Решение задач республиканской олимпиады по физике-2023
11 класс
Задача 1. «Солянка» (10,0 баллов)
Эта задача состоит из трех независимых частей.
Часть 1.1 (4,0 балла)
1. Для любого движения по круговой орбите будет справедливо равенство:

$$G\cdot\frac{M\cdot m}{R^2}=m\cdot\frac{v^2}{R} \qquad (1)$$

$$v=\sqrt{G\cdot\frac{M}{R}} \qquad (2)$$

Для Земли:

$$v_з=\sqrt{G\cdot\frac{M_S}{R_з}}\approx 29{,}8\ км/с \qquad (3)$$

Для Сатурна:

$$v_с=\sqrt{G\cdot\frac{M_S}{R_с}}\ \approx 9{,}94\ км/с. \qquad (4)$$

2. Для любого эллиптического движения справедливы следующие равенства энергии и момента импульса:

$$m\cdot\frac{v_1^2}{2}-G\cdot\frac{M\cdot m}{R_1}=m\ \cdot\frac{v_2^2}{2}-G\cdot\frac{M\cdot m}{R_2} \qquad (5)$$

$$m\,v_1\,R_2=\ m\,v_2\,R_2 \qquad (6)$$

$$\frac{v_1^2}{2}-\ G\cdot\frac{M}{R_1}=\frac{v_1^2}{2}\cdot\left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2-G\cdot\frac{M}{R_2} \qquad (7)$$

$$\frac{v_1^2}{2}(1-\left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2\ =GM\cdot\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right) \qquad (8)$$

Выразим $\frac{R_1}{R_2}=\ \beta$

$$\frac{v_1^2}{2}(1-\beta^2)\ =G\frac{M}{R_1}\cdot\left(\frac{R_2-R_1}{R_2}\right) \qquad (9)$$

$$\frac{v_1^2}{2}(1-\beta^2)\ =G\frac{M}{R_1}\cdot(1-\beta) \qquad (10)$$

$$v_1^2\ =G\frac{M}{R_1}\cdot\frac{2}{1+\beta} \qquad (11)$$

R_1 является малой осью, которая в случае нашей задачи является круговой орбитой земли $R_з$

$$v_1\ =v_з\cdot\sqrt{\frac{2}{1+\beta}} \qquad (12)$$

v_1 больше орбитальной скорости Земли $v_з$, поэтому начальное увеличение скорости для ракеты "Шу" является отрицательным и равно:

$$\Delta v_1 = v_з \left(\sqrt{\frac{2}{1+\beta}} - 1 \right) \approx 10{,}2\ км/с. \tag{13}$$

3. Теперь решим уравнения (5) и (6) относительно v_2 :

$$\frac{v_2^2}{2}\left(1 - \frac{1}{\beta}^2\right) = G\frac{M}{R_2}\cdot\left(1 - \frac{1}{\beta}\right) \tag{14}$$

$$v_2^2 = G\frac{M}{R_2}\cdot\frac{2}{1+\frac{1}{\beta}} \tag{15}$$

$$v_2 = v_c \cdot \sqrt{\frac{2}{1+\frac{1}{\beta}}} \tag{16}$$

v_2 меньше орбитальной скорости Сатурна v_c, поэтому второе уменьшение скорости для ракеты "Шу" является положительным и равно:

$$\Delta v_2 = v_c \left(1 - \sqrt{\frac{2}{1+\frac{1}{\beta}}} \right) \approx 5{,}5\ км/с \tag{17}$$

4. По 3 закону Кеплера мы можем найти время орбитального перемещения ракеты "Шу":

$$\frac{T}{T_с} = \frac{1}{2}\left(\frac{(R_з + R_c)/2}{R_c}\right)^{1,5} = \frac{1}{2}\left(\frac{\beta+1}{2}\right)^{1,5} \tag{18}$$

Угол на который переместился Сатурн за это время:

$$\gamma = 2\pi\cdot\frac{T}{T_с} = \pi\cdot\left(\frac{\beta+1}{2}\right)^{1,5} \tag{19}$$

Начальное угловое расстояние между Землей и Сатурном:

$$\alpha = \pi\left(1 - \left(\frac{\beta+1}{2}\right)^{1,5}\right) \approx 0{,}59\pi \tag{20}$$

