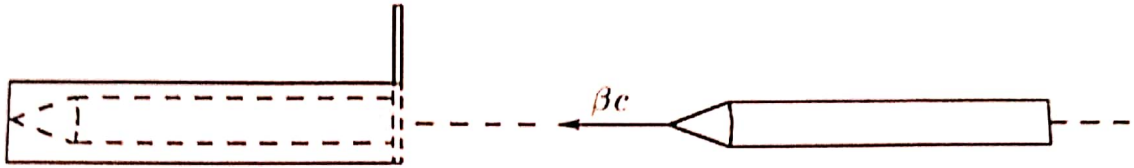
Экзамен 4

1. Когда пучок плоскополяризованного света падает на пластинку поляроида, то часть его интенсивности равная α^2 проходит через пластину, если ось поляроида параллельна направлению поляризации и часть интенсивности равная ε^2 если оси перпендикулярны. (Для идеального поляроида $\alpha^2 = 1, \varepsilon^2 = 0$.) Неполаризованный свет интенсивности I_0 падает на пару пластинок, с осями смещёнными на угол θ . Какая доля интенсивности пройдёт через поляроиды?
2. Туман состоит из огромного количества мельчайших капелек воды, неподвижно висящих в воздухе. Масса капелек в 1 л воздуха составляет 1 г. Маленькая капля воды начинает падать на землю с высоты 5 м, поглощая встреченные капельки. Считая, что капля сохраняет форму шарика, найдите ее радиус непосредственно перед падением на землю.
3. Какое количество неподвижных однозарядных ионов необходимо поместить в пространство, занимаемое пучком электронов кругового сечения, движущимся со скоростью v , чтобы диаметр пучка при движении оставался неизменным? Концентрация электронов n_0 .
4. Угол отклонения протона, имеющего скорость βc после взаимодействия с протоном летящим ему навстречу с той же скоростью равен α . Каков угол отклонения одного из протонов в системе другого?
5. Эллиптический цилиндр состоит из половинок с плотностями ρ_1 и ρ_2 . Полуоси – а и b. Найдите углы φ , соответствующие устойчивому и неустойчивому положению цилиндра.



Экзамен №4

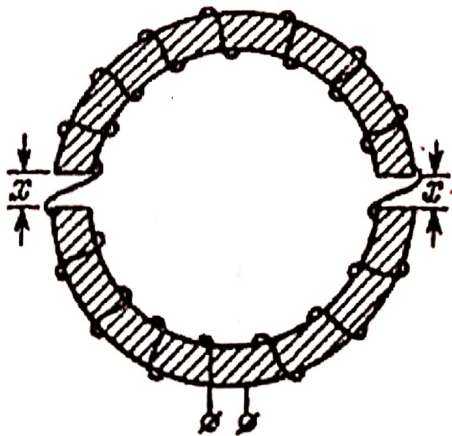
1. При скорости $v = \beta c$ длина карандаша равна длине пенала l . Когда карандаш влетает в пенал, крышка пенала захлопывается, а карандаш мгновенно останавливается. Опишите процесс в системе карандаша.



2. Определите увеличение радиуса R цилиндра, вращающегося с угловой скоростью ω вокруг оси. Модуль юнга цилиндра E .

3. При заполнении сосуда Дьюара жидким азотом была немного повреждена наружная стенка, и в пространство между стенками начал проникать наружный воздух. В результате весь азот испарился за 5 часов, а концентрация молекул в пространстве между стенками за это время увеличилась в 6 раз (она осталась при этом очень низкой – молекулы воздуха пролетали от стенки к стенке практически без соударений). За какое время испарился бы азот, если бы стенку не повредили? Сосуд Дьюара представляет собой термос с маленьким открытым горлышком, потерями тепла через которое можно пренебречь.

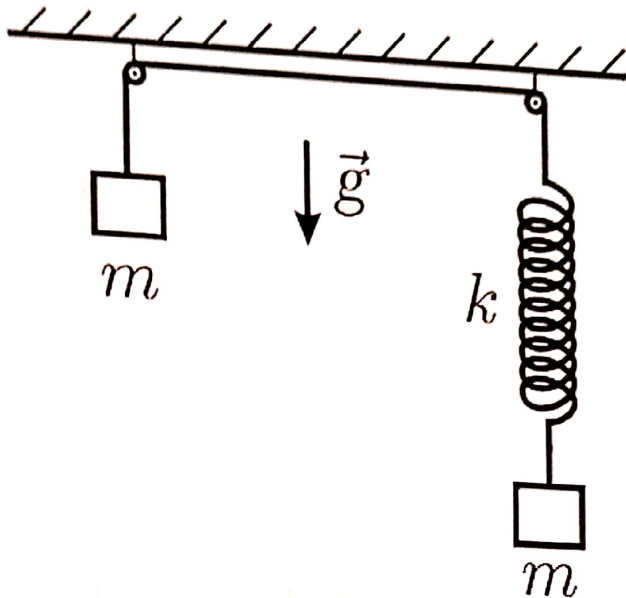
4. Катушка имеющая N витков, намотана на тороидальный сердечник с магнитной проницаемостью μ . Радиус тора R , радиус сердечника $r \ll R$. Тор разрезан на две половины так, что образовался воздушный зазор шириной x . Определить силу притяжения половинок когда в обмотке протекает ток I . Рассмотреть при $x \rightarrow 0$.



