

**РЕСПУБЛИКАНСКИЙ НАУЧНО-ПРАКТИЧЕСКИЙ ЦЕНТР «ДАРЫН»  
ЧЕТВЕРТЫЙ (ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ) ЭТАП РЕСПУБЛИКАНСКОЙ  
ОЛИМПИАДЫ ПО ПРЕДМЕТУ ФИЗИКА (2023-2024 УЧЕБНЫЙ ГОД)  
11 класс, 1 тур**

*Время работы: 5 часов*

**Задача 1. «Солянка» [10,0 баллов]**

Эта задача состоит из трех независимых частей.

**Часть 1.1. Падение шара (3,0 балла)**

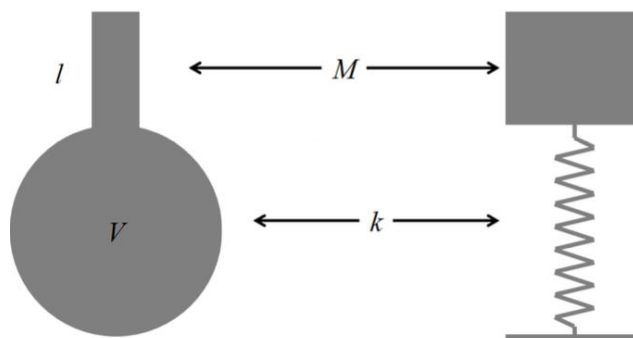
Шар первоначально покоится на столе таким образом, что его центральная точка  $C$  располагается непосредственно над краем стола. После этого шар начинает падать без начальной скорости, вращаясь вокруг края стола. Требуется определить коэффициент трения  $\mu$ , если шар начинает скользить после того, как он повернется на угол  $\alpha$ , равный 30 градусов. (Момент инерции шара относительно оси, проходящей через его центр, равен  $\frac{2}{5}mR^2$ ).

**Часть 1.2 Теплоизолированный сосуд (4,0 балла)**

В теплоизолированном сосуде находится азот при температуре  $T = 1200$  К. В боковой поверхности сосуда имеется малое отверстие, из которого газ вытекает. Определите скорость вытекания газа из сосуда в вакуум. Скоростью движения газового потока внутри сосуда можно пренебречь. Размеры отверстия достаточно велики по сравнению с длиной свободного пробега молекул азота.

**Часть 1.3 Резонатор Гельмгольца (3,0 балла)**

Общеизвестным резонатором Гельмгольца является обычная пластиковая бутылка, которая в независимости от набегающего потока воздуха испускает волны резонансной частоты. Для описания колебаний воздуха в бутылке можно использовать модель пружины с телом, в которой воздух в объеме бутылки играет роль колеблющейся массы, а разность давлений воздуха в горлышке играет роль пружины. Считайте бутылку шаром радиуса  $R$ , а горлышко – цилиндром радиуса  $r$  и длины  $l$ . Определите частоту  $f$  резонансных колебаний воздуха и выразите ее через  $R, l, r$  и скорость звука  $c$ . Скорость звука в газовой среде может быть рассчитана по формуле  $c = \sqrt{\frac{dP}{d\rho}}$ . Считайте все процессы адиабатическими.



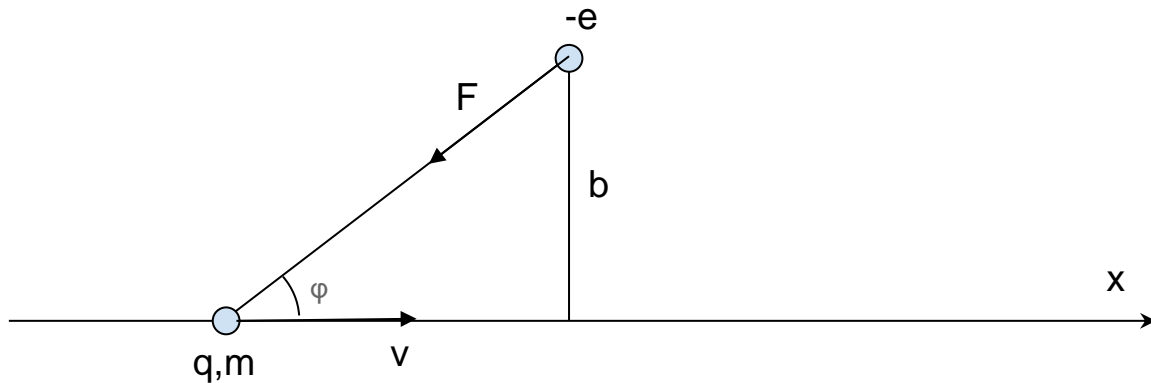
## Задача 2. Радиотерапия [10,0 баллов]

Протонная терапия – вид радиотерапии, использующий протоны для лечения раковой опухоли путем ионизации тканей. Преимуществом протонной терапии является возможность точно контролировать пробег протонов и концентрировать энерговыделение на самой опухоли. В этой задаче мы рассмотрим физику этого явления.

