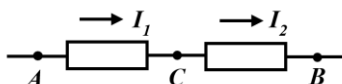


Решение задач. 9-10 класс.

Задача 1. Метод узловых потенциалов (10.0 балла)

3.1 Схема протекания электрического тока показана на рисунке.



Пользуясь тем, что разность потенциалов является, по определению, напряжением, запишем закон Ома для каждого резистора в виде:

$$\varphi_A - \varphi_C = I_1 R_1, \quad (1)$$

$$\varphi_C - \varphi_B = I_2 R_2. \quad (2)$$

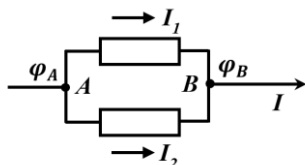
В стационарном режиме протекания тока электрический заряд не может нигде накапливаться, поэтому силы токов в резисторах совпадают, то есть

$$I_1 = I_2, \quad (3)$$

откуда

$$\varphi_C = \frac{\varphi_A R_2 + \varphi_B R_1}{R_1 + R_2} = 3.5 \text{ В}. \quad (4)$$

3.2 Схема протекания электрического тока показана на рисунке.



Закон Ома для каждого из резисторов имеет вид

$$\varphi_A - \varphi_B = I_1 R_1, \quad (5)$$

$$\varphi_A - \varphi_B = I_2 R_2, \quad (6)$$

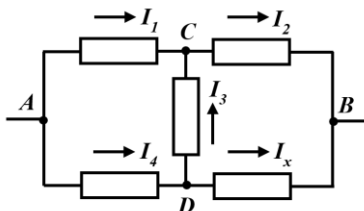
а соответствующие силы токов складываются

$$I = I_1 + I_2. \quad (7)$$

Решая совместно уравнения (5)-(7), получаем

$$\varphi_B = \varphi_A - \frac{I R_1 R_2}{(R_1 + R_2)} = -0.5 \text{ В}. \quad (8)$$

3.3 Схема протекания электрического тока показана на рисунке.



Закон Ома для каждого из резисторов имеет вид

$$\varphi_A - \varphi_C = I_1 R_1, \quad (9)$$

$$\varphi_C - \varphi_B = I_2 R_2, \quad (10)$$

$$\varphi_D - \varphi_C = I_3 R_3, \quad (11)$$

$$\varphi_A - \varphi_D = I_4 R_4, \quad (12)$$

$$\varphi_D - \varphi_B = I_x R_x. \quad (13)$$

Для узлов D и C имеем для силы токов

$$I_4 = I_3 + I_x, \quad (14)$$

$$I_2 = I_1 + I_3. \quad (15)$$

Решая совместно уравнения (9)-(15), получаем

$$\varphi_C = \frac{40\varphi_A + 27\varphi_B}{67} = 3.29 \text{ В}, \quad (16)$$

$$\varphi_D = \frac{19\varphi_A + 48\varphi_B}{67} = 2.35 \text{ В}. \quad (17)$$

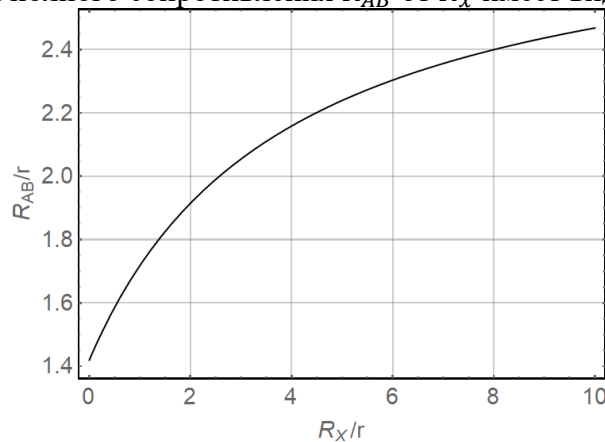
Полное сопротивление определяется выражением

$$R_{AB} = \frac{\varphi_A - \varphi_B}{I_1 + I_4}, \quad (18)$$

откуда

$$R_{AB} = \frac{r(44r + 23R_x)}{(31r + 8R_x)}. \quad (19)$$

График зависимости полного сопротивления R_{AB} от R_x имеет вид, показанный ниже.



3.4 Так как источник увеличивает разность потенциалов, то по сравнению с (1) и (2), в левую часть необходимо добавить э.д.с.

