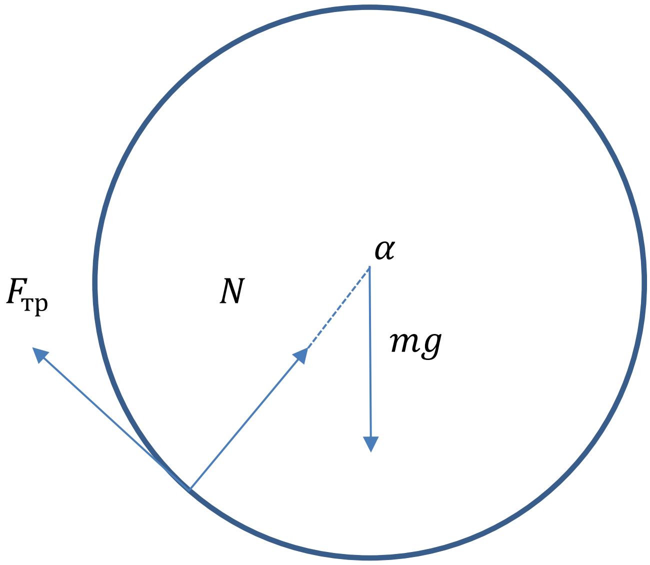
Решение задач республиканской олимпиады по физике-2024
11 класс

Задача 1. «Солянка» (10,0 баллов)

Эта задача состоит из трех независимых частей.

Часть 1.1 (3,0 балла)



Выбираем в качестве оси вращения точку соприкосновения шарика с краем стола, и пишем правило моментов:

$$mg sin\alpha \cdot R = I \cdot \varepsilon$$

Где момент инерции шарика по теореме Штейнера равно:

$$I = \frac{2}{5} mR^2 + mR^2$$

а угловое ускорение:

$$\varepsilon = \frac{a}{R}$$

отсюда следует что ускорение:

$$a = \frac{5}{7} g sin\alpha$$

Запишем второй закон Ньютона для шарика:

$$mg sin\alpha - F_{тр} = ma$$

Где сила трения:

$$F_{тр} = \mu N$$

А сила нормального давления:

$$N = mg cos\alpha - m\frac{v^2}{R}$$

Запишем закон сохранения энергии:

$$mgR(1 - cos\alpha) = \frac{I\omega^2}{2} = \frac{I(v/R)^2}{2}$$

Из этого следует что коэффициент трения:

$$\mu = \frac{2 sin\alpha}{17 cos\alpha - 10}$$

Содержание	Баллы
$mgsin\alpha \cdot R = I \cdot \varepsilon$	0,5
$I = \frac{2}{5}mR^2 + mR^2$	0,25
$\varepsilon = \frac{a}{R}$	0,25
$a = \frac{5}{7}gsin\alpha$	0,25
$mgsin\alpha - F_{тр} = ma$	0,5
$F_{тр} = \mu N$	0,25
$N = mgcos\alpha - m\frac{v^2}{R}$	0,5
$mgR(1 - cos\alpha) = \frac{I\omega^2}{2} = \frac{I(v/R)^2}{2}$	0,25
$\mu = \frac{2sin\alpha}{17cos\alpha - 10}$	0,25
Итого	**3,0**

Часть 1.2 (4,0 балла)

Полное изменение энергии газа – это результат работы внешних сил, из закона сохранения энергии следует

$$\Delta U + \Delta E_k = \Delta A^{'} \quad (1)$$

$$\Delta A^{'} = P_1 \Delta V_1 - P_2 \Delta V_2 \quad (2)$$

$$P_1 \Delta V_1 = \nu R T_1 \quad (2)$$

$$P_2 \Delta V_2 = \nu R T_2 \quad (4)$$

$$\Delta A^{'} = \nu R(T_1 - T_2) \quad (5)$$

Изменение внутренней энергии

$$\Delta U = \nu C_V (T_2 - T_1) \quad (6)$$

Изменение кинетической энергии

$$\Delta E_k = \frac{\nu M\left(v_2^2 - v_1^2\right)}{2} \quad (7)$$

Подставляя (5), (6) и (7) в (1) уравнение, получим

$$\nu C_V (T_2 - T_1) + \frac{\nu M\left(v_2^2 - v_1^2\right)}{2} + \nu R(T_2 - T_1) = 0 \quad (8)$$

