№1. 9, 10, 11 класс

$M_З = 5{,}97 \cdot 10^{24}$ кг

$r_З = 6400$ км

$v_к = 29{,}8$ км/с

$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \frac{Нм^2}{кг^2}$

$v - ?$

1) рассмотрим систему отсчета, в которой Земля неподвижна, пренебрегая при этом неоднородностью поля ~~солнечного~~ солнечного тяготения. В этом приближении сила грав. притяжения Солнца компенсируется силой инерции

(1) $$\frac{mv^2}{2} - G\frac{Mm}{r} = \frac{mv_\infty^2}{2}$$, v_∞ – скорость ракеты в момент, когда выход. из зоны действ. Зем.

Круговая скорость

(2) $$v_к^2 = \frac{GM}{r}$$

(3) $$v_\infty^2 = v^2 - 2v_к^2$$

После того как ракета выйдет из зоны действия земного тяготения, будем относить ее движение к системе отсчета в к-ой неподвижно Солнце

Скорость ракеты в этой системе $\vec{v} = \vec{v}_к + \vec{v}_\infty$ (4)

(5) $$v^2 = v_к^2 + v_\infty^2 + 2\vec{v}_к \cdot \vec{v}_\infty = v_к^2 + v_\infty^2 + 2v_к v_\infty \cdot \cos\theta$$

3-я косм. скорость $v = v_п = \sqrt{2}\, v_к$, $v_п$ – параболическая (6)

$$v_\infty^2 + 2v_к \cdot v_\infty \cdot \cos\theta - v_к^2 = 0 \quad (7)$$

$\Downarrow$

$$v_\infty = \left(\sqrt{1+\cos^2\theta} - \cos\theta\right)^2 v_к^2 + 2v_к^2 \quad (8)$$

Наименьшее при $\theta = 0$, наибольшее при $\theta = \pi$

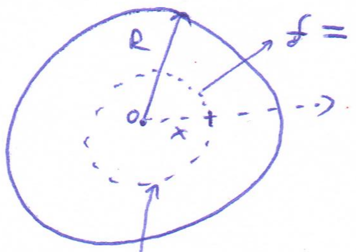
$$v_{мин} = \sqrt{(\sqrt{2}-1)v_к^2 + 2v_к^2} \approx 16{,}7 \text{ км/с} \qquad v_{макс} = \sqrt{(\sqrt{2}+1)v_к^2 + 2v_к^2} \approx 72{,}7 \text{ км/с}$$

(9)

11 класс, задача 2 (8 баллов)

$M = 1\,г$

$\sigma = 40\ \frac{мН}{м}$



$f = 2 \cdot 2\pi \sigma x$ (1)

$m = M \cdot \frac{\pi x^2}{\pi R^2} = M \frac{x^2}{R^2}$ (2)

$$\frac{d(mV)}{dt} = f \quad (3)$$

из (1), (2), и (3):

$$V^2 + \frac{x}{2}\frac{dV}{dt} = const = \frac{2\pi R^2 \sigma}{M} \quad (4)$$

Т.к. $x > 0$; и $\frac{dV}{dt} \geq 0$, то данное условие выполняется только при $\frac{dV}{dt} = 0$; т.е. $V = const$

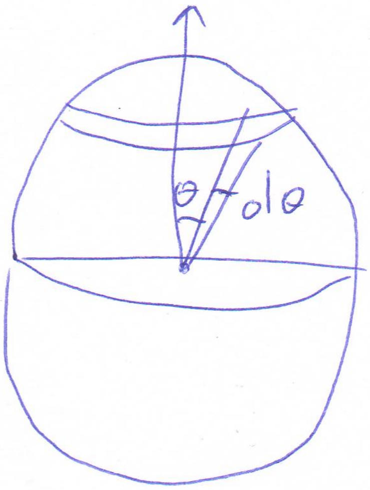
$$V = \sqrt{\frac{2\pi R^2 \sigma}{M}} \quad (5)$$

