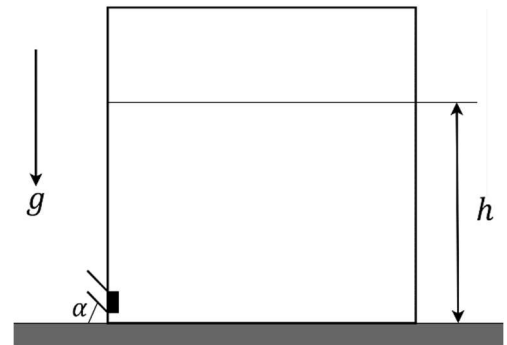


Задача 1. «Солянка» (10.0 балла)

Эта задача состоит из трех независимых частей.

Часть 1.1 (3.0 балла)

Широкий цилиндрический сосуд, имеющий пренебрежимо малую массу и площадь поперечного сечения дна S , покоится на шероховатой горизонтальной поверхности стола. У самого дна в боковой стенке проделано отверстие сечением s , которое направлено под углом α к горизонту и в начальный момент закрыто пробкой. В сосуд начинают наливать воду и когда ее уровень достигает некоторой высоты, пробка вылетает. Определите минимальный коэффициент трения между поверхностью стола и дном сосуда, при котором последний остается в состоянии покоя.



Часть 1.2 (3.5 балла)

Два длинных куска проволоки, изготовленные из одинакового материала, имеют одинаковую длину и отличающиеся в два раза диаметры. Проволоки последовательно подключают к батарее. Найдите отношение их удлинений, если теплоотдача с единицы поверхности вследствие поверхности пропорциональна квадрату разности температур между проволоками и окружающим воздухом.

Часть 1.3 (3.5 балла)

Человек рассматривает свое собственное изображение в плоскопараллельной пластине толщиной $h = 15$ см, изготовленной из стекла с показателем преломления $n = 1.5$. При этом он наблюдает целый ряд изображений своего лица, отстоящих на одинаковом расстоянии L друг от друга. Найдите L .

Задача 2. Параметры солнечной системы (10.0 балла)

В данной задаче мы рассмотрим практические способы определения параметров солнечной системы, особенно интересны способы, которыми пользовались в древности греками. В дальнейшем считайте Луну, Землю и Солнце идеальными шарами, а плоскости орбиты Луны при обращении вокруг Земли и орбиты Земли при обращении вокруг Солнца совпадающими.

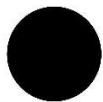


Начнем мы с рассмотрения одного из самых впечатляющих по точности экспериментов, который был проведен Эратосфеном примерно в 300 году до нашей эры и который позволил ему вычислить радиус Земли. Эратосфен обнаружил, что в городе Сиене в полдень в определенный день года Солнце находится прямо в зените, то есть практически строго над головой. В этот же день года в это же самое время Эратосфен измерил длину тени, которую отбрасывал вертикальный столб высотой $h = 1$ м в городе Александрии, который располагался строго к северу от города Сиены на расстоянии $L = 800$ км. Длина тени оказалась равной $l = 12.3$ см.

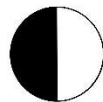
2.1. Рассчитайте радиус планеты Земля $R_З$ по данным Эратосфена.

Примерно в это же самое время на острове Самос в Эгейском море жил один из самых древних греческих астрономов, которого звали Аристарх. Ему впервые из астрономических наблюдений удалось определить размеры Луны и Солнца, а также вычислить расстояния от Земли до Солнца и от Земли до Луны. Рассмотрим его рассуждения и наблюдения в несколько этапов.

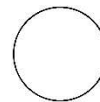
Первым этапом его вычислений явилось определение отношения расстояний от Земли до Луны $R_{ЗЛ}$ к расстоянию от Земли до Солнца $R_{ЗС}$. Это вычисление основано на наблюдениях смен фаз Луны в течении ее оборота вокруг Земли. Эти фазы показаны на рисунке ниже.



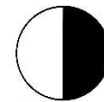
Новая Луна



Первая четверть



Полная Луна



Третья четверть

Аристарх догадался, что отношение $R_{ЗЛ}/R_{ЗС}$ можно определить, если измерить угол между направлением на Луну и на Солнце в тот момент времени, когда фаза Луны находится в первой или третьей четверти. Измеренный Аристархом угол оказался равным $\alpha = 89^\circ 51' 24''$.