Или

$$(C_V + R)(T_2 - T_1) + \frac{M\left(v_2^2 - v_1^2\right)}{2} = 0 \quad (9)$$

Учитывая

$$C_V + R = C_P \quad (10)$$

$$C_P T + \frac{Mv^2}{2} = const \qquad (11)$$

$$C_P T_1 + \frac{M{v_1}^2}{2} = C_P T_2 + \frac{M{v_2}^2}{2} \qquad (12)$$

Учитывая, что скоростью ${v_1}^2$ можно пренебречь. А также газ вытекает в вакуум, поэтому $T_2 = 0$

$$C_P = \frac{\gamma R}{(\gamma - 1)} \qquad (13)$$

$$v = \sqrt{\frac{2\gamma RT}{M(\gamma - 1)}} \approx 1.6\,км/с \qquad (14)$$

	Содержание	Баллы
1	$\Delta U + \Delta E_k = \Delta A'$	0,5
2	$\Delta A' = P_1 \Delta V_1 - P_2 \Delta V_2$	0,25
3	$P_1 \Delta V_1 = \nu R T_1$	0,25
4	$P_2 \Delta V_2 = \nu R T_2$	0,25
5	$\Delta A' = \nu R (T_1 - T_2)$	0,25
6	$\Delta U = \nu C_V (T_2 - T_1)$	0,25
7	$\Delta E_k = \frac{\nu M \left(v_2^2 - v_1^2\right)}{2}$	0,25
8	$(C_V + R)(T_2 - T_1) + \frac{M\left(v_2^2 - v_1^2\right)}{2} = 0$	0,25
9	$C_V + R = C_P$	0,25
10	$C_P T + \frac{Mv^2}{2} = const$	0,5
11	$C_P T_1 + \frac{M{v_1}^2}{2} = C_P T_2 + \frac{M{v_2}^2}{2}$	0,25
12	$C_P = \frac{\gamma R}{(\gamma - 1)}$	0,25
13	$v = \sqrt{\frac{2\gamma T}{M(\gamma - 1)}}$	0,25
14	$v \approx 1.6\,км/с$	0,25
Всего		**4,0**

Часть 1.3 Резонатор Гельмгольца (3,0 балла)

Скажем что начальное давление P. Тогда для малых изменений можно записать

$$PV^{\gamma} = (P + dP)(V - dV)^{\gamma} \quad (1)$$

$$\frac{\Delta P}{P} = -\gamma \frac{\Delta V}{V} \quad (2)$$

Используя формулу для маленького изменения объема

$$\Delta V = S\Delta x \quad (3)$$

Получим уравнение движения для газа внутри горлышка

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = dpS \quad (4)$$

$$\rho lS\frac{d^2x}{dt^2} = -\gamma P\frac{\Delta V}{V}S = -\gamma P\frac{xS^2}{V} \quad (5)$$

$$\rho l\frac{d^2x}{dt^2} + \gamma P\frac{xS}{V} = 0 \quad (6)$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{\gamma PS}{\rho lV}x = 0 \quad (7)$$

$$\omega = \sqrt{\frac{\gamma PS}{\rho lV}} \quad (8)$$

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{\gamma PS}{\rho lV}} \quad (9)$$

Используя выражение для скорости звука получаем

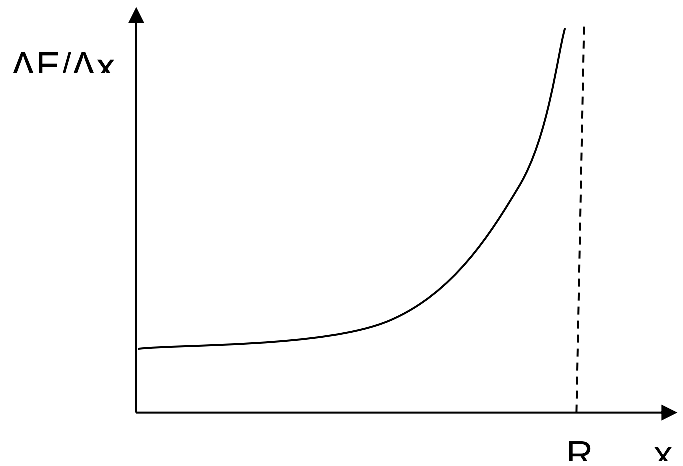
$$c = \sqrt{\frac{dP}{d\rho}} = \sqrt{\gamma\frac{P}{\rho}} \quad (10)$$

$$f = \frac{c}{2\pi}\sqrt{\frac{S}{lV}} \quad (11)$$

$$f = \frac{c}{2\pi}\sqrt{\frac{\pi r^2}{l\frac{4}{3}\pi R^3}} = \frac{c}{2\pi}\sqrt{\frac{3r^2}{4lR^3}} \quad (12)$$

