

11 сынып

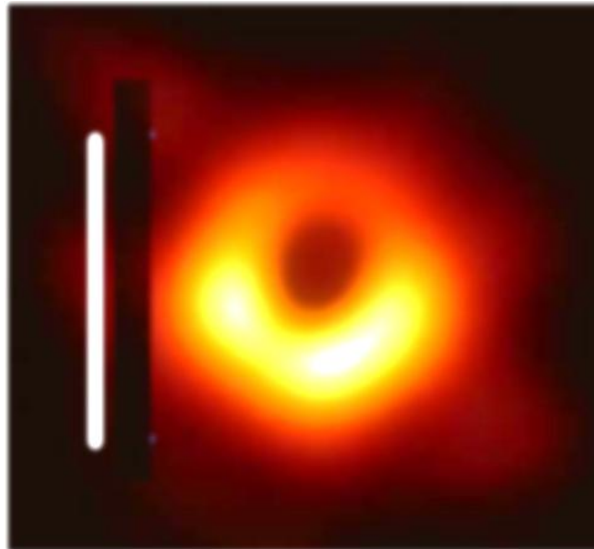
Есеп 1. Астрофизика жайлы не білесіз? (10,0 ұпай)

Қара құрдымның ашылуы

Жүз жыл бұрын Альберт Эйнштейн гравитацияның геометриялық табиғатын сипаттайтын, өзінің жалпы салыстырмалық теориясын ашты. Көп кешікпей басқа атақты ғалым, Шварцшильд, гравитациялық өріс үшін Эйнштейн теңдеулерін шешіп, астрономиялық объектілерге критикалық радиус тән екенін түсінді, бұл кезде гравитацияның күшті болатыны соншалық, тіпті жарық оны тастап кете алмайды. Бұл критикалық радиусты Шварцшильд радиусы деп атайды және ол қара құрдымның оқиғалар көкжиегін анықтайды. Сандық есептеулерде келесі тұрақтыларды белгілі деп есептеңіз: гравитациялық тұрақты $G = 3,674 \cdot 10^{-11} \text{Н} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{кг}^{-2}$, жарық жылдамдығы $c = 2,998 \cdot 10^8 \text{м/с}$, Планк тұрақтысы $\hbar = 1,055 \cdot 10^{-34} \text{Дж} \cdot \text{с}$, Больцман тұрақтысы $k_B = 1,381 \cdot 10^{-23} \text{Дж/К}$.

3.1 Массасы M қара құрдым үшін Шварцшильд радиусының формуласын жазыңыз, ол оның өлшемдерінен әлдеқайда үлкен шама деп ескеріңіз.

2019 жылдың 10 сәуірінде, ыстық газбен қоршалған және Мессье 87 (M87) галактикасының центрінде орналасқан қара құрдымның бірінші кескіні жарияланды, суретті қараңыз. Бұл жүйенің аспанда көрінетін бұрыштық өлшемі $\theta = 40,0$ микросекунд (суретте ақ түсті сызықпен шектелген) және Жерден $L = 55,0$ миллион жарық жылы қашықтықта орналасқан.



3.2 Оқиғалар көкжиегінің телескопы, айқындауға, ұзындығы $\lambda = 1,30$ мм болатын радиотолқындарды қолданғанын ескере отырып, M87 жүйесін ажыратуға қажетті радиотелескоп «тәрелкесінің» D минимальды диаметрін есептеңіз.

3.3 Оқиғалар көкжиегінің R радиусын табыңыз.

3.4 Қара құрдымның M массасын табыңыз және де оны $M_S = 1,989 \cdot 10^{30} \text{кг}$ Күн массасы бірлігінде өрнектеңіз.