	Содержание		Баллы
1.	Формула (3) и численный ответ:		0,1
6	Формула (4) и численный ответ:		0,1
3.	Формула (5) :		0,4
4.	Формула (6):		0,4
5.	Формула (11):		0,25
6.	Формула (12):		0,25
7.	Формула (13):		0,25
8.	Численный ответ $\Delta v_1 \approx 10{,}2$ км/c.		0,25
9.	Формула (15):		0,25
10.	Формула (16):		0,25
11.	Формула (17):		0,25
12.	Численный ответ $\Delta v_2 \approx 5{,}5$ км/с		0,25
13.	Формула (18):		0,25
14.	Формула (19):		0,25
15.	Формула (20):		0,25
16.	Ответ $\alpha \approx 0{,}59\pi$		0,25
	Итого		**4,0**

Часть 1.2 Взаимодействие шара (3,0 балла)

В начальный момент времени на каждом из конденсаторов был заряд $Q_0 = C_0U_0$. При раздвижении пластин одного из конденсаторов его емкость уменьшается в зависимости от времени как $C_1 = C_0\frac{d_0}{d_0+v\tau}$. Следовательно, заряд на нем станет $Q_1 < Q_0$. На втором конденсаторе заряд станет $Q_2 > Q_0$. Так как общий заряд всей системы не изменился, то

$$2Q_0 = Q_1 + Q_2 \qquad (1)$$

Так как $IR = \frac{dQ_1}{dt}R \propto \frac{Q_0R}{t} \ll \frac{Q_0}{C_0}$, разность потенциалов на конденсаторах можно считать одинаковой и равной U_1.

При этом,

$$U_1 = \frac{Q_1}{C_1} \text{ и } U_1 = \frac{Q_2}{C_0} \qquad (2)$$

Тогда с учетом (1) и (2)

$$Q_1 = 2Q_0\frac{C_1}{C_1 + C_0} = 2Q_0\frac{d_0}{2d_0 + v\tau} \qquad (3)$$

Ток, протекший по сопротивлению R при раздвижении

$$I = \frac{dQ_1}{d\tau} = -\frac{2Q_0vd_0}{(2d_0 + v\tau)^2} \qquad (4)$$

$$Q = \int_0^t I^2Rd\tau = \frac{(Q_0)^2vR}{6d_0}[1 - \frac{1}{(1 + vt/2d_0)^3}] \qquad (5)$$

Изменение энергии конденсаторов

$$\Delta W = 0 \qquad (6)$$

После раздвижения и сближения пластин одного из конденсаторов система приходит в первоначальное состояние. Следовательно, механическая работа определяется только потерями на джоулево тепло при прохождении тока по сопротивлению R.

Получим полную механическую энергию

$$A = 2Q = \frac{(Q_0)^2 \nu R}{3d_0}\left[1 - \frac{1}{\left(1+\frac{\nu t}{2d_0}\right)^3}\right] = 6\cdot 10^{-10}\text{Дж} \quad (7)$$

Содержание	Баллы
Формула (1): $2Q_0 = Q_1 + Q_2$	0,3
Приближение: $IR = \frac{dQ_1}{dt}R \propto \frac{Q_0 R}{t} \ll \frac{Q_0}{C_0}$	0,5
Формула (2): $U_1 = \frac{Q_1}{C_1}$ и $U_1 = \frac{Q_2}{C_0}$	0,2
Формула (3): $Q_1 = 2Q_0\frac{C_1}{C_1+C_0} = 2Q_0\frac{d_0}{2d_0+\nu\tau}$	0,5
Формула (4): $I = \frac{dQ_1}{d\tau} = -\frac{2Q_0\nu d_0}{(2d_0+\nu\tau)^2}$	0,2
Формула (5): $Q = \int_0^t I^2 R d\tau = \frac{(Q_0)^2\nu R}{6d_0}[1 - \frac{1}{(1+\nu t/2d_0)^3}]$	0,5
Формула (6): $\Delta W = \frac{\left(2Q_0\frac{d_0}{2d_0+\nu\tau}\right)^2}{2C_0} + \frac{\left(2Q_0\frac{d_0+\nu t}{2d_0+\nu\tau}\right)^2}{2C_0} - \frac{(Q_0)^2}{C_0} = 0$	0,5
Формула (7): $A = 2Q = \frac{(Q_0)^2\nu R}{\mathrm{i}d_0}[1 - \frac{1}{\left(1+\frac{\nu t}{2d_0}\right)^3}] = 6\cdot 10^{-10}$Дж	0,3
Итого	**3,0**

Часть 1.3 Смешивание двух газов (3,0 балла)

Используем равенство половинок.

$$V_1 = V_2 = \frac{V}{2} \quad (1)$$

Используем первое и второе начало термодинамики. Учитываем тот факт, что температура постоянна.