Содержание	**Баллы**
Формула 2: $\frac{\Delta P}{P} = -\gamma\frac{\Delta V}{V}$	0,5
Формула 3: $\Delta V = S\Delta x$	0,25
Формула 4: $m\frac{d^2x}{dt^2} = dpS$	0,25
Формула 6: $\rho l\frac{d^2x}{dt^2} + \gamma P\frac{xS}{V} = 0$	0,5
Формула 9: $f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{\gamma PS}{\rho lV}}$	0,5
Формула 10: $c = \sqrt{\gamma\frac{P}{\rho}}$	0,5
Формула 12: $f = \frac{c}{2\pi}\sqrt{\frac{3r^2}{4lR^3}}$	0,5
Итого	**3,0**

Задача 2. *Радиотерапия* (10,0 баллов)

Пункт	Содержание	Баллы
1	$F = \dfrac{qe\ \sin^2\varphi}{4\pi\varepsilon_0 b^2}$	0,5
2	$dp = Fdt$	0,25
3	Заметьте, что из симметрии, полное приращение импульса электрона будет направлено перпендикулярно оси x $\Delta p = \Delta p_y = \int F\sin\varphi\, dt = \int_{-\infty}^{\infty} F\sin\varphi/v\, dx = \int_0^{\pi}\dfrac{qe\ \sin\ \varphi}{4\pi\varepsilon_0 bv}d\varphi = \dfrac{qe}{2\pi\varepsilon_0 bv}$	1,0
4	$\Delta e = \Delta p^2/2m_e = \dfrac{q^2e^2}{8\pi^2{\varepsilon_0}^2b^2v^2m_e}$	0,5
5	$\Delta p_{max} = 2m_e v$	0,5
6	$\Delta p_{max} = \dfrac{qe}{2\pi\varepsilon_0 b_{min}v} \Rightarrow b_{min} = \dfrac{qe}{2\pi\varepsilon_0\Delta p_{max}v} = \dfrac{qe}{4\pi\varepsilon_0 m_e v^2}$	0,5
7	$\Delta e = \dfrac{q^2e^2}{8\pi^2{\varepsilon_0}^2b^2v^2m_e} \geq I \Rightarrow b_{max} = \dfrac{qe}{4\pi\varepsilon_0 v}\sqrt{\dfrac{2}{m_e I}}$	0,5
8	$dN = n2\pi b\Delta x\, db, dE = dN\Delta e = \dfrac{q^2e^2n\Delta x\, db}{4\pi{\varepsilon_0}^2bv^2m_e}$	0,5
9	$\Delta E = \int_{b_{min}}^{b_{max}}\dfrac{q^2e^2n\Delta x\, db}{4\pi{\varepsilon_0}^2bv^2m_e} = \dfrac{q^2e^2n\Delta x}{4\pi{\varepsilon_0}^2v^2m_e}\ln\dfrac{b_{max}}{b_{min}} =$ $= \dfrac{q^2e^2n\Delta x}{8\pi{\varepsilon_0}^2v^2m_e}\ln\dfrac{2m_ev^2}{I} = \dfrac{q^2e^2mn\Delta x}{16\pi{\varepsilon_0}^2Em_e}\ln\dfrac{4m_eE}{mI}$	1,0
10	$\Delta x = \dfrac{16\pi{\varepsilon_0}^2m_e}{q^2e^2mn\ln\dfrac{4m_eE_0}{mI}}E\Delta E, \int_0^R \Delta x = \dfrac{16\pi{\varepsilon_0}^2m_e}{q^2e^2mn\ln\dfrac{4m_eE_0}{mI}}\int_0^{E_0}E\Delta E$ $\Rightarrow R = \dfrac{8\pi{\varepsilon_0}^2m_e{E_0}^2}{q^2e^2mn\ln\dfrac{4m_eE_0}{mI}}$	1,0
11	Так как энерговыделение обратно пропорционально энергии частицы, и при приближении к максимальной глубине проникновения энергия стремится к нулю, то на этой глубине энерговыделение стремится к бесконечности.  	0,75