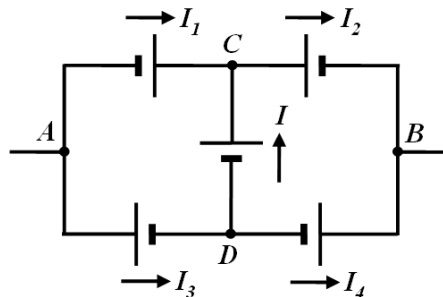
$$\varphi_A - \varphi_B + \mathcal{E} = Ir, \quad (20)$$

При обратной полярности подключения источника, необходимо ставить в (20) $-\mathcal{E}$.

3.5 Система уравнений, описывающих распределения токов в схеме является линейной. Это значит, что для распределения токов от одного источника э.д.с. других источников можно положить равными нулю. Так как сила тока через центральный источник не зависит от потенциалов φ_A и φ_B , а относительно этих точек схема является мостиком Уитстона, то для его баланса необходимо выполнение условия

$$r_1 r_4 = r_2 r_3. \quad (21)$$

3.6 Схема протекания электрического тока показана на рисунке.



Для каждого из источников переписем уравнение (20) в следующем виде

$$\varphi_A - \varphi_C + \mathcal{E}_1 = I_1 r_1, \quad (22)$$

$$\varphi_C - \varphi_B - \mathcal{E}_2 = I_2 r_2, \quad (23)$$

$$\varphi_A - \varphi_D - \mathcal{E}_3 = I_3 r_3, \quad (24)$$

$$\varphi_D - \varphi_B + \mathcal{E}_4 = I_4 r_4, \quad (25)$$

$$\varphi_D - \varphi_C + \mathcal{E} = Ir, \quad (26)$$

Для токов в узлах C и D имеют место соотношения

$$I_3 = I + I_4, \quad (27)$$

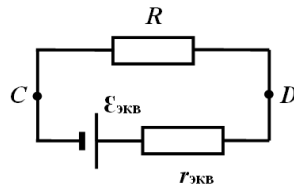
$$I_2 = I_1 + I. \quad (28)$$

Решая совместно систему уравнений (22)-(28) при заданных условиях, получаем

$$\varphi_C = \frac{57\mathcal{E} + 46\varphi_A + 25\varphi_B}{71} = 4.25 \text{ В}, \quad (29)$$

$$\varphi_D = \frac{-35\mathcal{E} + 44\varphi_A + 27\varphi_B}{71} = 2.87 \text{ В}. \quad (30)$$

3.7 Поскольку подключение вольтметра, амперметра и резистора производится между двумя точками C и D , а оставшаяся часть схемы состоит из источников и сопротивлений, то ее всегда можно привести к эквивалентной схеме, показанной ниже.



Тогда для этой схемы при подключении резистора R сила тока будет равна

$$I = \frac{\varepsilon_{\text{экв}}}{R + r_{\text{экв}}}. \quad (31)$$

При подключении идеального вольтметра $R = \infty$, поэтому

$$\varepsilon_{\text{экв}} = U_0, \quad (32)$$

а при подключении идеального амперметра $R = 0$, то есть

$$I_0 = \frac{\varepsilon_{\text{экв}}}{r_{\text{экв}}}. \quad (33)$$

Решая совместно (31)-(33), получим

$$I = \frac{U_0 I_0}{U_0 + I_0 R} = \frac{1}{3} \text{ A}. \quad (34)$$

В принципе можно точно найти выражения для тока точками C и D для заданной схемы и показать, что оно имеет структуру (31).

	Содержание	Баллы	
3.1	Формула (1): $\varphi_A - \varphi_C = I_1 R_1$	0,1	0,6
	Формула (2): $\varphi_C - \varphi_B = I_2 R_2$	0,1	
	Формула (3): $I_1 = I_2$	0,1	
	Формула (4): $\varphi_C = \frac{\varphi_A R_2 + \varphi_B R_1}{R_1 + R_2}$	0,2	
	Численное значение в формуле (4): $\varphi_C = 3,5 \text{ В}$	0,1	
3.2	Формула (5): $\varphi_A - \varphi_B = I_1 R_1$	0,1	0,6
	Формула (6): $\varphi_A - \varphi_B = I_2 R_2$	0,1	
	Формула (7): $I = I_1 + I_2$	0,1	
	Формула (8): $\varphi_B = \varphi_A - \frac{I R_1 R_2}{(R_1 + R_2)}$	0,2	
	Численное значение в формуле (8): $\varphi_B = -0,5 \text{ В}$	0,1	
3.3	Формула (9): $\varphi_A - \varphi_C = I_1 R_1$	0,1	3,3
	Формула (10): $\varphi_C - \varphi_B = I_2 R_2$	0,1	
	Формула (11): $\varphi_D - \varphi_C = I_3 R_3$	0,1	
	Формула (12): $\varphi_A - \varphi_D = I_4 R_4$	0,1	
	Формула (13): $\varphi_D - \varphi_B = I_x R_x$	0,1	
	Формула (14): $I_4 = I_3 + I_x$	0,1	
	Формула (15): $I_2 = I_1 + I_3$	0,1	
	Формула (16): $\varphi_C = \frac{40\varphi_A + 27\varphi_B}{67}$	0,4	
	Численное значение в формуле (16): $\varphi_C = 3,29 \text{ В}$	0,2	
	Формула (17): $\varphi_D = \frac{19\varphi_A + 48\varphi_B}{67}$	0,4	
	Численное значение в формуле (17): $\varphi_D = 2,35 \text{ В}$	0,2	
	Формула (18): $R_{AB} = \frac{\varphi_A - \varphi_B}{I_1 + I_4}$	0,2	

