Решение теоретического тура по физике
11 класс

Задача_1. Обозначим направление начальной скорости v шара массой m до соударения за ось Ox, а перпендикулярное направление в плоскости движения за ось Oy. После соударения направление движения покоящегося шара совпадает с линией, соединяющей центры шаров, так как только в этом направлении действуют силы упругости. (1 балл)

Закон сохранения импульса в проекции на ось Ox имеет вид

$$mv = mv_{1x} + 3mv_2\cos\alpha, \quad (1)$$ (1 балл)

а в проекции на ось Oy

$$mv_{1y} = 3mv_2\sin\alpha. \quad (2)$$ (1 балл)

По закону сохранения энергии для абсолютно упругого удара имеем

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{m(v_{1x}^2+v_{1y}^2)}{2} + \frac{3mv_2^2}{2}. \quad (3)$$ (1 балл)

Решая совместно систему уравнений (1)-(3), получаем

$$2v_2^2 = vv_2\cos\alpha, \quad (4)$$

откуда получаем два решения

$$v_2 = 0, \quad (5)$$

$$v_2 = \frac{1}{2}v\cos\alpha = \frac{1}{4}v. \quad (6)$$ (1 балл)

Решение (5) соответствует начальному состоянию до столкновения, поэтому правильным ответом является соотношение (6).

Из закона сохранения энергии получаем

$$v_1 = v\sqrt{1-\frac{3}{4}\cos^2\alpha} = v\frac{\sqrt{13}}{4}. \quad (7)$$ (1 балл)

Задача_2. *Первый способ решения:* Теплоемкость в точке F равна нулю, поэтому адиабата является касательной к прямой KL в точке F. Уравнение адиабаты:

$$pV^{\gamma} = const \quad (1)$$

Продифференцируем по объему V:

$$p'_V V^{\gamma} + \gamma p V^{\gamma-1} = 0 \quad (2)$$

Угловой коэффициент прямой KL равен:

$$k = p'_V = -\frac{C_p p_F}{C_v V_F} = -\gamma\frac{p_F}{V_F} \quad (3)$$

Второй способ решения: Рассмотрим процесс, описываемый прямой, проходящей через точку F. При небольшом изменении объема ΔVгаз получит теплоту:

$$Q = \Delta U + p_F\Delta V \quad (4)$$

Используя уравнение состояния идеального газа, свяжем измерение температуры ΔT с изменениями давления Δp и объема ΔV

$$p_F\Delta V + V_F\Delta p = \nu R\Delta T \quad (5)$$

Отсюда получим выражение для теплоты:

$$Q = (C_p/R)p_F \Delta V + (C_V/R)V_F \Delta p \tag{6}$$

которая равна нулю, так как теплоемкость остается равной нулю в течение всего малого процесса. Прямая AB, проходящая через K имеет наклон:

$$k = \frac{\Delta p}{\Delta V} = -\frac{C_p p_F}{C_v V_F} = -\gamma \frac{p_F}{V_F} \tag{7}$$

для многоатомного газа $\gamma = 4/3$
Общая часть:
Уравнение прямой KL:

$$p = p_F - \gamma \frac{p_F}{V_F}(V - V_F) \tag{8}$$

Удобно построить эту прямую, найдя значение объема V_1 при нулевом давлении:

$$V_1 = 7V_F/4 \tag{9}$$

Из точки F построим перпендикуляр FE к оси V. Точке E соответствует значение объема V_F. Разделив отрезок OE пополам, и его левую часть еще пополам, найдем отрезок DE равный $3V_F/4$ (рис. 2.1). На оси V от точки E отложим отрезок EP, равный DE. По построению $OP = V_1$. Проведем прямую через P и F, на которой находятся K и L. Треугольник KML прямоугольный, поэтому MF=ML=MK. Проведем окружность радиуса MF с центром в точке F. Точки K и L лежат на прямой FP.