Рассмотрим тяжёлую высокоэнергичную заряженную частицу массой  $m$  и зарядом  $q$ , двигающуюся в веществе с большой скоростью  $v$ . Предположим, что основным источником потери энергии является ионизация и возбуждение электронов. Так как частица очень быстрая, вы можете считать электроны свободными, покоящимися, и считать перемещение электрона из-за взаимодействия с частицей очень малым.

Для начала рассмотрим потерю энергии из-за одного электрона.

Будем считать, что частица движется вдоль оси  $x$  с постоянной скоростью, а электрон расположен на расстоянии  $b$  от прямой, вдоль которой она движется.



1. Если угол между осью  $x$  и направлением от частицы до электрона равен  $\varphi$ , то чему равна сила  $F$ , действующая на электрон?
2. Найдите приращение импульса  $dp$  электрона за время  $dt$ .
3. Найдите полное приращение импульса  $\Delta p$  за всё время движения частицы.
4. Найдите приращение энергии электрона  $\Delta e$ .

Теперь, найдём эффект от всех электронов в веществе.

5. С чисто механической точки зрения существует максимально возможное значение переданного электрону импульса  $\Delta p_{max}$  при лобовом столкновении с очень тяжелой частицей. Чему оно равно?

6. Принимая за максимальное возможное значение переданного импульса выражение из пункта 5, найдите соответствующее ему минимальное значение  $b_{min}$ .

7. Из-за квантовой природы атомов, приращение энергии электрона  $\Delta e$  должно быть больше порогового значения  $I$ . Найдите максимальное значение  $b_{max}$ .

8. Если плотность электронов равна  $n$ , найдите количество электронов  $dN$  в слое  $(b, b + db)$  толщиной  $\Delta x$  и энергию  $dE$ , потерянную заряженной частицей из-за электронов в этом слое.

9. Найдите полную потерю энергии частицы  $\Delta E$  при прохождении слоя вещества толщиной  $\Delta x$ . Выразите ответ через  $m, q, n, \Delta x, I$  и  $E$ , где  $E$  – энергия частицы.

В пункте 9 вы должны были получить выражение в виде  $\Delta E \propto E^p \ln g(E)$ . Так как член  $\ln g(E)$  меняется намного медленнее, чем  $E^p$ , мы можем считать его постоянным и равным  $\ln g(E_0)$ , где  $E_0$  – начальная энергия частицы.

10. Найдите максимальную глубину проникновения частицы  $R$ . Выразите ответ через  $m, q, n, I$  и  $E_0$ .

11. Одним из преимуществ протонной терапии является возможность сконцентрировать энерговыделение на опухоли. Объясните это явление из полученных вами формул.

12. Тело человека в основном состоит из воды. Найдите  $n$  для воды.
13. Значение  $I$  для атома можно эмпирически найти как  $I = 13,5Z$  эВ, где  $Z$  – порядковый номер атома. Найдите среднее значение  $I$  для электрона молекулы воды.
14. Найдите глубину проникновения  $R_p$  протона с энергией 100 МэВ в воду.
15. Пусть опухоль находится на глубине 4 см под кожей. Оцените необходимую энергию протона для эффективного использования в терапии.

