РЕСПУБЛИКАНСКИЙ НАУЧНО-ПРАКТИЧЕСКИЙ ЦЕНТР «ДАРЫН»
ЧЕТВЕРТЫЙ (ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ) ЭТАП РЕСПУБЛИКАНСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ПО ПРЕДМЕТУ ФИЗИКА (2024-2025 УЧЕБНЫЙ ГОД)
10 класс, 1 тур

Время работы: 5 часов

Задача_1. «Солянка» [10,0 баллов]

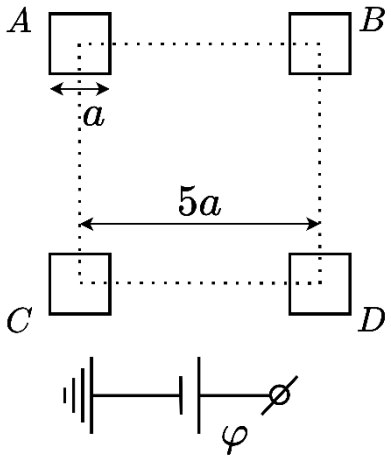
Эта задача состоит из трех независимых частей.

Часть 1.1. Равновесие каната (3,0 балла)

Однородный тонкий канат массой m удерживается на гладкой горке, сделанной из частей двух окружностей. Левая окружность имеет радиус R, и канат занимает на ней дугу под углом α от вертикали ($\cos\alpha = 1/2$). Правая окружность имеет радиус $10R$. В наивысшей точке горки, где скреплены окружности, касательные к ним обеим совпадают и являются горизонтальными. Концы каната находятся на одинаковой высоте. Найдите ускорение каната сразу после того, как его отпустили. В какой точке будет максимальное натяжение каната? Чему равно это натяжение?

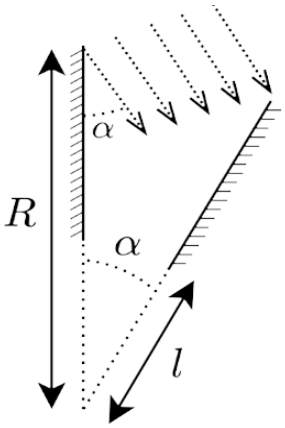
Часть 1.2 Кубическая зарядка (3,5 балла)

Четыре одинаковых проводящих кубика со стороной a расположили так, что их центры образуют квадрат (A, B, C, D) стороной $5a$, как показано на рисунке. Изначально все кубики были нейтральны. Кубик A подключают к цепи на рисунке и заряжают до потенциала батареи φ, а затем отключают от цепи. Так же делают последовательно с остальными кубиками в алфавитном порядке (B, C, D). Считайте, что когда цепь отключена, она никак не влияет на систему. После зарядки на кубиках A, B, C оказались заряды Q_A, Q_B, Q_C соответственно. Чему равен заряд кубика D? Если кубики зарядили бы в порядке (A, D, B, C), то чему был бы равен заряд кубика D (остальные заряды считать известными)?



Часть 1.3 Двойное зеркало (3,5 балла)

Два плоских одинаковых прямоугольных зеркала образуют двугранный угол α, смотрите рисунок справа. Одна сторона зеркала бесконечна (перпендикулярно рисунку), длина второй стороны составляет R. Начиная с вершины угла убираем части зеркал длиной l (лучи могут уходить через убранные части). На зеркало запускаются лучи под углом α к одной из сторон, как показано на рисунке. При каком минимальном соотношении $k_{min} = l/R$ все лучи выйдут через убранную часть зеркала? Какое максимальное количество раз отразится один луч от обоих зеркал при k_{min} ? Во всех частях задачи считать $\alpha = \pi/32$.