12	$n = \dfrac{(2Z(H) + Z(O))\rho_{H_2O} N_A}{2M(H) + M(O)} = 3.3 \times 10^{29}\text{м}^{-3}$	1,0
13	$\underline{I} = \dfrac{2I(H)Z(H) + I(O)Z(O)}{2Z(H) + Z(O)} = \dfrac{2I(H)Z(H) + I(O)Z(O)}{2Z(H) + Z(O)} = 89.1\ \text{эВ}$	1,0
14	$R_p = 16.2$ см	0,5
15	$E_0 \approx 50$ МэВ	0,5
	Итого	**10,0**

Задача 3. Электронная эмиссия (10,0 баллов)

Фотоэффект

3.1. Каждый квант фотона обладает энергией

$$\varepsilon = h\nu, \qquad (1) \quad (0.1 \text{ балл})$$

где частота электромагнитного излучения определяется формулой

$$\nu = c/\lambda. \qquad (2) \quad (0.2 \text{ балла})$$

Энергия, которую приобрёл электрон при поглощении фотона (заметим, что такое возможно только в присутствии третьего объекта, в частности, кристаллической решётки окружающего электрон металла!) должна превысить работу выхода для преодоления потенциального барьера:

$$\varepsilon > A. \qquad (3) \quad (0.1 \text{ балл})$$

Собирая вместе (1)-(3), получаем, что длина волны должна не превышать значение

$$\lambda < \lambda_0 = \frac{hc}{A} = 332 \text{ нм}. \qquad (4) \quad (0.3 \text{ балла})$$

3.2. Заметим, что при напряжениях $U > U_1 = 2$ В фототок насыщается. Это говорит о том, что абсолютно все вырванные из катода электроны смогут достичь анода под ускоряющим напряжением. Для соответствующего тока насыщения $I_0 = 4$ мкА получаем, что в единицу времени вырывается

$$\frac{\Delta N}{\Delta t} = \frac{I_0}{e} \qquad (5) \quad (0.2 \text{ балла})$$

электронов. Поскольку каждому вырванному из катода электрону соответствует один выбивающий его фотон, получаем для мощности излучения

$$W = \frac{\Delta N}{\Delta t}\varepsilon. \qquad (6) \quad (0.2 \text{ балла})$$

Объединяя (1) с (5) в (6), вычисляем:

$$W = 23 \text{ мкВт}. \qquad (7) \quad (0.1 \text{ балл})$$

В действительности, требуемый W несколько выше найденного в (7) значения, так как квантовый выход – отношение числа вылетающих электронов к числу падающих фотонов – меньше единицы.

3.3. Пусть кинетическая энергия электрона равна K. Согласно уравнению Эйнштейна,

$$\varepsilon = A + K. \qquad (8) \quad (0.1 \text{ балл})$$

Электрон прекращает движение к аноду, когда его полная энергия при прохождении через напряжение V_0 обнуляется, то есть

$$K + eV_0 = 0 \qquad (9) \quad (0.2 \text{ балла})$$

Собирая вместе (1), (2), (9), и подставляя в (8), получаем

$$V_0 = \frac{hc/\lambda - A}{-e} = -2 \text{ В}. \qquad (10) \quad (0.2 \text{ балла})$$

Важно учитывать знак напряжения при записи ответа!

3.4. Кинетическая энергия электронов определяется классическим выражением

$$K_{\max} = \frac{mv_{\max}^2}{2}. \qquad (11) \quad (0.1 \text{ балл})$$

Собирая (9)-(10) с (11), вычисляем

$$v_{\max} = \sqrt{\frac{2eV_0}{m}} = 838.7 \text{ км/с}. \qquad (12) \quad (0.2 \text{ балла})$$

Вакуумный диод

3.5. Рассмотрим установившееся состояние системы. Сразу после смены полярности ЭДС, вакуумный диод изолирует конденсатор с резистором от генератора напряжения, и происходит разрядка на резисторе. Обратим внимание на то, что

$$RC/T = 100 \gg 1, \qquad (13)$$

что говорит о том, что время релаксации конденсатора значительно больше периода колебаний напряжения. Следовательно, периоды разрядки конденсатора на резисторе сопровождаются