Космологиялық модельге сәйкес Ғалам, Үлкен жарылыс деп аталатын процестің нәтижесінде, геометриялық өлшемдері өте аз сингулярлық күйден кеңейе бастайды. Осы кезде құрамына галактикалар кіретін объектілердің жылдамдықтары үшін Хаббл заңы орынды болып табылады

$$v = Hr,$$

мұндағы v – бастапқы сингуляр күйге қатысты күйі r векторымен сипатталатын объектінің жылдамдық векторы, ал $H = 2,173 \cdot 10^{-18} \text{с}^{-1}$ – Хаббл тұрақтысы.

3.5 M87 галактикасының көрінетін бөлігінің шекарасында қыздырылған газ шығаратын сәулеленудің λ_0 ақиқат толқын ұзындығын табыңыз.

Сайыстың ұзақтығы 2 сағат/Продолжительность тура 2 часа.

Температурасы T болатын дененің сәуле шығару спектріндегі $u(\omega)$ энергия Планк формуласына сәйкес ω жиілік бойынша үлестірілген

$$u(\omega) \sim \frac{\omega^3}{\exp\left(\frac{\hbar\omega}{k_B T}\right) - 1}.$$

Осы кезде дененің бірлік бетінен шығарылған сәуленің толық қуаты барлық спектр бойынша Стефан-Больцман заңымен анықталады $P = \sigma T^4$, мұндағы $\sigma = 5,670 \cdot 10^{-8} \text{Вт} \cdot \text{м}^{-2} \cdot \text{К}^{-4}$.

3.6 Жерде тіркелген сәуле, оның сәуле шығару спектріндегі максимумға сәйкес келетінін ескере отырып, M87 галактикасының шетіндегі қызған газдың температурасын бағалаңыз және оны қара құрдымның булануының $T_{BH} = \frac{hc^3}{8\pi k_B GM}$ Хокинг температурасында өрнектеңіз.

Ғаламшарлардың жылулық балансы

Ғаламшарлардың жылулық балансы, жанында орналасқан жұлдызбен анықталады. Алайда, кейбір жағдайларда радиация айтарлықтай роль атқарады. Радиусы R қандай-да бір ғаламшар біртекті материалдан тұратын болсын, радиоактивті ыдыраудың нәтижесінде оның бірлік көлемінен бірдей қуат шығарылады, ал бүкіл ғаламшардан шыққан толық қуат W құрайды. Бұл, ғаламшардың центрі мен бетіндегі температуралардың айырымына әкеледі. Осы кезде ғаламшар ішінде бөлінетін жылу, жылуөткізгіштік көмегімен бетіне тасымалданады және де одан кейін жылулық сәуле шығару арқылы қоршаған кеңістікке шығарылады.

Жылуөткізгіштік, материал арқылы жылудың қаншалықты тез өтетіндігін анықтайды. Заттың, бүйір жақ беттерінің температуралар айырымы ΔT болатын, ауданы S және қалыңдығы Δr жұқа тікбұрышты қабатын қарастырайық. Қабаттың бүйірлерінен Δt уақытта өтетін жылу мөлшері ΔQ болсын. Онда, материалдың жылуөткізгіш коэффициенті k келесі түрде анықталады

$$k = \frac{\Delta Q}{\Delta t} \frac{1}{S} \frac{\Delta r}{\Delta T}.$$

Жылуөткізгіш коэффициенті k тек материалдың тегіне ғана тәуелді және де оны алдағы уақытта сыртқы жағдайлар өзгерген кезде де тұрақты болып қалады деп есептеңіз.

3.7 Ғаламшар бетінің тепе-тең T_S температурасы үшін өрнекті табыңыз.

3.8 Ғаламшар центріндегі T_c температурасы үшін өрнекті табыңыз.

11 сынып

Есеп 2. Мұздың еруін зерттеу (10,0 ұпай)

Бұл тәжірибелік есепте мұздың таза судағы және қаныққан ас тұзы ерітіндісіндегі еру процесі зерттелетін болады.

Тәжірибелік жабдықтар: 75 мл көлем белгіленген пластик стақан, электрондық термометр, секундомер, сызғыш, 3 мұз кесегі, тұщы су, ас тұзы ерітіндісі, ас тұзы, бір реет қолданылатын тәрелке.