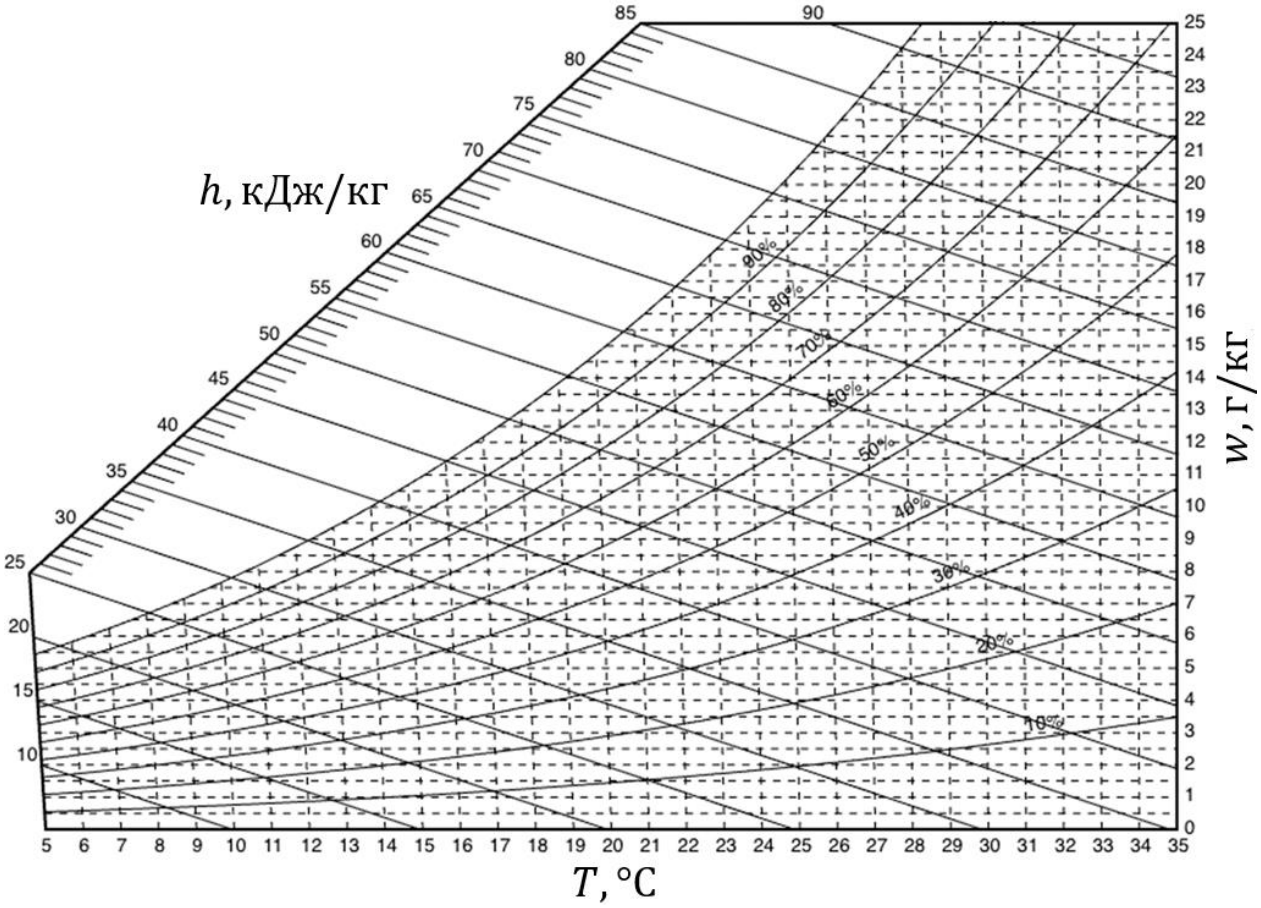
Задача_2. Проектирование системы кондиционирования воздуха [10,0 баллов]

В этой задаче мы применим концепции термодинамики для проектирования системы кондиционирования воздуха. Цель системы кондиционирования воздуха — поддерживать комнату при постоянной температуре $T_{IA} = 24°\text{C}$ и относительной влажности $\varphi_{IA} = 50\%$ для комфорта людей в помещении. Внешние условия составляют $T_{OA} = 32°\text{C}$ и $\varphi_{OA} = 40\%$. Вам предоставлена психрометрическая диаграмма для помощи в расчетах, где линии постоянной относительной влажности отображены кривыми линиями. Ниже представлена психрометрическая диаграмма, которая графически отображает связь между температурой влажного воздуха T, его влагосодержанием w (масса воды в единице массы сухого воздуха), относительной влажностью воздуха φ и его удельной энтальпией h. Линии постоянной относительной влажности отображены кривыми линиями, а относительная влажность указана в процентах. Линии постоянной энтальпии являются наклонными прямыми, линии постоянного влагосодержания – горизонтальные прямые, а линии постоянной температуры – вертикальные прямые.

