Физика пәні бойынша Республикалық олимпиада
18 сәуір 2022. Сайыстың ұзақтығы: **4** сағат

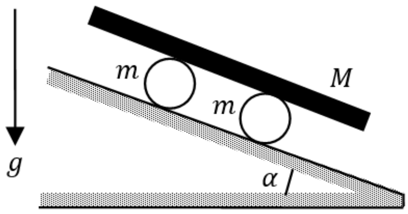
11 сынып, теориялық сайыс (30 ұпай)

Есеп 1. «Қоспа» (10.0 ұпай)

Бұл есеп бір-бірінен тәуелсіз үш бөлімнен тұрады.

Бөлім 1.1 (4.0 ұпай)

Көкжиекке α бұрыш жасай орналасқан көлбеу жазықтыққа әрқайсысының массасы m болатын екі бірдей тұтас цилиндр қойылған. Цилиндрлердің үстіне массасы M болатын жеткілікті ұзын тақта қойылады. Бастапқы уақыт мезетінде барлық денелер тыныштық күйлерінен қозғалысқа келеді, және де жүйеде сырғанау жоқ. Егер еркін түсу үдеуі g болатын болса, тақтаның a үдеуін табыңыз.

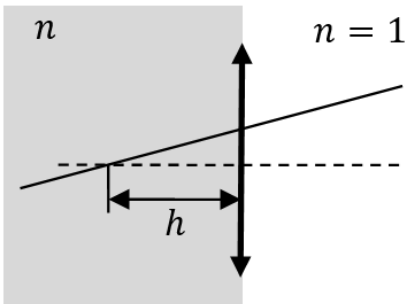


Бөлім 1.2 (3.0 ұпай)

Ғарыштық сәулелер — жұлдызаралық магниттік өрістермен шашырау нәтижесінде галактикада шексіз орыналмастыратын зарядталған бөлшектер. Бұл процесті $l = 3.00 \cdot 10^{18}$ шашырау актілерінің арасындағы жүру жолының қандай-да бір сипаттамалық тұрақтысымен сипаттаймыз, және де әр бір жүру жолының бағыты қатаң кездейсоқ сипатқа ие. Галактика өлшемі $L = 5.00 \cdot 10^{20}$м құрайды деп есептеп, галактиканы қиып өту үшін ғарыштық сәулелерге қанша уақыт қажеттігін бағалаңыз. Жарық жылдамдығы $c = 2.98 \cdot 10^{8}$м/с.

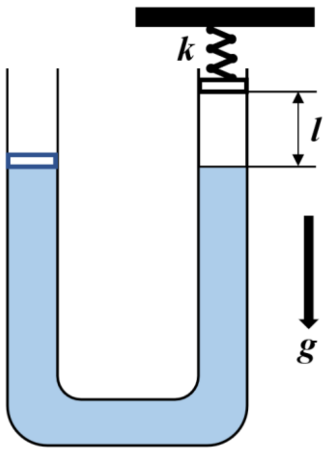
Бөлім 1.3 (3.0 ұпай)

Ауадағы фокустық арақашықтығы $F = 16$ см болатын жұқа жинағыш линзаны, екі біртекті оптикалық орталардың жазық шекарасына орналастырады. Бірінші орта сол ауа, ала екіншісі – n сыну көрсеткіш коэффициенті белгісіз болып табылатын сұйық. Екінші ортада таралатын және линзаның оптикалық осін одан $h = 7.04$ см қашықтықта қиып өтетін қандай-да бір сәуле, линзаға аз бұрышпен түседі және сынбай жүйе арқылы өтеді. Ауаның сыну көрсеткіш коэффициентін бірге тең деп есептеп, сұйықтық n сыну көрсеткіш коэффициентін табыңыз.