$$TdS = PdV + dU \quad (2)$$

$$dU = 0 \quad (3)$$

Записываем изменение энтропии для изотермического процесса.

$$\int_0^{\Delta S} dS = \int \frac{\nu RT}{VT}dV = \nu R\, ln(\frac{V_f}{V_i}) \quad (4)$$

$$\Delta S = \nu R\, ln(2) \quad (5)$$

Получаем конечный ответ для изменения энтропии всей системы.

$$\Delta S = (\nu_1 + \nu_2)R\, ln(2) \quad (6)$$

Содержание	Баллы
Формула (1): $V_1 = V_2 = \frac{V}{2}$	**0.5**
Формула (2): $TdS = PdV + dU$	**0.5**
Формула (3): $dU = 0$	**0.5**
Формула (4): $\int_0^{\Delta S} dS = \int \frac{\nu RT}{VT}dV = \nu R\, ln(\frac{V_f}{V_i})$	**0.5**
Формула (5): $\Delta S = \nu R\, ln(2)$	**0.5**

Формула (6): $\Delta S = (\nu_1 + \nu_2) R \ln(2)$	**0.5**
Итого	**3.0**

Задача 2. «Космический телескоп Джеймса Вебба» (10.0 балла)

1. $P = 4\pi R_{sun}^2 \sigma T_{sun}^4 = 4 * 10^{26} Watt$ (1)
2. $E = \frac{P}{4\pi r_{earth}^2} = \sigma T_{sun}^4 \left(\frac{R_{sun}}{r_{earth}}\right)^2 \approx 1400 \frac{Watt}{m^2}$ (2)
3. Можем записать балланс тепла:

   $q_{in} = q_{out}$ (3)

   Тепло приходит от Солнца и попадает на сферу с площадью поперечного сечения πr^2

   $q_{in} = E\pi r^2$ (4)

   А уходит в виде радиации со всей поверхности тела.

   $q_{out} = 4\pi r^2 \sigma T_{earth}^4$ (5)

   $4\pi r^2 \sigma T_{earth}^4 = E\pi r^2$

   Таким образом температура сферы будет равна:

   $\rightarrow T_{earth} = \left(\frac{E}{4\sigma}\right)^{0.25} = T_{sun} \left(\frac{R_{sun}}{2\, r_{earth}}\right)^{0.5} = 280\ K$ (6)
4. Записываем уравнение сил:

   $F_{sun} + F_{earth} = F_{centr}$ (7)

   Сила притяжения Солнца:

   $F_{sun} = \frac{GM_{sun} m}{(r_{earth} + r_{L2})^2}$ (8)

   Сила притяжения Земли:

   $F_{earth} = \frac{GM_{earth} m}{r_{L2}^2}$ (9)

   Центробежная сила:

   $F_{centr} = m\omega^2 (r_{earth} + r_{L2})$ (10)

   $\frac{GM_{sun} m}{(r_{earth} + r_{L2})^2} + \frac{GM_{earth} m}{r_{L2}^2} = m\omega^2 (r_{earth} + r_{L2})$

   Угловая скорость обсерватории будет равна угловой скорости движения Земли по Орбите:

   $\omega^2 = \frac{GM_{sun}}{r_{earth}^3}$

   $\frac{GM_{sun}}{(r_{earth} + r_{L2})^2} + \frac{GM_{earth}}{r_{L2}^2} = \frac{GM_{sun}}{r_{earth}^3} (r_{earth} + r_{L2})$

   Используя приближения для малых величин:

   $\frac{M_{sun}(r_{earth} - 2r_{L2})}{r_{earth}^3} + \frac{M_{earth}}{r_{L2}^2} = \frac{M_{sun}(r_{earth} + r_{L2})}{r_{earth}^3}$

   $r_{L2} = r_{earth} \sqrt[3]{\frac{M_{earth}}{3M_{sun}}} = 1.5\ 10^6 km$ (11)
5. Интенсивность излучения будет такой же, как и у Земли:

   $E_0 = \frac{P}{4\pi (r_{earth} + r_{L2})^2} \approx 1400 \frac{Watt}{m^2}$ (12)
6. Температура будет такой же, как и у Земли:

$$T_{L2} = T_{sun}\left(\frac{R_{sun}}{2\,(r_{earth}+r_{L2})}\right)^{0.5} \approx T_{earth} = 280\ K \quad (13)$$

7. Распишем проекции сил притяжения Солнца и Земли при перемещении обсерватории на расстояние x. Заметьте, что у центробежной силы нет вертикальной проекции.