очень малыми изменения заряда на конденсаторе, а значит дальнейшие расчёты могут быть упрощены, поскольку $\Delta I_R \ll I_R$ (0.2 балла). В дальнейшем безразлично, будем ли мы брать I_R как среднюю или максимальную/минимальную значения силы тока на резисторе, однако в авторском решении, для простоты, будем считать, что ей соответствует максимум силы тока.
Для того, чтобы определить амплитуду ΔI_R, следует выяснить изменение заряда Δq на конденсаторе во время разрядки, так как они связаны соотношением

$$\frac{\Delta I_R}{I_R} = \frac{\Delta U_C}{U_C}, \qquad (14) \quad (0.2 \text{ балла})$$

где напряжение на конденсаторе равно напряжению на резисторе

$$U_C = I_R R, \qquad (15) \quad (0.1 \text{ балл})$$

а имея соотношение

$$\Delta U_C = \frac{\Delta q}{C}, \qquad (16) \quad (0.1 \text{ балл})$$

и учитывая малость изменения заряда конденсатора, пока резистор разряжается на нём с силой тока I_R, приближённо посчитаем количество утёкшего заряда за время T:

$$\frac{\Delta q}{T} = I_R. \qquad (17) \quad (0.2 \text{ балла})$$

Подстановка (15)-(17) в (14), а также учёт (13) приводит к ответу

$$\frac{\Delta I_R}{I_R} = \frac{T}{CR} = 10^{-2}. \qquad (18) \quad (0.4 \text{ балла})$$

Когда внешнее напряжение снова подастся, диод снова откроется, и генератор зарядит конденсатор, параллельно снова увеличивая силу тока на резисторе с $I_R - \Delta I_R$ до I_R – цикл будет повторяться дальше.

3.6. В течение времени τ, конденсатор снова восполняет потерянный заряд Δq, а сила тока на резисторе обратно увеличится на величину ΔI_R. Распишем второе правило Кирхгофа для цепи:

$$U_0 = U(I_D) + I_R R, \qquad (19) \quad (0.1 \text{ балл})$$

где сила тока на диоде I_D даётся выражением

$$I_D = I_R + I_C, \qquad (20) \quad (0.2 \text{ балла})$$

причём I_C является скоростью, с которой конденсатор заряжается за этот этап. Вообще говоря, I_C является функцией от времени, однако из-за малости изменения заряда на конденсаторе и, соответственно, малости самого I_C по сравнению с I_R, можно считать, что данная сила тока постоянна и равна

$$I_C = \frac{\Delta q}{\tau}. \qquad (21) \quad (0.5 \text{ баллов})$$

Подставляя в уравнение (19) и используя формулу вольтамперной характеристики вакуумного диода, мы получаем уравнение относительно I_R в неявном виде.

$$U_0 = \left(\frac{I_R}{A}\left(1 + \frac{T}{\tau}\right)\right)^{2/3} + I_R R. \qquad (22) \quad (0.2 \text{ балла})$$

Численными методами (при приведении к безразмерным величинам можно обратить внимание на то, что $AR\sqrt{U_0} \approx 1$!) получаем ответ

$$I_R = 0.296\frac{U_0}{R} = 6.5 \text{ мА}. \qquad (23) \quad (0.5 \text{ баллов})$$

Термоэлектронная эмиссия

3.7. Внешнее электрическое поле из-за ускоряющего напряжения постоянно:

$$E = V/L, \qquad (24) \quad (0.1 \text{ балл})$$

а значит сила, действующая на электрон со стороны поля, тоже постоянна:

$$F = eE. \qquad (25) \quad (0.1 \text{ балл})$$

Работа, совершаемая силой (25) по переносу электрона из точки 0 в точку z, равна

$$W = Fz. \qquad (26) \quad (0.1 \text{ балл})$$

На расстоянии z от катода на электрон действует его изображение с силой притяжения

$$F_{\text{im}}(z) = -\frac{ke^2}{(2z)^2}. \qquad (27) \quad (0.1 \text{ балл})$$

В точке $z = z_0$, эта сила взаимодействия «сшивается» с постоянной силой от двойного электрического слоя

$$F_0 = F_{\text{im}}(z = z_0) = -\frac{ke^2}{(2z_0)^2}. \qquad (28) \quad (0.1 \text{ балл})$$