Справка: Энтальпия – это функция состояния системы, определяемая как:

$$H = U + PV,$$

где U – внутренняя энергия, P – давление, V – объем. Таким образом, на левой стороне диаграммы находится ось удельной энтальпии h, то есть энтальпии на единицу массы сухой части воздуха $h = \Delta H / \Delta m$.



2.1. Используя диаграмму, определите, какой будет относительная влажность, если просто охладить наружный воздух до T_{IA}.

2.2. Используя психрометрическую диаграмму, найдите влагосодержание наружного w_{OA} и внутреннего w_{IA} воздуха.

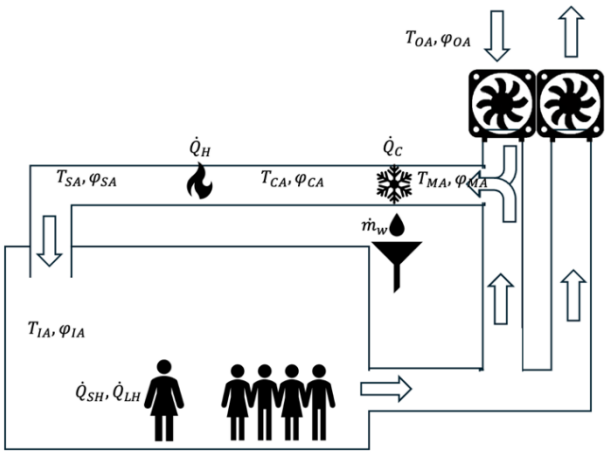
2.3. Энтальпия обычно используется для определения количества тепла в процессе. Предполагая, что процесс является изобарическим (давление P) и происходит переход из

состояния с энтальпией H_1 в состояние с энтальпией H_2, выведите выражение для количества тепла Q, добавленного в систему.

Далее предполагаем, что все процессы являются изобарическими и проходят при атмосферном давлении.

2.4. Используя диаграмму, определите удельную теплоемкость сухого воздуха c_A.

2.5. Используя диаграмму, определите удельную теплоту испарения воды L.



Комната, для которой мы проектируем кондиционер, содержит $n = 30$ человек. Каждый человек должен получать $\dot{V}_H = 8$ л/с свежего (наружного) воздуха для обеспечения санитарных норм. Чтобы уменьшить количество энергии, необходимой для охлаждения воздуха, свежий наружный воздух смешивается с возвращаемым из комнаты воздухом в пропорции 1:3. Смешанный воздух затем проходит через охлаждающий змеевик, где он охлаждается до T_{CA}; при этом часть воды конденсируется (вы могли наблюдать утечку такой воды из кондиционеров). После этого, воздух подогревается до T_{SA} с помощью нагревательного змеевика и подается в помещение. Для упрощения можно считать, что плотность воздуха остается постоянной во всей системе и равна $\rho = 1.23$ кг/м^3. Человеческое тело выделяет $\dot{Q}_{SH} = 80$ Вт тепла за счет теплообмена с окружающим воздухом и $\dot{Q}_{LH} = 80$ Вт за счет испарения пота.

2.6. Выведите выражение для T_{MA}, w_{MA} смешанного воздуха и найдите их значения.

2.7. Выведите выражение для T_{SA}, w_{SA} и найдите их значения.

2.8. Найдите T_{CA}, φ_{CA}.

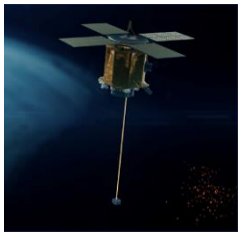
2.9. Найдите скорость конденсации воды $\dot{m}_w$.

2.10. Найдите количество теплоты, отводимой охлаждающим змеевиком $\dot{Q}_C$.