$$F_{sun}\,\alpha + F_{earth}\beta = -\ddot{x} \quad (14)$$

$$\alpha = x/(r_{earth} + r_{L2}) \quad (15)$$

$$\beta = x/r_{L2} \quad (16)$$

$$\frac{GM_{sun}x}{(r_{earth}+r_{L2})^3} + \frac{GM_{earth}x}{r_{L2}^3} = -\ddot{x}$$

$$\frac{GM_{sun}x}{(r_{earth}+r_{L2})^3} + \frac{GM_{earth}x}{r_{L2}^3} \approx \frac{GM_{sun}x}{r_{earth}^3} + \frac{GM_{earth}x}{r_{L2}^3} = \frac{4GM_{sun}x}{r_{earth}^3} = \omega_{L2}^2 x$$

$$\omega_{L2}^2 = \frac{4GM_{sun}}{r_{earth}^3} \quad (17)$$

$$\omega_{L2} = 2\omega \to T_{L2} = \frac{T_{\oplus}}{2} \quad (18)$$

Действительно, период орбиты телескопа равен 6 месяцам.

8. Излучение, уходящее от первой пластины в сторону второй:

$$q_1 = (1-A)\sigma T_1^4 \quad (19)$$

Это излучение многократно отразится от обоих пластин, пока полностью не поглотится ими. Часть излучения поглотится пластиной 1, другая часть – пластиной 2.

$$q_1 = q_{11} + q_{12} \quad (20)$$

Излучение, поглощенное пластиной 1 было предварительно отражено от пластины 2, из этого следует:

$$q_{11} = Aq_{12} \quad (21)$$

$$q_{12} = \frac{1-A}{1+A}\sigma T_1^4 \quad (22)$$

Аналогично для второй пластины:

$$q_{21} = \frac{1-A}{1+A}\sigma T_2^4$$

Тогда общий поток излучения равен:

$$Q_{12} = q_{12} - q_{21} = \frac{1-A}{1+A}\sigma(T_1^4 - T_2^4) \quad (23)$$

9. Запишем уравнения теплового балланса для каждой из пластин:

$$(1-A)E_0 + q_{21} = (1-A)\sigma T_1^4 + q_{12} \quad (24)$$

$$q_{12} + q_{32} = q_{21} + q_{23} \quad (25)$$

$$q_{23} + q_{43} = q_{32} + q_{34} \quad (26)$$

$$q_{34} + q_{54} = q_{43} + q_{45} \quad (27)$$

$$q_{45} = q_{54} + (1-A)\sigma T_5^4 \quad (28)$$

Решая эту систему уравнение с конца:

$$T_4^4 = (2+A)T_5^4 \quad (29)$$

$$T_3^4 = (3+2A)T_5^4 \quad (30)$$

$$T_2^4 = (4+3A)T_5^4 \quad (31)$$

$$T_1^4 = (5+4A)T_5^4 \quad (32)$$

$$E_0 = (6+4A)\sigma T_5^4 \quad (33)$$

Получим значения для температур:

$$T_5 = 224\ K, T_4 = 292\ K, T_3 = 332K, T_2 = 360\ K, T_1 = 383\ K$$

10. Поток энергии справа от пятой пластины будет создаваться только пятой пластиной:

$$E_5 = (1-A)\sigma T_5^4 = \frac{1-A}{6+4A}E_0 \quad (34)$$

11. $E_5\pi r^2 = 4\pi r^2\sigma T^4$

$$T = \sqrt[4]{\frac{(1-A)E_0}{(24+16A)\sigma}} = 87\ K \quad (35)$$

12. По второму закону Ньютона, фотоны при отражении изменят свой импульс, и таким образом создадут силу давления на солнечный щит

$F = \frac{\Delta p}{\Delta t}$ (36)

Изменение импульса можно найти как:

$\Delta p = (1 + A)p\Delta N$ (37)

Количество отраженных фотонов:

$\Delta N = \Delta W/pc$ (38)

Общая энергия фотонов:

$\Delta W = E_0 S\Delta t = E_0 ab\Delta t$ (39)

Таким образом сила:

$F = \frac{(1+A)E_0 ab}{c} \approx 2.6mN$ (40)