	Формула (19): $R_{AB} = \frac{r(44r+23R_x)}{(31r+8R_x)}$	0,5	
	Построение графика	0,7	
3.4	Формула (20): $\varphi_A - \varphi_B + \varepsilon = Ir$	0,4	0,4
3.5	Формула (21): $r_1 r_4 = r_2 r_3$	0,5	0,5
3.6	Формула (22): $\varphi_A - \varphi_C + \varepsilon_1 = I_1 r_1$	0,2	2,4
	Формула (23): $\varphi_C - \varphi_B - \varepsilon_2 = I_2 r_2$	0,2	
	Формула (24): $\varphi_A - \varphi_D - \varepsilon_3 = I_3 r_3$	0,2	
	Формула (25): $\varphi_D - \varphi_B + \varepsilon_4 = I_4 r_4$	0,2	
	Формула (26): $\varphi_D - \varphi_C + \varepsilon = Ir$	0,2	
	Формула (27): $I_3 = I + I_4$	0,1	
	Формула (28): $I_2 = I_1 + I$	0,1	
	Формула (29): $\varphi_C = \frac{57\varepsilon + 46\varphi_A + 25\varphi_B}{71}$	0,4	
	Численное значение в формуле (29): $\varphi_C = 4.25$ В	0,2	
	Формула (30): $\varphi_D = \frac{-35\varepsilon + 44\varphi_A + 27\varphi_B}{71}$	0,4	
	Численное значение в формуле (30): $\varphi_D = 2.87$ В	0,2	
3.7	Эквивалентная схема	1,0	2,2
	Формула (31): $I = \frac{\varepsilon_{\text{ЭКВ}}}{R + r_{\text{ЭКВ}}}$	0,2	
	Формула (32): $\varepsilon_{\text{ЭКВ}} = U_0$	0,2	
	Формула (33): $I_0 = \frac{\varepsilon_{\text{ЭКВ}}}{r_{\text{ЭКВ}}}$	0,2	
	Формула (34): $I = \frac{U_0 I_0}{U_0 + I_0 R}$	0,4	
	Численное значение в формуле (34): $I = \frac{1}{3}$ А	0,2	
Итого			10,0

Решение задач. 11 класс.

Задача 1. Что вы знаете про астрофизику? (10.0 балла)

Открытие черной дыры

3.1 Выход из гравитационного поля сферического тела возможен тогда, когда скорость объекта превышает вторую космическую, которая определяется выражением:

$$v = \sqrt{\frac{2GM}{R}}. \quad (1)$$

Рассматривая фотоны как классические объекты, двигающиеся со скоростью света c , получим выражение для радиуса Шварцшильда

$$R = \frac{2GM}{c^2}. \quad (2)$$

3.2 Существует дифракционный предел углового разрешения любого объекта, который определяется длиной электромагнитной волны и размерами инструмента наблюдения, в данном случае «тарелки», и имеет вид

$$\theta \approx \frac{\lambda}{D}. \quad (3)$$

Эта формула дает ответ в радианах. Чтобы преобразовать 40 микросекунд в радианы, получим:

$$\theta \approx 40 \times 10^{-6} \text{ угловых секунд} = 1.939 \times 10^{-10} \text{ рад}. \quad (4)$$

Таким образом, необходимый диаметр радиотелескопа для разрешения этой системы равен

$$D = \frac{\lambda}{\theta} \approx 6,70 \cdot 10^6 \text{ м}. \quad (5)$$

В реальности радиотелескоп для наблюдения объекта М87 представляет собой разные радиотелескопы расположенные в удаленных точках на поверхности Земли.