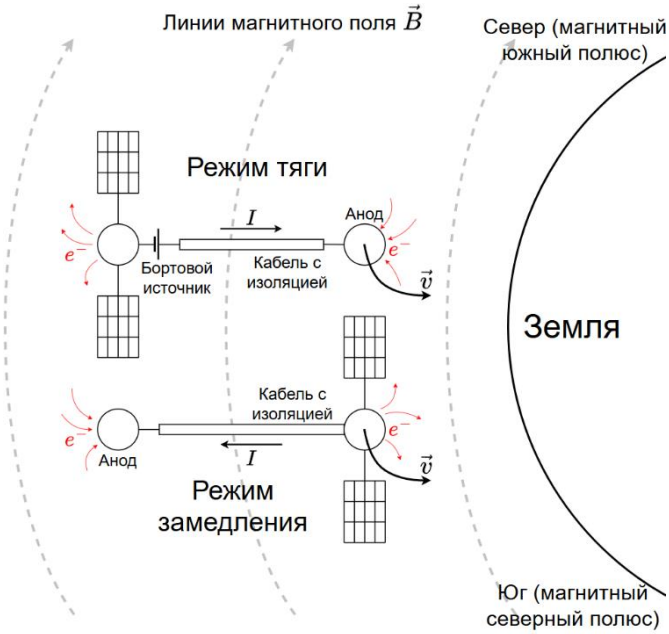
2.11. Найдите количество теплоты, подаваемой нагревательным змеевиком $\dot{Q}_H$.

2.12. Если температура охлаждающего змеевика поддерживается на уровне T_{CA} и он работает как холодильник Карно с температурой нагревателя T_{OA}, найдите полную потребляемую мощность охлаждающего змеевика.

Задача 3. Электродинамический космический трос (10,0 баллов)



Данная задача посвящается нашедшему применение в некоторых экспериментальных космических миссиях электродинамическому космическому тросу – длинному проводящему кабелю на привязи к спутнику, который, благодаря взаимодействию с магнитным полем Земли и ионосферной плазмой, может генерировать электрическую энергию за счёт снижения орбиты или же создавать силу тяги за счёт электроэнергии бортового источника.



Электродинамический космический трос работает по принципу, показанному на рисунке справа. Спутник вращается над Землёй радиусом $R_E = 6370$ км в плоскости её магнитного экватора на высоте $h = 350$ км от поверхности, где значение магнитного поля $B = 2.5 \cdot 10^{-5}$ Тл и направлено параллельно поверхности Земли поперёк движению спутника; считайте $B = \text{const}$ во всей траектории спутника. Спутник может радиально развертывать проводящий кабель длины $L = 20$ км либо вниз, либо вверх, в режимах тяги и замедления соответственно; трос может испытывать как натяжение, так и сжатие, но не может изгибаться или меняться в длине. Анод на конце кабеля собирает электроны из ионосферы, которые, протекая сквозь провод, взаимодействуют с магнитным полем Земли, и высвобождаются на самом спутнике. Отметим, что в режиме тяги требуется «развернуть» направление тока, что обеспечивается бортовым источником напряжения. Основными требованиями к тросу являются его высокая электрическая проводимость и низкая плотность, так что в рамках этой задачи считайте массу троса пренебрежимо малой по сравнению с массами спутника $m_1 = 500$ кг и анода $m_2 = 100$ кг. В рамках данной задачи не учитывайте суточное вращение Земли. Ускорение свободного падения на поверхности Земли $g = 9.8$ м/с^2.

Динамика спутника с тросом

Рассмотрим движение спутника в режиме тяги, когда спутник, будучи на высоте h, развёртывает трос с анодом на высоту $h - L$. В данной части не учитывайте действие магнитного поля Земли, а также для простоты пренебрегите радиальными колебаниями и изменением радиального положения спутника при развёртывании троса с анодом (т.е. спутник всегда на высоте h кроме пункта **3.8**). Известно, что $(1 + x)^n \approx 1 + nx$, и $\sin x \approx x$ при $|x| \ll 1$.

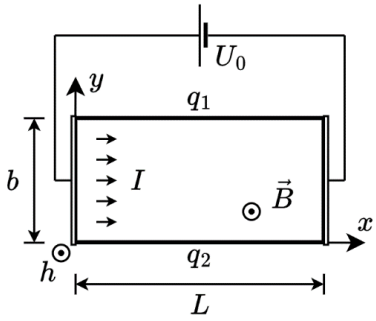
3.1. Относительное изменение угловой скорости вращения спутника с тросом вокруг Земли имеет вид $\Delta\Omega/\Omega_0 \approx \alpha \cdot L/(R_E + h)$, где Ω_0 соответствует вращению спутника без троса. Определите значение α через m_1 и m_2. Разностью $\Delta\Omega$ можно пренебречь везде кроме **3.1-3.3**.