5. В одномерной потенциальной яме шириной a с бесконечными стенками находятся N электронов. Определите минимальное значение полной энергии электронов и их силы давления на стенки ямы.

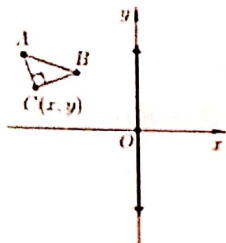
Экзамен 6

1. Удерживая левый груз, смещают правый на расстояние A . Затем систему освобождают. Найдите максимальную скорость в процессе движения левого груза, если нить не ослабевает.



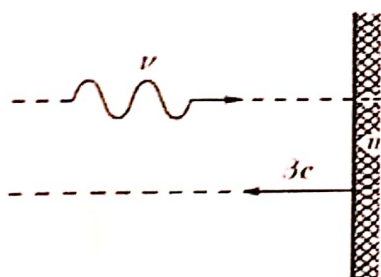
2. В большом сосуде хаотически движутся маленькие шарики, половина которых имеет радиус R , а половина – радиус $2R$. Шарики упруго сталкиваются между собой и со стенками сосуда. Какие удары происходят чаще и во сколько раз – маленьких шариков о маленькие или больших шариков о большие? Сила тяжести отсутствует.

3. На рисунке линза лежит в плоскости Oy . Ox – главная оптическая ось линзы. Предмет – прямоугольный треугольник ABC . Изображение – так же прямоугольный треугольник $A'B'C'$ с прямым углом при вершине C' , являющейся изображением вершины C . Фокусное расстояние линзы и координаты точки C известны. Найдите тангенсы углов наклона отрезков CA и CB к положительному направлению оси Ox .



4. На проводящий шар, покрытый тонким слоем изолятора, находящийся в среде гелия, подают напряжение V , и на него «налипают» однозарядные ионы. Затем шар переносят в пустой сосуд и снимают напряжение. Найдите температуру ионного газа в сосуде.

5. Определите разницу частот плоской волны вне и внутри диэлектрика, плоская граница которого движется навстречу волне со скоростью βc . Частота волны вне диэлектрика f , Показатель преломления диэлектрика n .



Exam 1

Part A

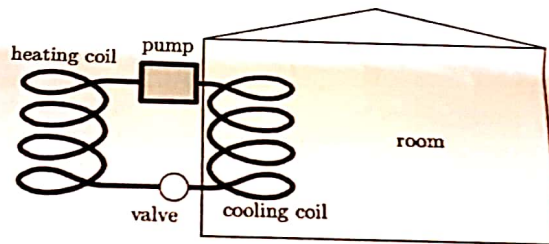
Question A1.

Моноциклст с общей высотой h движется по круговой дорожке радиуса R , наклоняясь внутрь под углом θ к вертикали. Ускорение силы тяжести составляет g .

- Предположим, что $h \ll R$. Какую угловую скорость ω должен поддерживать моноциклст?
- Смоделируем теперь моноциклста как однородного стержня длины h , где h меньше, чем R , но не пренебрежимо мало. Эта усовершенствованная модель вносит поправку в предыдущий результат. Каково новое выражение для угловой скорости ω ? Предположим, что стержень остается в плоскости, образованной вертикальным и радиальным направлениями, и что R измеряется от центра круга до точки контакта на земле.

Question A2.

Комнатный кондиционер моделируется как тепловой двигатель, работающий в обратном направлении: количество тепла Q_L поглощается из комнаты при температуре T_L в охлаждающие змеевики, содержащие рабочий газ; этот газ сжимается адиабатически до температуры T_H ; газ изотермически сжимается в змеевике снаружи дома, выделяя некоторое количество тепла Q_H ; газ расширяется адиабатически до температуры T_L , и цикл повторяется. Количество энергии W приводится в систему каждый цикл через электрический насос. Эта модель описывает кондиционер с максимально возможной эффективностью.



Предположим, что температура наружного воздуха равна T_H , а температура внутреннего воздуха равна T_L . Блок кондиционера потребляет электроэнергию P . Предположим, что воздух достаточно сухой, чтобы не было конденсации воды в охлаждающих змеевиках кондиционера. Вода кипит при 373 K и замерзает при 273 K при нормальном атмосферном давлении.

- Выведите выражение для максимальной скорости, с которой тепло отводится от помещения, используя температур воздуха T_H , T_L и мощности, потребляемой кондиционером P . Ваш вывод должен относиться к изменениям энтропии, которые происходят в цикле Карно чтобы получить полную балл за эту часть.
- Комната изолирована, но тепло все еще передается в комнату со скоростью $R = k\Delta T$, где ΔT - разность температур между внутренней и внешней частью комнаты, а k - постоянная. Найдите самую минимальную температуру в комнате в единицах T_H , k и P .
- Типичная комната имеет значение $k = 173 \text{ W}/^\circ\text{C}$. Если наружная температура составляет 40°C , какая минимальная мощность должна быть у кондиционера, чтобы снизить внутреннюю температуру до 25°C ?

Question A3.