Қажетті анықтамалық мәліметтер:

Судың (және тұз ерітіндісінің) тығыздықтары $\rho_0 = 1,0 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$;

Мұз тығыздығы $\rho_1 = 0,90 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$;

Судың меншікті жылу сыйымдылығы $c = 4,2 \cdot 10^3 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{град}}$.

Стақандағы су мен қоршаған орта арасындағы жылу алмасу қуаты температуралар айырымына пропорционал деп есептеңіз.

Бөлім 1. Тұщы судағы мұздың еруі.

Есептеулер $t_0 = 18,1^\circ\text{C}$ бөлме температурасында жүргізілген. Бастапқы $\tau = 0$ уақытта бөлме температурасындағы көлемі 75 мл суы бар стақанға массасы шамамен $m_0 \approx 9,0\text{г}$ болатын мұз кесегі салынады. Су температурасының мұздың еру барысындағы уақыттан тәуелділігін өлшеу нәтижелері 1-кестеде келтірілген.

1-кесте

№	$t, ^\circ\text{C}$	$\tau, \text{с}$	№	$t, ^\circ\text{C}$	$\tau, \text{с}$
1	18,0	0	11	12,5	133
2	17,5	18	12	12,0	153
3	16,5	26	13	11,5	182
4	16,0	34	14	11,0	212
5	15,5	41	15	10,5	291
6	15,0	50	16	10,2	353
7	14,5	65	17	10,0	397
8	14,0	79	18	9,8	561
9	13,5	96	19	10,9	996
10	13,0	113			

Тапсырма:

- | |
|--|
| <p>1.1 Алынған тәуелділіктің графигін тұрғызыңыз.</p> <p>1.2 Уақыттың қандай диапазонында мұздың еруі орын алғандығын көрсетіңіз.</p> <p>1.3 Стақанның қоршаған ортамен жылу алмасуын ескермей, берілген тәжірибелік мәліметтер бойынша мұздың меншікті балқу жылуын есептеңіз. Есептеулерде стақандағы су массасы мұз кесегінің массасынан әлдеқайда үлкен деп есептеңіз.</p> |
|--|

Енді сізге, табылған мұздың меншікті балқу жылуының мәнін сыртқы ортамен жылу алмасуды (бүйір қабырғалар, стақан түбі және сұйықтың ашық беті арқылы) ескере отырып нақтылау қажет.

Сайыстың ұзақтығы 2 сағат/Продолжительность тура 2 часа.

РЕСПУБЛИКАНСКИЙ НАУЧНО-ПРАКТИЧЕСКИЙ ЦЕНТР «ДАРЫН»
Республиканская олимпиада. Второй тур, 2020

Жылуалмасу қуаты стакан мен қоршаған ортаның температураларының айырымына пропорционал болғандықтан, берілген жылу мөлшері температураның уақыттан тәуелділік графигінде анықталған аудан арқылы өрнектелуі мүмкін.

Тапсырма:

- 1.4 Графиктегі қандай аудан жылуалмасу арқылы берілетін жылу мөлшеріне пропорционал екендігін көрсетіңіз.
1.5 Қоршаған ортамен жылуалмасуды ескере отырып, мұздың меншікті балқу жылуын есептеңіз.

Бөлім 2. Тұз ерітіндісіндегі мұздың еруі.

Мұздың тұз ерітіндісіндегі еруіне қатысты 1-бөлімдегідей кестелік мәліметтер, төменде 2-кестеде келтірілген.