	Содержание	Баллы	
2.1	Формула (1): $P = 4\pi R_{sun}^2 \sigma T_{sun}^4$	0.3	**0.5**
	Численное значение в формуле (1): $P = 4 * 10^{26} Watt$	0.2	
2.2	Формула (2): $E = \frac{P}{4\pi r_{earth}^2}$	0.3	**0.5**
	Численное значение в формуле (2): $E \approx 1400\ Watt/m^2$	0.2	
2.3	Формула (3): $q_{in} = q_{out}$	0.2	**1.0**
	Формула (4): $q_{in} = E\pi r^2$	0.2	
	Формула (5): $q_{out} = 4\pi r^2 \sigma T_{earth}^4$	0.2	
	Формула (6): $T_{earth} = \left(\frac{E}{4\sigma}\right)^{0.25}$	0.2	
	Численное значение в формуле (6): $T_{earth} = 280\ K$	0.2	
2.4	Формула (7): $F_{sun} + F_{earth} = F_{centr}$	0.4	**1.1**
	Формула (8): $F_{sun} = \frac{GM_{sun}m}{(r_{earth}+r_{L2})^2}$	0.1	
	Формула (9): $F_{earth} = \frac{GM_{earth}m}{r_{L2}^2}$	0.1	
	Формула (10): $F_{centr} = m\omega^2(r_{earth} + r_{L2})$	0.1	
	Формула (11): $r_{L2} = r_{earth}\sqrt[3]{\frac{M_{earth}}{3M_{sun}}}$	0.2	
	Численное значение в формуле (11): $1.5\ mln\ km$	0.2	
2.5	Численное значение в формуле (12): $E_0 \approx 1400\ Watt/m^2$	0.2	**0.2**
2.6	Численное значение в формуле (13): $T_{L2} \approx 280\ K$	0.2	**0.2**
2.7	Формула (14): $F_{sun}\,\alpha + F_{earth}\beta = -\ddot{x}$	0.2	**1.2**
	Формула (15): $\alpha = x/(r_{earth} + r_{L2})$	0.2	
	Формула (16): $\beta = x/r_{L2}$	0.2	
	Формула (17): $\omega_{L2}^2 = \frac{4GM_{sun}}{r_{earth}^3}$	0.3	
	Формула (18): $T_{L2} = \frac{T_{\oplus}}{2}$	0.3	
2.8	Формула (19): $q_1 = (1 - A)\sigma T_1^4$	0.2	**1.8**
	Понимание, что излучение будет бесконечно отражаться между двумя пластинами.	0.5	

	Формула (20): $q_1 = q_{11} + q_{12}$	0.2	
	Формула (21): $q_{11} = Aq_{12}$	0.4	
	Формула (22): $q_{12} = \frac{1-A}{1+A}\sigma T_1^4$	0.3	
	Формула (23): $Q_{12} = q_{12} - q_{21} = \frac{1-A}{1+A}\sigma(T_1^4 - T_2^4)$	0.2	
2.9	Формула (24-33)	1.0	**1.5**
	Численное значение в формуле (29-33): $T_5 = 224\ K, T_4 = 292\ K, T_3 = 332K, T_2 = 360\ K, T_1 = 383\ K$	0.5	
2.10	Формула (34): $E_5 = \frac{1-A}{6+4A}E_0$	0.3	**0.3**
2.11	Численное значение в формуле (35): $T = 87\ K$	0.3	**0.3**
2.12	Формула (36): $F = \frac{\Delta p}{\Delta t}$	0.2	**1.4**
	Формула (37): $\Delta p = (1 + A)p\Delta N$	0.3	
	Формула (38): $\Delta N = \Delta W/pc$	0.3	
	Формула (39): $\Delta W = E_0 S\Delta t$	0.2	
	Формула (40): $F = \frac{(1+A)E_0 ab}{c}$	0.2	
	Численное значение в формуле (40): $F = 2.6mN$	0.2	
Итого			**10,0**

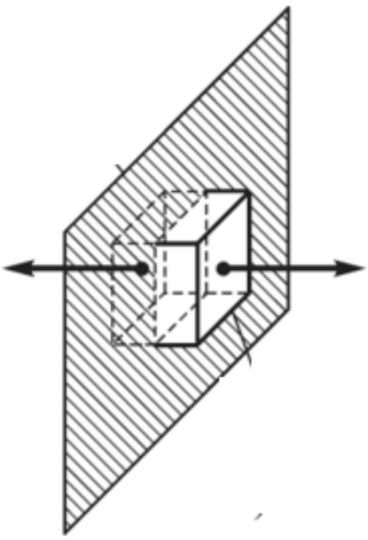
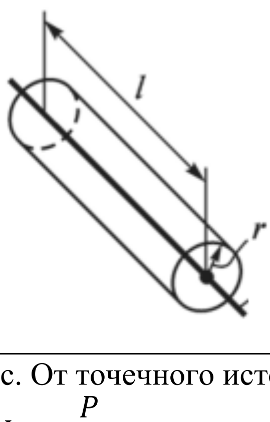
Задача_3 Детектор звуковых сигналов [10 баллов]