$$E_{нач} = 2 \cdot \pi R^2 \sigma \quad (6)$$

$$E_{кин} = \frac{MV^2}{2} = \pi R^2 \sigma \quad (7)$$

$$\boxed{\frac{E_{кин}}{E_{нач}} = \frac{1}{2}} \quad (8)$$

11 кл. Задача 3



$$dM = \int \frac{dI}{c} = \pi R^2 \frac{q\omega \sin\theta}{4\pi c}$$ 1б

$\int$-ем по θ

$$M = \frac{qR^2\omega}{3c}$$ 2б

$$X = \frac{q_p - q_e}{q_p}; \quad Z(q_p - q_e) = ZXq_p$$ 3б

$$\frac{q}{M_{\text{з}}} = \frac{ZXq_p}{M_{\text{н}} A}$$

$M_{\text{н}}$ – масса нуклона 4б

$$M = X\frac{Z}{A}\frac{q_p}{M_{\text{н}}}\cdot\frac{4\pi}{15c}\rho_{\text{з}}\omega_{\text{з}} R_{\text{з}}^5$$ 5б

$$B_{max} = \frac{2M}{R_{\text{з}}^3}$$ 6б

$$X = \frac{A}{Z}\frac{M_{\text{н}}}{q_p}\frac{15c}{16\pi^2}\frac{B_{\text{з}} T_{\text{з}}}{\rho_{\text{з}} R_{\text{з}}^2} \approx 2{,}6\cdot10^{-19}$$ 7б

$X > 2{,}6\cdot10^{-19}$

$(X < 10^{-21})$

11 класс.

(4) Дано:

$m_\alpha = 6,645 \cdot 10^{-27}$ кг

$m_d = 3,344 \cdot 10^{-27}$ кг

$m_B = 1,674 \cdot 10^{-27}$ кг

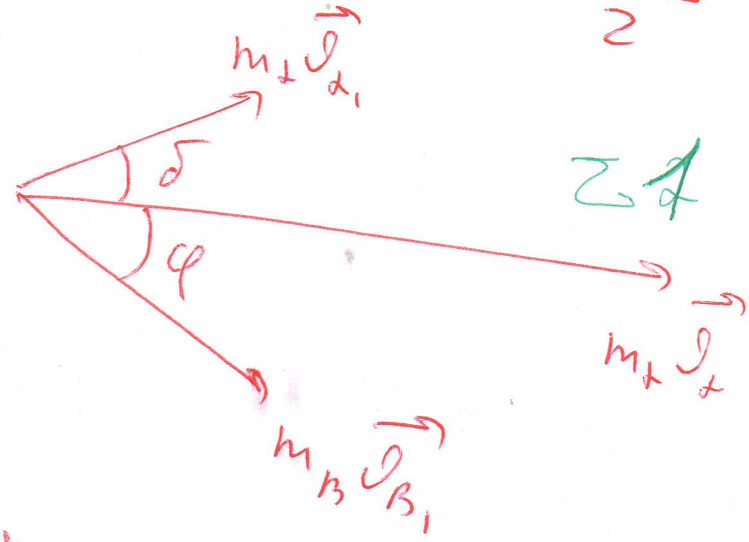
θ – ?

Решение:

(1) $\alpha \longrightarrow B$

$m_\alpha \vec{v}_{\alpha 0} = m_\alpha \vec{v}_{\alpha 1} + m_B \vec{v}_{B 1}$ $\Sigma 1$

$$\frac{m_\alpha v_{\alpha 0}^2}{2} = \frac{m_\alpha v_{\alpha 1}^2}{2} + \frac{m_B v_{B 1}^2}{2}$$



$\Sigma 1$

$m_\alpha v_{\alpha 1} \sin\delta = m_B v_B \sin\varphi$

$(m_\alpha + m_B) V_\alpha^2 - 2 m_1 v_{\alpha 1} v_{B 1} \cos\delta + (m_\alpha - m_B) v_{\alpha 0}^2 = 0$ $\Sigma 1$

$\sin\delta \le \frac{m_B}{m_\alpha}$ – условие вещественности корней $\Sigma 1$

$\delta_{max} = \beta \Rightarrow \sin\beta = \frac{m_B}{m_\alpha}$

$\beta = \arcsin\left(\frac{m_B}{m_\alpha}\right) \approx 15^\circ$ $\Sigma 1$

(2) $d \longrightarrow H$

$m_d \vec{v}_{d 0} = m_d \vec{v}_{d 1} + m_B \vec{v}_{B 1}$

~~$\sin\beta = \frac{m_B}{m_d}$~~

~~$\arcsin \frac{m_B}{m_d}$~~

$\Sigma 1$

$\sin\beta = \frac{m_B}{m_d}$

$\arcsin \frac{m_B}{m_d} = \beta$

$\beta = 30^\circ$.