Есеп 2. *U*-тәрізді түтікше (10.0 ұпай)

Көлденең қимасының ауданы $S = 100\ \text{см}^2$ болатын U-тәрізді түтікше, екі иінінде жалпы ұзындығы $L = 1.00$ м болатындай, сумен толтырылған. Сол жақ иіндегі су, астында ауа жоқ қымталанған салмақсыз поршенмен шектелген. Оң жақ иінде де, төбемен қатаңдығы $k = 3.00 \cdot 10^2\ \text{Н/м}^2$ болатын вертикаль серіппемен жалғанған қымталанған салмақсыз поршень бар. Әрі, поршень мен су бетінің арасында қалыңдығы $l = 10.0$ см ауа қабаты бар. Бастапқы күйде поршень астындағы ауаның температурасы сыртқы ауаның температурасымен сәйкес келеді және де $T_0 = 300$ К тең, серіппе деформацияланбаған, екі иіндегі су деңгейлері сәйкес келеді, ал ауаның сыртқы қысымы $p_0 = 1.00 \cdot 10^3$ Па құрайды, төмендегі суретті қараңыз. Келесі шамаларды белгілі деп есептеңіз: екіатомды ауаның молярлық массасы $\mu_a = 29.0\ \text{г/моль}$; универсал газ тұрақтысы $R = 8.31$ Дж/К; су тығыздығы $\rho = 1000\ \text{кг/м}^3$; еркін түсу үдеуі $g = 9.87\ \text{кг/м}^3$.



2.1 Оң жақ иіндегі поршеннің астындағы ауаның p_{in} бастапқы қысымын табыңыз.

2.2 Оң жақ иіндегі поршеннің астындағы ауаның ν моль мөлшерін есептеңіз.

2.3 Сыртқы қысым өсіп, $p = 3/2p_0$ болды делік. Ұзақ уақыт өткеннен кейінгі x серіппенің ұзаруын есептеңіз.

2.4 Сыртқы қысым p_0 бастапқы күйіне қайтып келді, бірақ сырттағы температура шамасы $T = 7/5T_0$ мәніне дейін өсті. Өте ұзақ уақыт өткеннен кейінгі x серіппенің ұзаруын есептеңіз.

Сыртқы атмосфералық қысым мен температура сәйкесінше өздерінің p_0 және T_0 қалыпты мәндеріне қайтып келді. Бұдан былай оң жақ иіндегі газдың қоршаған денелермен жылуалмасуын толығымен ескермеңіз, ал сұйықты идеал деп есептеңіз.

2.5 Сол жақтағы поршенді $y = 20.0$ см биіктікке көтеру үшін, оған қандай F күшін түсіру қажеттігін есептеңіз.

2.6 Оң жақ иіндегі поршеннің астындағы ауаның C молярлық жылусыйымдылығын есептеңіз.

2.7 Түтіктегі сұйықтың аздаған тербелісінің ω_0 жиілігін есептеңіз.

Белгісіз $y(t)$ функциясы үшін келесі диференциалдық теңдеумен сипатталатын, параметрлік резонанс құбылысын қарастыралық:

$$\ddot{y}(t) + \omega_0^2[1 + h\cos(2\omega_0 + \varepsilon)t]y(t) = 0,$$

$|\varepsilon| < \varepsilon_0$ болған кезде оның шешімі орнықсыз болып табылады екен, мұндағы $h \ll 1$ – қандай-да бір тұрақты, ал $\varepsilon_0 = h\omega_0/2$ шамасы параметрлік резонанстың жартылай ені деп аталады.

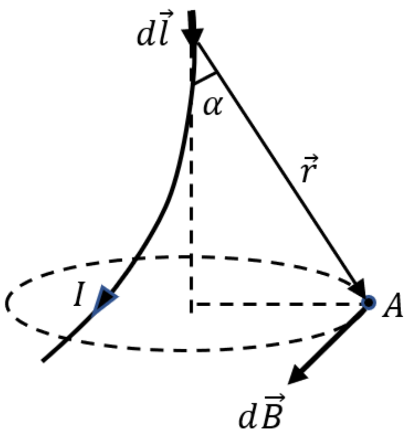
2.8 Жүйені, аздаған вертикаль гармониялық тербелістер жасайтын, горизонталь тұғырыққа қояды. Бұл тербелістер жүйедегі параметрлік резонанстың көзі болып табылады. Түтіктегі судың параметрлік резонансының жартылай ені $1/10\omega_0$ шамасынан асып кетпейтін жағдайда, тұғырықтың гармониялық тербелістерінің A максималь амплитудасын табыңыз.

