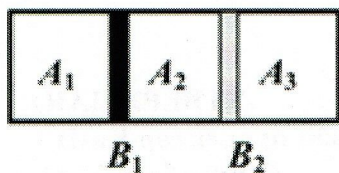
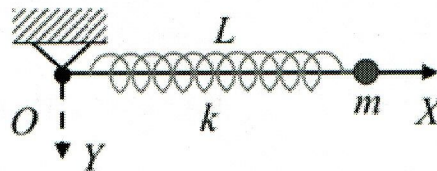


Контрольная работа 1

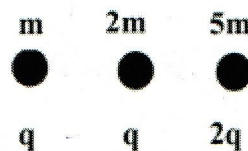
1. К одному концу пружины прикреплен груз массой m , а другой конец шарнирно закреплен в точке O . Пружину в нерастянутом состоянии отпускают из горизонтального положения. Считая, что $\sqrt{x^2 + y^2} \gg L$, запишите в проекциях на оси X и Y уравнение движения груза и найдите их решение.



2. Адиабатически изолированный цилиндрический сосуд разделен подвижными перегородками B_1 и B_2 на три части A_1 , A_2 , A_3 . Перегородка B_1 – теплоизолирующая, а перегородка B_2 – хорошо проводит тепло и обе могут скользить без трения. В начальном состоянии в каждой части находится 0,1 моля идеального двухатомного газа при давлении $P_0 = 10^5 \text{ Па}$, и температуре $T_0 = 300 \text{ К}$. Часть A_3

медленно нагревают до температуры $T_3 = 340 \text{ К}$. Найдите объем, температуру и давление газа во всех частях, а также количество теплоты, полученное частью A_1 .

3. Имеются три шарика с электрическими зарядами q , q и $2q$ и обладающие массами m , $2m$ и $5m$. В начальный момент времени шарики закреплены неподвижно так, что они находятся на одной прямой и расстояния между ними равны l . Шарики освобождают и они разлетаются на большое расстояние друг от друга, все время оставаясь на одной прямой. Найдите: а) суммарную кинетическую энергию шариков; б) скорость каждого шарика.



4. По очень тонкому бесконечному проводящему листу течет ток, линейная плотность которого равна j . Из него перпендикулярно его плоскости вылетает электрон, имеющий скорость v . Найдите максимальное расстояние, на которое электрон сможет удалиться от листа. Через какое время после вылета электрон возвратится на лист?

5. Однородный диэлектрический диск массы M равномерно заряжен по поверхности зарядом Q , и помещен в однородное магнитное поле индукции B , силовые линии которого направлены перпендикулярно его поверхности. Диск может свободно вращаться без трения вокруг оси, проходящей через его центр и перпендикулярной плоскости диска. Магнитное поле выключают. Найдите установившуюся угловую скорость вращения диска.

6. Длинный тонкий соленоид круглого сечения радиуса r , состоящий из большого количества витков, согнут так, что его ось образует полуокружность радиуса R . Поверхностный ток соленоида равен i . Найдите индукцию магнитного поля в центре полуокружности.

7. Сферическая поверхность плоско-выпуклой линзы соприкасается со стеклянной пластинкой. Пространство между линзой и пластинкой заполнено сероуглеродом. Показатели преломления линзы, сероуглерода и пластинки равны соответственно $n_1 = 1,50$, $n_2 = 1,63$, $n_3 = 1,70$. Радиус кривизны сферической поверхности линзы $R = 100 \text{ см}$. Определите радиус пятого темного кольца Ньютона в отраженном свете с $\lambda = 500 \text{ нм}$.

Контрольная работа 2

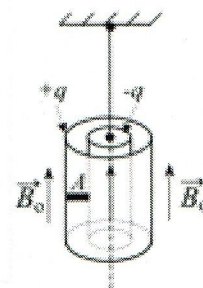
1. Из теоретической механики известно, что момент инерции твердого тела относительно произвольной оси вращения, проходящей через его центр масс, равен: $I = I_x \cos^2 \alpha + I_y \cos^2 \beta + I_z \cos^2 \gamma$, где I_x, I_y, I_z – моменты инерции тела относительно главных осей, которые для симметричного тела совпадают с осями симметрии. α, β, γ – углы, составляемые осью с главными осями, обозначенными Ox, Oy, Oz . Покажите, что момент инерции куба относительно любой оси проходящей, через его центр одинаков и найдите его.

2. Смесь двух идеальных газов представляет собой N_1 частиц массы m_1 , и N_2 частиц массы m_2 . Она помещена в цилиндрический сосуд высоты H , который находится в поле тяжести земли с ускорением свободного падения g . Температура смеси T . Определите высоту центра масс системы.

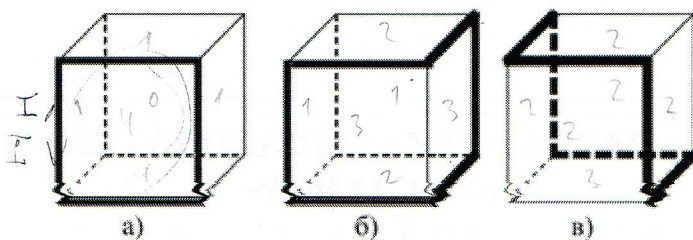
3. Двум одинаковым шарикам, расположенным на расстоянии l друг от друга, сообщают одинаковый заряд. Шарики одновременно отпускают и через некоторое время t расстояние между ними возрастает вдвое. Найдите время, через которое расстояние между шариками удвоится, если их отпустить с расстояния $2l$.