3.3 Учитывая, что угловой размер черной дыры М87 очень мал, а расстояние для нее очень велико, то размер видимый диаметр объекта можно рассчитать по формуле

$$D_0 = L\theta \quad (6)$$

Свет проходит за год расстояние:

$$1 \text{ св. г.} = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с} \cdot 365.25 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 \text{ с} = 9.46 \times 10^{15} \text{ м}, \quad (7)$$

Учитывая, что диаметр горизонта событий, определяемый по фотографии в условии как темная область в центре, в

$$k = 2,5 \text{ раза} \quad (8)$$

меньше видимого диаметра объекта, то радиус горизонта событий черной дыры определяется как

$$R = \frac{D_0}{2k} = \frac{L\theta}{2k} = 2,02 \cdot 10^{13} \text{ м} \quad (9)$$

3.4 Из формулы (2) находим массу черной дыры

$$M = \frac{Rc^2}{2G} \quad (10)$$

и выражаем ее в единицах массы Солнца

$$\frac{M}{M_S} = \frac{1,36 \cdot 10^{40} \text{ кг}}{1,989 \cdot 10^{30} \text{ кг}} = 6,83 \cdot 10^9 \quad (11)$$

3.5 Рассмотрим два объекта, положение которых относительно сингулярности характеризуется векторами \mathbf{r}_1 и \mathbf{r}_2 . Скорости эти объектов по закону Хаббла равны

$$\mathbf{v}_1 = H\mathbf{r}_1, \quad (12)$$

$$\mathbf{v}_2 = H\mathbf{r}_2, \quad (13)$$

соответственно.

Поэтому скорость одного объекта относительно другого равна

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2 = H(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2), \quad (14)$$

а следовательно галактика М87 удаляется от нас с относительной скоростью

$$v = HL. \quad (15)$$

Скорость галактики М87 приводит к красному смещению, которое, согласно эффекту Доплера определяется выражением

$$\frac{\lambda - \lambda_x}{\lambda_x} = \frac{v}{c}. \quad (16)$$

К красному смещению приводит также наличие гравитационного поля черной дыры. Гравитационная масса фотона по принципу эквивалентности равна

$$m_{ph} = \frac{\hbar\omega}{c^2}, \quad (17)$$

а сила гравитации, действующая на фотон на расстоянии r от черной дыры, равна по закону Ньютона

$$F = G \frac{m_{ph}M}{r^2}. \quad (18)$$

Закон сохранения энергии для движения фотона записывается в виде

$$\hbar d\omega = -Fdr, \quad (19)$$

откуда

$$\frac{d\omega}{\omega} = -\frac{GM}{c^2} \frac{dr}{r^2}. \quad (20)$$

Частота фотона связана с длиной волны формулой

$$\omega = \frac{2\pi c}{\lambda}, \quad (21)$$

подстановка которой в (21) с последующим интегрированием дает формулу

$$\lambda_x = \lambda_0 \exp\left(\frac{GM}{c^2 R}\right). \quad (22)$$

Таким образом, наша модель такова: газ излучает волны длиной λ_0 , после этого гравитационное поле приводит к красному смещению до длины волны λ_x , а затем происходит регистрация волн на Земле с учетом эффекта Доплера.

Собирая вместе выражения (16) и (22), находим длины волны света, излучаемого газом

$$\lambda_0 = \frac{\lambda}{\left(1 + \frac{HL}{c}\right)} \exp\left(-\frac{GM}{c^2 R}\right) = 0.786 \text{ мм}. \quad (23)$$

Следует отметить, что главный вклад в красное смещение приносит гравитационное поле черной дыры.

3.6 Согласно условию и формуле (21), энергия в спектре распределена по длинам волн в соответствии с формулой

$$u(\lambda) \sim \frac{\lambda^{-3}}{\exp\left(\frac{2\pi\hbar c}{k_B T \lambda}\right) - 1}. \quad (24)$$

Максимум функции (24) определяется равенством нулю ее производной, что записывается в виде

$$\frac{2\pi\hbar c}{k_B T \lambda} = 3 \left(1 - \exp\left(-\frac{2\pi\hbar c}{k_B T \lambda}\right)\right). \quad (25)$$

Вводя безразмерную величину $y = 2\pi\hbar c/k_B T \lambda$, уравнение (25) переписывается в виде

$$y = 3(1 - \exp(-y)), \quad (26)$$

которое решается методом последовательных приближений и дает

$$y_{min} = 2,82, \quad (27)$$

откуда следует

$$T = \frac{2\pi\hbar c}{k_B \lambda y_{min}} = 6,49 \text{ К}, \quad (28)$$

или в температурах Хокинга

$$\frac{T}{T_{BH}} = 7,19 \cdot 10^{17}. \quad (29)$$

Тепловой баланс планет

3.7 Из закона Стефана-Больцмана и условия теплового баланса следует, что

$$W = \sigma S T_S^4, \quad (30)$$

где

$$S = 4\pi R^2 \quad (31)$$

представляет собой площадь поверхности планеты.