Есеп 3. Магниттік өріс және индуктивтілік катушкасы (10.0 ұпай)

Бұл есепте индуктивтілік катушкасы мен магниттік өрістермен байланысты әр түрлі құбылыстар қарастырылады. Бұдан былайғы барлық есептерде, электрлік ток өтетін өткізгіштер өте жіңішке деп есептеңіз. Магниттік тұрақты мәні $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м тең.

Қозғалыстағы зарядтар, демек электрлік токтар да магнит өрісінің көзі екені белгілі, осы кезде Био-Савар-Лаплас заңы орынды болып табылады. Атап айтқанда, I тоғы бар $d\vec{l}$ өткізгіш элементі қандай-да бір A нүктесінде тудыратын $d\vec{B}$ магниттік индукция келесі формуламен анықталады

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,dl\sin\alpha}{r^2},$$



мұндағы $d\vec{l}$ вектор өткізгішке жүргізілген жанама бағытына ие болады, ал ол өз кезегінде ток бағытымен сәйкес келеді, және де модулі бойынша тоғы бар өткізгіш элементінің ұзындығына тең болады, r – өткізгіш элементінен А нүктесіне қарай жүргізілген $\vec{r}$ векторының модулі, α –$d\vec{l}$ және $\vec{r}$ векторларының арасындағы бұрыш. $d\vec{B}$ векторы A нүктесінде, $d\vec{l}$ және $\vec{r}$ векторларымен тұрғызылған жазықтыққа перпендикуляр, ал оның бағыты оң бұранда ережесімен анықталады.

Осы кезде суперпозиция принципі орынды болып табылады: тоғы бар өткізгіштің магниттік индукциясы, оның бөлінген элементтерінің магниттік индукцияларының қосындысына тең.

3.1 Шексіз түзу өткізгіш бойымен $I = 1.00$ А ток өтеді. Өткізгіштен $z = 1.00$ м қашықтықтағы магниттік индукцияны есептеңіз.

3.2 Радиусы $R = 1.00$ м болатын дөңгелек орамгың бойымен $I = 1.00$ А ток айналып ағып жатыр. Дөңгелектің центрінен $z = 1.00$ м қашықтықта орналасқан орам осіндегі магниттік индукцияны есептеңіз.

3.3 Индуктивтілік катушкасысының ұзындығы $L = 10.0$ см, дөңгелек көлденең қиманың радиусы $R = 1.00$ см және бірлік ұзындыққа келетін орамдар $n = 1000$ орам/м. Ормадағы ток мәні $I = 1.00$ А екені белгілі. Магниттік өріс индукциясының, катушка осінің маңында оның бүйірінен есептелетін z координатасының функциясы ретіндегі аналитикалық тәуелділігін табыңыз.

3.4 Сол 3.3 пункттегі катушка бар. Магнит өрісі индукциясы сызықтарының, катушка осінен $r = 1.00$ мм қашықтықта орналасқан катушка бүйіріндегі нүктедегі оске көлбеулік бұрышын анықтаңыз.

3.5 Сол 3.3 пункттегі катушка бар. Катушканың ұзындығы $L \to \infty$ шексіздікке ұмтылады деп есептеп, катушканың центріндегі оның осіндегі магниттік индукцияны есептеңіз.

Нақты жағдайда катушканың ішіндегі магнит өрісі нүктеден нүктеге дейін өзгеріп отырады, алайда егер оның ұзындығы радиусынан әлдеқайда артық болатын болса, онда катушканың ішіндегі магнит өрісін біртекті деп есептеуге болады, ал магниттік индукциясы шамасы ретінде $L \to \infty$ жағдайында центрінде остегі мәнін алуға болады.