4. Цилиндрический конденсатор с радиусами обкладок R_1 и R_2 висит неподвижно на вертикальной нити. Параллельно оси цилиндров создают магнитное поле, а начальный заряд конденсатора равен q . С помощью перемычки А, имеющей некоторое сопротивление, обкладки конденсатора соединяют. Найдите момент импульса конденсатора после перетекания заряда и определите направление его вращения.

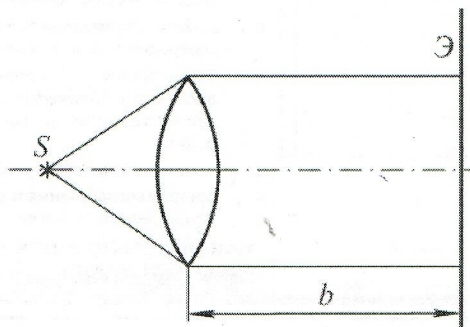
5. Магнитные стрелки расположены в точках плоскости А и В, находящихся на большом удалении друг от друга. Стрелка, находящуюся в точке А, жёстко закреплена так, что её магнитный момент составляет угол $\alpha = 45^\circ$ с линией АВ. Определите направление магнитного момента второй стрелки, если она может свободно вращаться вокруг своей оси.



6. Индуктивность витка тонкого провода имеющего форму квадрата (см. рис. а), равна L_1 , а индуктивность витка, изогнутого вдоль рёбер куба (см. рис. б), – L_2 . Найдите индуктивность витка, показанного на рисунке в).

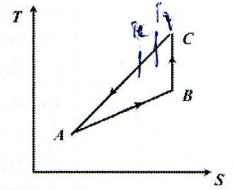


7. Тонкая линза с оптической силой $D = 2 \text{ дптр}$ разрезана по диаметру так, что удаленной оказалась полоска шириной $h = 1 \text{ мм}$. Оставшиеся части сдвигают вместе и получается так называемая билинза. Светящаяся щель S , испускающая монохроматический свет с длиной волны $\lambda = 500 \text{ нм}$, помещается параллельно разрезу в фокальной плоскости билинзы. На расстоянии $b = 1 \text{ м}$ за билинзой расположен экран Э. Найдите ширину интерференционных полос Δx , а также максимальное число N полос, которое можно наблюдать в этом случае.

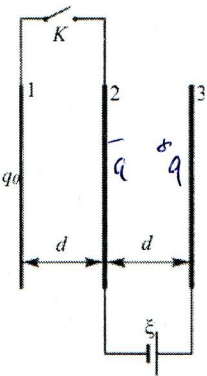


Контрольная работа 3

1. Однородная цепочка длиной $l = 14R$ и массой m закреплена одним концом на вершине гладкой сферической поверхности радиуса R . Верхний конец отпускают, так что цепочка начинает свободно соскальзывать. Найдите наибольшую величину силы натяжения в цепочке сразу после её освобождения.

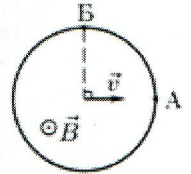


2. В координатах (T, S) цикл изображён треугольником ABC. Температура в точках A, B и C равны $T_A = 300 K, T_B = 390 K, T_C = 400 K$ соответственно. Над рабочим телом совершается работа $A=1$ Дж. Определить количество тепла, отданное холодильнику.

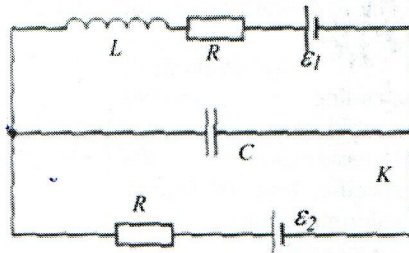


3. Три одинаковые незаряженные проводящие пластины расположены параллельно друг другу. Площадь пластин равна S , а расстояние между ними d много меньше их размеров. Пластины 2 и 3 соединили батареей с ЭДС \mathcal{E} , затем пластине 1 сообщили заряд q_0 и замкнули ключ К. 1) Определите заряд пластины 3 до сообщения пластине 1 заряда q_0 . 2) Определите заряд пластины 3 после замыкания ключа К.

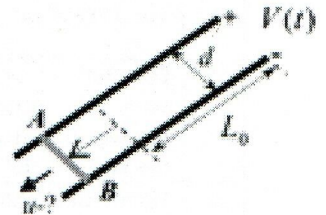
4. В однородном магнитном поле с индукцией B движется со скоростью v , перпендикулярной силовым линиям, металлический незаряженный шар радиуса R . Найдите напряженность электрического поля внутри шара, распределение поверхностной плотности заряда шара и разность потенциалов между точками А и В.



5. В электрической схеме, показанной на рисунке, размыкают ключ К. 1) Определить заряд, протёкший через батарею \mathcal{E}_1 после размыкания ключа К. 2) Найдите количество теплоты, выделившееся в цепи после размыкания ключа К. Указанные на схеме параметры считать заданными.