Из уравнений (30) и (31) окончательно находим

$$T_S = \left(\frac{W}{4\pi\sigma R^2}\right)^{1/4}. \quad (32)$$

3.8 Из сферической симметрии следует, что температура зависит только от расстояния до центра планеты, то есть выражение для k можно переписать в виде

$$k = \frac{\Delta Q}{\Delta t} \frac{1}{4\pi r^2} \frac{dr}{dT}. \quad (33)$$

Рассмотрим шар радиуса r , тогда поток тепла через его оболочку зависит от выделяемой внутри мощности, а поскольку планета однородна, то эта мощность определяется выражением

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = W \frac{4\pi r^3}{3} = W \frac{r^3}{R^3}. \quad (34)$$

Подставляя (34) в (33) и проводя интегрирование, получим температуру в центре планеты в виде

$$T_C = T_S + \frac{W}{8\pi k R}. \quad (35)$$

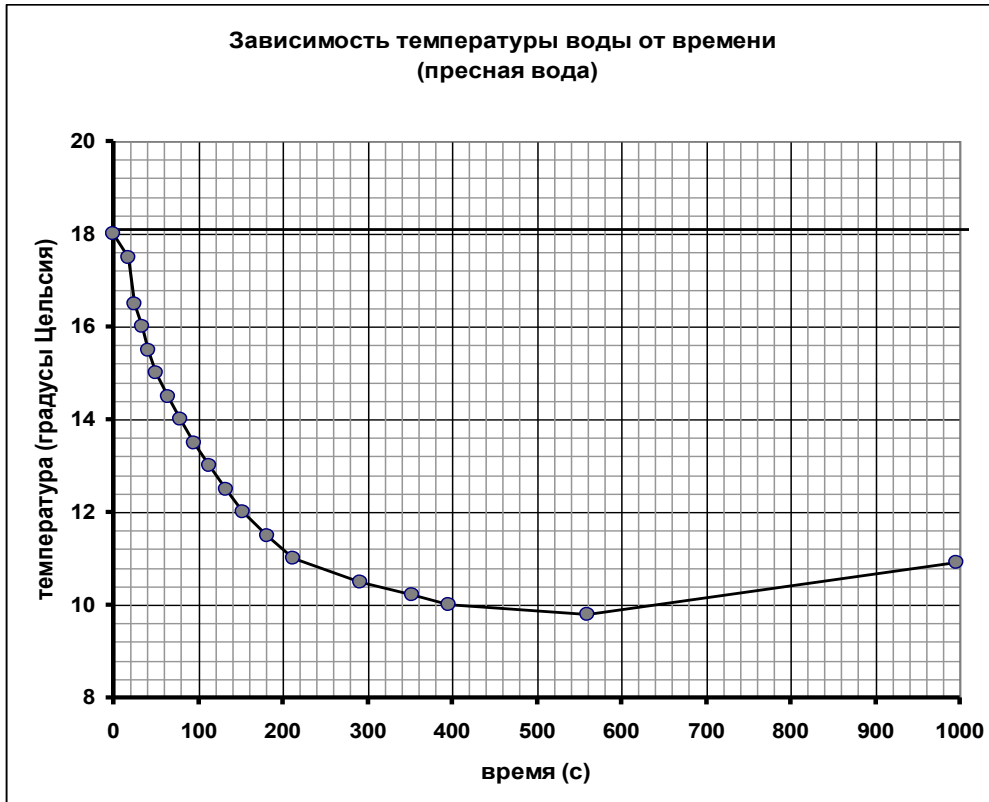
		Содержание	Баллы	
3.1	Формула (1): $v = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$		0,2	0,5
	Формула (2): $R = \frac{2\gamma M}{c^2}$		0,3	
3.2	Формула (3): $\theta \approx \frac{\lambda}{D}$		0,4	1,0
	Формула (4): 1 угловая секунда = $\frac{\pi}{648000}$ рад		0,2	
	Формула (5): $D = \frac{\lambda}{\theta}$		0,2	
	Численное значение формулы (5): $D \approx 6,70 \cdot 10^6$ м		0,2	
3.3	Формула (6): $D_0 = L\theta$		0,3	1,5
	Формула (7): 1 св. г. = $9,46 \cdot 10^{15}$ м		0,3	
	Формула (8): $k = 2,5$ раза		0,3	
	Формула (9): $R = \frac{D_0}{2k} = \frac{L\theta}{2k}$		0,3	
	Численное значение в формуле (9): $R = 2,02 \cdot 10^{13}$ м		0,3	
3.4	Формула (10): $M = \frac{Rc^2}{2G}$		0,1	0,5
	Численное значение в формуле (12): $\frac{M}{M_S} = 6,83 \cdot 10^9$		0,4	
3.5	Доказательство формулы (14): $\mathbf{v} = \mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2 = H(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)$		0,4	3,3
	Формула (15): $v = HL$		0,2	
	Формула (16): $\frac{\lambda - \lambda_x}{\lambda_x} = \frac{v}{c}$		0,4	
	Формула (17): $m_{ph} = \frac{\hbar\omega}{c^2}$		0,3	
	Формула (18): $F = G \frac{m_{ph}M}{r^2}$		0,2	
	Формула (19): $\hbar d\omega = -F dr$		0,2	
	Формула (20): $\frac{d\omega}{\omega} = -\frac{GM}{c^2} \frac{dr}{r^2}$		0,2	
	Формула (21): $\omega = \frac{2\pi c}{\lambda}$		0,2	
	Формула (22): $\lambda_x = \lambda_0 \exp\left(\frac{GM}{c^2 R}\right)$		0,4	
	Формула (23): $\lambda_0 = \frac{\lambda}{\left(1 + \frac{HL}{c}\right)} \exp\left(-\frac{GM}{c^2 R}\right)$		0,4	
	Численное значение в формуле (23): $\lambda_0 = 0,786$ мм		0,4	
3.6	Формула (24): $u(\lambda) \sim \frac{\lambda^{-3}}{\exp\left(\frac{2\pi\hbar c}{k_B T \lambda}\right) - 1}$		0,2	1,6
	Формула (25): $\frac{2\pi\hbar c}{k_B T \lambda} = 3 \left(1 - \exp\left(-\frac{2\pi\hbar c}{k_B T \lambda}\right)\right)$		0,2	

