Подсказки по методике решения задач:

- Не пишите практически никаких слов. Просто делайте схематические рисунки, визуально обьясняющие основные идеи с обозначением вводимых переменных. Система оценивания построена на поощрении баллами только за ключевые правильно записанные уравнения и идеи, которые можно изобразить схематически. Нет смысла очень подробно описывать логику вашего решения словами. Также лучше не приводить промежуточные вычисления. Системы уравнений предпочтительнее решать на черновике, чтобы не загромождать основное решение.
- Если не можете выразить какую-то переменную, оставьте как есть в предположении, что она известна и решайте системы уравнения до конца с учетом этой переменной. В таком случае убедитесь, что пояснили обозначение значение этого символа.
- Используйте черновик, рисуя и перерисовывая наброски в поисках идей. Для нахождения новых путей решения часто бывает полезно упростить задачу, рассмотрев частные случаи, а затем, осознав основную идею, обобщить ее для предлагаемой ситуации.
- Проверяйте ответ и промежуточные формулы на размерность.
- Используйте отведенное время полностью, даже если вам кажется, что никаких идей больше нет. Очень часто правильный метод решения приходит после долгого обдумывания. Также важно перечитывать условия после написания решения, чтобы убедиться, что найденная вами величина именно та, которую требовалось найти.

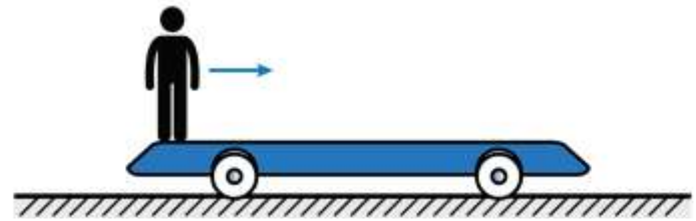
Удачи!

Продолжительность тура – 5 часов

Задача 1. Разминка

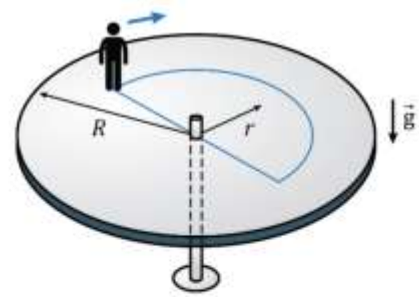
1А. Горизонтальные перемещения [2.0 балла]

Человек массой m перемещается вдоль платформы на колесах, которая может двигаться по горизотальной плоскости без трения



Определите, насколько сдвинется платформа относительно земли, если человек перейдет на противоположный край платформы. Длина платформы L, а ее масса – M.

1В. Перемещения по полуокружности [3.0 балла]



Цилиндрическая платформа радиусом R и равномерно распределенной массой M может вращаться без трения вокруг вертикальной оси. Человек массой m идет по нарисованной на круговой платформе линии, которая имеет вид полуокружности радиусом r. На какой угол θ повернется платформа, когда человек, пройдя по полуокружности, вернется в исходную точку на платформе.

1С. Процесс над газом [2.0 балла]

Над одним молем идеального газа проводят процесс, в котором вначале, в результате понижения температуры при постоянном объеме, давление в сосуде падает в α раз по сравнению с первоначальным. Затем газ нагревают при постоянном давлении до первоначальной температуры T. Определите работу A, совершенную газом в этом процессе.

Анализ размерностей

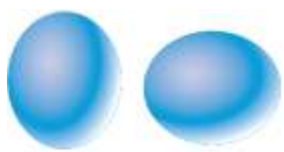
В следующих двух задачах необходимо применить метод размерностей, который заключается в том, что размерности величин с обеих сторон любых правильно записанных уравнений должны быть одинаковыми. Данный метод позволяет оценить порядок величины какого-либо сложного явления, основываясь только лишь на определенных физических характеристиках, которые могут играть роль в рассматриваемом явлении. Например, если мы хотим оценить период колебаний грузика на нитке, то вместо точных расчетов с привлечением дифференциальных уравнений, можно предположить, что, вероятнее всего, период колебаний $T[\text{сек}]$ может зависеть от длины нити L $[\text{м}]$, массы грузика m $[\text{кг}]$ и неких постоянных, таких как ускорение свободного падения $g\left[\frac{\text{м}}{\text{с}^2}\right]$. Исходя из анализа размерностей величин, единственной комбинацией, дающей размерность времени, будет:

$$T[\text{сек}] \sim g^{-0.5}\left[\frac{\text{сек}}{\text{м}^{0.5}}\right] \cdot L^{0.5}[\text{м}] = \alpha\sqrt{\frac{L}{g}}[\text{сек}],$$

где модуль некоторого безразмерного параметра $|\alpha|$ обычно лежит в пределах $[0.1 - 10]$.

1D. Колебания капли [1.0 балла]

На борту космической станции капля воды радиусом $\boldsymbol{R}$ совершает колебания, незначительно меняя эллипсоидную форму так, как показано на рисунке. Оцените период таких колебаний $\boldsymbol{T}$**,** если известно, что поверхностное натяжение воды равно $\boldsymbol{\sigma}$, а ее плотность равна – $\boldsymbol{\rho}$



1E. Критические температуры [2.0 балла]

При определенных условиях, называемых критическими, не наблюдается четкого различия между жидкой и газообразной фазами вещества. Критическая температура $\boldsymbol{T_c}$ и критическое давлением $\boldsymbol{P_c}$, могут быть измерены с болшой точностью. Согласно Теореме о соответственных состояниях, многие параметры газа или жидкости могут быть оценены исходя из ее критических параметров. Так, для коэффициента поверхностного натяжения $\boldsymbol{\sigma}$ большинства жидкостей в большом интервале температур, вплоть до критической, выполняется следующее соотношение:

$$\sigma \sim T_c^x P_c^y \left(1 - \frac{T}{T_c}\right)^z.$$

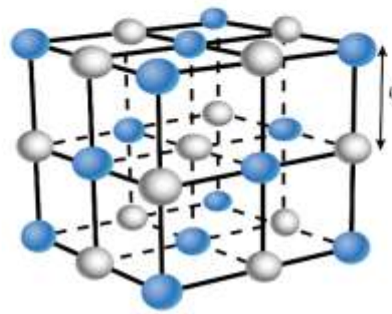
Определите коэффициенты $\boldsymbol{x}$ и $\boldsymbol{y}$

Задача 2. Кристаллы

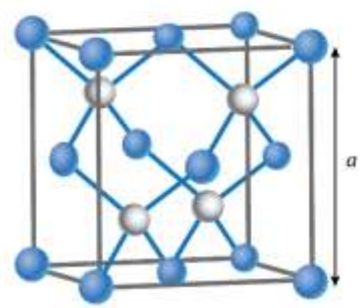
Кристаллы имеют упорядоченную структуру, что позволяет связать их макроскопические свойства, такие как плотность, с микроскопическими параметрами, такими как расстояние между отдельными атомами или ионами.

Часть 2A. Фторид лития LiF [2.0 балла]

Кристалл фторида лития имеет простейшую кубическую структуру с чередующимися ионами лития и фтора. Определите расстояние $\boldsymbol{a}$ между ближайшими ионами кристалла LiF, если плотность этого кристалла $\boldsymbol{\rho} = 2640\,\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$, а молярные массы химических элементов лития и фтора равны $\boldsymbol{\mu_{Li}} = 6.9$ г/моль и $\boldsymbol{\mu_F} = 19.0$ г/моль, соответственно.