При изучении задач в специальной теории относительности часто наиболее важным является инвариантное расстояние Δs между двумя событиями, где Δs определяется как

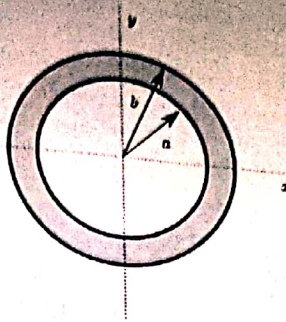
$$(\Delta s)^2 = (c\Delta t)^2 - [(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + (\Delta z)^2]$$

где $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$ - скорость света.

- a. Рассмотрим движение снаряда, запущенного с начальной скоростью v_0 под углом θ_0 над горизонталью. Предположим, что g , ускорение свободного падения, является постоянным для движения снаряда.
- Выведите выражение для инвариантного расстояния снаряда как функции времени t , измеренного при запуске, предполагая, что он запущен в момент времени $t = 0$. Выразите ваш ответ как функцию от любого или всех из θ_0, v_0, c, g , и t .
 - Радиус кривизны траектории объекта можно оценить, если предположить, что траектория является частью круга, определить расстояние между конечными точками и измерить максимальную высоту над прямой, соединяющей конечные точки. Предполагая, что мы имеем в виду «инвариантное расстояние», определения выше, найдите радиус кривизны траектории снаряда как функцию любого или всех из θ_0, v_0, c и g . Предположим, что снаряд приземляется на том же уровне, с которого он был запущен, и предположим, что движение не релятивистское, поэтому $v_0 \ll c$, и вы можете пренебрегать слагаемыми с v/c по сравнению с слагаемыми без.
- b. Ракетный корабль вдали от гравитационной массы ускоряется в положительном направлении x с постоянной скоростью g , измеряемой кем-то внутри корабля. Космонавт в правом конце ракеты направляет лазерную указку на пришельца в левом конце ракеты. Эти двое разделены расстоянием d таким, что $dg \ll c^2$; вы можете смело игнорировать выражением $\left(\frac{dg}{c^2}\right)^2$.
- Нарисуйте график движения космонавта и пришельца на диаграмме пространства-времени, приведенной в листе ответов. График не предназначен для рисования в масштабе. Обратите внимание, что t и x обращены от традиционного графа. Предположим, что ракета имеет скорость $v = 0$ в момент времени $t = 0$ и находится в положении $x = 0$. Ясно укажите любые асимптоты и наклоны этих асимптот.
 - Если частота лазерного указателя, измеренная космонавтом, равна f_1 , определите частоту лазерного указателя, наблюдаемую инопланетянином. Разумно предположить, что $f_1 \gg c/d$.

Question A4.

Положительный точечный заряд q находится внутри нейтральной полый сферической проводящей оболочки. Оболочка имеет внутренний радиус a и внешний радиус b ; $b - a$ не является незначительным. Оболочка сосредоточена на происхождении.



- a. Предположим, что точечный заряд q находится в начале координат в самом центре оболочки.
- i. Определить величину электрического поля вне проводящей оболочки при $r = b^+$.
 - ii. Нарисуйте график величины электрического поля вдоль оси x .
 - iii. Определить электрический потенциал при $r = a$.
 - iv. Нарисуйте график для электрического потенциала вдоль оси x .

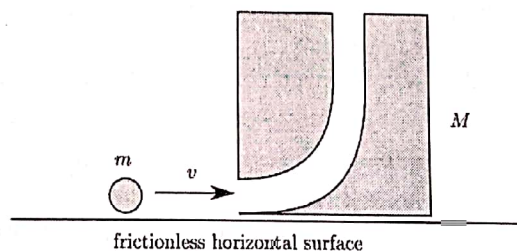
- b. Предположим, что точечный заряд q теперь расположен на оси x в точке $x_0 = \frac{2a}{3}$.

- i. Определить величину электрического поля вне проводящей оболочки при $r = b^+$.
- ii. Нарисуйте график величины электрического поля вдоль оси x .
- iii. Определить электрический потенциал при $r = a$.
- iv. Нарисуйте график для электрического потенциала вдоль оси x .
- v. Нарисуйте рисунок, показывающий линии электрического поля (если таковые имеются) внутри, середине и снаружи проводящей оболочки. Вы должны показать как минимум восемь линий поля в любой отдельной области, которая имеет ненулевое поле.

Part B

Question B1.

Блок массы M имеет отверстие, просверленное через него, так что шар массы m может войти горизонтально, а затем пройти через блок и выйти вертикально вверх. Шар и блок расположены на поверхности без трения; блок изначально в покое.



- a. Рассмотрим сценарий, в котором мяч движется горизонтально со скоростью v_0 . Мяч попадает в блок и выбрасывается из верхней части блока. Предположим, что нет потерь на трение, когда мяч проходит через блок, и мяч поднимается на высоту, намного превышающую размеры блока. Затем мяч возвращается на уровень блока, где он входит в верхнее отверстие, а затем выбрасывается из бокового отверстия. Определите время t для возврата шара в положение, в

котором произошло первоначальное столкновение, с точки зрения отношения масс $\beta = M/m$, скорости v_0 и ускорения свободного падения g .