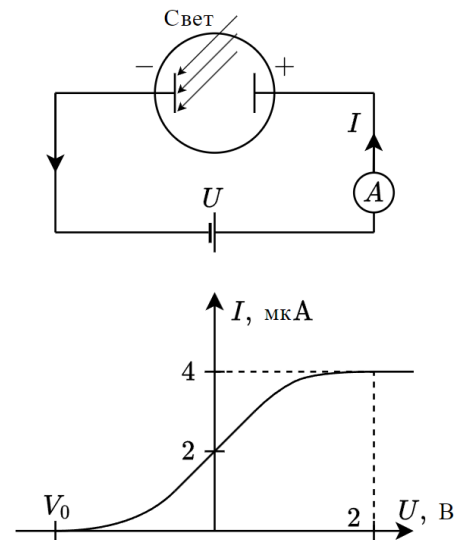
Полезные константы:

$$\begin{aligned} \varepsilon_0 &= 8.85 \times 10^{12} \text{ Ф/м} \\ e &= 1.6 \times 10^{-19} \text{ Кл} \\ m_p/m_e &= 1840 \\ M(O) &= 16 \times 10^{-3} \text{ г/моль}, Z(O) = 8 \\ M(H) &= 1 \times 10^{-3} \text{ г/моль}, Z(H) = 1 \\ \rho_{H_2O} &= 1000 \text{ кг/м}^3 \\ N_A &= 6.02 \times 10^{23} \text{ моль}^{-1} \end{aligned}$$

### Задача 3. Электронная эмиссия [10,0 баллов]

#### Фотоэффект

Фотоэффект представляет из себя выбивание электронов из поверхности металла под воздействием фотонов. В данном опыте измерена вольтамперная характеристика протекания фотоэлектронов, выбитых ультрафиолетовым излучением с длиной волны  $\lambda = 216$  нм, от приложенного напряжения  $U$ ; диаграмма цепи и схематический график указаны справа. Постоянная Планка  $h = 6.626 \cdot 10^{-34}$  Дж·с, скорость света  $c = 3 \cdot 10^8$  м/с, электрическая постоянная  $\varepsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12}$  Ф/м, заряд электрона  $e = -1.602 \cdot 10^{-19}$  Кл и его масса  $m = 9.11 \cdot 10^{-31}$  кг. Сопротивления и контактной разности потенциалов в цепи нет.



**3.1.** Работа выхода электронов из цинкового катода, то есть энергия, необходимая для того, чтобы электроны покинули поверхность металла, равна  $A = 3.74$  эВ. При каких длинах волн излучения фотоэффект невозможен?

**3.2.** Рассчитайте мощность  $W$  ультрафиолетового излучения в предположении, что все фотоны успешно выбивают фотоэлектроны.

При некотором запирающем напряжении  $V_0 < 0$  фототок становится равным нулю, что указывает на то, что покинувшие катод электроны не могут достичь анода.

**3.3.** Выясните, чему равно  $V_0$ .

**3.4.** Какую максимальную скорость  $v_{\max}$  могут приобрести электроны в данном опыте?

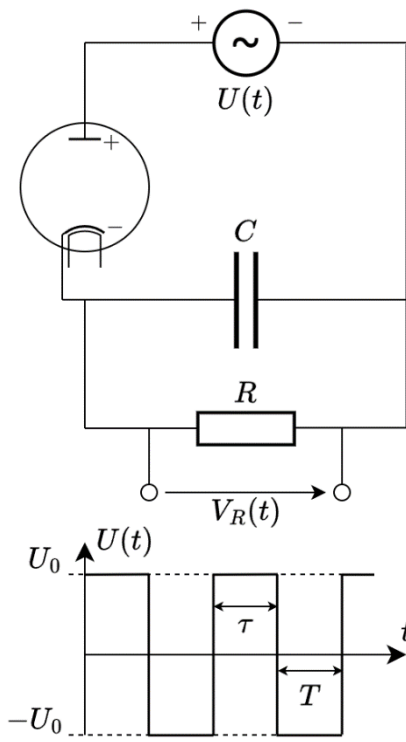
### Вакуумный диод

На явлении эмиссии электрона из металлов основан электровакуумный диод, который представляет из себя положительно заряженный анод и отрицательно заряженный катод в вакуумном баллоне. При накале нити катода происходит термоэлектронная эмиссия: разогретые электроны летят из катода к аноду, и, если приложить положительное напряжение к электродам, в цепи образуется ток, а вольт-амперная характеристика диода имеет вид

$$I = AU^{3/2};$$

при обратной полярности электроны замедляются, и электрического тока не будет. Для данной части рассматривайте только установившийся режим колебаний тока; коэффициент  $A = 6.75 \cdot 10^{-6} \text{ A/V}^{3/2}$  и, вообще говоря, зависит от характеристик диода.

