Решение задач 3-го этапа Республиканской олимпиады по физике, 2022

9 класс

Задача 1 [8 баллов].

а) Чтобы найти минимальную высоту h нужно найти момент времени когда край плиты только доедет до точки падения шарика

$$v_0 t - \frac{\mu g t^2}{2} = x$$ [0.5 балла] (1)

$$t = \frac{v_0 \pm \sqrt{v_0{}^2 - 2\mu g x}}{\mu g}$$ [0.5 балла] (2)

найдем время за которое брусок остановится

$$v_0 = \mu g t$$

$$t = \frac{v_0}{\mu g}$$

как мы видим время движения не может быть больше, поэтому мы отбрасываем корень со знаком плюс

[0.5 балла за корректное обоснование знака] (3)

$$t = \frac{v_0 - \sqrt{v_0{}^2 - 2\mu g x}}{\mu g}$$

Подставляем значение времени в уравнение падения пластилина

$$h = \frac{g t^2}{2} = \frac{g}{2}\left(\frac{v_0 - \sqrt{v_0{}^2 - 2\mu g x}}{\mu g}\right)^2$$ [0.5 балла] (4)

Подставляем значения

$$h = 1{,}25$$ [0.5 балла] (5)

Теперь чтобы найти максимальную высоту предполагаем что пластилин упадет на левый край бруска. Брусок за это время должен пройти дистанцию $x + L$

$$v_0 t - \mu g \frac{t^2}{2} = x + L$$ [0.5 балла] (6)

$$t = \frac{v_0 \pm \sqrt{v_0{}^2 - 2\mu g (x+L)}}{\mu g}$$

Аналогично убираем корень с плюсом

$$h = \frac{g}{2}\left(\frac{v_0 - \sqrt{v_0{}^2 - 2\mu g (x+L)}}{\mu g}\right)^2$$

$$h = 5\ м$$ [0.5 балла] (7)

б)

Перед падением у пластилина будет скорость и соответственно импульс

$$-m v_1 = \Delta p_в$$ [0.5 балла] (8)

Изменение импульса обусловлено моментальным подскоком силы реакции опоры

$$\Delta p_в = F_N \Delta t$$

Резкий скачок силы реакции также подразумевает резкий скачок силы трения который уменьшить импульс по горизонтали

$$\mu F_N \Delta t = \Delta p_г \qquad [0.5 \text{ балла}] \qquad (9)$$

Закон сохранения импульса

$$p_1 - \Delta p_г = p_2 \qquad [0.5 \text{ балла}] \qquad (10)$$

$$p_1 = Mv_2$$
$$p_2 = (m + M)u$$

$$Mv_2 - \mu m v_1 = (m + M)u$$

из за силы трения скорость бруска прямо перед падением будет равна

$$v_2 = v_0 - \mu g t \qquad [0.5 \text{ балла}] \qquad (11)$$

Время падения $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$, скорость пластилина перед падением $v_1 = \sqrt{2gh}$

Подставляем:

$$M(v_0 - \mu g\sqrt{\frac{2h}{g}}) - \mu m\sqrt{2gh} = (m + M)u \qquad [0.5 \text{ балла}] \qquad (12)$$

Уравнение зависимости скорости сразу после прилипания пластилина:

$$u = \frac{Mv_0 - \mu\sqrt{2gh} * (M+m)}{(m+M)} \qquad [1 \text{ балл}] \qquad (13)$$

Чтобы найти высоту h при которой брусок сразу остановится после прилипания пластилина числитель в зависимости должен быть равен нулю

$$Mv_0 - \mu\sqrt{2gh} * (M + m) = 0 \qquad [0.5 \text{ балла}] \qquad (14)$$

$$h = \frac{1}{2g} * \left(\frac{Mv_0}{\mu(M+m)}\right)^2 \qquad [0.5 \text{ балла}] \qquad (15)$$

Задача 2 [8 баллов].

1) Чтобы кусок льда с монетой коснулся дна сила Архимеда должна быть равна силе притяжения :

$$m_1 g + Mg = \frac{m_1}{\rho_m}\rho_в g + \frac{M}{\rho_л}\rho_в g \qquad [1 балл] \qquad (1)$$

где M - оставшаяся масса подтаявшего куска льда

$$M\frac{\rho_в-\rho_л}{\rho_л} = m_1\frac{\rho_m-\rho_в}{\rho_m} \qquad M = \frac{m_1\rho_л(\rho_m-\rho_в)}{\rho_m(\rho_в-\rho_л)} = 53.12\ грамм \qquad [0,5 балла] \qquad (2)$$

(комментарий: 0,5 баллов дается даже если участник не рассчитал массу в числовом выражении)

$$\Delta m_1 = m_2 - M = 120 - 53.12 = 66.88\ грамм$$

$$Q = \lambda\Delta m_1 \qquad [1 балл] \qquad (3)$$

$$Q = c_в V_в \rho_в T_1 \qquad [1 балл] \qquad (4)$$

$$\lambda\Delta m_1 = c_в V_в \rho_в T_1$$

$$T_1 = \frac{\lambda\Delta m_1}{c_в V_в \rho_в} = \frac{\lambda\left(m_2 - \frac{m_1\rho_л(\rho_m-\rho_в)}{\rho_m(\rho_в-\rho_л)}\right)}{c_в V_в \rho_в} = 10.51°C \qquad [1 балл] \qquad (5)$$