Работа, совершаемая силой (28) на этапе $0 \le z \le z_0$, равна

$$W_0 = F_0 z_0 = -\frac{ke^2}{4z_0} \qquad (29) \quad (0.1 \text{ балл})$$

Проинтегрируем работу, совершаемую для передвижения электрона из-за силы электростатического изображения:

$$W_{\text{im}} = \int_{z_0}^{z} F_{\text{im}}(z)\, dz. \qquad (30) \quad (0.1 \text{ балл})$$

Расчёт интеграла (30) даёт

$$W_{\text{im}} = \frac{ke^2}{4z} - \frac{ke^2}{4z_0}. \qquad (31) \quad (0.2 \text{ балла})$$

Просуммируем результаты (26), (29) и (31):

$$W(z) = W + W_0 + W_{\text{im}}. \qquad (32) \quad (0.1 \text{ балл})$$

Конечным ответом будет

$$W(z) = \frac{eVz}{L} + \frac{ke^2}{4z} - \frac{ke^2}{2z_0}. \qquad (33) \quad (0.2 \text{ балла})$$

3.8. Найдём максимум функции (33) через приравнивание нулю его производной:

$$\frac{dW(z)}{dz}(z = z_1) = 0. \qquad (34) \quad (0.2 \text{ балла})$$

Отсюда находим

$$z_1 = \sqrt{\frac{keL}{4V}}. \qquad (35) \quad (0.1 \text{ балл})$$

В итоге из-за взаимодействия с ускоряющим напряжением и замедляющим изображением электрон по приближении к аноду снижает свою скорость, пока расстояние z не станет больше z_1, чтобы действие ускоряющего напряжения превалировало над взаимодействием электрона с катодом. Это означает, что

$$z_1 \le L, \qquad (36) \quad (0.1 \text{ балл})$$

откуда можем найти минимально требуемое напряжение:

$$V_{\min} = \frac{e}{16\pi\varepsilon_0 L} = 3.6 \cdot 10^{-8} \text{ В}. \qquad (37) \quad (0.2 \text{ балла})$$

Это решение аналогично тому, что, учитывая (25) и (27), из условия (36) следует, что должно выполниться условие

$$|F| \ge |F_{\text{im}}|. \qquad (38) \quad (0.2 \text{ балла})$$

Подстановкой полученного выше в (29) даёт нам тот же ответ (37). Выше такого напряжения электроны, по мере приближения к аноду, смогут в процессе движения перейти из области замедления движения ввиду наличия изображения в область ускорения, когда сила кулоновского притяжения становится меньше силы, обусловленной внешним электрическим полем.

3.9. Изменение электрического поля с высотой обусловлено наличием пространственных зарядов; это можно описать теоремой Гаусса. Поток электрического поля для тонкого диска площадью S и толщиной Δz равен

$$\Delta\Phi = E(z + \Delta z)S - E(z)S. \qquad (39) \quad (0.2 \text{ балла})$$

С другой же стороны, согласно теореме Гаусса, этот поток пропорционален заключённому внутри диска заряду:

$$\Delta\Phi = \frac{\Delta q}{\varepsilon_0}, \qquad (40) \quad (0.1\ балл)$$

который равен

$$\Delta q = -neS\Delta z. \qquad (41) \quad (0.2\ балла)$$

Объединяя (39)-(41), получаем

$$\frac{\Delta E(z)}{\Delta z} = -\frac{ne}{\varepsilon_0}. \qquad (42) \quad (0.2\ балла)$$

3.10. Для данного потенциала $\varphi(z)$ электрону соответствует определённая кинетическая энергия:

$$\frac{mv^2(\varphi)}{2} = e\varphi. \qquad (43) \quad (0.2\ балла)$$

Отсюда получаем

$$v(\varphi) = \sqrt{\frac{2e\varphi}{m}}. \qquad (44) \quad (0.1\ балл)$$

3.11. Плотность тока j равен количеству электронов, которые проходят в единицу площади на высоте z:

$$j = \frac{\Delta q}{S\Delta t}. \qquad (45) \quad (0.2\ балла)$$

Причём, записывая, что

$$\Delta t = \frac{\Delta z}{v}, \qquad (46) \quad (0.1\ балл)$$

и применяя (41) (знак «минус» можно опустить, так как это лишь указывает направление силы тока), получаем

$$j = nev, \qquad (47) \quad (0.2\ балла)$$

И окончательно, с использованием (44), выводим ответ

$$n(\varphi) = \frac{j}{e}\sqrt{\frac{m}{2e\varphi}}. \qquad (48) \quad (0.3\ балла)$$