2-кесте. Су температурасының мұздың еру барысындағы уақыттан тәуелділігін өлшеу нәтижелері

№	$t, ^\circ C$	τ, c	№	$t, ^\circ C$	τ, c
1	16,4	0	8	13,0	156
2	16,0	59	9	12,5	189
3	15,5	68	10	12,0	235
4	15,0	74	11	11,5	358
5	14,5	79	12	11,0	561
6	14,0	92	13	10,5	772
7	13,5	117	14	11,0	961

Тапсырма:

- 2.1 Алынған тәуелділіктің графигін тұрғызыңыз.
2.2 Тұзды судағы мұздың меншікті балқу жылуының жуық мәнін есептеңіз (жылуалмасуды ескермеген кезде).

Ескерту: жылуалмасуды ескере отырып меншікті балқу жылуының мәнін нақтылаудың қажеті жоқ.

Бөлім 3. Тұщы және тұзды судағы еру процесін салыстыру.

Задание:

- 3.1 Осы тәжірибелерде, мұздың меншікті балқу жылуын анықтау қателіктеріне әсер ететін негізгі физикалық факторларды көрсетіңіз.
3.2 Сұйықта мұздың еру жылдамдығы неге тәуелді? Тұзды суда мұз тезірек ериді деп тұжырымдауға болады ма?
3.3 Еру процесінің қандай физикалық сипаттамасы, қысқы уақытта жолдардағы көктайғақты жою үшін тұзды қолдануды ақтайды (немесе не үшін жолдарға тұз себеді)?

Сайыстың ұзақтығы 2 сағат/Продолжительность тура 2 часа.

11 класс

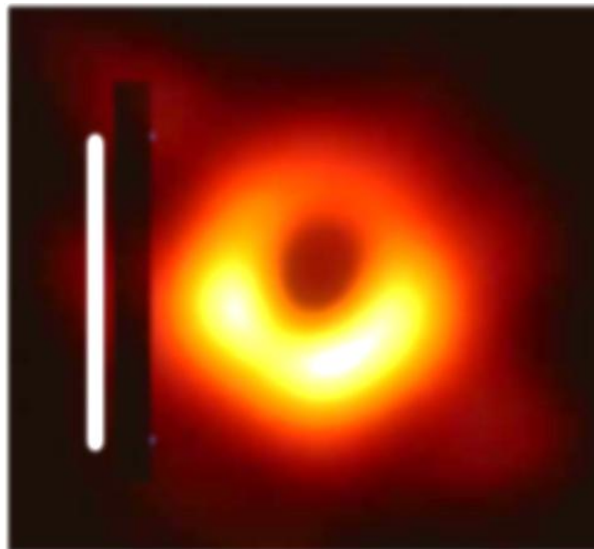
Задача 1. Что вы знаете про астрофизику? (10,0 баллов)

Открытие черной дыры

Столетие назад Альберт Эйнштейн открыл свою общую теорию относительности, описывающую геометрическую природу гравитации. Вскоре после этого другой известный ученый, Шварцшильд, решил уравнения Эйнштейна для гравитационного поля и понял, что для астрономических объектов существует критический радиус, при котором гравитация становится настолько сильной, что даже свет не может их покинуть. Этот критический радиус называется радиусом Шварцшильда и определяет так называемый горизонт событий черной дыры. В численных расчетах считайте известными следующие постоянные: гравитационная постоянная $G = 3.674 \cdot 10^{-11} \text{Н} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{кг}^{-2}$, скорость света $c = 2.998 \cdot 10^8 \text{м/с}$, постоянная Планка $\hbar = 1,055 \cdot 10^{-34} \text{Дж} \cdot \text{с}$, постоянная Больцмана $k_B = 1.381 \cdot 10^{-23} \text{Дж/К}$.

3.1 Запишите формулу для радиуса Шварцшильда черной дыры массой M , считая, что он превышает ее размеры.

10 апреля 2019 года было опубликовано первое изображение черной дыры, окруженной горячим газом и лежащей в центре галактики Мессье 87 (M87), смотрите рисунок. Эта система имеет видимый угловой размер $\theta = 40,0$ микросекунд на небе (ограничен на рисунке белой линией) и находится на расстоянии $L = 55,0$ миллионов световых лет от Земли.