2.2. Рассчитайте отношение $R_{ЗЛ}/R_{ЗС}$ по данным Аристарха.

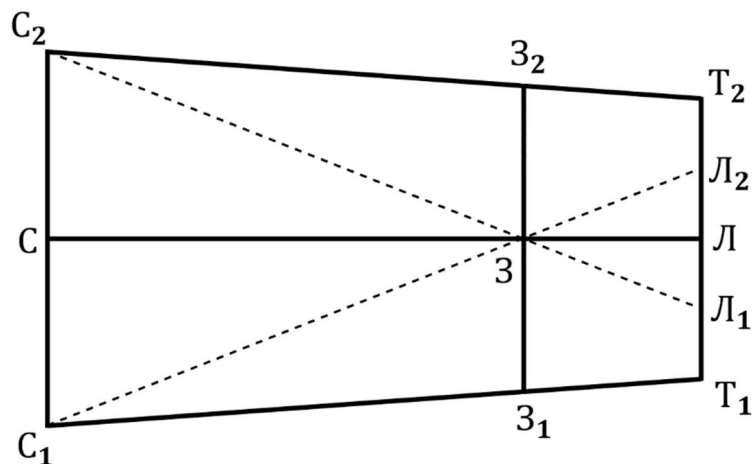
Второй этап в рассуждениях Аристарха основан на наблюдении полного солнечного затмения, при котором Луна полностью загораживает солнечный диск. Это довольно редкое явление, которое происходит в конкретном месте всего лишь раз в 200-300 лет, но Аристарх повезло его наблюдать. По его описанию оно происходило примерно так. Солнце стало постепенно тускнеть, и светящая его часть уменьшилась в размерах. Всего лишь на несколько мгновений Солнце исчезло полностью, вокруг стемнело как ночью, а потом начали проглядывать первые лучи света. Солнечный диск вновь стал расти, и вскоре Солнце засветило в полную силу. Аристарх задумался, почему полная темнота во время солнечного затмения длится столь короткое время? И тут он определил отношение радиусов Солнца $R_С$ и Луны $R_Л$.

2.3. Найдите отношение радиусов Солнца и Луны $R_С/R_Л$.

Последний третий этап в рассуждениях Аристарха основан на наблюдении лунного затмения. При лунном затмении Луна уходит в тень Земли, при этом отчетливо видно, что тень Земли имеет округлую форму, что подтверждает шарообразность Земли. Простым геометрическим

Продолжительность тура 5 часов.

построением, показанным на рисунке ниже, Аристарх определил размер тени Земли в том месте, где находится Луна. По его наблюдениям радиус земной тени оказался в $n = 8/3$ раза больше радиуса Луны. На рисунке использованы следующие обозначения: C_1C_2 – диаметр Солнца, L_1L_2 – диаметр Луны, Z_1Z_2 – диаметр Земли, T_1T_2 – диаметр тени Земли от Солнца в районе расположения Луны, C – центр Солнца, Z – Центр Земли, L – центр Луны.



2.4. Найдите отношение радиусов Солнца и Земли R_C/R_Z .

Давайте теперь соберем все вместе, что было сделано Эратосфеном и Аристархом. Для этого необходимо воспользоваться тем фактом, что угловой размер Солнца, то есть тот угол между прямыми линиями, соединяющими диаметрально противоположные крайние точки Солнца и глаз наблюдателя на Земле, составляет примерно 0.53° .

2.5. Найдите радиус Солнца R_C , радиус Луны R_L , расстояние от Земли до Луны $R_{ЗЛ}$ и расстояние от Земли до Солнца $R_{ЗС}$.

Вот таким образом были определены геометрические параметры солнечной системы древними греками. Сейчас, конечно, эти параметры определяются гораздо более точными и надежными методами. А что древние греки знали про массы соответствующих тел? Оказывается, ничего. Они даже не ставили перед собой такого вопроса, не позволял уровень знаний не геометрии, а физики! Чтобы продолжить рассуждения древних греков, воспользуемся теми же астрономическими наблюдениями и знанием закона всемирного тяготения Ньютона. Начнем с простой задачи.

2.6. Пусть два астрономических объекта с массами m_1 и m_2 находятся на расстоянии r друг от друга и вращаются вокруг общего центра масс с периодом T . Считая известной гравитационную постоянную $G = 6.672 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3\text{кг}^{-1}\text{с}^{-2}$, определите суммарную массу $m = m_1 + m_2$ этих двух астрономических объектов.