	Формула (26): $y = 3(1 - \exp(-y))$	0,4	
	Формула (27): $y_{min} = 2,82$	0,4	
	Формула (28): $T = \frac{2\pi\hbar c}{k_B \lambda y_{min}}$	0,2	
	Численное значение в формуле (29): $\frac{T}{T_{BH}} = 7,19 \cdot 10^{17}$	0,2	
3.7	Формула (30): $W = \sigma S T_S^4$	0,2	0,6
	Формула (31): $S = 4\pi R^2$	0,2	
	Формула (32): $T_S = \left(\frac{W}{4\pi\sigma R^2}\right)^{1/4}$	0,2	
3.8	Формула (33): $k = \frac{\Delta Q}{\Delta t} \frac{1}{4\pi r^2} \frac{dr}{dT}$	0,4	1,0
	Формула (34): $\frac{\Delta Q}{\Delta t} = W \frac{r^3}{R^3}$	0,2	
	Формула (35): $T_C = T_S + \frac{W}{8\pi k R}$	0,4	
Итого			10,0

Решение экспериментального тура Исследование плавления льда (10 баллов)

Часть 1. Плавление льда в пресной воде.

1.1 График полученной зависимости.



1.2 Судя по графику, плавление льда закончилось, когда температура воды достигла минимального значения, т.е. в момент времени $\tau = 561\text{ с}$.

Допустимо также считать, что плавление началось не в начальный момент времени, а при $\tau = 18\text{ с}$, потому, что в этой точке скорость уменьшения температуры заметно возросла.

1.3 За время плавления льда температура воды понизилась от $t_1 = 18^\circ\text{C}$ до $t_2 = 9,8^\circ\text{C}$. Если пренебречь теплообменом, то вся теплота, выделившаяся при остывании воды пошла на плавление льда. В этом случае уравнение теплового баланса имеет вид

$$cm(t_1 - t_2) = \lambda m_0, \quad (1)$$

где $m = 75\text{ г}$ - масса воды в стакане, λ - удельная теплота плавления льда.

Из этого уравнения следует формула для расчета удельной теплоты плавления льда

$$\lambda = \frac{cm(t_1 - t_2)}{m_0}. \quad (2)$$

Подстановка численных значений приводит к результату

$$\lambda = \frac{cm(t_1 - t_2)}{m_0} = \frac{4,2 \cdot 10^3 \cdot 75 \cdot 10^{-3} (18,0 - 9,8)}{9 \cdot 10^{-3}} = 2,9 \cdot 10^5 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}. \quad (3)$$

1.4 Прежде всего отметим, что в данном случае поток теплоты направлен из воздуха в воду, т.к. температура воды меньше, чем температура окружающей среды.