3.2 Учитывая, что телескоп горизонта событий для обнаружения использовал радиоволны длиной $\lambda = 1,30$ мм, рассчитайте минимальный диаметр «тарелки» радиотелескопа D , необходимый для разрешения системы M87.

3.3 Найдите радиус горизонта событий R .

3.4 Найдите массу черной дыры M и выразите ее в единицах массы Солнца $M_s = 1.989 \cdot 10^{30} \text{кг}$.

Согласно космологической модели, Вселенная расширяется из сингулярного состояния, геометрические размеры которого очень малы, в результате процесса, который называется Большим взрывом. При этом для скоростей объектов, к которым относятся и галактики, имеет место закон Хаббла

$$v = Hr,$$

где v – вектор скорости объекта, положение которого относительно первоначального сингулярного состояния характеризуется вектором r , а $H = 2.173 \cdot 10^{-18} \text{с}^{-1}$ – постоянная Хаббла.

3.5 Найдите истинную длину волны излучения λ_0 , излучаемую разогретым газом на границе видимой части галактики M87 в собственной системе отсчета.

Сайыстың ұзақтығы 2 сағат/Продолжительность тура 2 часа.

Энергия $u(\omega)$ в спектре излучения тела с температурой T распределена по частоте ω в соответствии с формулой Планка

$$u(\omega) \sim \frac{\omega^3}{\exp\left(\frac{\hbar\omega}{k_B T}\right) - 1}.$$

При этом полная мощность излучения единицы поверхности тела по всему спектру определяется законом Стефана-Больцмана $P = \sigma T^4$, где $\sigma = 5,670 \cdot 10^{-8} \text{Вт} \cdot \text{м}^{-2} \cdot \text{К}^{-4}$.

3.6 Оцените температуру раскаленного газа на краю галактики M87, считая, что регистрируемое на Земле излучение соответствует максимуму в спектре его излучения и выразите ее в температурах Хокинга $T_{BH} = \frac{hc^3}{8\pi k_B GM}$ испарения черной дыры.

Тепловой баланс планет

Как правило, тепловой баланс планеты определяется звездой, возле которой она расположена. Однако в некоторых случаях существенную роль может играть радиация. Пусть некоторая планета радиуса R состоит из однородного материала, в единице объема которого в результате радиоактивного распада выделяется одинаковая мощность, так что полная выделяемая мощность у всей планеты составляет W . Это приводит к разнице температур в центре и на поверхности планеты. При этом выделяемое внутри планеты тепло переносится на поверхность с помощью теплопроводности и затем испускается в окружающее пространство тепловым излучением.

Теплопроводность определяет то, насколько быстро тепло проходит через материал. Рассмотрим тонкий прямоугольный слой вещества с площадью S и толщиной Δr , торцевые поверхности которого имеют разность температур ΔT . Пусть ΔQ обозначает количество тепла, проходящего через торцы слоя за время Δt . Тогда коэффициент теплопроводности k материала равен

$$k = \frac{\Delta Q}{\Delta t} \frac{1}{S} \frac{\Delta r}{\Delta T}.$$

Коэффициент теплопроводности k зависит только от рода материала и в дальнейшем считайте, что он остается практически постоянным при изменении внешних условий.

3.7 Найдите выражение для равновесной температуры поверхности планеты T_S .

3.8 Найдите выражение для температуры в центре планеты T_C .

Задача 2. Исследование плавления льда (10,0 баллов)

В данной экспериментальной задаче исследован процесс плавления льда в чистой воде и насыщенном растворе поваренной соли.

Экспериментальное оборудование: пластиковый стаканчик с отметкой объема 75 мл, электронный термометр, секундомер, линейка, 3 куска льда, пресная вода, раствор поваренной соли, соль поваренная, одноразовая тарелка.

Необходимые справочные данные:

Плотность воды (и соляного раствора) $\rho_0 = 1,0 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$;

Плотность льда $\rho_1 = 0,90 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$;

Удельная теплоемкость воды $c = 4,2 \cdot 10^3 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{град}}$.