Часть 2B. Сульфид цинка ZnS [3.0 балла]

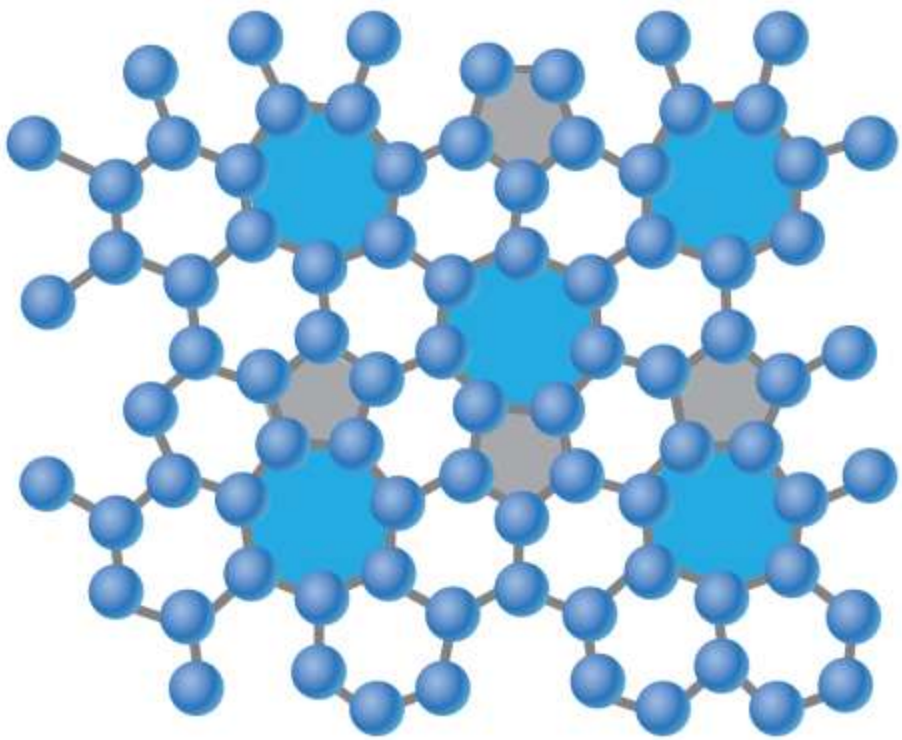


Сульфид цинка имеет более сложную кристаллическую структуру, с атомами цинка, расположенными в вершинах куба со стороной $\boldsymbol{a}$ и по центрам каждой из граней куба. Вдобавок, внутри этого куба вкраплены атомы серы (серые шарики). Плотность такого неорганического соединения равна $\boldsymbol{\rho} = 2635\,\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$, молярные массы цинка и серы $\boldsymbol{\mu_{Zn}} = 65.4$ г/моль и $\boldsymbol{\mu_S} = 32.1$ г/моль, соответственно. Найдите характерное расстояние $\boldsymbol{a}$ кристаллической решетки сульфида цинка.

Часть 2C. Фаграфен [4.0 балла]

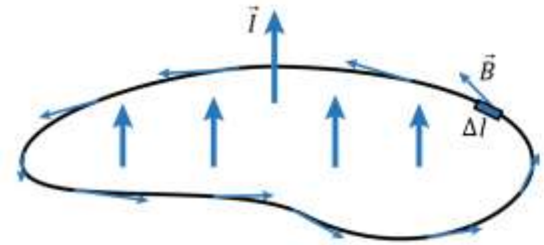
В результате систематического поиска новый устойчивых структур в 2015 году была обнаружена двумерная карбоновая структура, названная «фаграфен» и состоящая из повторяющихся пяти-, шести- и семи-компонентных углеродных колец. Часть такой бесконечной двумерной структуры изображена далее, с выделенными 5-элементными и 7-ми элементными кольцами.

Подобные двумерные структуры характеризуются параметром $\boldsymbol{\sigma}$, который является поверхностной плотностью (масса единицы площади двумерного вещества). Найдите поверхностную плотность фаграфена $\boldsymbol{\sigma}$, если известно, что расстояние между атомами углерода в данной структуре равно $\boldsymbol{l} = 1.5 \cdot 10^{-10}\text{м}$, а масса одного атома углерода равна $\boldsymbol{m} = 2.0 \cdot 10^{-23}\text{кг}$.