3.12. Теперь, применяя определение потенциала

$$E(z) = -\frac{\partial\varphi}{\partial z}, \qquad (49) \quad (0.2\ балла)$$

используя дифференциальное приближение (42) и подставляя его с (48) в (49), получаем дифференциальное уравнение второго порядка:

$$\frac{d^2\varphi}{dz^2} = \frac{j}{\varepsilon_0}\sqrt{\frac{m}{2e\varphi}}. \qquad (50) \quad (0.3\ балла)$$

При подстановке зависимости $\varphi(z)$ получаем

$$\alpha(\alpha-1)\cdot\frac{V}{L^\alpha}\cdot z^{\alpha-2} = \frac{j}{\varepsilon_0}\sqrt{\frac{m}{2eV}}\left(\frac{z}{L}\right)^{-\alpha/2}. \qquad (51) \quad (0.2\ балла)$$

Данное уравнение должно действовать во всём диапазоне высот z, а значит значение коэффициента

$$\alpha = \frac{4}{3} \qquad (52) \quad (0.5\ баллов)$$

позволит избавиться от z в уравнении (51).

3.13. Преобразуя уравнение (51) относительно j, получаем уравнение

$$j = \frac{4\varepsilon_0}{9L^2}\sqrt{\frac{2e}{m}}V^{3/2}. \qquad (53)$$

Это уравнение также известно, как закон степени трёх вторых Чайлда–Ленгмюра–Богуславского. Итак, получаем, что

$$C = \frac{4\varepsilon_0}{9L^2}\sqrt{\frac{2e}{m}} = 2.33\cdot 10^{-2}\ \text{А}/(\text{В}^2\cdot\text{м}^2), \qquad (54) \quad (0.3 \text{ балла})$$

$$\beta = 3/2. \qquad (55) \quad (0.2 \text{ балла})$$

Обратите внимание на то, что «удачный» подбор β без основания (из-за второй части задачи) не приводит к набору баллов за этот ответ!

№	Содержание	Баллы	
3.1	Формула (1): $\varepsilon = h\nu$	0,1	**0,7**
	Формула (2): $\nu = c/\lambda$	0,2	
	Формула (3): $\varepsilon > A$	0,1	
	Формула (4): $\lambda_0 = \frac{hc}{A}$	0,1	
	Численный ответ в (4): $\lambda_0 = 332$ нм	0,2	
3.2	Формула (5): $\frac{\Delta N}{\Delta t} = \frac{I_0}{e}$	0,2	**0,5**
	Формула (6): $W = \frac{\Delta N}{\Delta t}\varepsilon$	0,2	
	Численный ответ (7): $W = 23$ мкВт	0,1	
3.3	Формула (8): $\varepsilon = A + K$	0,1	**0,5**
	Формула (9): $K + eV_0 = 0$	0,2	
	Формула (10): $V_0 = \frac{hc/\lambda - A}{-e}$	0,1	
	Численный ответ в (10): $V_0 = -2$ В	0,1	
3.4	Формула (11): $K_{\max} = \frac{mv_{\max}^2}{2}$	0,1	**0,3**
	Формула (12): $v_{\max} = \sqrt{\frac{2eV_0}{m}}$	0,1	
	Численный ответ в (12): $v_{\max} = 838.7$ км/с	0,1	
3.5	Обоснование (13): $\Delta I_R \ll I_R$	0,2	**1,2**
	Формула (14): $\frac{\Delta I_R}{I_R} = \frac{\Delta U_C}{U_C}$	0,2	
	Формула (15): $U_C = I_R R$	0,1	
	Формула (16): $\Delta U_C = \frac{\Delta q}{C}$	0,1	
	Формула (17): $\frac{\Delta q}{T} = I_R$	0,2	
	Формула (18): $\frac{\Delta I_R}{I_R} = \frac{T}{CR}$	0,3	
	Численный ответ в (18): $\frac{\Delta I_R}{I_R} = 10^{-2}$	0,1	
3.6	Формула (19): $U_0 = U(I_D) + I_R R$	0,1	**1,5**
	Формула (20): $I_D = I_R + I_C$	0,2	
	Формула (21): $I_C = \frac{\Delta q}{\tau}$	0,5	
	Формула (22): $U_0 = \left(\frac{I_R}{A}\left(1 + \frac{T}{\tau}\right)\right)^{2/3} + I_R R$	0,2	
	Численный ответ в (23): $I_R = 6.5$ мА	0,5	
3.7	Формула (24): $E = V/L$	0,1	**1,2**
	Формула (25): $F = eE$	0,1	
	Формула (26): $W = Fz$	0,1	
	Формула (27): $F_{\text{im}}(z) = -\frac{ke^2}{(2z)^2}$	0,1	
	Формула (28): $F_0 = -\frac{ke^2}{(2z_0)^2}$	0,1	