- b. Теперь рассмотрим трение. Мяч имеет момент инерции $I = \frac{2}{5}mr^2$ и изначально не вращается. Когда он входит в отверстие в блоке, он трется об одну поверхность так, что когда он выбрасывается вверх, шар катится без скольжения. На какую высоту мяч поднимается над блоком?

Question B2.

В частях a и b этой задачи предположим, что скорости v намного меньше скорости света c , и поэтому игнорируем релятивистское сокращение длин или замедление времени.

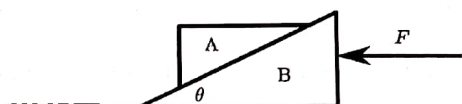
- a. Бесконечный однородный лист имеет поверхностную плотность заряда σ и имеет бесконечно малую толщину. Лист лежит в плоскости xy .
- Предполагая, что лист находится в состоянии покоя, определите электрическое поле \vec{E} (величина и направление) над и под листом.
 - Предполагая, что лист движется со скоростью $\vec{v} = v\hat{x}$ (параллельно листу), определите электрическое поле \vec{E} (величина и направление) выше и ниже листа.
 - Предполагая, что лист движется со скоростью $\vec{v} = v\hat{x}$, определите магнитное поле \vec{B} (величина и направление) выше и ниже листа.
 - Предполагая, что лист движется со скоростью $\vec{v} = v\hat{z}$ (перпендикулярно к листу), определите электрическое поле \vec{E} (величина и направление) выше и ниже листа.
 - Предполагая, что лист движется со скоростью $\vec{v} = v\hat{z}$, определите магнитное поле \vec{B} (величина и направление) выше и ниже листа.
- b. В определенной области существует только электрическое поле $\vec{E} = E_x\hat{x} + E_y\hat{y} + E_z\hat{z}$ (и без магнитного поля), измеренное наблюдателем в состоянии покоя. Электрические и магнитные поля \vec{E}' и \vec{B}' , измеренные наблюдателями в движении, могут быть полностью определены из локального значения \vec{E} , независимо от конфигурации заряда, которая могла его вызвать.
- Каким будет наблюдаемое электрическое поле \vec{E}' , измеренное наблюдателем, движущимся со скоростью $\vec{v} = v\hat{z}$?
 - Каким будет наблюдаемое магнитное поле \vec{B}' , измеренное наблюдателем, движущимся со скоростью $\vec{v} = v\hat{z}$?
- c. Проволока бесконечной длины на оси z состоит из положительных зарядов с линейной плотностью зарядов λ , которые находятся в покое, и отрицательных зарядов с линейной плотностью зарядов $-\lambda$, движущихся со скоростью v в направлении z .
- Определите электрическое поле \vec{E} (величину и направление) в точках вне провода.
 - Определите магнитное поле \vec{B} (величину и направление) в точках вне провода.
 - Теперь рассмотрим наблюдателя, движущегося со скоростью v , параллельной оси z , так что отрицательные заряды кажутся неподвижными. Существует симметрия между электрическим и магнитным полями, так что изменение вашего ответа на часть b может быть применено к магнитному полю в этой части. Вам нужно будет изменить мультипликативную константу на нечто правильной размерности и поменять знак. Используйте этот факт, чтобы найти и описать электрическое поле, измеренное движущимся наблюдателем, и прокомментировать свой результат. (Некоторое знакомство со специальной теорией относительности может помочь вам проверить направление вашего результата, но не обязательно для получения правильного ответа.)

Exam 2

Part A

Question A1.

Пара клиньев расположена на горизонтальной поверхности. Коэффициент трения (как скользящего, так и статического) между клиньями равен μ , коэффициент трения между нижним клином В и горизонтальной поверхностью равен μ , а угол клина равен θ . Масса верхнего клина А равна m , а масса нижнего клина В равна $M = 2m$. Горизонтальная сила F , направленная влево, прикладывается к нижнему клину, как показано на рисунке.



Определите диапазон значений для F , чтобы верхний клин не скользил по нижнему клину. Выразите свой ответ(ы) в виде одного или всех m, g, θ и μ .

Question A2.

Рассмотрим два объекта с одинаковыми теплоемкостями C и начальными температурами T_1 и T_2 . Двигатель Карно запускается с использованием этих объектов в качестве горячих и холодных резервуаров, пока они не нагреются до равных температур. Предположим, что изменения температуры как горячего, так и холодного резервуаров очень малы по сравнению с температурой в течение любого одного цикла двигателя Карно.

- Найти конечную температуру T_f двух объектов и общую работу W , выполненную двигателем.

Теперь рассмотрим три объекта с одинаковой и постоянной теплоемкостью при начальных температурах $T_1 = 100$ К, $T_2 = 300$ К и $T_3 = 300$ К. Предположим, мы хотим повысить температуру третьего объекта.

Чтобы сделать это, мы могли бы запустить двигатель Карно между первым и вторым объектами, извлекая работу W . Затем эту работу можно рассеивать в виде тепла, чтобы повысить температуру третьего объекта. Более того, его можно хранить и использовать для запуска двигателя Карно между первым и третьим объектом в обратном направлении, который нагнетает тепло в третий объект.

Предположим, что вся работа, производимая работающими двигателями, может храниться и использоваться без потерь.