Задача 3. Закон Ампера о циркуляции

Теорема Ампера или закон Ампера о циркуляции магнитного поля гласит, что суммирование произведения индукции магнитного поля $\vec{\boldsymbol{B}}$ по замкнутой кривой, разбитой на небольшие отрезки длиной $\Delta\boldsymbol{l}$, пропорционально суммарному току $\boldsymbol{I}$, заключенному внутри контура



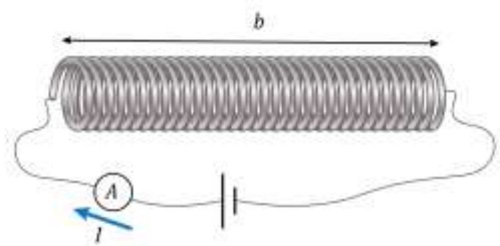
$$\oint \vec{B}\Delta\vec{l} = \mu_0 I.$$

3A. Бесконечный прямой провод [0.5 балла]

Найдите индукцую магнитного поля $\boldsymbol{B}$ на расстоянии $\boldsymbol{r}$ от бесконечного прямого провода, по которому течет ток $\boldsymbol{I}$.

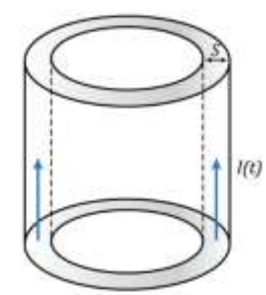
3B. Длинный соленоид [0.5 балла]

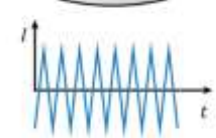
Соленоид представляет собой пружину с плотно прижатыми витками, по которым течет ток $\boldsymbol{I}$. Найдите индукцию магнитного поля внутри соленоида $\boldsymbol{B}$, если известно, что поле снаружи соленоида отсутствует, а суммарное количество витков спирали равно $\boldsymbol{N}$ при общей длине соленоида $\boldsymbol{b}$.



3C. Скин-эффект [4.0 балла]

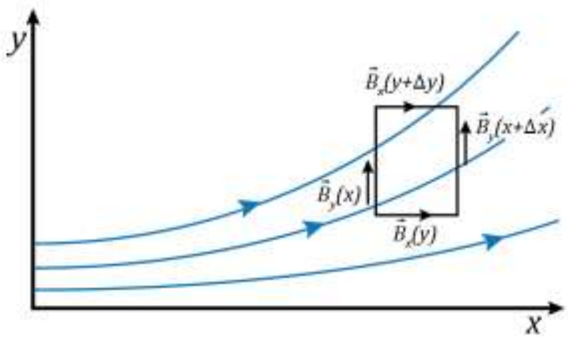
Если переменный ток $\boldsymbol{I}$ большой частоты течет по проводнику, то ток будет как бы скользить по поверхности проводника, проникая внутрь на небольшое расстояние $\boldsymbol{s}$, в то время как внутри проводника не будет наблюдаться ни электрического, ни магнитного полей. Этот феномен называется «скин-эффект» (англ. skin – кожа). Оцените толщину слоя $\boldsymbol{s}$, по которому течет ток с частотой $\boldsymbol{\omega} = \mathbf{10^7}\text{с}^{-1}$, если удельное сопротивление вещества равна $\boldsymbol{\rho} = \mathbf{2.7 \cdot 10^{-8}}\text{Ом} \cdot \text{м}$, а магнитная проводимость проводника равна $\boldsymbol{\mu} = \mathbf{1.0}$.

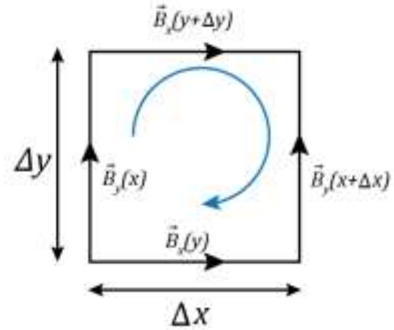




Небольшая подсказка для следующих пунктов:

Теорема Ампера о циркуляции магнитного поля может быть также полезна тогда, когда непосредственного тока в системе не наблюдается, то есть $\boldsymbol{I} = 0$. Так, например, можно выделить замкнутый контур с бесконечно малыми сторонами $\Delta\boldsymbol{x}$ и $\Delta\boldsymbol{y}$, который не ограничивает линии тока.