3.6 Осы болжамда 3.3 пункттегі катушканың L_0 индуктивтілігін есептеңіз.

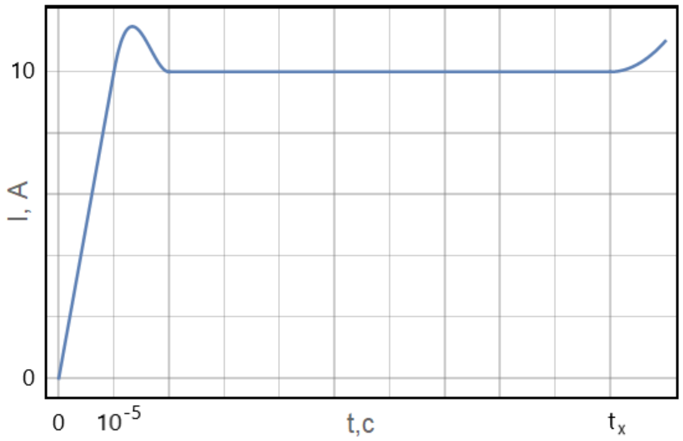
3.6 пункттегі катушканы толығымен токтан ажыратып, $R_0 = 1000$ Ом кедергіге тұйықтайды және индукциясы ось бойымен бағытталған, шамасы $B_0 = 1.00$ мТл болатын сыртқы біртекті магнит өрісіне орналастырады.

3.7 Катушканы, сыртқы магнит өрісінің индукциясы катушка осіне перпендикуляр болатындай етіп, бұрғаннан кейін тізбек арқылы ұзақ уақытта өтетін Q зарядты табыңыз.

3.6 пункттегі катушканы толығымен токтан ажыратып, R_x айнымалы кедергімен тізбектей жалғайды да, айнымалы кернеудің тұрмыстық желісіне қосады.

3.8 Тізбекте максималь қуат бөлінетін жағдайдағы R_x кедергісін табыңыз.

Қарапайымдылық үшін шексіз деп есептеуге болатын және оған магниттік өтімділігі $\mu = 1881$ болатын жеткілікті түрде массивті ферромагниттік өзекше еркін тартыла алатын, индуктивтілігі белгісіз катушканы қарастыралық. Катушканы тұрақты кернеу көзіне қосады, және де ол арқылы төмендегі суретте сызбалық түрде келтірілген ток өтеді.



3.9 Катушка радиусы өзекше радиусымен сәйкес келеді деп есептеп, өзекшенің катушка ішіне толығымен тартылатын t_x уақытын бағалаңыз.

Теориялық сайыстың есептеріне математикалық нұсқаулар

Сізге келесі интегралдарды білу қажет болуы мүмкін:

$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$, мұндағы $n \neq -1$ – константа, C – кездейсоқ тұрақты

$\int \frac{dx}{x} = \ln|x| + C$, мұндағы C – кездейсоқ тұрақты

$\int \frac{dx}{(x^2+a^2)^{3/2}} = \frac{x}{a^2\sqrt{x^2+a^2}} + C$, мұндағы a – константа, C – кездейсоқ тұрақты

$(1+x)^\gamma \approx 1 + \gamma x + \frac{\gamma(\gamma-1)}{2}x^2$, $|x| \ll 1$ үшін және кез келген γ

$\ln(1+x) \approx x$, $|x| \ll 1$ үшін

Республиканская олимпиады по **физике**
18 апреля 2022, продолжительность тура **4** часа

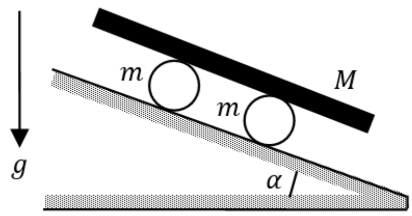
11 класс, теоретический тур (30 баллов)

Задача 1. «Солянка» (10.0 балла)

Эта задача состоит из трех независимых частей.

