Решение теоретического тура республиканской олимпиады по физике
10 класс

Задача_1. Скорость ветра в системе отсчета, связанной с буером, определяется законом сложения скоростей

$$\vec{v} = \vec{v}_0 - \vec{u}. \tag{1}$$

Соответственно, проекция уравнения (1) на нормальное направление имеет вид

$$v_n = v_{0n} - u_n, \tag{2}$$

в котором нормальные составляющие скоростей равны

$$v_{0n} = v_0 \cos\varphi, \tag{3}$$

$$u_n = u \sin\varphi. \tag{4}$$

Так как буер способен двигаться только в том направлении, в котором направлены его коньки, то проекция разгоняющей силы ветра на это направление равна

$$F = \alpha v_n^2 \sin\varphi, \tag{5}$$

а при установившейся скорости буера сумма действующих на него сил должна быть равна нулю, поэтому

$$F = F_0. \tag{6}$$

Из уравнений (2)-(6) находим установившуюся скорость буера

$$u = v_0 \mathrm{ctg}\,\varphi - \sqrt{\frac{F_0}{\alpha \sin^3\varphi}}. \tag{7}$$

Следует отметить, что для начала движения буера необходимо некоторая критическая скорость ветра, иначе выражение в правой части (7) может давать отрицательные значения. В этом случае сила трения не достигает своего максимального значения и буер покоится, то есть

$$u = 0, \text{ если } v_0 < \frac{1}{\cos\varphi}\sqrt{\frac{F_0}{\alpha \sin\varphi}}. \tag{8}$$

Из уравнения (7) заключаем, что максимальная скорость буера при всех возможных значениях параметра α определяется выражением

$$u = v_0 \mathrm{ctg}\,\varphi \text{ при } \alpha \to \infty. \tag{9}$$

Содержание		Баллы
Формула (1): $\vec{v} = \vec{v}_0 - \vec{u}$		0,6
Формула (2): $v_n = v_{0n} - u_n$		0,6
Формула (3): $v_{0n} = v_0 \cos\varphi$		0,6
Формула (4): $u_n = u \sin\varphi$		0,6
Формула (5): $F = \alpha v_n^2 \sin\varphi$		0,6
Формула (6): $F = F_0$		0,6
Формула (7): $u = v_0 \mathrm{ctg}\,\varphi - \sqrt{\frac{F_0}{\alpha \sin^3\varphi}}$		1,0
Формула (8): $u = 0$, если $v_0 < \frac{1}{\cos\varphi}\sqrt{\frac{F_0}{\alpha \sin\varphi}}$		0,6
Формула (9): $u = v_0 \mathrm{ctg}\,\varphi$ при $\alpha \to \infty$		0,8
Итого		**6,0**

Задача_2.
Часть_1

$$2mg - PS = 2ma$$

$$a = 0,\ P = \frac{2mg}{S} \quad (1)$$

Поршень в процессе движения приобретает некоторую скорость v, которую легко найти из закона сохранения энергии

$$2mg\frac{V_0 - V}{S} = \frac{3}{2}\frac{p_0 V_0}{T_0}(T - T_0) + \frac{2mv^2}{2} \qquad (2)$$

Еще дополняем уравнением состояния

$$\frac{p_0 V_0}{T_0} = \frac{pV}{T} \qquad (3)$$

Надо решить систему (1)-(3). При $v = 0$

$$p_1 = \frac{2mg}{S}$$

$$V_1 = V_0\left(\frac{2}{5} + \frac{3}{5}\frac{p_0 S}{2mg}\right), T_1 = T_0\left(\frac{3}{5} + \frac{2}{5}\frac{2mg}{p_0 S}\right)$$

Проходя по инерции положение равновесия, поршень продолжает движение до остановки, совершая работу и увеличивая внутреннюю энергию (и температуру). Поршень останавливается в тот момент, когда его скорость обращается в ноль и начинает движение в обратную сторону. Возникают колебания (не гармонические). Если в системе есть трение, эти колебания со временем затухают, и вся кинетическая энергия поршня переходит во внутреннюю энергию газа. В конце концов поршень остановится. После остановки давление газа p_1 будет удовлетворять условию равновесия поршня (1): $p_1 = \frac{2mg}{S}$. Температуру T_1 и объем газа V_1, после остановки можно найти, положив скорость поршня равной нулю в уравнении (2)

Часть_2. Теперь найдем разность температур.
Газ, в нижней точке с двумя грузами, до снятия одного груза $p_2 V_2 = \nu R T_2$
Для верхнего положения поршня, после того как гирю сняли $p_3 V_3 = \nu R T_3$
После того как гирю поставили (нижнее положение поршня) $p_4 V_4 = \nu R T_4$

$$p_3 = \frac{mg}{S}, p_2 = p_4 = \frac{2mg}{S}$$

$$p_2 = p_4 = 2p_3$$

Закон сохранения энергии, где изменение потенциальной энергии груза равна изменению внутренней энергии газа.