- Найдите минимальную температуру T_L , до которой можно опустить первый объект.
- Найдите максимальную температуру T_H , до которой может поднять третий объект.

Question A3.

Корабль можно рассматривать как симметричное расположение мягкого железа. В присутствии внешнего магнитного поля мягкое железо намагничивается, создавая второе, более слабое магнитное поле. Мы хотим изучить влияние поля корабля на компас корабля, который будет располагаться посередине корабля.

Пусть сила магнитного поля Земли около корабля будет B_e , а ориентация поля будет горизонтальной, направленной прямо на истинный север.

Магнитное поле Земли B_e намагнитит корабль, который затем создаст второе магнитное поле B_s вблизи компаса корабля, заданного

$$\vec{B}_s = B_e(-K_b \cos \theta \hat{b} + K_s \sin \theta \hat{s})$$

где K_b и K_s - положительные постоянные, θ - угол между курсом судна и магнитным севером, измеренный по часовой стрелке, \hat{b} и \hat{s} - единичные векторы, указывающие в прямом направлении корабля (нос корабля) и справа от прямого направления (правый борт) соответственно.

Из-за магнитного поля корабля компас корабля больше не обязательно будет указывать на север.

- Выведите выражение для отклонения компаса $\delta\theta$ от севера как функцию от K_b , K_s и θ .
- Предполагая, что K_b и K_s намного меньше единицы, по какому углу (ам) θ будет наибольшее отклонение?

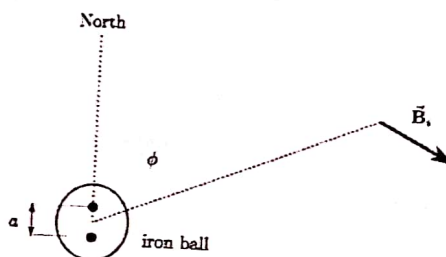
Пара железных шаров, расположенных в той же горизонтальной плоскости, что и компас, но на расстоянии d от них, может быть использована для исправления ошибки, вызванной индуцированным магнетизмом корабля.

Подобно кораблю, железные шары станут магнитными из-за поля Земли B_e . Как шары, шары будут индивидуально действовать как диполи. Диполь можно рассматривать как поле, создаваемое двумя магнитными монополями с напряженностью $\pm m$ в двух разных точках.

Магнитное поле одного полюса

$$\vec{B} = \pm m \frac{\hat{r}}{r^2}$$

где положительный знак для северного полюса и отрицательный для южного полюса. Дипольное магнитное поле представляет собой сумму двух полей: северного полюса в точке $y = +a/2$ и южного полюса в точке $y = -a/2$, где ось y горизонтальна и направлена на север. a - небольшое расстояние, намного меньшее радиуса железных шариков; в общем, $a = K_l B_e$, где K_l - постоянная, которая зависит от размера железной сферы.



- c. Выведите выражение для магнитного поля B_l из железа на расстоянии $d \gg a$ от центра шара. Обратите внимание, что будет компонент, направленный радиально от шара, и компонент, направленный касательно к окружности радиуса d вокруг шара, поэтому рекомендуется использовать полярные координаты.
- d. При размещении непосредственно справа и слева от компаса корабля, железные шары могут быть расположены на расстоянии d , чтобы компенсировать погрешность магнитного курса для любого угла (углов), где $\delta\theta$ является наибольшим. Предполагая, что это сделано, найдите результирующее выражение для комбинированного отклонения $\delta\theta$ из-за корабля и шаров для магнитного курса для всех углов θ .

Question A4.

Релятивистские частицы подчиняются соотношению массы и энергии

$$E^2 = (pc)^2 + (mc^2)^2$$

где E - релятивистская энергия частицы, p - релятивистский импульс, m - масса, а c - скорость света.

Протон с массой m_p и энергией E_p сталкивается в прямом направлении с фотоном, который не имеет массы и имеет энергию E_b . Они объединяются и образуют новую частицу с массой m_Δ , которая называется Δ или "delta". Это одномерное столкновение, которое сохраняет как релятивистскую энергию, так и релятивистский импульс

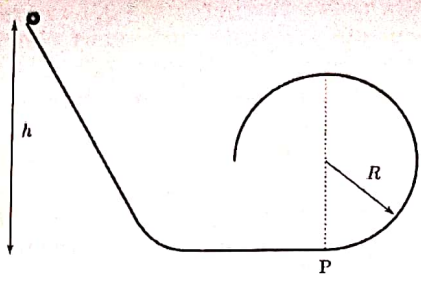
- Определите E_p с точки зрения m_p , m_Δ и E_b . Вы можете предположить, что E_b мало.
- В этом случае энергия фотона E_b - это энергия космического фонового излучения, которая представляет собой электромагнитную волну с длиной волны $1,06 \text{ nm}$. Определите энергию фотонов, записав свой ответ в электрон-вольтах.
- Предполагая это значение для E_b , какова энергия протона в электрон-вольтах, которая позволит осуществить вышеуказанную реакцию? Это устанавливает верхний предел энергии космических лучей. Масса протона определяется как $m_p c^2 = 938 \text{ MeV}$, а масса Δ определяется как $m_\Delta c^2 = 1232 \text{ MeV}$.