Считайте, что мощность теплообмена между водой в стакане и окружающей средой пропорциональна разности их температур.

Часть 1. Плавление льда в пресной воде.

Измерения проводились при комнатной температуре $t_0 = 18,1^\circ\text{C}$. В момент времени $\tau = 0$ в стакан с водой объемом 75 мл при комнатной температуре поместили кусочек льда, примерной массой $m_0 \approx 9,0\text{г}$. Результаты измерений зависимости температуры воды от времени в течение плавления льда приведены в таблице 1.

Таблица 1.

№	$t, ^\circ\text{C}$	$\tau, \text{с}$	№	$t, ^\circ\text{C}$	$\tau, \text{с}$
1	18,0	0	11	12,5	133
2	17,5	18	12	12,0	153
3	16,5	26	13	11,5	182
4	16,0	34	14	11,0	212
5	15,5	41	15	10,5	291
6	15,0	50	16	10,2	353
7	14,5	65	17	10,0	397
8	14,0	79	18	9,8	561
9	13,5	96	19	10,9	996
10	13,0	113			

Задание:

- 1.1 Постройте график полученной зависимости.
- 1.2 Укажите, в каком временном диапазоне происходило плавление льда.
- 1.3 Пренебрегая теплообменом стакана с окружающей средой, рассчитайте на основании представленных экспериментальных данных удельную теплоту плавления льда. При расчетах можно считать, что масса воды в стакане значительно больше массы кусочка льда.

Теперь вам необходимо уточнить полученное значение удельной теплоты плавления, учитывая теплообмен с окружающей средой (через боковые стенки, дно стакана и свободную поверхность жидкости). Так как мощность теплообмена пропорциональна разности температур стакана и

Сайыстың ұзақтығы 2 сағат/Продолжительность тура 2 часа.

РЕСПУБЛИКАНСКИЙ НАУЧНО-ПРАКТИЧЕСКИЙ ЦЕНТР «ДАРЫН»
Республиканская олимпиада. Второй тур, 2020

окружающей среды, то количество переданной теплоты, может быть выражено через определенную площадь на графике зависимости температуры от времени.

Задание:

- 1.4 Укажите, какая площадь на графике пропорциональна количеству переданной теплоты посредством теплообмена.
- 1.5 Рассчитайте удельную теплоту плавления льда, учитывая теплообмен с окружающей средой.

Часть 2. Плавление льда в растворе соли.

Табличные результаты аналогичные Части 1, для плавления льда в растворе соли, представлены ниже в таблице 2:

Таблица 2. Результаты измерений зависимости температуры воды от времени в течение плавления льда

№	$t, ^\circ\text{C}$	τ, c	№	$t, ^\circ\text{C}$	τ, c
1	16,4	0	8	13,0	156
2	16,0	59	9	12,5	189
3	15,5	68	10	12,0	235
4	15,0	74	11	11,5	358
5	14,5	79	12	11,0	561
6	14,0	92	13	10,5	772
7	13,5	117	14	11,0	961

Задание:

- 2.1 Постройте график полученной зависимости.
- 2.2 Рассчитайте приближенное значение удельной теплоты плавления льда в соленой воде (если пренебречь теплообменом).

Примечание: уточнять значение удельной теплоты плавления с учетом теплообмена не требуется.

Часть 3. Сравнение процесса плавления в пресной и соленой воде.

Задание:

- 3.1 Укажите основные физические факторы, влияющие на погрешность определения удельной теплоты плавления льда в данных экспериментах.
- 3.2 От чего зависит скорость плавления льда в жидкости? Можно ли утверждать, что в соленой воде лед плавится быстрее?
- 3.3 Какая физическая характеристика процесса плавления оправдывает использование соли для устранения гололеда на дорогах в зимнее время (или зачем дороги посыпают солью)?