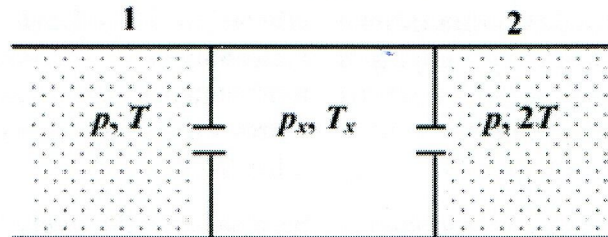
6. «Рельсовое ружье» состоит из двух длинных стержней радиуса $r = 0,5$ см, расположенных на расстоянии $d = 10$ см друг от друга. Рельсы замыкаются перемычкой АВ массой $m = 10$ г, имеющей сопротивление $R = 0,1$ Ом. С одного конца рельсы подаётся короткий прямоугольный импульс напряжения $V_0 = 100$ В длительностью $\tau = 0,1$ с. Пренебрегая сопротивлением стержней и трением, определите скорость перемычки при выстреле. Начальное расстояние от перемычки до источника напряжения $L_0 \gg d$.



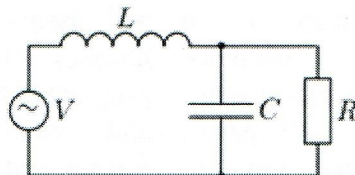
7. Если, подойдя близко к окну, смотреть на уличный фонарь через капроновую занавеску, толщина нитей которой много меньше расстояния между ними, то можно увидеть дифракционную картину, в которой кроме изображения фонаря наблюдается линейка пятен-изображений. Оказалось, что линейка состоит из 10 пятен, причём расстояние между ними приблизительно вдвое больше их размера, а угловой размер всей картины — $\varphi \approx 2 \cdot 10^{-2}$. Средняя длина волны света $\lambda = 5 \cdot 10^{-7}$, расстояние до фонаря $L = 50$ м, диаметр зрачка глаза $d=5$ мм. 1) Найдите толщину нитей занавески и число нитей на единицу длины; 2) Оцените размер колбы фонаря.

Контрольная работа 4

1. Верёвочная лестница длиной L привязана к свободному аэростату массой m и радиусом R . Человек массой M покоится на нижнем конце лестницы так, что аэростат неподвижно висит в воздухе. В какой-то момент времени человек начинает подниматься вверх по лестнице с постоянной скоростью относительно нее. Найдите расстояние, на которое сместится человек относительно земли, когда он поднимется до верхнего конца лестницы. Считайте, что сила сопротивления воздуха пропорциональна скорости аэростата, а установившаяся скорость свободного подъема аэростата равна V_0 . Сопротивлением воздуха движению человека можно пренебречь.
2. Теплоизолированная полость соединена с заполненными гелием сосудами 1 и 2 одинаковыми очень малыми отверстиями. Давление гелия в этих сосудах поддерживается равным, а температуры – T и $2T$. Найдите равновесное давление и температуру внутри полости.



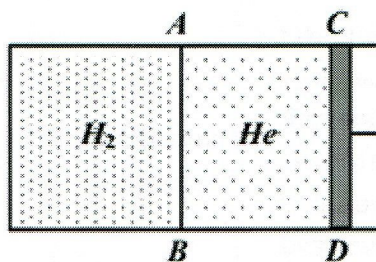
3. Найдите изменение ёмкости плоского конденсатора, расстояние между пластинами которого равно d , если внутрь него поместить металлический шарик радиусом $r \ll d$.
4. На длинном тонком заряженном проводе, расположенном на высоте h над горизонтальной металлической плоскостью, сидят два комара. В некоторый момент времени они стартуют в горизонтальных противоположных направлениях. Найдите расстояние между точками их приземления на плоскость, если они могут летать только вдоль силовых линий электрического поля.
5. В схеме на рисунке V – источник переменного напряжения частотой ω , параметры R, L, C считать заданными. Найдите амплитуду тока через сопротивление R . Найдите частоту, при которой она не зависит от величины R , то есть схема представляет собой стабилизатор тока.



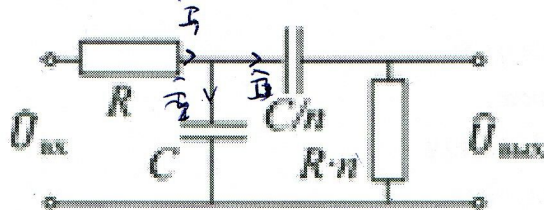
6. Чему равна радиальная составляющая магнитного поля в точке расположенной на расстоянии z от оси кругового витка радиуса R с током I_0 на расстоянии $z \gg R \gg r$ самого контура?
7. На экране наблюдается интерференционная картина от двух источников с длиной волны $\lambda = 500$ нм. На пути одного из лучей перпендикулярно ему поместили стеклянную пластинку толщины $d = 5,0$ мкм с показателем преломления $n = 1,6$. Определите, на какое число m полос сместится при этом интерференционная картина.