3.2. Сила натяжения троса имеет вид $T \approx \mu\Omega_0^2 L$. Определите μ через m_1 и m_2, а также рассчитайте T. Если Вы не смогли найти μ, его можно использовать в **3.3**.

3.3. Определите циклическую частоту ω малых вращательных колебаний спутника вокруг его центра масс в плоскости своей орбиты через Ω_0. Сколько минут составляет период колебаний?

Эффект Холла и закон Фарадея

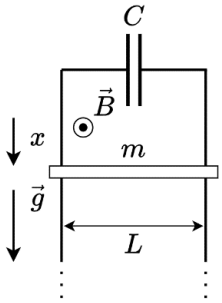
Для более глубокого понимания механизма взаимодействия проводящего троса с магнитным полем предлагаем рассмотреть два различных, однако в корне имеющих единое происхождение электромагнитных эффекта на двух простейших примерах.



Рассмотрим проводящий брусок с линейными размерами $L \times b \times h$ (причём $b \ll L, h$) в направлениях x, y и z соответственно в однородном магнитном поле $\vec{B}$, направленном вдоль z (см. рисунок). Через грани в плоскости yz пропускают разность потенциалов U_0, вследствие чего протекает некоторый электрический ток I. При наличии магнитного поля наблюдается эффект Холла: появление поперечной разности потенциалов U_y вдоль y в результате того, что электроны проводимости искривляются под воздействием силы Лоренца, накапливаются на гранях xz, и в результате создают поперечное электрическое поле, противодействующее магнитному. Пусть удельное сопротивление материала проводника равно ρ, а концентрация электронов проводимости в проводнике n.

3.4. Определите значение поперечного напряжения U_y.

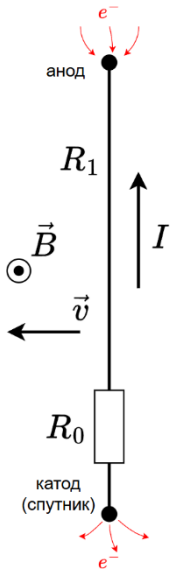
3.5. Укажите, вместе со знаком, какие заряды q_1 и q_2 накапливаются на верхнем и нижнем гранях xz соответственно.



Рассмотрим другую систему, состоящую из подключенных к конденсатору ёмкости C двух достаточно длинных вертикальных перемычек в перпендикулярном однородном магнитном поле $\vec{B}$, по которым может скользить вертикально вниз в поле тяжести $\vec{g}$ металлический стержень массой m и длиной L. В начальный момент координата x стержня была равна нулю, и стержень покоился, а затем его отпустили. Сопротивлением пренебречь.

3.6. Определите закон движения $x(t)$ от времени t стержня.

Режим замедления, или трос как генератор мощности

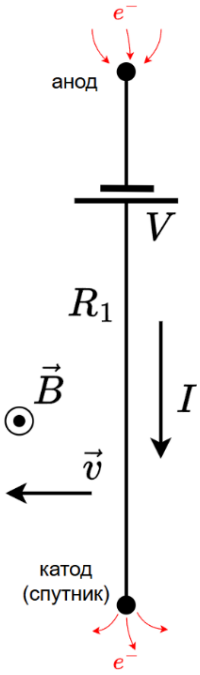


В режиме замедления спутник может накапливать электроэнергию за счёт снижения своей полной механической энергии через взаимодействие с магнитным полем Земли. В данном случае она создаёт открытую электрическую цепь: создаваемое от магнитного поля напряжение на тросе генерирует ток I за счёт набора электронов из ионосферы на аноде, и генерируемая мощность P создаётся на бортовой нагрузке сопротивлением R_0. Впредь пренебрегите снижением напряжения из-за слоя плазмы на катоде и аноде и электрической ёмкости системы, а также сопротивлением воздуха за исключением пункта **3.9**.

3.7. При каком сопротивлении R_0 мощность P максимальна при площади сечения троса $S_0 = 6\ \text{мм}^2$ и удельном сопротивлении $\rho = 2.5 \cdot 10^{-8}\ \text{Ом} \cdot \text{м}$? Чему численно равно $P_{\max}$ и каков коэффициент полезного действия η в данном случае?