Part B

Question B1.

Равномерный твердый сферический шар скатывается с покоя на петлеобразной дорожке. Он катится, не скользя по дорожке. Однако ему не хватает энергии, чтобы добраться до вершины петли. С какой высоты h должен начинаться шар, чтобы приземлиться в точке P непосредственно под вершиной петли? Выразите свой ответ через R , радиус петли. Предположим, что радиус шара очень мал по сравнению с радиусом петли, и что нет потерь энергии из-за трения.

Part A
 Questio
 Моно
 угло



Question B2.

- a. Сферическая область пространства радиуса R имеет равномерную плотность заряда и полный заряд $+Q$. Электрон с зарядом $-e$ может свободно перемещаться внутри или снаружи сферы под влиянием только плотности заряда. Для этой первой части игнорировать радиационные эффекты.
- i. Рассмотрим круговую орбиту для электрона, где $r < R$. Определите период орбиты T в терминах любого или всех r, R, Q, e и любых необходимых фундаментальных постоянных.
 - ii. Рассмотрим круговую орбиту для электрона, где $r > R$. Определите период орбиты T в терминах любого или всех r, R, Q, e и любых необходимых фундаментальных констант.
 - iii. Предположим, что электрон стартует с состояния покоя при $r = 2R$. Определите скорость электрона, когда он проходит через центр, в терминах любого или всех R, Q, e и любых необходимых фундаментальных констант.
- b. Ускоряющиеся заряды излучают. Полная мощность P , излучаемая зарядом q с ускорением a , определяется как

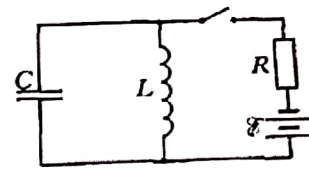
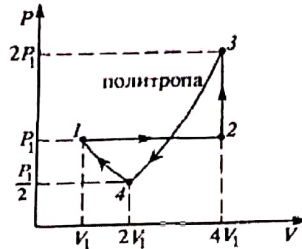
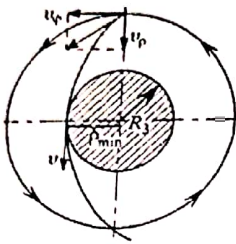
$$P = C \xi a^n$$

где C - безразмерная числовая постоянная (которая равна $1/6\pi$), ξ - физическая постоянная, которая является функцией только заряда q , скорости света c и диэлектрической проницаемости свободного пространства ϵ_0 , а n представляет собой безразмерная константа. Определить ξ и n .

- c. Рассмотрим тот же электрон с первой части, но теперь учтем излучение. Предположим, что орбита остается круговой, а радиус орбиты r изменяется на величину $|\Delta r| \ll r$.
- i. Рассмотрим круговую орбиту для электрона, где $r < R$. Определите изменение радиуса орбиты Δr в течение одного оборота в терминах любого или всех r, R, Q, e и любых необходимых фундаментальных констант. Будьте очень точны в отношении знака Δr .
 - ii. Рассмотрим круговую орбиту для электрона, где $r > R$. Определите изменение радиуса орбиты Δr в течение одного оборота в терминах любого или всех r, R, Q, e и любых необходимых фундаментальных констант. Будьте очень точны в отношении знака Δr .

Экзамен-1

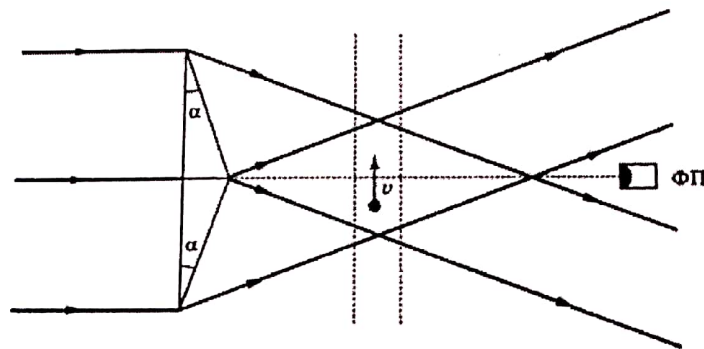
1. Спутник, вращающийся по окружности, радиус которого равен $R = 2R_0$ (R_0 – радиус Земли), получает радиальный импульс, в результате чего он приобретает дополнительную скорость v_0 направленный в центр Земли. Величина дополнительной скорости равна скорости движения v_0 по круговой траектории. Найдите минимальное расстояние ρ_{\min} на которое может приблизиться спутник к центру Земли и значение его скорости v в этой точке. Сопротивлением атмосферы пренебречь.



2. Рабочее вещество термодинамической системы в виде двухатомного идеального газа, совершает круговой термодинамический процесс, который представлен на рисунке. Считая, что все происходящие процессы являются политропическими (1 - 2 – $P=\text{const}$, 2 - 3 – $V=\text{const}$, а 4 - 1 – $T=\text{const}$) найдите КПД данного цикла.

3. На рисунке представлена электрическая схема параллельного соединения катушки с индуктивностью L , конденсатора с емкостью C и батареи с ЭДС ϵ и внутренним сопротивлением R . Найдите зависимость силы тока I , текущего через катушку, от времени t после включения батареи. Заданные параметры L, C, R удовлетворяют условию $C/L < 1/(4R^2)$.