Мощность потока теплоты пропорциональна разности температур, поэтому может быть представлена в виде

$$P = \beta(t_0 - t). \quad (4)$$

Так как температура воды в стакане постоянно изменяется, то необходимо разбить весь промежуток времени на малые интервалы $\Delta\tau_i$ и просуммировать по всем малым интервалам:

$$Q = \sum_i \beta(t_i - t_0)\Delta\tau_i = \beta \sum_i (t_i - t_0)\Delta\tau_i. \quad (5)$$

Последняя сумма численно равна площади между кривой зависимости $t(\tau)$ и горизонтальной прямой $t = t_0$.

Для определения коэффициента пропорциональности следует воспользоваться данными по нагреванию воды (после того, как весь лед расплавился). На рисунке показано разбиение требуемых площадей на интервалы. Площадь трапеции $A_4A_5B_5B_4$ (участок нагрева) численно равна

$$S_0 \approx 3370 \text{ град} \cdot \text{с}$$

Этой площади соответствует нагрев воды на $(\Delta t)_2 = 1,1^\circ\text{C}$. Площадь криволинейной трапеции $A_0A_4B_4$ (этап остывания вследствие плавления) равна

$$S = 3660 \text{ град} \cdot \text{с} \quad (6)$$

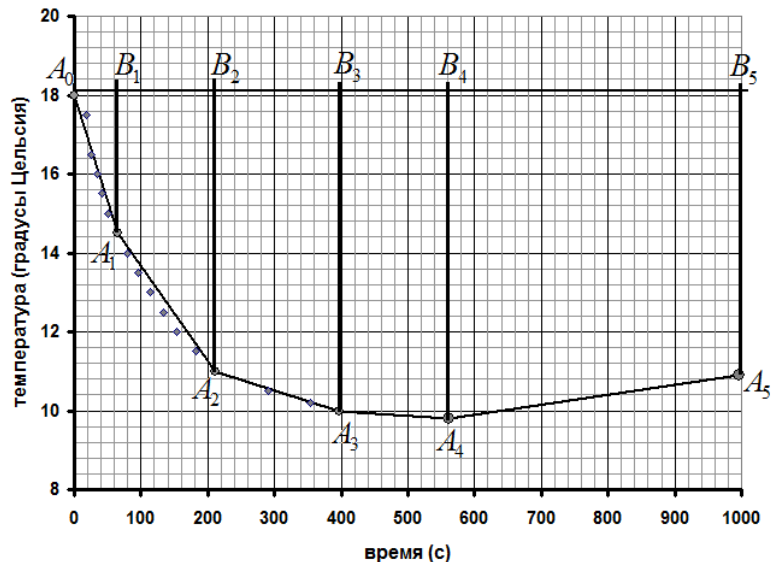
Количество поступившей на этом этапе теплоты эквивалентно нагреву воды на величину

$$(\Delta t)_1 = \frac{S}{S_0} (\Delta t)_2 \approx 1,08^\circ\text{C}. \quad (7)$$

1.5 Можно также сразу заметить, что эти площади примерно равны, поэтому можно считать, что за время плавления вода получила такое же количество теплоты, какое и отдала на этапе нагрева после окончания плавления. Иными словами, для уточнения значения удельной теплоты плавления к разности температур необходимо прибавить величину $(\Delta t)_1$. Такой пересчет приводит к уточненному значению удельной теплоты плавления

