

Решение теоретического тура по физике
9 класс

1. Обозначим направление начальной скорости v шара массой m до соударения за ось Ox , а перпендикулярное направление в плоскости движения за ось Oy . После соударения направление движения покоящегося шара совпадает с линией, соединяющей центры шаров, так как только в этом направлении действуют силы упругости.

Закон сохранения импульса в проекции на ось Ox имеет вид

$$mv = mv_{1x} + 3mv_2 \cos \alpha, \quad (1) \quad (1 \text{ балл})$$

а в проекции на ось Oy

$$mv_{1y} = 3mv_2 \sin \alpha. \quad (2) \quad (1 \text{ балл})$$

По закону сохранения энергии для абсолютно упругого удара имеем

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{m(v_{1x}^2 + v_{1y}^2)}{2} + \frac{3mv_2^2}{2}. \quad (3) \quad (1 \text{ балл})$$

Решая совместно систему уравнений (1)-(3), получаем

$$2v_2^2 = vv_2 \cos \alpha, \quad (4) \quad (1 \text{ балл})$$

откуда получаем два решения

$$v_2 = 0, \quad (5) \quad (1 \text{ балл})$$

$$v_2 = \frac{1}{2}v \cos \alpha = \frac{1}{4}v. \quad (6) \quad (1 \text{ балл})$$

Решение (5) соответствует начальному состоянию до столкновения, поэтому правильным ответом является соотношение (6).

Из закона сохранения энергии получаем

$$v_1 = v \sqrt{1 - \frac{3}{4} \cos^2 \alpha} = v \frac{\sqrt{13}}{4}. \quad (7) \quad (1 \text{ балл})$$

2. Для решения задачи достаточно воспользоваться третьим законом Кеплера, который гласит, что квадраты периодов обращения планет пропорциональны кубам их больших полуосей. Для планет Марс и Уран получаем

$$\frac{R_1^3}{T_1^2} = \frac{R_2^3}{T_2^2}. \quad (1) \quad (2 \text{ балла})$$

Большая полуось небесного тела равна

$$R = \frac{R_1 + R_2}{2}, \quad (2) \quad (1 \text{ балл})$$

поэтому по третьему закону Кеплера

$$\frac{R_1^3}{T_1^2} = \frac{R^3}{T^2}. \quad (3) \quad (2 \text{ балла})$$

Решая совместно уравнения (1)-(3), находим

$$T = \left(\frac{T_1^{2/3} + T_2^{2/3}}{8^{1/3}} \right)^{3/2} = 33.3 \text{ года}. \quad (4) \quad (2 \text{ балла})$$

3. Несмотря на то что внутреннее сопротивление батарей r мало, в первоначальных расчётах его придётся ввести.

Законы Кирхгофа для контуров

$$\mathcal{E} = I_1 r + IR$$

$$2\mathcal{E} = 2I_2 r + IR \quad (1 \text{ балл})$$

для узла

$$I_1 + I_2 = I \quad (1 \text{ балл})$$

Совместное решение уравнений дает

$$I = \frac{4\mathcal{E}}{2r+3R}, \text{ или с учетом малости } r \quad (1 \text{ балл})$$

$$I = \frac{4\mathcal{E}}{3R} \quad (1 \text{ балл})$$

На шарах появятся заряды одинаковой величины и разных знаков

Потенциалы шаров будут равны $\varphi_1 = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 a}$ и $\varphi_2 = -\frac{q}{4\pi\epsilon_0 b}$ (1 балл)

А их разность будет равна напряжению на резисторе

$$\varphi_1 - \varphi_2 = IR \quad \text{1 балл}$$

$$\frac{q}{4\pi\epsilon_0 a} + \frac{q}{4\pi\epsilon_0 b} = \frac{4\mathcal{E}}{3} \quad (1 \text{ балл})$$

$$q = \frac{4\mathcal{E}}{3} 4\pi\epsilon_0 \frac{ab}{a+b} \quad (1 \text{ балл})$$

4. За время Δt из трубки вытекает объем воды, равный

$$\Delta V = Sv\Delta t, \quad (1 \text{ балл}) \quad (1)$$

который уносит импульс

$$\Delta P = \rho\Delta Vv. \quad (1 \text{ балл}) \quad (2)$$

Сила, отклоняющая трубку, находится из выражения

$$\Delta P = F\Delta t \quad (1 \text{ балл}) \quad (3)$$

и равна

$$F = \rho Sv^2. \quad (1 \text{ балл}) \quad (4)$$

С другой стороны, на трубку и воду в ней действует сила тяжести

$$F_0 = (M + \rho Sl)g. \quad (1 \text{ балл}) \quad (5)$$

В состоянии равновесия моменты сил должны быть уравновешены, откуда следует

$$Fl = \frac{1}{2} F_0 l \sin \alpha. \quad (1 \text{ балл}) \quad (6)$$

Из соотношений (4)-(6) окончательно получаем

$$v = \sqrt{\frac{(M + \rho Sl)g \sin \alpha}{2\rho S}} = 2.48 \text{ м/с}. \quad (2 \text{ балл}) \quad (7)$$