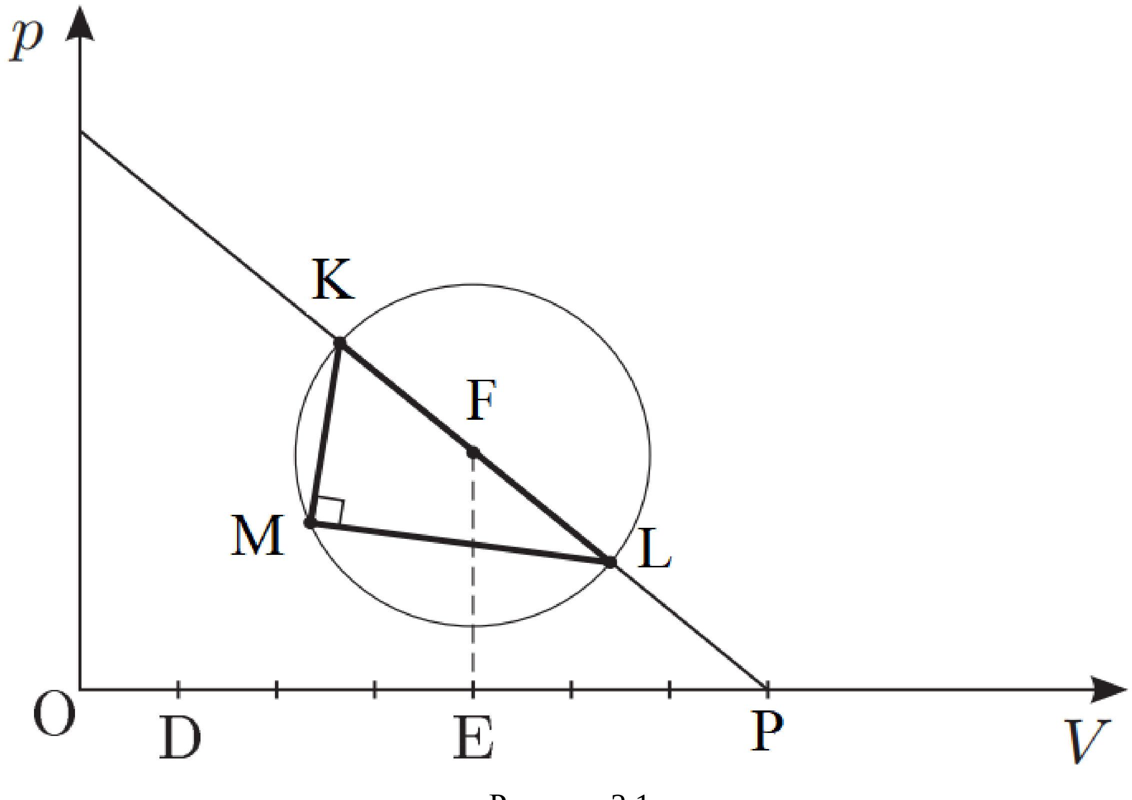


Рисунок 2.1

Критерии оценивания

Первый способ:

Указано, что адиабата касается прямой KL (1 балл)

Найден угловой коэффициент наклона k (1 балл)

Второй способ:

Записано первое начало термодинамики (0.5 балл)

Приведена связь измерений температуры, давления, объема (0.5 балл)

Найден угловой коэффициент наклона k (1 балл)

Общая часть:

Учтено, что для многоатомного газа $C_V = 3R$ ($\gamma = 4/3$) (1 балл)

Записано уравнение прямой KL (учтено выше)

Приведено построение прямой KL (1 балл)

Найдены точки K и L. (по 1 баллу за каждую точку)

Задача_3. Нужно рассмотреть два случая малых напряжений U_0, когда правый конденсатор вообще не будет заряжаться, так как напряжение на среднем конденсаторе не превзойдет напряжение открытия диода U_D, и случая, когда заряжается и правый конденсатор. Если диод не открывается, то первоначальный заряд левого конденсатора делится поровну между двумя конденсаторами. Напряжения на конденсаторах большой промежуток времени после замыкания ключа:

$$U_1 = \frac{U_0}{2}, \quad U_2 = \frac{U_0}{2}, \quad U_3 = 0$$ (1 балл)

Видно, что этот случай реализуется при $U_D \geq U_0/2$. Выделившееся в цепи количество теплоты Q найдем из закона сохранения энергии:

$$Q = \frac{CU_0^2}{2} - 2\frac{C\left(U_0/2\right)^2}{2} = \frac{CU_0^2}{4}.$$ (1 балл)

Поскольку ток через диод не тёк, все тепло выделилось на резисторе. Теперь рассмотрим случай $U_D < U_0$. При зарядке правого конденсатора напряжение на нём U_3 будет меньше, чем напряжение на среднем U_2 на величину U_D. Напряжения на левом и среднем конденсаторах U_1 и U_2 к окончанию перезарядки будут равными $U_1 = U_2 = U$. Условие сохранение заряда:

$$CU_0 = 2CU + C\left(U - U_D\right), \qquad U = \frac{U_0 + U_D}{3}$$ (1 балл)

Общее количество теплоты, выделившееся к концу процесса в схеме будет равно разности начальной и конечной энергий конденсаторов:

$$Q = \frac{CU_0^2}{2} - 2\frac{CU^2}{2} - \frac{C\left(U - U_D\right)^2}{2} = \frac{C\left(U_0^2 - U_D^2\right)}{3}.$$ (1 балл)