Часть 1.1 (4.0 балла)

На наклонную плоскость с углом наклона к горизонту α поставили два одинаковых однородных сплошных цилиндра массой m каждый. Сверху на цилиндры положили достаточно длинную плиту массой M. В начальный момент времени все тела приходят в движение из состояния покоя, причем проскальзывание в системе отсутствует. Найдите ускорение плиты a, если ускорение свободного падения равно g.

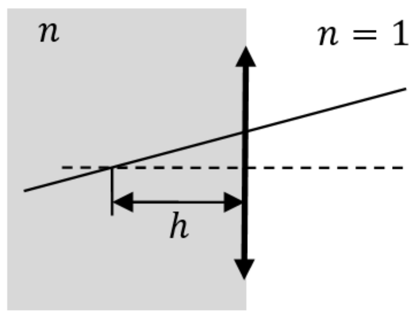


Часть 1.2 (3.0 балла)

Космические лучи — это заряженные частицы, которые беспорядочно перемещаются в галактике в результате рассеяния межзвездными магнитными полями. Этот процесс будем характеризовать некоторой характерной постоянной длиной пробега между актами рассеяния $l = 3.00 \cdot 10^{18}$м, причем направление каждого пробега строго случайно. Считая, что размер галактики составляет $L = 5.00 \cdot 10^{20}$м, оцените, сколько времени требуется космическому лучу, чтобы пересечь галактику. Скорость света равна $c = 2.98 \cdot 10^{8}$м/с.

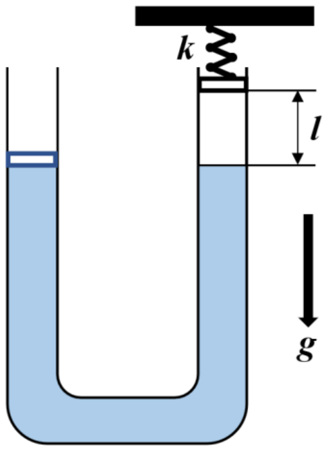
Часть 1.3 (3.0 балла)

Тонкую собирающую линзу, которая имеет в воздухе фокусное расстояние $F = 16.0$ см, разместили на плоской границе двух оптически однородных сред. Первой средой является тот же воздух, а второй – жидкость с неизвестным коэффициентом преломления n. Известно, что некоторый луч света, распространяющийся во второй среде и пересекающий оптическую ось линзы на расстоянии $h = 7.04$ см от нее, падает на линзу под малым углом и проходит через систему не преломляясь. Найдите коэффициент преломления жидкости n, считая коэффициент преломления воздуха равным единице.



Задача 2. *U*-образная трубка (10.0 балла)

U-образная трубка площадью поперечного сечения $S = 100\ \text{см}^2$ заполнена водой, общая длина которой в обоих коленах составляет $L = 1.00$ м. В левом колене вода ограничена невесомым герметичным поршнем, под которым нет воздуха. В правом колене также имеется герметичный невесомый поршень, который соединен вертикальной пружиной жесткости $k = 3.00 \cdot 10^2\ \text{Н/м}^2$ с потолком. При этом между поршнем и поверхностью воды имеется воздушная прослойка толщиной $l = 10.0$ см. В начальном состоянии температура воздуха под поршнем совпадает с температурой воздуха снаружи и равна $T_0 = 300$ К, пружина не деформирована, уровни воды в обоих коленах совпадают, а внешнее давление воздуха составляет $p_0 = 1.00 \cdot 10^3$ Па, смотрите рисунок внизу. Считайте заданными следующие величины: молярная масса двухатомного воздуха $\mu_a = 29.0$ г/моль; универсальная газовая постоянная $R = 8.31$ Дж/К; плотность воды $\rho = 1000\ \text{кг/м}^3$; ускорение свободного падения $g = 9.87\ \text{кг/м}^3$.



2.1 Найдите начальное давление воздуха p_{in} под поршнем в правом колене.

2.2 Рассчитайте количество молей воздуха ν в правом колене под поршнем.