Контрольная работа 5

- С горки, которую можно принять за дугу в четверть окружности, скатываются санки. Найдите коэффициент трения, при котором санки могут доехать до подножия горки.
- Теплоизолированный цилиндр разделён тонкой неподвижной, теплопроводящей перегородкой АВ на две части, в одной из которых находится 1 моль газообразного водорода, а в другой - 1 моль гелия. Подвижный теплоизолированный поршень CD находится под постоянным внешним давлением P . В начальный момент оба газа находятся в равновесном состоянии, причём температуры их различны, а давление гелия равно внешнему давлению P . Затем начинается неравновесный процесс выравнивания температур газов, в ходе которых поршень CD перемещается вправо. К моменту, когда температуры газов выравниваются и устанавливается равновесие, система совершит против внешнего давления работу $A = 42$ Дж. Определить изменение температуры водорода и гелия к этому моменту времени.



- На серединном перпендикуляре к закреплённому диполью $p = ql$ на расстоянии $r \gg l$ находится лёгкий шарик, заряд которого Q , а масса - m . Заряд отпускают. Найти скорость заряда в тот момент, когда он пересекает прямую, на которой находятся заряды, формирующие диполь.
- В цепи переменного тока параметры второго звена в $n \gg 1$ раз отличаются от параметров первого звена. На вход цепочки подаётся переменное напряжение частоты ω . Найдите соотношение параметров цепи R и C , при котором сдвиг фаз между напряжениями на выходе и входе будет равен $\frac{\pi}{4}$. Каким при этом будет отношение амплитуд напряжения на входе и выходе?



- Тонкая круглая проводящая пластина радиуса R и толщины $d \ll R$ находится в однородном магнитном поле, имеющем только нормальную составляющую, изменяющуюся со временем: $B = B_n(t) = B_0 \left(\frac{t}{T}\right)^2$. Проводимость материала пластины - σ . Найти тепло выделившееся в пластине за период времени $0 < t < T$.
- Два одинаковых металлических шара радиуса a лежат на одной силовой линии однородного электрического поля напряженности E_0 . Расстояние между ними $r \gg a$. Найдите величину и направление силы взаимодействия шаров.
- При фотографировании Луны получено размытое изображение в виде диска радиуса r_1 . Резкое изображение Луны имело бы радиус r_2 . Определите, в какую сторону и на сколько нужно сместить фотопластинку, чтобы изображение на ней получилось резким. Фокусное расстояние линзы f , диаметр D , $r_2 > D/2 > r_1$.

Контрольная работа 6

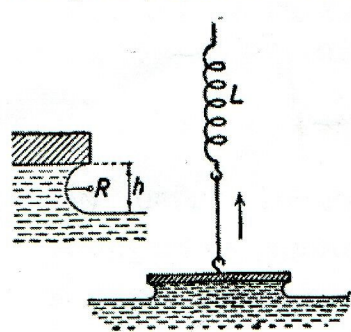
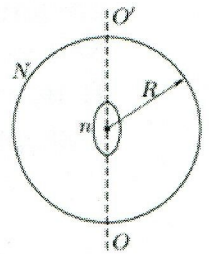
1. Тонкая стальная цепочка с мелкими звеньями, имеющая длину $l = 1$ м и массу $m = 10$ г равномерно распределённую по длине, лежит на горизонтальном столе. Когда со стола свисает $\eta = 0.275$ длины цепочки, цепочка начинает соскальзывать. Найдите коэффициент трения между цепочкой и столом. Определите работу сил трения цепочки о стол за время соскальзывания и скорость цепочки в конце соскальзывания.

2. В переохлаждённом расплаве, имеющем температуру $T_0 < T_k$ (T_k — температура равновесия твёрдой и жидкой фаз), растёт сферический кристалл. Определить, как зависит от времени радиус кристалла $R(t)$ и температура на границе кристаллизации $T(t)$. Скрытая теплота кристаллизации на единицу массы равна λ . Теплопроводность, удельная теплоёмкость, плотность равны χ, c, ρ соответственно; их можно считать одинаковыми для обеих фаз.

Примечание. Так как процесс кристаллизации весьма медленный, то температурное поле можно определять из стационарного уравнения теплопроводности. Скорость изменения радиуса сферического кристалла описывается уравнением $dR/dt = K \cdot (T_k - T(t))$, где K — константа скорости роста кристалла.

3. Заряд q расположен на оси точечного электрического диполя с моментом p и испытывает с его стороны отталкивание. В начальный момент его расстояние до диполя равно L , а скорость равна v_0 и направлена к диполю. Найдите время, через которое заряд изменит направление движения.

4. В модели амперметра электродинамической системы в центре неподвижной плоской катушки радиусом $R = 20$ см, имеющей $N = 40$ витков, расположена небольшая катушка, которая может поворачиваться относительно оси OO' . Подвижная катушка имеет $n = 20$ витков площадью $S = 5$ см² каждый. Она удерживается спиральной пружиной жёсткостью $k = 5 \cdot 10^{-5}$ Н/м · рад так, что в положении равновесия плоскости обеих катушек перпендикулярны. Катушки соединены последовательно и по ним пропускается ток I . Предполагая угол поворота ϕ подвижной катушки малым, определите зависимость $\phi(I)$.