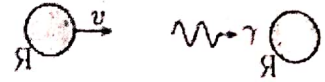
4. Интерференционная схема, изображенная на рисунке, применяется для проведения измерений скорости мельчайших частиц, взвешенных в текущей жидкости. Лазер, длина волны которого равна $\lambda = 0,63$ мкм испускает параллельный пучок света, который падает на бипризму (две одинаковые призмы, сложенные основаниями). Каждая из этих призм обладает преломляющим углом $\alpha = 5,7^\circ$, показатель преломления материала призм $n = 1,5$. Свет проходит сквозь бипризму и разбивается на два пучка, которые проходят кювету с жидкостью. Частицы, двигаясь вместе с жидкостью с некоторой скоростью v , рассеивают свет. Определите скорость частиц, если известно, что при регистрации рассеянного света фотоприёмником (ФП) частота колебаний тока фотоприёмника $f = 10$ кГц.



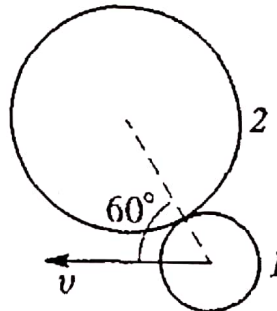
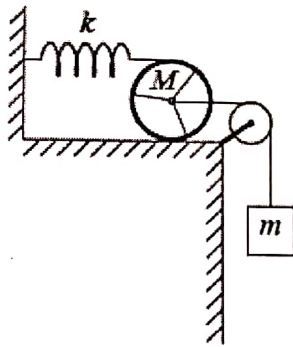
5. Космический объект, который движется вдоль некоторой прямой с постоянной скоростью, является источником периодических радиоимпульсов, скорость которых равна скорости света c . Наблюдая за космическим объектом, в течении времени Δt астроном установил, что видимое

направление на этот объект изменилось на малый угол $\Delta\phi$, а период между моментами прихода радиопульсов изменился от T до $T + \Delta T$, где $\Delta T \ll T$. На каком расстоянии от объекта астроном ввел свои наблюдения?

6. Гамма-квант испускается движущимся ядром атома олова ^{119}Sn со скоростью $v = 63$ м/с. Испущенный в направлении движения ядра атома олова γ -квант, поглощается неподвижным свободным ядром олова (см. рисунок). Найдите энергию γ -кванта. Энергия покоя ядра олова $E_0 = mc^2 = 113$ ГэВ. При испускании и поглощении γ -кванта осуществляется переход между одними и теми же энергетическими состояниями ядра.



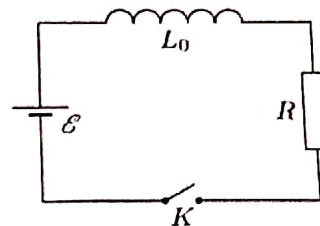
7. Груз массой m в системе, представленной на рисунке, совершает малые колебания. Считая, что обруч M катается без проскальзывания, массой спиц по сравнению с массой обруча можно пренебречь, найдите собственную частоту этих малых колебаний.



8. Шар меньшей массы (1), летит со скоростью v и ударяется в покоящийся шар (2), массой в 3 раза больше массы меньшего шара. Найти значение скоростей шаров после удара, если в момент столкновения угол между линией, соединяющей центры шаров, и скоростью налетающего шара до удара равен 60° . Удар считать абсолютно упругим, трением пренебречь.

Экзамен-6

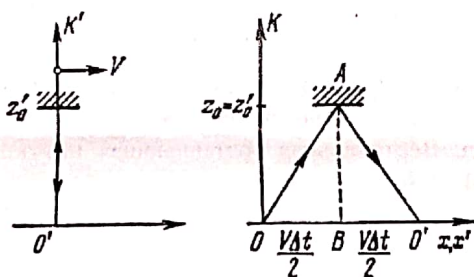
1. В электрической схеме, представленной на рисунке, установится стационарный режим через некоторое время τ после замыкания ключа K . Если индуктивность катушки в цепи начать изменять по закону $L = L_0(1 + A \sin \omega t)$, где $A \ll 1$, то в данной электрической цепи появится переменная составляющая тока с частотой ω . Найти амплитудное значение этой составляющей. Рассмотрите случай быстрых изменений индуктивности, т.е. когда $2\pi/\omega \ll \tau$. Заданными параметрами считать \mathcal{E} , R и A . Внутренним сопротивлением батареи пренебречь.



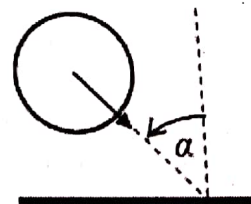
Указание. При $\alpha \ll 1$ можно считать, что $(1 + \alpha)^n \approx 1 + n\alpha$.

2. Если естественный свет падает на некоторый поляризатор, то через него проходит $\eta_1 = 30\%$ светового потока, а через два таких поляризатора — $\eta_2 = 13,5\%$. Определите угол φ между плоскостями пропускания этих двух поляризаторов.