2) Уравнение теплового баланса в этом случае будет иметь такой вид:

$$\lambda\Delta m_2 + (0 - T_2)(c_m m_3 + c_л m_2)\cdot T_2 = (T_1 - 0)c_в \rho_в V_в$$

$$\Delta m_2 = \frac{m_2}{3}$$

$$\lambda\Delta m_2 - T_2(c_m m_3 + c_л m_2) = T_1 c_в \rho_в V_в$$

$$T_2 = -\frac{T_1 c_в V_в \rho_в - \lambda\cdot\frac{m_2}{3}}{c_m m_3 + c_л m_2} = -34.55°C$$

Задача 3 [7 баллов].

Если бы не было кабеля и спутники вращались по своим орбитам:

$$m\frac{u'^2}{R} = G\frac{Mm}{R^2} \qquad [1 \text{ балл}] \qquad (1)$$

$$u'_1 = \sqrt{\frac{GM}{R_1}} \qquad [0.5 \text{ балла}] \qquad (2)$$

$$u'_2 = \sqrt{\frac{GM}{R_2}} \qquad [0.5 \text{ балла}] \qquad (3)$$

При наличии кабеля на спутники будет действовать сила натяжения

$$m\frac{v^2}{R_1} = G\frac{Mm}{R_1{}^2} - T \qquad [1 \text{ балл}] \qquad (4)$$

$$m\frac{v^2}{R_2} = G\frac{Mm}{R_2{}^2} + T \qquad [1 \text{ балл}] \qquad (5)$$

Скорости вращения спутников можно выразить через период вращения который в обоих случаях одинаков

$$v_1 = \frac{2\pi R_1}{P},\ v_2 = \frac{2\pi R_2}{P}$$

$$\frac{4\pi^2}{P^2}(R_1 + R_2) = GM\frac{R_2{}^2+R_1{}^2}{R_2{}^2R_1{}^2} \qquad [1 \text{ балл}] \qquad (6)$$

Используя $R_2 = 2R_1$

$$v_1 = \frac{2\pi R_1}{P} = \sqrt{\frac{5GM}{12R_1}} \qquad [0.5 \text{ балла}] \qquad (7)$$

Используя $R_1 = \frac{R_2}{2}$

$$v_2 = \frac{2\pi R_2}{P} = \sqrt{\frac{10GM}{3R_2}} \qquad [0.5 \text{ балла}] \qquad (8)$$

$$\frac{v_1}{u'_1} = \frac{\sqrt{\frac{5GM}{12R_1}}}{\sqrt{\frac{GM}{R_1}}} = \sqrt{\frac{5}{12}} \qquad [0.5 \text{ балла}] \qquad (9)$$

$$\frac{v_2}{u'_2} = \frac{\sqrt{\frac{GM}{R_2}}}{\sqrt{\frac{10GM}{3R_2}}} = \sqrt{\frac{10}{3}} \qquad [0.5 \text{ балла}] \qquad (10)$$

Из за наличия кабеля скорость вращения внутреннего спутника в $\sqrt{\frac{12}{5}}$ раз меньше чем должна быть без кабеля. У внешнего спутника наоборот скорость вращения в $\sqrt{\frac{10}{3}}$ больше из за наличия кабеля чем без него

Задача 4 [7 баллов].

- Изображение объекта располагается на расстоянии

$d_{i1} = f$ [0.5 балла] (1)

Высота изображение объекта после прохождения линзы L_1

$h_{i1} = \alpha f$ [1 балл] (2)

Определяет расстояние от линзы L_2 до промежуточного и конечного изображения

$d_{i1} = d - f$ [0.5 балла] (3)

$d_{i2} = 3f - d$ [0.5 балла] (4)

Записывает увеличение используя высоту объекта и изображения

$\Gamma = \frac{h}{h_{i1}}$ [0.5 балла] (5)

Использует расстояния для записи увеличения

$\Gamma = -\frac{d_{i2}}{d_{i1}} = -\frac{3f - d}{d - f}$ [0.5 балла] (6)

$\frac{h}{h_{i1}} = \frac{h}{\alpha f} = \frac{3f - d}{f - d}$

Получает конечный ответ

$d = \frac{f}{2} = 5\ см$ [1 балл] (7)

Использует формулу тонкой линзы

$\frac{1}{d_o} + \frac{1}{d_i} = \frac{1}{f_0}$ [0.5 балла] (8)

Записывают формулу под условие задачи

$\frac{1}{d_{i1}} + \frac{1}{d_{i2}} = \frac{1}{(-\frac{f}{2})} + \frac{1}{(\frac{5f}{2})} = \frac{1}{f_o}$ [1 балл] (9)

Получает конечный ответ

$f_0 = -\frac{5}{8} f = -6.25\ см$ [1 балл] (10)