По теореме Ампера для такого контура:

$$\oint \vec{B}\Delta\vec{l} = \mu_0 I = 0$$

Для выбранного прямоугольного контура это запишется как

$$B_x(y+\Delta y)\cdot\Delta x - B_y(x+\Delta x)\cdot\Delta y - B_x(y)\cdot\Delta x + B_y(x)\cdot\Delta y = 0.$$

Перегруппировав составляющие последнего уравнения, получим

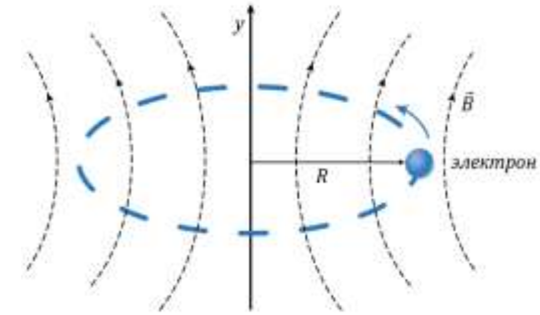
$$\frac{B_x(y+\Delta y)-B_x(y)}{\Delta y} = \frac{B_y(x+\Delta x)-B_y(x)}{\Delta x}.$$

В пределе бесконечно малых величин это эквивалентно следующему выражению:

$$\boxed{\frac{dB_x}{dy} = \frac{dB_y}{dx}}.$$

3D. Колебания в бетатроне [3.0 балла]

Благодаря аксиально симметричному магнитному полю, электроны в бетатроне вращаются по устойчивым орбитам. Вертикальная составляющая магнитного поля $\boldsymbol{B_y}$ в бетатроне в зависимости от расстояния до оси симметрии r может быть описана следующим уравнением:



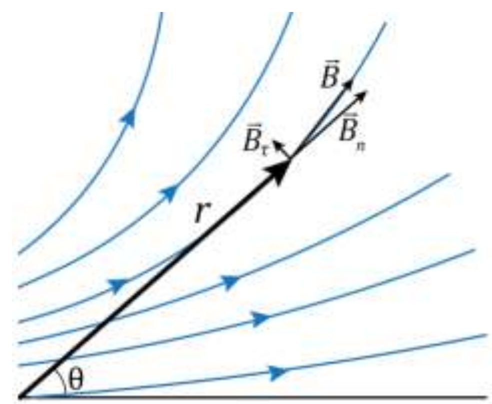
$$B_y = B_0\sqrt{\frac{R}{r}},$$

где $\boldsymbol{R}$ – радиус устойчивой орбиты, соответствующей положению $y = 0$; $\boldsymbol{B_0}$ – некая известная постоянная величина.

Определите период колебаний $\boldsymbol{T_y}$ электрона в бетатроне в вертикальном направлении вблизи устойчивой орбиты. Массу электрона $\boldsymbol{m_e}$ и его заряд $\boldsymbol{e}$ считайте известными. Любыми релятивистскими эффектами можно пренебречь.

3E. Соотношение компонентов магнитного поля [3.0 балла]

В некоторой области пространства линии магнитного поля могут быть охарактеризованы двумя компонентами в виде



$$B_r = \frac{a\cos^2\theta}{r^5};\ B_\tau = \frac{b\sin 2\theta}{r^5},$$

где B_r и B_τ – нормальная и тангенциальная составляющие поля в полярной системе координат, в которой координаты задаются расстоянием r до некоторой точки отсчета и углом θ, отсчитываемым от некой горизонтальной оси. Найдите соотношение $\gamma = a/b$ для данного поля, где a и b некоторые неизвестные константы.