5. Круглую стеклянную пластинку, касающуюся воды, тянут вверх посредством пружины L . Принимая для простоты расчёта, что радиус кривизны на высоте $\frac{h}{2}$ в момент отрыва от воды равен $\frac{h}{2}$, и пренебрегая второй кривизной боковой поверхности воды под пластинкой, рассчитать силу с которой натянута пружина в момент отрыва от воды пластины с площадью сечения $S = 20$ см². Коэффициент поверхностного натяжения воды $\sigma = 0.078$ Н/м.

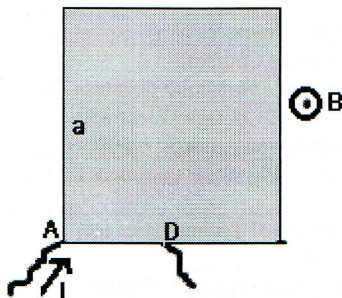
6. На немагнитную сферу радиуса R часто намотан соленоид. Линейная плотность поверхностного тока на нём постоянна и равна i . Найдите величину магнитного поля в центре сферы.

7. Источник света излучает в спектральном интервале $\Delta\lambda = 200$ нм со средней длиной волны $\lambda = 600$ нм. Требуется выполнить исследование спектрального состава излучения источника с разрешением не хуже $\delta\lambda = 2 \cdot 10^{-3}$ нм. Для этой цели использован спектрограф с дифракционной решёткой. Параметры трёх решёток указаны в таблице: n — число штрихов на миллиметр, L — полный размер решётки, b — ширина щелей. Обоснуйте, какую из решёток следует использовать.

№	$n, \text{мм}^{-1}$	$L, \text{см}$	$b, \text{мкм}$
1	500	10	0,4
2	1000	10	0,25
3	2000	10	0,25

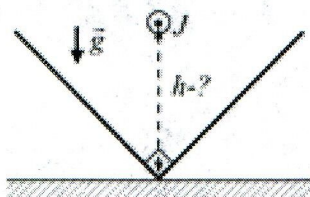
Контрольная работа 7

1. Наибольшее расстояние от Солнца до Земли $1.52 \cdot 10^{11}$ м, наименьшее $1.47 \cdot 10^{11}$ м, среднее расстояние $1.495 \cdot 10^{11}$ м. Исходя из этих данных, найти среднюю $\langle v \rangle$, максимальную v_{\max} и минимальную v_{\min} скорости движения Земли по орбите. Сравнить максимальную и минимальную скорости со средней.
2. В некотором процессе, происходящем над идеальным одноатомным газом, его давление линейно зависит от объёма. На отрезке 1-2 к газу было подведено от нагревателя количество теплоты $Q = kU_1$. Температуры газа в точках 1 и 2 одинаковы. Во сколько раз изменился объём газа на этом отрезке?
3. Правильный n -гранник равномерно заряжен по своей поверхности. Полный заряд многогранника равен Q . Одну грань площади S удаляют. Найти напряжённость электрического поля в центре многогранника.
4. Идеальный газ с упругим механизмом поляризации молекул с поляризуемостью $\alpha = 10^{-24}$ см³ находится между обкладками сферического конденсатора при температуре 300 К. Напряжённость электрического поля у внутренней обкладки $E_1 = 12 \cdot 10^6$ В/м, у внешней $E_2 = 9 \cdot 10^6$ В/м. Найдите относительную разность концентраций у внутренней и внешней обкладок конденсатора.
5. Электрический диполь с дипольным моментом p , и моментом инерции J находится на расстоянии L от идеально проводящей плоскости. Диполь может свободно вращаться относительно оси, параллельной проводящей плоскости и проходящей через его центр масс. Найдите период малых колебаний диполя.
6. Плоский конденсатор в виде двух круглых дисков радиусов a и расстоянием между ними d заполнен слабо проводящей средой ($\epsilon = \mu = 1$) с электропроводностью σ . Конденсатор подключают к источнику напряжения с ЭДС, равной \mathcal{E} , и внутренним сопротивлением r . Найдите зависимость от времени тока проводимости $I_{\text{пр}}$ и тока смещения $I_{\text{см}}$ в конденсаторе, а также магнитного поля B вблизи боковой поверхности конденсатора.
7. Через проводящий квадрат со стороной a проходит ток I . Сам квадрат находится в магнитном поле B . Точка A – вершина квадрата, точка D – середина его стороны. Найдите величину и направление силы Ампера, действующей на квадрат?