1.(0.8 баллов)

В установившемся режиме поток энергии через замкнутую поверхность площадью S окружающую источник одинаков и равен мощности источника. Потому

$IS = P$	**[0,2 балла]**

А интенсивности для указанных случаев зависят следующим образом:

a.Поток энергии направлен по нормали к пластине, что следует из симметрии. $I = P/2S$, P-мощность источника, приходящаяся на площадь пластины S, 2S – площадь двух граней параллелепипеда окружающего её и пропускающих энергию. Эта площадь не зависит расстояния, соответственно не зависит от расстояния интесивность. 	**[0,2 балла]**
b.Поток энергии расходится симметрично от оси боковую поверхность цилиндра. $I = \frac{P}{2\pi r l}$, P-мощность источника, приходящаяся на длину нити l. Интенсивность падает обратно пропорционально расстоянию. 	**[0,2 балла]**
c. От точечного источника энергия расходится сферически симметрично. $I = \dfrac{P}{4\pi r^2}$	**[0,2 балла]**

2. (0,4 балла)

Горизонтальная координата источника неизменно

$x = x_0$	**[0,1 балла]**

По вертикали

$z = z_0 - gt^2/2$	**[0,2 балла]**

$r = \sqrt{x^2 + z^2}$	**[0,1 балла]**

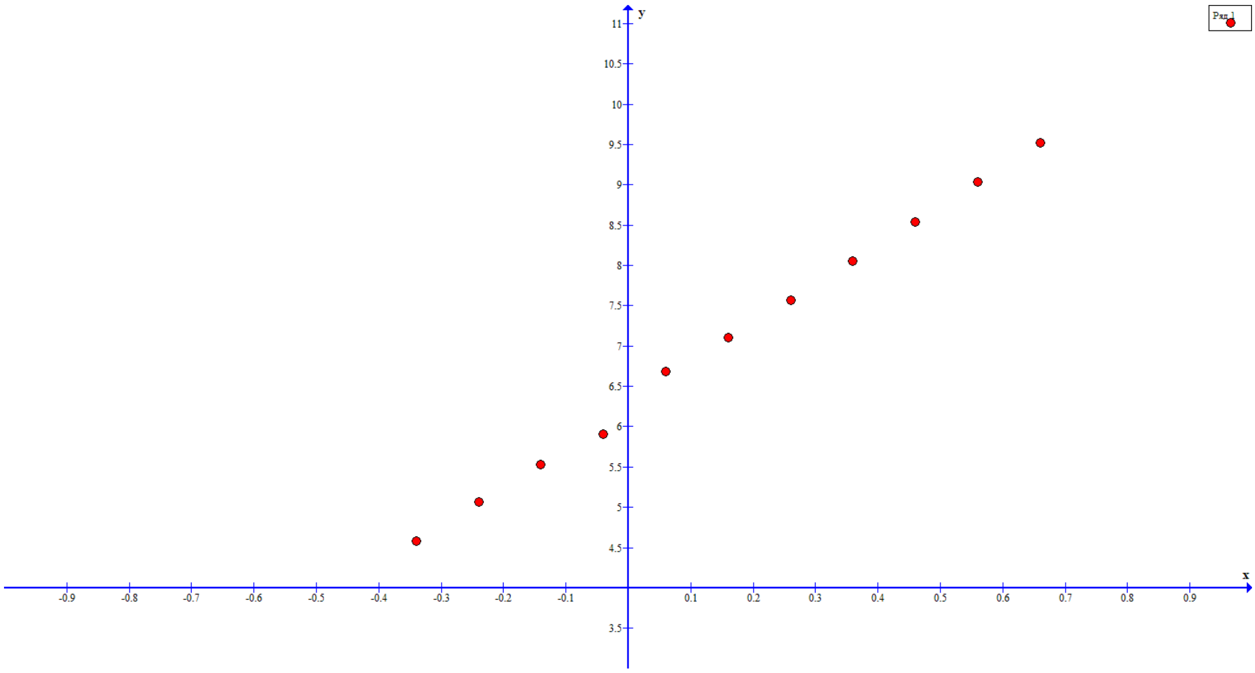
3.(4.5 балла)