	Формула (29): $W_0 = -\frac{ke^2}{4z_0}$	0,1	
	Формула (30): $W_{\text{im}} = \int_{z_0}^{z} F_{\text{im}}(z)\,dz$	0,1	
	Формула (31): $W_{\text{im}} = \frac{ke^2}{4z} - \frac{ke^2}{4z_0}$	0,2	
	Формула (32): $W(z) = W + W_0 + W_{\text{im}}$	0,1	
	Формула (33): $W(z) = \frac{eVz}{L} + \frac{ke^2}{4z} - \frac{ke^2}{2z_0}$	0,2	
3.8	Формула (34) или (38): $\frac{dW(z)}{dz}(z = z_1) = 0$ или $\lvert F \rvert \geq \lvert F_{\text{im}} \rvert$	0,2	**0,6**
	Формула (35): $z_1 = \sqrt{\frac{keL}{4V}}$	0,1	
	Формула (36): $z_1 \leq L$	0,1	
	Формула (37): $V_{\min} = \frac{e}{16\pi\varepsilon_0 L}$	0,1	
	Численный ответ в (37): $V_{\min} = 3.6 \cdot 10^{-8}$ В	0,1	
3.9	Формула (39): $\Delta\Phi = E(z + \Delta z)S - E(z)S$	0,2	**0,7**
	Формула (40): $\Delta\Phi = \frac{\Delta q}{\varepsilon_0}$	0,1	
	Формула (41): $\Delta q = -neS\Delta z$	0,2	
	Потерян минус	-0,1	
	Формула (42): $\frac{\Delta E(z)}{\Delta z} = -\frac{ne}{\varepsilon_0}$	0,2	
3.10	Формула (43): $\frac{mv^2(\varphi)}{2} = e\varphi$	0,2	**0,3**
	Формула (44): $v(\varphi) = \sqrt{\frac{2e\varphi}{m}}$	0,1	
3.11	Формула (45): $j = \frac{\Delta q}{S\Delta t}$	0,2	**0,8**
	Формула (46): $\Delta t = \frac{\Delta z}{v}$	0,1	
	Формула (47): $j = nev$	0,2	
	Формула (48): $n(\varphi) = \frac{j}{e}\sqrt{\frac{m}{2e\varphi}}$	0,3	
3.12	Формула (49): $E(z) = -\frac{\partial\varphi}{\partial z}$	0,2	**1,2**
	Формула (50): $\frac{d^2\varphi}{dz^2} = \frac{j}{\varepsilon_0}\sqrt{\frac{m}{2e\varphi}}$	0,3	
	Формула (51): $\alpha(\alpha - 1) \cdot \frac{V}{L^\alpha} \cdot z^{\alpha-2} = \frac{j}{\varepsilon_0}\sqrt{\frac{m}{2eV}}\left(\frac{z}{L}\right)^{-\alpha/2}$	0,2	
	Числовой ответ (52): $\alpha = \frac{4}{3}$	0,5	
3.13	Формула (54): $C = \frac{4\varepsilon_0}{9L^2}\sqrt{\frac{2e}{m}}$	0,2	**0,5**
	Числовой ответ в (54): $C = 2.33 \cdot 10^{-2}$ А/(В^2 $\cdot$ м^2)	0,1	
	Неверно указана размерность	-0,1	
	Числовой ответ (55): $\beta = 3/2$	0,2	
Итого		**10,0**	