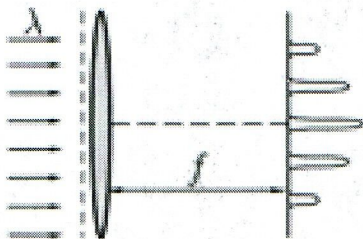


Контрольная работа 8

1. Гармонический осциллятор совершает колебания с амплитудой a . Масса осциллятора m , собственная частота – ω . Найти: а) функцию $f(x) = \frac{dP_x}{dx}$ распределения вероятностей значений координаты x осциллятора, б) среднее значение координаты $\langle x \rangle$, в) среднее значение модуля координаты $\langle |x| \rangle$, г) среднее значение квадрата координаты $\langle x^2 \rangle$, д) среднее значение потенциальной энергии осциллятора $\langle U \rangle$.
2. Найдите максимальную работу, которую можно получить из системы двух тел с начальными температурами T_{10} и T_{20} , и теплоёмкостями C_1 и C_2 , используя их в качестве нагревателя и холодильника тепловой машины ($T_{10} > T_{20}$). Определите температуру тел при установлении теплового равновесия.
3. На оси симметрии плоского конденсатора с пластинами в виде круглых дисков площадью S , на большом расстоянии r от него ($r \gg \sqrt{S}$) расположен незаряженный проводящий шарик радиусом $R \ll r$. Конденсатор заряжен до напряжения V . Определите величину и направление силы, действующей на шарик.
4. Катушка с индуктивностью $L = 1$ Гн замыкается на источник постоянного тока с ЭДС $\mathcal{E} = 10$ В и внутренним сопротивлением $R = 1$ Ом. Определите максимальное значение полного потока вектора Пойнтинга, втекающего в катушку, и время, по прошествии которого достигается это значение. Сопротивлением катушки и соединительных проводов пренебречь.
5. Две частицы одновременно влетают в постоянное электромагнитное поле, в котором $E = E_y = 300 \frac{B}{m}$, $B = B_z = 3$ Гс. Их скорости направлены вдоль оси x и равны $v_1 = 3 \cdot 10^6 \frac{m}{c}$, $v_2 = 2 \cdot 10^6 \frac{m}{c}$. Начальные координаты частиц: $x = 0, y = 0$. Пренебрегая взаимодействием между частицами, определите место и время следующей встречи частиц. Массы частиц принять равными $m = 10^{-30}$ кг.
6. Две сверхпроводящие полуплоскости составляют двугранный прямой угол. Параллельно ребру расположен длинный тонкий проводник, несущий ток I . Определите, на каком расстоянии от ребра проводник будет находиться в равновесии в поле тяжести. Масса проводника на единицу длины – m_1 .

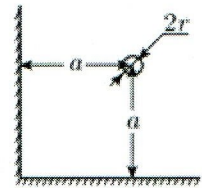


7. Найдите, во сколько раз изменится отношение интенсивностей нулевого ($m = 0$) и третьего ($m = 3$) главных дифракционных максимумов в картине дифракции, наблюдаемой в фокальной плоскости линзы, если решётку с периодом d и шириной щелей $b = d/6$ заменить решёткой с тем же числом штрихов $N \gg 1$ и тем же периодом d , но со щелями шириной $a = d - b$.



Контрольная работа 9

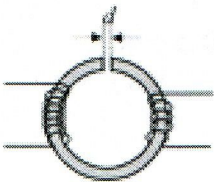
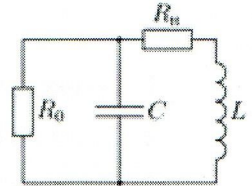
1. Двухпроводная линия состоит из прямолинейного провода круглого сечения радиуса r , расположенного параллельно ребру двугранного угла, образованного двумя взаимно перпендикулярными проводящими плоскостями. Считая $\frac{r}{a} \ll 1$, найти погонную ёмкость такой линии.



2. Сфера радиуса R и толщины $h \ll R$ из слабо проводящего материала с удельным сопротивлением ρ помещена во внешнее однородное магнитное поле, меняющееся во времени по закону $B(t) = B_0 \cos \omega t$. Найдите магнитное поле в центре сферы.

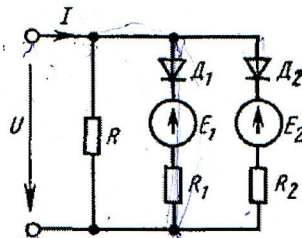
3. Человек с миниатюрным маятниковым высокоточным хронометром садится в кабину «колеса обозрения». Колесо радиусом $R = 20\text{ м}$ делает оборот за время $T = 300\text{ с}$. Найдите, насколько и в какую сторону уйдёт хронометр за первую четверть оборота колеса.

4. Некоторому классу высокочастотных генераторов незатухающих колебаний соответствует приведённая эквивалентная схема, где R_0 – резистор с отрицательным сопротивлением. Найдите модуль предельного значения этого сопротивления $|R_0|$, при котором в контуре возникнет генерация. Определите частоту генерации для этого значения. Параметры элементов схемы $C = 80\text{ пФ}$, $L = 2,5\text{ мкГн}$, сопротивление нагрузки $R_H = 100\text{ Ом}$.

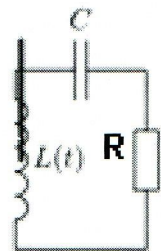


5. На тонкий тороидальный сердечник с большой магнитной проницаемостью μ намотаны две катушки. Длина сердечника равна l . Найдите ширину зазора, который необходимо вырезать в сердечнике, чтобы коэффициент взаимной индукции катушек уменьшился вдвое.

6. На схеме изображена часть диодного функционального преобразователя, приблизительно реализующая ВАХ в виде параболы. Полагая, что диоды идеальные, подобрать сопротивления так, чтобы ВАХ схемы описывалась зависимостью, которая аппроксимирует функцию $I = 10^{-3}U^2$ в диапазоне $0 < U < 30\text{ В}$. $E_1 = 10\text{ В}$; $E_2 = 20\text{ В}$.