Начало отсчёта не совпадает со временем сброса источника, иначе было бы $\frac{dI}{dt} = \frac{dI}{dy}\frac{dy}{dt} = 0$, однако график имеет наклон в начальный момент времени.	**[0,1 балла]**
Максимальная интенсивность $I_m = 1\,\frac{\text{мВт}}{\text{кв.м.}}$ достигается в момент времени $t_m \approx 0.34$ с. Расстояние до источника при этом минимально и равно x_0.	**[0,2 балла]**
Скорость источника при этом $v_0 = \sqrt{2gz_0}$	**[0,1 балла]**
Вертикальную координату источника от времени можно задать как $z = v_0(t - t_m) + \frac{g(t - t_m)^2}{2}$	**[0,3 балла]**
Тогда $\pm\sqrt{\frac{I_m}{I} - 1} = \frac{z}{x} = \frac{v_0(t - t_m)}{x_0} + \frac{g(t - t_m)^2}{2x_0}$ Знак перед корнем выбирается с учётом того, чтобы координата до момента времени t_m была положительной $\frac{\pm\sqrt{\frac{I_m}{I} - 1}}{(t - t_m)} = \frac{z}{x} = \frac{v_0}{x_0} + \frac{g(t - t_m)}{2x_0}$	**[0,7 балл]**
График $\frac{\sqrt{\frac{I_m}{I} - 1}}{(t - t_m)}$ даст $(t - t_m)$ линию с наклоном $\frac{g}{2x_0}$ и пересечением вертикальной оси при $\frac{v_0}{x_0}$	**[0,2 балла]**

Создадим таблицу данных **[0,8 балла (менее 10 точек - 0,5 балла, менее 5 точек – 0 баллов)]**

t, с	$t - t_m$, с	$\frac{\sqrt{\frac{I_m}{I} - 1}}{(t - t_m)}$
0	-0,34	4,59
0,1	-0,24	5,07
0,2	-0,14	5,54
0,3	-0,04	5,90
0,4	0,06	6,68
0,5	0,16	7,10
0,6	0,26	7,57
0,7	0,36	8,05
0,8	0,46	8,54
0,9	0,56	9,03

И построим график **[0,7 балла (менее 10 точек - 0,3 балла, менее 5 точек – 0 баллов)]**



Анализ его дает зависимость

$\dfrac{\sqrt{\dfrac{I_m}{I}-1}}{(t-t_m)} = 6{,}26 + 4{,}98(t-t_m)$	**[0,7 балл]**

После чего

$x_0 = 0{,}99$ м	**[0,2 балла]**
$v_0 = 6.20$ м/с	**[0,2 балла]**
$z_0 = \dfrac{v_0^2}{2g} = 1.96$ м	**[0,3 балла]**

4. (0,9 балла)

За период $T_0 = \frac{1}{f_0}$ неподвижный источник излучает одну длину волны $\lambda_0 = c/f_0$.

Но, тогда как частота f_0.является характеристикой источника, длина волны зависит от скорости волны в среде и движения источника.

Пусть источник излучает в сторону детектора и сам движется туда же. За то же время $T_0 = \frac{1}{f_0}$ будет излучена одна длина волны. Её длина - расстояние между фронтом волны и источником, то есть

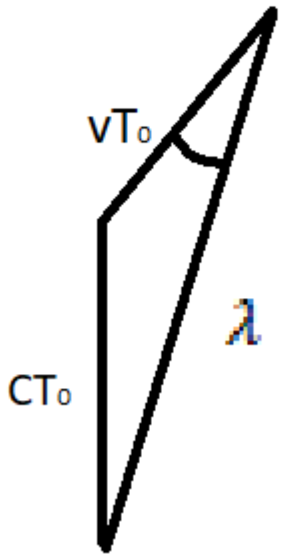
$\lambda = cT_0 - vT_0 = \dfrac{c-v}{f_0}$	**[0,6 балла]**

Детектор в этом случае регистрирует частоту

$f = \dfrac{c}{\lambda} = \dfrac{f_0}{1-\dfrac{v}{c}}$	**[0,3 балла]**

5.(0,9 балла)

При условии достаточной малости скорости источника по сравнению со скоростью распространения волн новая длина волны может быть найдена как сумма проекций VT0 и CT0. Прилежащие к ней углы практически равны 0 и ϕ



$\lambda = cT_0 + v\cos\varphi T_0 = \dfrac{c + v\cos\varphi}{f_0}$	**[0,6 балла]**
$f = \dfrac{c}{\lambda} = \dfrac{f_0}{1 + \dfrac{v\cos\varphi}{c}}$	**[0,3 балла]**