2.3 Пусть внешнее давление возросло и стало равным $p = 3/2p_0$. Рассчитайте удлинение пружины x спустя очень продолжительное время.

2.4 Внешнее давление вернулось к начальному p_0, но температура снаружи повысилась до $T = 7/5T_0$. Рассчитайте удлинение пружины x спустя очень продолжительное время.

Внешнее атмосферное давление и температура вернулась к своим обычным значениям p_0 и T_0 соответственно. В дальнейшем полностью пренебрегайте теплообменом газа в правом колене с окружающими телами, а жидкость считайте идеальной.

2.5 Рассчитайте силу F, которую необходимо приложить к левому поршню, чтобы поднять его на высоту $y = 20.0$ см.

2.6 Рассчитайте молярную теплоемкость воздуха C в правом колене под поршнем.

2.7 Рассчитайте частоту малых колебаний ω_0 жидкости в трубке.

Рассмотрим явление параметрического резонанса, которое описывается следующим дифференциальным уравнением для неизвестной функции $y(t)$:

$$\ddot{y}(t) + \omega_0^2[1 + h\cos(2\omega_0 + \varepsilon)t]y(t) = 0,$$

при этом оказывается, что его решение является неустойчивым при $|\varepsilon| < \varepsilon_0$, где $h \ll 1$ – некоторая постоянная, а величина $\varepsilon_0 = h\omega_0/2$ называется полушириной параметрического резонанса.

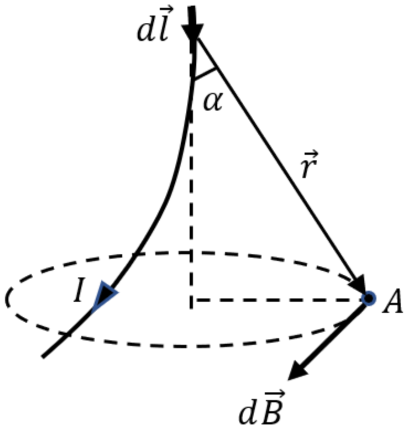
2.8 Систему поставили на горизонтальную подставку, которая совершает малые вертикальные гармонические колебания, являющиеся источником параметрического резонанса в системе. Найдите максимальную амплитуду гармонических колебаний подставки A, при которой полуширина параметрических колебаний воды в трубке не превышает величину $1/10\omega_0$.

Задача 3. Магнитное поле и катушка индуктивности (10.0 балла)

В данной задаче рассматриваются разные явления, связанные с катушкой индуктивности и магнитными полями. Во всех последующих задачах считайте, что проводники, по которым протекают электрические токи, являются очень тонкими. Магнитная постоянная равна $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м.

Известно, что источником магнитного поля являются движущиеся заряды и, следовательно, электрические токи, при этом справедлив закон Био-Савара-Лапласа. Именно, магнитная индукция $d\vec{B}$, создаваемая в некоторой точке A элементом проводника $d\vec{l}$ с током I, определяется формулой

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\, dl \sin\alpha}{r^2},$$



где вектор $d\vec{l}$ имеет направление касательной к проводнику, которая совпадает с направлением тока, и равен по модулю длине элемента проводника с током, r – модуль вектора $\vec{r}$, проведенного от элемента проводника в точку А, α – угол между векторами $d\vec{l}$ и $\vec{r}$. Вектор $d\vec{B}$ направлен в точке A перпендикулярно плоскости, построенной на векторах $d\vec{l}$ и $\vec{r}$, а его направление определяется по правилу буравчика.

При этом справедлив принцип суперпозиции: магнитная индукция проводника с током равна сумме магнитных индукций элементов, на которые его можно разбить.

3.1 По бесконечному прямолинейному проводнику протекает ток $I = 1.00$ А. Рассчитайте магнитную индукцию на расстоянии $z = 1.00$ м от проводника.

3.2 По круговому витку, радиус которого равен $R = 1.00$ м, циркулирует ток $I = 1.00$ А. Рассчитайте магнитную индукцию на оси витка на расстоянии $z = 1.00$ м от центра круга.