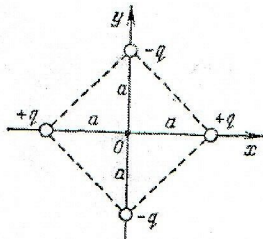


7. В схеме индуктивность катушки периодически изменяется путём механического перемещения сердечника. В момент времени, когда ток в катушке максимален, её индуктивность скачкообразно уменьшается на долю $\epsilon = \frac{|\delta L|}{L}$. Через четверть периода её скачком увеличивают до прежнего значения. Изменения периодически повторяют. При определённых условиях в схеме могут возбудиться незатухающие электрические колебания. Найдите ϵ (предполагается малым), при котором в схеме наблюдаются параметрические колебания с постоянной во времени амплитудой, если $L = 0,4\text{ Гн}$, $C = 0,1\text{ мкФ}$, $R = 2\text{ Ом}$.

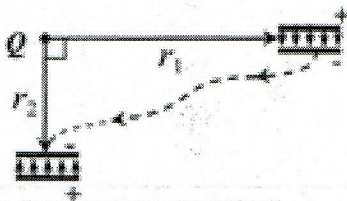


Контрольная работа 10

1. На гладкой горизонтальной поверхности стола лежит тонкий однородный стержень массой M и длиной l . В него ударяется шарик массой m , движущийся перпендикулярно к стержню со скоростью v_0 . Удар абсолютно упругий. Определите расстояние x от середины стержня до точки удара, при котором угловая скорость вращения стержня будет иметь максимально возможное значение ω_{\max} . Определите также скорость центра стержня u и скорость шарика v после такого удара.
2. 1) Найдите электрический дипольный момент p системы зарядов. 2) Найдите приближённое значение потенциала в точке с координатами: а) $(r, 0)$, б) (r, r) , в) $(0, r)$ если $r \gg a$.



3. Заряженный плоский конденсатор ёмкости C с пластинами площадью S , несущими заряд $\pm q$, расположен на большом по сравнению с размерами пластин расстоянии $r_1 \gg \sqrt{S}$ от неподвижного точечного заряда Q . Конденсатор перемещают в новое положение на расстоянии $r_2 \gg \sqrt{S}$ от заряда и поворачивают. Определите работу внешних сил.



4. Рядом с вертикальной сверхпроводящей плоскостью находится магнитный компас, стрелка которого может вращаться в горизонтальной плоскости. Как она ориентирована в состоянии устойчивого равновесия, если внешнее магнитное поле отсутствует?
5. Дана полость, ограниченная снизу плоскостью $z = 0$; а сверху – параболоидом $z = H \left(1 - \frac{x^2 + y^2}{R^2} \right)$. Внутри полости в точке начала координат закреплен заряд Q , который удерживает силой электростатического отталкивания заряд q массы m в вершине параболоида. Каким должен быть заряд Q для обеспечения устойчивого равновесия? При каком соотношении $\frac{H}{R}$ устойчивое равновесие заряда невозможно?
6. В пространстве заполненном жидкостью с удельным сопротивлением ρ и диэлектрической проницаемостью ϵ , содержатся n проводящих тел. В некоторый момент тела имеют заряды $q_1, q_2 \dots q_n$ а их потенциалы равны $\phi_1, \phi_2 \dots \phi_n$. Какая тепловая мощность в этот момент выделяется в пространстве?
7. Протон массы m_p налетает со скоростью $v = \frac{3}{5}c$ на неподвижный протон. Чему равна суммарная полная энергия обеих частиц в системе их центра масс?

Контрольная работа 11

Задача 1 (25 баллов)

Ионный кристалл может моделироваться через цепь позитивных и негативных заряженных ионов. Расстояние между ионами a . Позитивные ионы с массой M находятся в позициях $x = na$, где n четное. Негативные ионы с массой m ($m < M$) находятся в позициях $x = na$, где n нечетное. Ионы связаны с ближайшими соседями через пружины, которые возвращают частицы в равновесное положение. Возвращающая сила пропорциональна сдвигу ионов относительно их соседей, и постоянная пружины k .

(а) Обозначим $u_n(t)$ смещением иона с позиции $x = na$ и при времени t . Выведите уравнения движения для двух типов иона. Покажите, что решение уравнения движения можно записать как

$$u_n(t) = \begin{cases} A_M \sin(qna - \omega t), & n = 1, 3, \dots \\ A_m \sin(qna - \omega t), & n = 2, 4, \dots \end{cases}$$

Найдите отношение между q и ω . (8 баллов)

(b) Найдите решения ω при пределе $q = 0$, а также отношение между A_M и A_m для каждого решения. (6 баллов)

(c) При пределе $q = 0$, найдите волновую скорость при низкой частотной моде. (1 балл)

(d) Найдите решения ω при пределе $q = \pi/2a$, а также отношение между A_M и A_m для каждого решения. (5 баллов)

(e) Нарисуйте угловую скорость ω как функцию волнового числа q от $q = -\pi/2a$ до $q = \pi/2a$. Возьмите $M/m = 2$. (4 балла)

(f) Электромагнитная волна действует на кристалл. Какая частотная мода будет задействована? (1)

Задача 2 (35 баллов)

Проблема, с которой часто сталкиваются в атомной микроскопии, состоит в том, чтобы определить силу взаимодействия между проводящей сферой радиуса R и потенциалом V и проводящей плоскостью с нулевым потенциалом. Расстояние между телами равно h_0 (см. рисунок). Чтобы найти силу, применим шаг за шагом метод зеркального отражения.