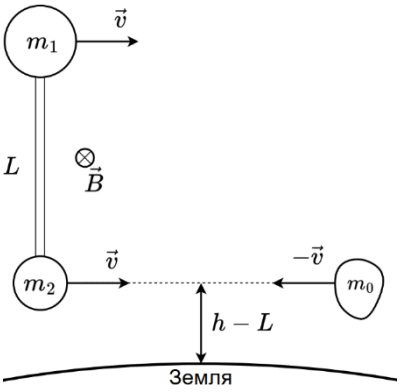
3.8. При найденных вами параметрах спутника с тросом в пунктах **3.1**-**3.2**, а также конфигурации цепи из **3.7**, определите время τ, через которое спутник ударится о поверхность Земли. Для простоты полагайте длину троса $L = 0$ при расчёте орбитального движения и $\Omega_0 \tau \gg 1$. *Подсказка:* $\int \frac{dx}{x} = \ln|x| + C$.

Режим тяги, или корректировка орбиты



Спутник, в режиме тяги, способен за счёт бортового напряжения V (при этом бортовая нагрузка R_0 убирается в данном случае) развернуть направление тока, создавая силу тяги, способную корректировать его орбиту. Геометрически рассматривайте спутник с анодом как две сферы диаметрами $D = 4$ м и $d = 0.6$ м соответственно; лобовым сечением троса и создаваемым от воздуха моментом сил относительно центра масс спутника пренебречь. Для простоты полагайте длину троса $L = 0$ при расчёте орбитального движения и взаимодействия с атмосферой. В пределах рассматриваемых высот для полёта спутника зависимость давления воздуха в нижних слоях термосферы от высоты имеет аппроксимацию $P(h) = P_0(1 - h/h_0)$, где $P_0 = 1.14 \cdot 10^{-4}$ Па и $h_0 = 457$ км. В тех же слоях атмосферы молярная масса воздуха $\mu = 24$ г/моль. Универсальная газовая постоянная равна $R = 8.314$ Дж/(К · моль), температура нижнего слоя термосферы довольно высока ввиду солнечного излучения, и в среднем она равна $T_0 = 700°$C.

3.9. В предположении о том, что столкновение спутника с молекулами воздуха неупругое, численно рассчитайте силу сопротивления F спутника с анодом на высоте $h = 350$ км. Какое численное значение бортового напряжения V_0 должно быть для того, чтобы поддерживать высоту h спутника постоянной? В дальнейшем для простоты Вы можете выражать v через V_0 и прочие известные параметры.



Электродинамический космический трос перспективен в качестве высокоэффективной двигательной установки, необходимой для схода с орбиты космического мусора на низкой околоземной орбите. Рассмотрим модель столкновения нашего спутника с электродинамическим тросом, в котором навстречу к аноду летит с такой же скоростью (полагайте, что разница в скоростях анода и спутника пренебрежимо малы) космический мусор массы m_0. Специальный защитный механизм анода ловит мусор без повреждений (неупругое столкновение) и мгновенно отпускает его, заставляя его лететь дальше со сниженной орбитальной скоростью.

3.10. Каковы максимальная $m_0 = m_{\max}$ и минимальная $m_0 = m_{\min}$ массы мусора, при которых он упадёт на Землю? Сопротивление воздуха в атмосфере не учитывать; насчёт дальнейшего движения спутника не беспокойтесь.

Несмотря на полученный Вами в **3.10** ответ, верхний предел размеров космического мусора для захвата слишком ограничен, ведь спутнику требуется восстановить свою орбиту после столкновения. В пунктах **3.11** и **3.12** полагайте $m_0 = 1$ кг.

3.11. После столкновения спутник с анодом испытывают вращение. Рассчитайте при бортовом напряжении $V = 7.5$ кВ время Δt_1 сразу после столкновения, на которое следует включить электрическую цепь для прекращения вращения. Рассматривать возвращение в исходное угловое положение не требуется; считайте, что $\Omega_0 \Delta t_1 \ll 1$.

3.12. Рассчитайте при бортовом напряжении $V = 7.5$ кВ время Δt_2 сразу после столкновения, на которое следует включить электрическую цепь для восполнения поступательной скорости обратно до v. Вращательное движение не учитывать; считайте, что $\Omega_0 \Delta t_2 \ll 1$.