3. Из начала отсчета системы K вдоль оси x через интервал времени T (по часам K) посылаются кратковременные световые импульсы. Найти интервал времени, через который эти импульсы будут проходить к наблюдателю в системе K' , учитывая также относительность промежутков времени между событиями. Рассмотреть случаи удаления и сближения наблюдателя и источника, переходя от периодов к частотам, получить релятивистские формулы для продольного эффекта Доплера.



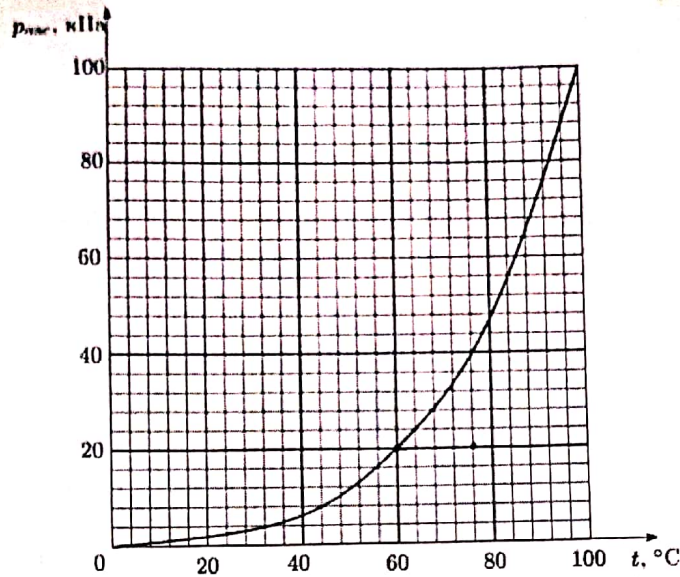
4. Кольцо с радиусом $a=4$ см скользит, без вращения, по гладкой горизонтальной поверхности льда со скоростью $v_0 = 1$ м/с и ударяется о вертикальный борт. Если скорость кольца направлена перпендикулярно борту, то удар будет упругим и кольцо после удара будет двигаться поступательно. Считая угол падения кольца равным $\alpha = 45^\circ$, найдите угловую скорость вращения кольца после удара. Коэффициент трения между кольцом и бортом равен $\mu = 0,25$.



5. Цилиндрический сосуд с поршнем был откачен, затем в него впрыснули некоторое количество воды. Содержимое цилиндрического сосуда привели к равновесному состоянию с температурой равным $t_1=76^\circ\text{C}$, при этом объём сосуда составил $V_1=50$ л. Далее с содержимое цилиндрического сосуда подвергают квазистатическому круговому циклу, который состоит из:

- 1) изотермического расширения до объёма $V_2 = 3V_1$, в результате которого давление в сосуде уменьшается в два раза;
- 2) изобарического сжатия до объёма $V_3 = 3V_1/4$;
- 3) изотермического сжатия до объёма $V_4 = V_1$;
- 4) изохорического нагревания до начальной температуры. Принимая во внимание зависимость давления насыщенных паров воды от температуры (см.рисунок), найдите: а) максимальную и

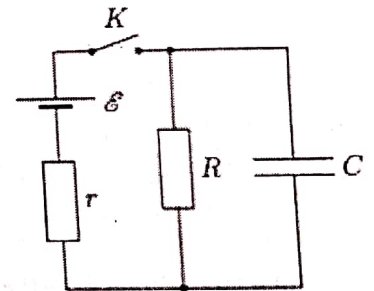
минимальную температуры в цикле; б) массу воды, впрыснутой в сосуд; в) работу, совершенную системой в цикле.



Примечание. При изотермическом расширении от объема V_1 до объема V_2 идеальный газ совершает работу $A = \frac{m}{\mu} RT \ln \frac{V_2}{V_1}$, где m/μ — количество молей газа, T — температура газа, R — универсальная газовая постоянная.

6. В магнитном поле с большой высоты падает кольцо сопротивлением R . Радиус кольца a , а масса m . Считая, что плоскость кольца все время горизонтальна, найдите установившуюся скорость падения кольца. Вертикальная составляющая индукции магнитного поля зависит от высоты по закону $B = B_0(1 + ah)$.

7. В электрической схеме, представленной на рисунке, все элементы можно считать идеальными. Являются заданными следующие параметры: ЭДС источника $\varepsilon = 4,0$ В, сопротивления резисторов $r = 50$ кОм, $R = 150$ кОм, ёмкость конденсатора $C = 2,0$ мФ. До замыкания ключа K ток в цепи отсутствовал. Ключ K замыкают на некоторое время, а затем размыкают. За время, пока ключ был замкнут, в электрической схеме выделилось количество теплоты $Q_1 = 7,43$ мДж, а после размыкания ключа в схеме выделилось количество теплоты $Q_2 = 1,00$ мДж.



- 1) Какой заряд протёк через резистор R , пока ключ был замкнут?
- 2) На какое время замкнули ключ?

8. Цилиндрический конденсатор подключен к источнику постоянного напряжения U . Своим торцом он упирается в поверхность воды (см. рисунок). Расстояние d между пластинами цилиндрического конденсатора значительно меньше их среднего радиуса. Определите высоту h , на которой установится уровень воды между обкладками цилиндрического конденсатора. Капиллярными явлениями пренебречь.