(а) Поместим такой заряд q_0 на сферу, чтобы поверхность сферы являлась эквипотенциальной с потенциалом V . Пренебрегая присутствием проводящей плоскости, выразите q_0 через V и R . (1)

(b) Определите значение q_1 и положение h_1 изображения заряда q_0 в проводящей плоскости. (3 б)

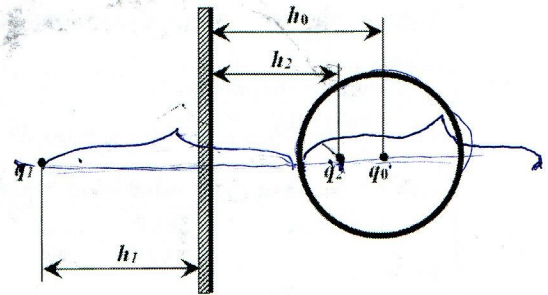
(c) Присутствие заряда q_1 нарушает эквипотенциальность проводящей сферы. Это положение можно исправить помещением другого заряда q_2 внутри сферы таким образом, чтобы суммарный вклад от q_0 , q_1 и q_2 восстановил эквипотенциальность проводящей сферы. Определите q_2 и его положение h_2 . (4 балла)

(d) Повторите (b), чтобы найти изображение заряда q_2 (назовите его q_3), и затем повторите (c) чтобы найти изображение заряда q_3 (назовите его q_4). Получите общую связь между h_{2n} и $h_{2(n+1)}$, q_{2n} и $q_{2(n+1)}$, q_{2n+1} и q_{2n} , $n = 0, 1, 2, \dots$ (6 баллов)

(e) Найдите полную силу взаимодействия между проводящей сферой и плоскостью в виде суммы бесконечного ряда. (6 баллов)

(f) Предположим, что сила в (e) равна $1.1 \times 10^{-12} \text{Н}$, при $V = V_0$, $R = 1.0 \times 10^{-8} \text{м}$, и $h_0 = 5.0 \times 10^{-8} \text{м}$. Найдите силу при $V = 2 V_0$, $R = 1.0 \text{м}$, и $h_0 = 5.0 \text{м}$. (10 баллов)

(g) Дано $R/h_0 = 1/51$. Сколько членов ряда нужно взять, чтобы определить силу в (e) с точностью до $\sim 1\%$? (5 баллов)



Задача 3 (40 баллов)

Рассмотрим звезду с массой M и радиусом R . Считайте, что плотность однородная.

(a) Её гравитационную потенциальную энергию U можно найти, рассмотрев работу, потраченную на прибавление тонкого слоя материала на поверхность сферической звезды радиусом r , где радиус r увеличивается с 0 до R . Найдите U . Выразите ваш ответ через G , M и R . (6 баллов)

(b) Представьте, что звезда состоит из протонов и электронов, обе представляющих идеальный газ. Известно, что во время формации звезды, половина потери гравитационной потенциальной энергии превращается во внутреннюю энергию, когда другая половина уходит радиацией. Выведите температуру T звезды через G , M , R , \bar{m} и k_B , где \bar{m} это средняя масса протонов и электронов, и k_B постоянная Больцмана. (4 балла)

(c) Выведите давление газа P_g звезды через G , M и R . (4 балла)

(d) Отношение полного давления в звезде к гравитационной потенциальной энергии дается формулой $P = -b \frac{U}{V}$. Чему равняется b ? (2 балла)

(e) При высокой температуре, фотоны в звезде тоже создают давление. Выведите радиальное давление P_r , применив кинетическую теорию газа для кубической коробки объемом L^3 , где движение фотонов дается отношением de Broglie. Выразите ваш ответ через плотность энергии фотонов u . (10 баллов)

(f) Известно, что плотность энергии фотонов дается как $u = aT^4$, где a определяется через фундаментальные постоянные. Покажите что $\frac{P_r}{P_g} \propto M^c$. Чему равняется c ? (4 балла)

(g) Посчитайте отношение $\frac{P_r}{P_g}$ для Солнца. Вы можете использовать следующие параметры: $a = 7.565 \times 10^{-16} \text{JK}^{-4}\text{m}^{-3}$, $G = 6.673 \times 10^{-11} \text{Nm}^2\text{kg}^{-2}$, $\bar{m} = 8.368 \times 10^{-28} \text{kg}$, $M_{Sun} = 1.989 \times 10^{30} \text{kg}$, $k_B = 1.381 \times 10^{-23} \text{JK}^{-1}$. (1 балл)

(h) Для более массивных звезд, чем Солнце, радиальное давление увеличивается существенно, и звезда становится не стабильной. Это означает, что существует предельное ограничение на максимальную массу для стабильной звезды. Примите радиальное давление равным $1/3$ давления газа при предельном случае. Выведите температуру через a , k_B , \bar{m} , M и R . (3 балла)

(i) Используя отношение, данное в части (d), найдите предельную массу. Выразите ваш ответ через единицы массу Солнца. (6 баллов)