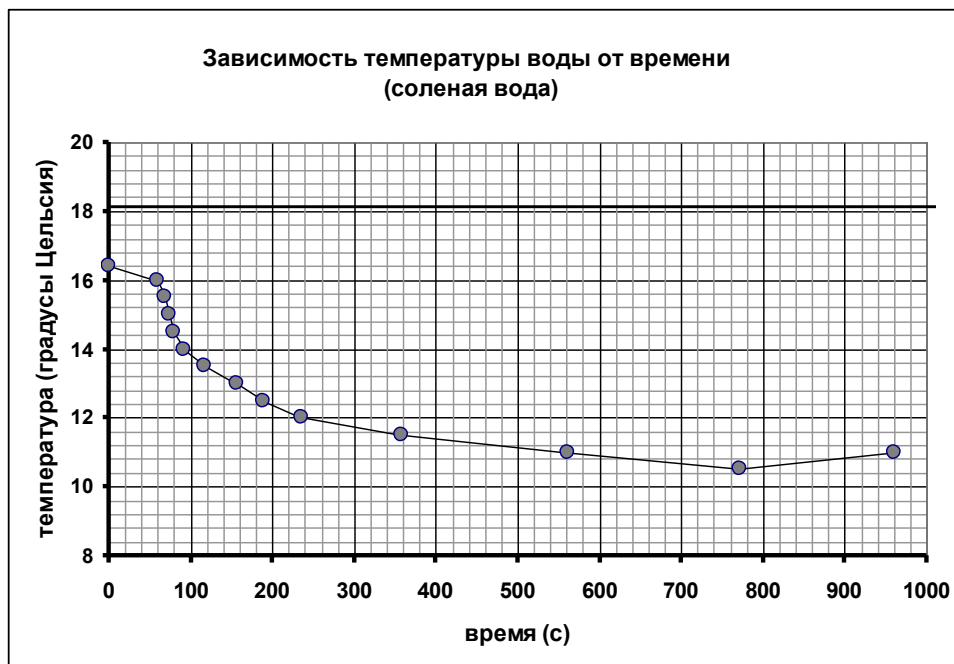
$$\lambda = \frac{cm(t_1 - t_2 + (\Delta t)_1)}{m_0} = \frac{4,2 \cdot 10^3 \cdot 75 \cdot 10^{-3} (18,0 - 9,8 + 1,1)}{9 \cdot 10^{-3}} = 3,3 \cdot 10^5 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}. \quad (8)$$

Это очень близко к табличному значению.



Часть 2. Плавление льда в растворе соли.

2.1 График полученной зависимости.



2.2 Приближенное значение удельной теплоты плавления льда в соленой воде (если пренебречь теплообменом).

В этом случае удельная теплота плавления оказывается равной

$$\lambda = \frac{cm(t_1 - t_2)}{m_0} = \frac{4,2 \cdot 10^3 \cdot 75 \cdot 10^{-3} (16 - 10,5)}{9 \cdot 10^{-3}} = 1,9 \cdot 10^5 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}. \quad (9)$$

Отметим, что в данном случае на графике явно видно, что плавление льда началось «со второй точки», где график резко пошел вниз.

Таким образом, оказывается, что удельная теплота плавления льда в соленой воде значительно меньше, чем в пресной.

Часть 3. Сравнение процесса плавления в пресной и соленой воде.

3.1 Основными причинами возникновения погрешностей измерения удельной теплоты плавления являются:

- неточность определения массы льда;
- сложность определения начала и окончания плавления (следовательно, и изменения температуры воды).

Остальные причины (погрешности измерения температур и времени, большой шаг времени и т.д.) вносят несущественные поправки.

3.2 Скорость плавления льда зависит от многих факторов, главными из которых являются:

- разность температур воды и льда;
- размер кусочка льда (главным образом, площадь его поверхности);
- вязкости жидкости (от нее зависит эффективность перемешивания).

Экспериментальные данные не позволяют утверждать, что в соленой воде лед плавиться быстрее – времена плавления оказываются примерно одинаковыми.

3.3 Поэтому основным фактором влияния на процесс плавления является уменьшение удельной теплоты плавления.

Плавление льда Схема оценивания

Пункт задачи	Содержание	Всего за пункт	Баллы	Оценка
Часть 1. Плавление льда в пресной воде.				
1.1	Построение графика: Оси подписаны и оцифрованы; Нанесены все точки в соответствии с таблицей; Проведена сглаживающая линия;	1,5	0,25 1 0,25	
1.2	По перегибу кривой (или начало измерений) Конец – точка минимума температуры	1	0,5 0,5	
1.3	Значение удельной теплоты: Формула; Численное значение отличие не более 2% (не более 4%, более)	1	0,5 0,5(0,25;0)	
1.4	Правильно указана площадь	0,75	0,75	
1.5	Правильный расчет поправки (расчет площадей, нахождение коэффициента пропорциональности, численное значение поправки)	0,75	0,75 (0,25+0,25+0,25)	
Часть 2. Плавление льда в растворе соли				
2.1	Построение графика: Оси подписаны и оцифрованы; Нанесены все точки в соответствии с таблицей; Проведена сглаживающая линия;	1,5	0,25 1 0,25	
2.2	Приближенное значение удельной теплоты плавления льда в соленой воде (если пренебречь теплообменом) Формула; Численное значение отличие не более 2% (не более 4%, более)	1	0,5 0,5(0,25;0)	
Часть 3 Аналогично части.				
3.1	По 0,25 баллов за каждую правильно названные факторы	0,5	0,25*2	
3.2	По 0,5 баллов за каждую правильно названные факторы	1,5	0,5*3	
3.3	Уменьшение теплоты плавления Увеличение скорости плавления	0,5	0,5 (-0,5)	