$$\frac{mg}{S}(V_3 - V_2) = C_V(T_2 - T_3)$$

$$p_3(V_3 - V_2) = C_V(T_2 - T_3)$$

$$p_3 V_3 - P_3 V_2 = C_V T_2 - C_V T_3$$

$$p_3 V_3 - \frac{P_2}{2} V_2 = C_V T_2 - C_V T_3$$

$$\nu RT_3 - \frac{1}{2}\nu RT_2 = \frac{3}{2}\nu RT_2 - \frac{3}{2}\nu RT_3$$

$$2T_3 - T_2 = 3T_2 - 3T_3$$

$$T_3 = \frac{4}{5}T_2$$

Аналогично для процесса сжатия после возвращения гири на место

$$\frac{2mg}{s}(V_4 - V_3) = C_V(T_3 - T_4)$$

$$p_4(V_4 - V_3) = C_V(T_3 - T_4)$$

$$p_4V_4 - p_4V_3 = C_VT_3 - C_VT_4$$

$$p_4V_4 - 2p_3V_3 = C_VT_3 - C_VT_4$$

$$\nu RT_4 - 2\nu RT_3 = \frac{3}{2}\nu RT_3 - \frac{3}{2}\nu RT_4$$

$$2T_4 - 4T_3 = 3T_3 - 3T_4$$

Отсюда можно найти T_4

$$T_4 = \frac{7}{5}T_3 = \frac{28}{25}T_2$$

$$T_4 - T_2 = \frac{3}{25}T_2$$

Здесь, $T_2 = T_1 = T_0\left(\frac{3}{5} + \frac{2}{5}\frac{2mg}{p_0S}\right)$.

Содержание	**Баллы**
Часть 1	
$2mg - PS = 2ma$	**0,5**
$a = 0$	**0,5**
$2mg\dfrac{V_0 - V}{S} = \dfrac{3}{2}\dfrac{p_0V_0}{T_0}(T - T_0) + \dfrac{2mv^2}{2}$	**1**
$\dfrac{p_0V_0}{T_0} = \dfrac{pV}{T}$	**1**
$p_1 = \dfrac{2mg}{S}$	**1**
$V_1 = V_0\left(\dfrac{2}{5} + \dfrac{3}{5}\dfrac{p_0S}{2mg}\right), T_1 = T_0\left(\dfrac{3}{5} + \dfrac{2}{5}\dfrac{2mg}{p_0S}\right)$	**1**
$p_3 = \dfrac{mg}{S}, p_2 = p_4 = \dfrac{2mg}{S}$	**0,5**
$p_2 = p_4 = 2p_3$	**0,5**

$\frac{mg}{s}(V_3 - V_2) = C_V(T_2 - T_3)$	**1**
$T_3 = \frac{4}{5}T_2$	**1**
$\frac{2mg}{s}(V_4 - V_3) = C_V(T_3 - T_4)$	**0.5**
$T_4 = \frac{28}{25}T_2$	**0.5**
$T_4 - T_2 = \frac{3}{25}T_0\left(\frac{3}{5} + \frac{2}{5}\frac{2mg}{p_0 S}\right)$	**1**
Итого	**10,0**

Задача_3.

Из второго закона Ньютона найдем ускорение точки массы m

$$a_1 = -k\frac{q^2}{mr^2} + \frac{qE}{m}$$

и ускорение точки массы M

$$a_2 = k\frac{q^2}{Mr^2} + \frac{qE}{M}$$

Здесь r — расстояние между точками, $k = 1/(4\pi\varepsilon_0)$, за положительное выбрано направление от m к M. Найдем относительное ускорение точек:

$$a_{\text{отн}} = a_2 - a_1 = k\frac{q^2}{r^2}\frac{M+m}{Mm} - qE\frac{M-m}{Mm}$$

Таким же уравнением описывается движение точечного заряда q массой μ = (M + m)/(Mm), находящегося в поле неподвижного точечного заряда q и в однородном поле $-E_1 = -E(M - m)/(M + m)$. Будем рассматривать эту эквивалентную задачу. Потенциальная энергия заряда:

$$U(r) = k\frac{q^2}{r} + qE_1 r$$

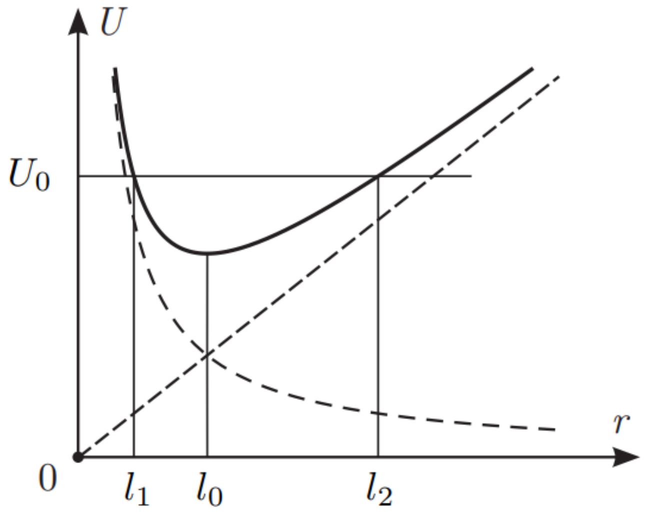

Рис. 1.