Напряжение на третьем конденсаторе: $U_3 = U - U_D = \dfrac{\left(U_0 - 2U_D\right)}{3}$. (1 балл)

Тепло, выделившееся на диоде

$$Q_D = q_D \cdot U_D,$$

где $q_D = CU_3$ - заряд правого конденсатора к концу процесса перезарядки. Таким образом

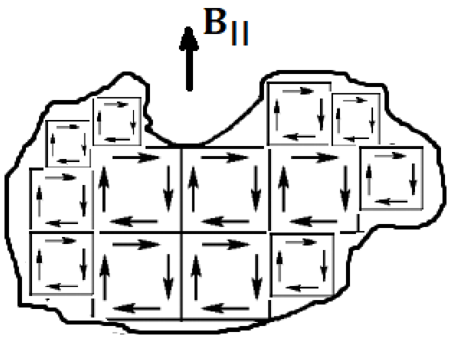
$$Q_D = \frac{C\left(U_0 U_D - 2U_D^2\right)}{3}. \qquad \text{(1 балл)}$$

Остальное тепло выделится на резисторе:

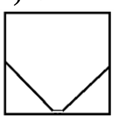
$$Q_R = Q - Q_D = \frac{C\left(U_0^2 - U_0 U_D + U_D^2\right)}{3}. \qquad \text{(1 балл)}$$

Задача_4. a) Пусть ток идёт по часовой стрелке при взгляде сверху (Когда мы определим направления сил, то увидим что направление тока влияет лишь на направление в котором момент стремится вращать рамку, но не на его величину и не на направление оси вращения).
z-составляющая магнитного поля порождает силы действующие на каждую сторону рамки в её плоскости «внутрь» рамки, которые стремятся её деформировать, но не могут создать момент сил.
y-составляющая магнитного поля воздействует только на стороны, перпендикулярные ей. Эти силы направлены по нормали к плоскости «вверх» и «вниз»
$F_{1z} = -F_{2z} = IBa$ (1 балл)
Такая пара сил будет закручивать рамку вокруг её центральной оси, параллельной x.
Момент этой пары сил можно отсчитать относительно неё, но он не зависит от выбора оси относительно которой отсчитываем плечи сил:
$M = F_{1z}y_1 + F_{2z}y_2 = IBa(y_2 - y_1) = IBab = IBS$ (2 балл)
b) Контур сложной формы можно разбить на такое количество прямоугольных контуров разной величины с одной из сторон ориентированной вдоль $B_{||}$, какое необходимо для заданной точности вычислений, а момент будет определяться суммой моментов действующих на них.
$M = IB\sum \Delta S = IBS$

(2 балл)



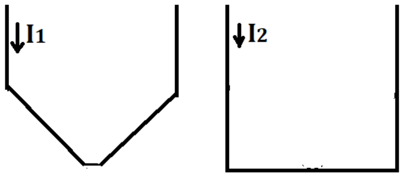
c) Симметрия схемы позволяет разъединить точки.



Ток разделяется по ветвям в пропорции к их сопротивлениям (и соответственно к длинам)
$I = I_1 + I_2$

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1} = \frac{l_2}{l_1} = \frac{2a}{\sqrt{2}a} = \sqrt{2}$$

Откуда: $I_1 = \frac{I\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1}$; $I_2 = \frac{I}{\sqrt{2}+1}$ (2 балл)
А сам контур можно представить в виде суммы двух контуров (это не единственный вариант разбиения контура) с площадями $S_1 = \frac{3}{4}a^2$ и $S_2 = a^2$: (1 балл)



При отклонении рамки на угол α от вертикали

$B_{||} = Bcos\alpha$

$$M = M_1 + M_2 = (I_1S_1 + I_2S_2)Bcos\alpha = \frac{3\sqrt{2}+4}{4(\sqrt{2}+1)}IBcos\alpha$$ (1 балл)

Момент силы тяжести рамки удобно выразить ввиде суммы моментов сил тяжести отдельных звеньев.

$$M = \left(2\rho a * \frac{a}{2} + \rho a * a + 2\rho\frac{a\sqrt{2}}{2} * \frac{3}{4}a\right) * gsin\alpha = (2 + \frac{3}{4}\sqrt{2})\rho a^2 sin\alpha$$ (1 балл)

Равенство моментов

$$\frac{3\sqrt{2}+4}{4(\sqrt{2}+1)}IBcos\alpha = (2 + \frac{3}{4}\sqrt{2})\rho a^2 sin\alpha$$

даёт

$$tan\alpha = \frac{3\sqrt{2}+4}{11\sqrt{2}+14}\frac{IB}{\rho a^2} \approx 1.74$$ (1 балл)

$\alpha = atan1.74 \approx 60°$