6.(2,5 балла)

$c = \dfrac{v\cos\varphi}{\dfrac{f_0}{f} - 1}$	**[0,3 балла]**

Косинус угла

$\cos\varphi = \dfrac{y}{r} = \pm\sqrt{1 - I/I_m}$	**[0,3 балла]**

Скорость

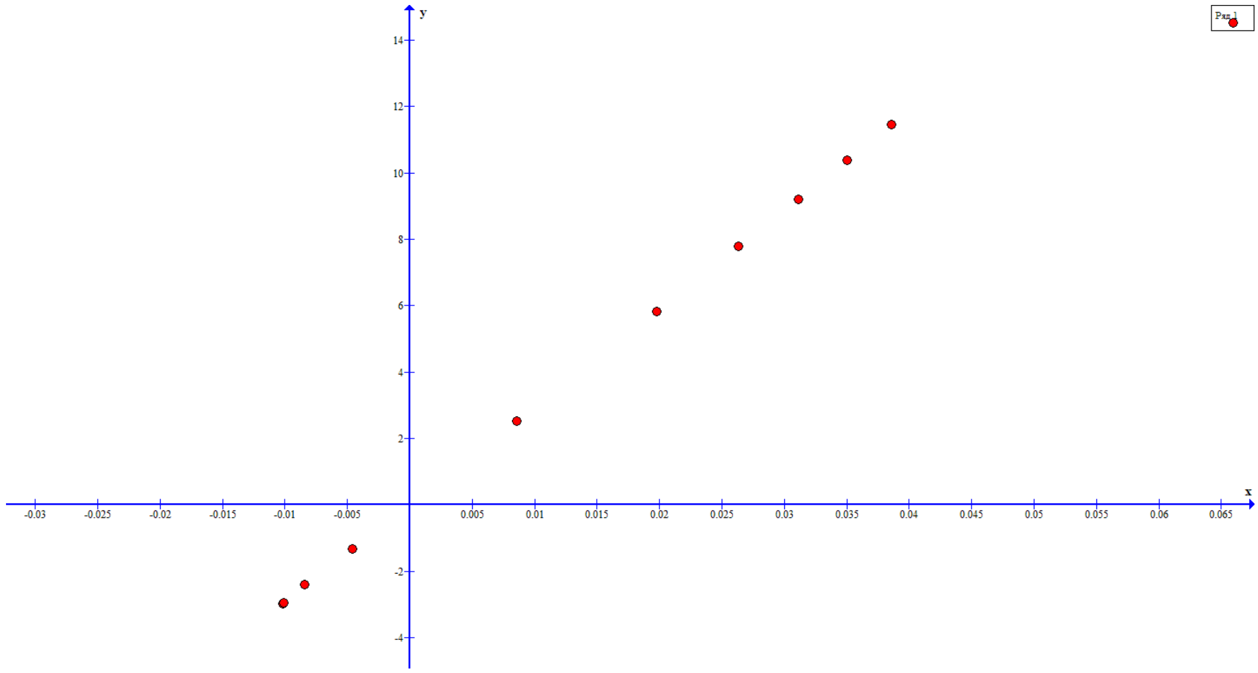
$v = v_0 + g\{t - t_m\}$	**[0,2 балла]**

Построим таблицу для тех же моментов времени (знак косинуса с учётом координаты) **[0,7 балла (менее 10 точек - 0,4 балла, менее 5 точек – 0 баллов)]**

$\cos\varphi$	$v\cos\varphi$	$\dfrac{f_0}{f} - 1$
-0,84	-2,41	-0,0084
-0,77	-2,97	-0,0102
-0,61	-2,96	-0,0101
-0,23	-1,33	-0,0046
0,37	2,53	0,0086
0,75	5,83	0,0198
0,89	7,80	0,0263
0,95	9,20	0,0311
0,97	10,38	0,0350
0,98	11,47	0,0386

Построим график $v\cos\varphi$ от $\frac{f_0}{f} - 1$. Его наклон даст скорость звука. **[0,6 балла (менее 10 точек - 0,3 балла, менее 5 точек – 0 баллов)]**

Анализ графика дает c =295 м/с **[0,4 балла]**


y
14
12
10
8
6
4
2
-2
-4
x
-0.03
-0.025
-0.02
-0.015
-0.01
-0.005
0.005
0.01
0.015
0.02
0.025
0.03
0.035
0.04
0.045
0.05
0.055
0.06
0.065
Ряд 1