Из графика зависимости U(r) (рис. 1) видим, что движение заряда происходит в ограниченной области $l_1 \leqslant r \leqslant l_2$; l_1 и l_2 — корни уравнения

$$U_0 = k\frac{q^2}{r} + qE_1 r$$

или

$$r^2 - \frac{U_0}{qE_1}r + \frac{kq}{E_1} = 0$$

По теореме Виета произведение корней не зависит от U_0 и равно $l_1 l_2 = l_0^2$, где $l_0 = \sqrt{kq/E_1}$. Таким образом, получаем, что если начальное расстояние l меньше, чем l_0, то расстояние между зарядами будет увеличиваться до максимального значения l_0^2/l, а затем уменьшаться. Если же $l < l_0$, то начальное расстояние и будет максимальным. При $l = l_0$ расстояние между зарядами меняться не будет.

Ответ: максимальное расстояние между зарядами равно l при $l \geqslant \sqrt{kq/E_1}$и равно kq/lE_1при $l < \sqrt{kq/E_1}$.

Содержание	**Баллы**
Написал ускорения тел: $a_1 = -k\frac{q^2}{mr^2} + \frac{qE}{m}$ $a_2 = k\frac{q^2}{Mr^2} + \frac{qE}{M}$	**0,5** **0,5**
Нашёл относительное ускорение $a_{\text{отн}} = a_2 - a_1 = k\frac{q^2}{r^2}\frac{M+m}{Mm} - qE\frac{M-m}{Mm}$	**1**
Привел аналогию с движением точечного заряда массой μ, находящегося в поле неподвижного точечного заряда q и в однородном поле $-E_1$ μ = (M + m)/(Mm) $-E_1 = -E(M - m)/(M + m)$	**0,5** **0,5**
Потенциальная энергия заряда:$U(r) = k\frac{q^2}{r} + qE_1 r$ Нарисовал график $U(r)$	**1** **0,5**
$U_0 = k\frac{q^2}{r} + qE_1 r$	**0,5**
Написал квадратное уравнение для r и нашел корни: $r^2 - \frac{U_0}{qE_1}r + \frac{kq}{E_1} = 0$	**1**
l при $l \geqslant \sqrt{kq/E_1}$ kq/lE_1при $l < \sqrt{kq/E_1}$.	**1** **1**
Итого	**8,0**

Задача_4. 1) Тепло Q_2, выделившееся в схеме после размыкания ключа, равно энергий конденсатора в момент размыкания:

$$Q_2 = \frac{q_C^2}{2C}, \qquad \text{откуда } q_C = \sqrt{2CQ_2} = 3{,}46 \text{ мКл.}$$

Полное тепло равно работе источника:

$$Eq_E = Q_1 + Q_2, \qquad \text{откуда } q_E = \frac{Q_1+Q_2}{E} = 3{,}74 \text{ мКл}$$

Через резистор R протек заряд $q_R = q_E - q_C = \frac{Q_1+Q_2}{E} - \sqrt{2CQ_2} = 0{,}28$ мКл

2) При замкнутом ключе в произвольный момент времени справедливо следующее: из второго правила Кирхгофа равенство:

$$E = I_R R \quad + I_r r$$

Домножив его на малое время Δt , получим связь протекших за это время зарядов:

$$E\Delta t = RI_R\Delta t \quad + rI_r\Delta t = R\Delta q_R + r\Delta q_r$$

Просуммировав подобные равенства за вс   ё время до размыкания ключа, получим:

$$Et = Rq_R \quad + rq_r$$

откуда с учетом $q_R \quad = q_E$ получаем

$$t = \frac{Rq_R \quad + rq_E}{E} = \frac{R \quad + r}{E^2}(Q_1 + Q_2) - \frac{R}{E}\sqrt{2CQ_2} = 65{,}2 \text{ с}$$

Содержание	**Баллы**
$Q_2 = \dfrac{q_C^2}{2C}$ $q_C = \sqrt{2CQ_2} = 3{,}46$ мКл	**0,5** **0,5**
$Eq_E = Q_1 + Q_2$ $q_E = \dfrac{Q_1 + Q_2}{E} = 3{,}74$ мКл	**0,5** **0,5**
$q_R = q_E - q_C = \dfrac{Q_1 + Q_2}{E} - \sqrt{2CQ_2} = 0{,}28$ мКл	**1**
Использует правила Кирхгофа $E = I_R R \quad + I_r r$	**0,5** **0,5**
$E\Delta t = RI_R\Delta t \quad + rI_r\Delta t = R\Delta q_R + r\Delta q_r$	**1**
$Et = Rq_R \quad + rq_r$	**1**
$q_R \quad = q_E$ $t = \frac{Rq_R \quad + rq_E}{E} = \frac{R \quad + r}{E^2}(Q_1 + Q_2) - \frac{R}{E}\sqrt{2CQ_2} = 65{,}2$ с	**0,5** **0,5**
Итого	**6,0**