3.3 Катушка индуктивности имеет длину $L = 10.0$ см, радиус кругового поперечного сечения $R = 1.00$ см и число витков на единицу длины $n = 1000$ витков/м. Известно, что ток в обмотке равен $I = 1.00$ А. Найдите аналитическую зависимость индукции магнитного поля как функции координаты z, отсчитываемой вдоль оси катушки от ее торца.

3.4 Имеется таже катушка, что и в 3.3. Рассчитайте угол наклона линии индукции магнитного поля к оси катушки в точке на торце катушки, отстоящей на расстоянии $r = 1.00$ мм от ее оси.

3.5 Имеется таже катушка, что и в 3.3. Рассчитайте магнитную индукцию в центре катушки на ее оси, считая, что длина катушки стремится в бесконечность $L \to \infty$.

В реальности магнитное поле внутри катушки меняется от точки к точке, однако если ее длина значительно превосходит радиус, то магнитное поле внутри катушки можно считать однородным, а за величину магнитной индукции принять ее значение в центре на оси при $L \to \infty$.

3.6 В этом предположении рассчитайте индуктивность катушки L_0 из 3.3.

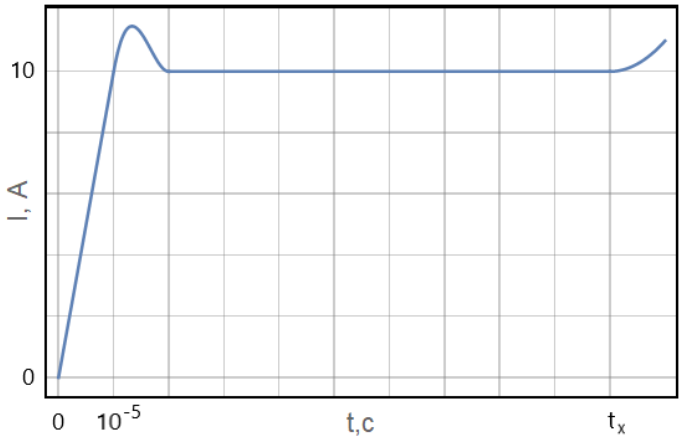
Катушку из 3.6 полностью обесточивают, замыкают на сопротивление $R_0 = 1000$ Ом и помещают во внешнее однородное магнитное поле с индукцией $B_0 = 1.00$ мТл, направленной вдоль оси.

3.7 Найдите заряд Q, который проходит за большое время по цепи после поворота катушки таким образом, что индукция внешнего магнитного поля оказывается перпендикулярной оси катушки.

Катушку из 3.6 снова полностью обесточивают, соединяют последовательно с переменным сопротивлением R_x и подключают в бытовую сеть переменного напряжения.

3.8 Найдите сопротивление R_x, при котором в цепи выделяется максимальная мощность.

Рассмотрим катушку неизвестной индуктивности, которую для простоты можно считать бесконечной и в которую может свободно втягиваться достаточно массивный ферромагнитный сердечник с магнитной проницаемостью $\mu = 1881$. Катушку подключили к источнику постоянного напряжения и через нее потек ток, схематически показанный на рисунке внизу.



3.9 Считая, что радиус катушки практически совпадает с радиусом сердечника, оцените время полного втягивания сердечника t_x внутрь катушки.

Математическая подсказка для задач теоретического тура

Вам может понадобиться знание следующих интегралов:

$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$, где $n \neq -1$ – константа, C – произвольная постоянная

$\int \frac{dx}{x} = \ln|x| + C$, где C – произвольная постоянная

$\int \frac{dx}{(x^2+a^2)^{3/2}} = \frac{x}{a^2\sqrt{x^2+a^2}} + C$, где a – константа, C – произвольная постоянная

$(1+x)^\gamma \approx 1 + \gamma x + \frac{\gamma(\gamma-1)}{2}x^2$, для $|x| \ll 1$ и любых γ

$\ln(1+x) \approx x$, для $|x| \ll 1$