Вакуумный диод подключают к цепи прямоугольного напряжения  $U_0 = 220 \text{ В}$  с характерными временами  $\tau = T = 0.02 \text{ с}$  с конденсатором  $C = 200 \text{ мкФ}$  и резистором  $R = 10 \text{ кОм}$  так, как показано на рисунке справа. В такой модели диод выпрямляет переменный ток на резисторе до некоторого среднего значения  $I_R$ .

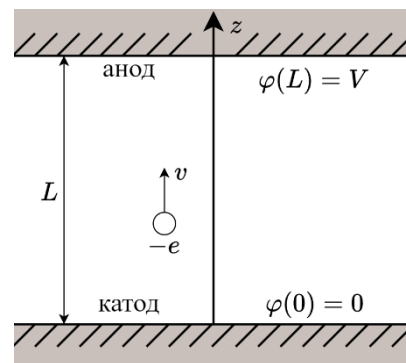


**3.5.** Рассчитайте относительный размах  $\Delta I_R / I_R$  тока на резисторе при данных колебаниях.

**3.6.** Определите среднюю силу тока  $I_R$ , идущей через резистор.

### Вольт-амперная характеристика

Поскольку свободным электронам в металле нужно преодолеть работу выхода для отрыва в вакуум, это означает существование некоторого электрического поля на поверхности катода, которое задерживает электроны. Для его оценки рассмотрим вакуумный диод, электроды которого отстоят друг от друга на расстояние  $L = 10 \text{ мм}$  и представляют из себя бесконечные металлические плоскости, чтобы не учитывать краевые эффекты. Примем потенциал отрицательного катода за нуль – тогда потенциал положительно заряженного анода равен внешнему напряжению  $V$  на диоде.



Во-первых, электроны постоянно вылетают из металла и образуют отрицательно заряженную электронную «атмосферу» вблизи его поверхности. Это порождает так называемый двойной заряженный слой – пространство толщины  $z_0$ , электрическое поле внутри которого однородно. Во-вторых, при преодолении электроном двойного заряженного слоя его дальнейшее взаимодействие с катодом обусловлено собственным электрическим изображением, а влиянием анода можно пренебречь. Согласно классической модели Шоттки, сила взаимодействия электрона с катодом должна непрерывно зависеть от расстояния до него.

**3.7.** Рассмотрим движение электронов под внешним напряжением  $V$ . Найдите потенциальную энергию  $W(z)$  электрона на расстоянии  $z > z_0$  от катода как функцию от  $V$ ,  $L$ , и  $z_0$ .

**3.8.** Найдите и рассчитайте минимальное напряжение  $V_{\min}$ , при котором электроны смогут преодолеть данный потенциальный барьер, вследствие чего по электровакуумному диоду начнёт протекать ток.

Как видно,  $V_{\min}$  достаточно мало (что в целом говорит о необходимости использования квантовой механики для описания данного явления, что не рассматривается в данной задаче), то есть приповерхностные явления у катода и взаимодействие электронов с ним играют пренебрежимо малую роль.

В установившемся режиме движущиеся электроны пространственно распределяются, создавая равновесные концентрацию  $n(z)$  и потенциал  $\varphi(z)$  в зависимости от расстояния  $z$  до катода. Известно, что плотность электрического тока в диоде равна  $j$  и вдоль оси  $z$ . Помните, что заряд электрона отрицателен, то есть  $q = -|e|$ .

**3.9.** Рассмотрим малый прирост координаты  $\Delta z$  в электронном облаке. Укажите, на какую соответствующую величину  $\Delta E \equiv E(z + \Delta z) - E(z)$  изменится электрическое поле в зависимости от концентрации  $n(z)$  электронов.

**3.10.** Найдите зависимость скорости  $v(\varphi)$  испущенного катодом электрона в зависимости от потенциала  $\varphi(z)$ . Начальная скорость электронов у поверхности катода равна нулю.

**3.11.** Найдите распределение концентрации электронов  $n(\varphi)$  в зависимости от плотности тока  $j$  и её потенциала  $\varphi(z)$ .

Известно, что распределение потенциала в пространстве подчиняется степенному закону

$$\varphi(z) = V \cdot \left(\frac{z}{L}\right)^\alpha.$$

**3.12.** Используя результаты предыдущих пунктов, найдите значение  $\alpha$ .

Из **3.12** следует, что вольтамперная характеристика вакуумного диода подчиняется закону

$$j = CV^\beta.$$

**3.13.** Определите и численно рассчитайте значения  $C$  и  $\beta$ .