2.7. Считая известным период обращения Луны вокруг Земли, равный 27.32 суток, определите суммарную массу Луны и Земли.

2.8. Считая известным период обращения Земли вокруг Солнца, равный 365.25 суток, определите суммарную массу Земли, Луны и Солнца.

Вконец, последнее астрономическое наблюдение, которое стало возможным благодаря более совершенной технике измерений. В течении лунного месяца Солнце меняет свое видимое положение относительно очень удаленных звезд, и амплитуда этого смещения составляет всего лишь $\beta = 6.3''$. Это означает, что направление с Земли на Солнце относительно сферы неподвижных звезд меняется на $\beta = 6.3''$ в течении лунного месяца.

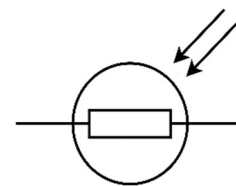
2.9. Определите по этим данным отношение масс Земли и Луны.

2.10. Рассчитайте окончательно массу Луны M_L , массу Земли M_Z и массу Солнца M_C .

Продолжительность тура 5 часов.

Задача 3. Фоторезистор и солнечный элемент (10.0 балла)

Фоторезистор – полупроводниковый прибор, изменяющий величину своего сопротивления при облучении светом. На электрических схемах фоторезистор имеет графическое изображение, показанное на рисунке справа.



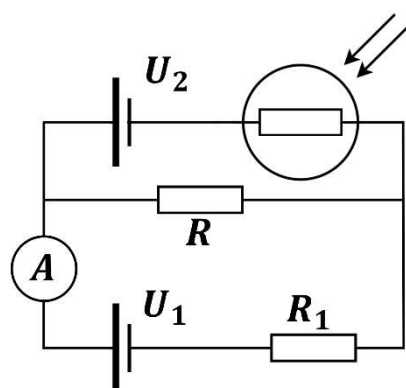
Школьник по имени Галым нашел в кабинете физики фоторезистор и решил измерить его вольт-амперную характеристику, то есть зависимость протекающего через него тока от напряжения на нем. Для этого ему пришлось использовать переменное сопротивление – реостат.

3.1. Предложите принципиальную электрическую схему, которую мог использовать Галым и схематически ее нарисуйте.

Как и ожидал Галым, вольтамперная характеристика фоторезистора зависит от его освещенности Φ (количества падающего излучения), которая измеряется в относительных единицах, по закону

$$I = 0.2 U(2 - \exp(-\Phi)),$$

где I – сила тока фоторезистора в амперах, U – напряжение на нем в вольтах.

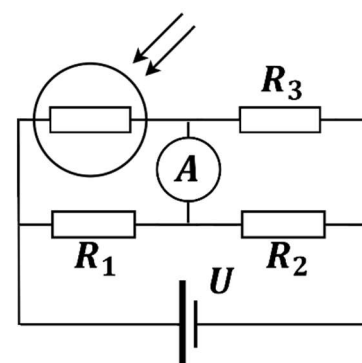


Галым нашел в кабинете физики несколько электрических компонентов и собрал схему, показанную на рисунке слева. Ему удалось прочесть надписи на отдельных элементах, которые гласили: $U_1 = 9$ В, $U_2 = 6$ В и $R_1 = 5$ Ом. Надпись на сопротивлении R ему прочесть не удалось, однако он выяснил, что показания амперметра в схеме чудесным образом не зависят от освещенности фоторезистора. Как он ни старался, помещал схему в темное место, светил на фоторезистор фонарем и т.д, амперметр упорно показывал одно и тоже значение. Галым подумал, что амперметр сломан, но после проверки он убедился, что амперметр исправен.

3.2. Рассчитайте значение стертого номинала на сопротивлении R . Все элементы схемы считайте идеальными.

3.3. Найдите показания амперметра.

Галым, используя имеющийся у него фоторезистор, решил изготовить прибор для измерения освещенности. Для этого он собрал схему, показанную на рисунке справа, причем в ней $U = 9$ В, $R_1 = 4$ Ом и $R_2 = 6$ Ом. Сопротивление R_3 он подобрал таким образом, чтобы амперметр показывал нулевой ток при освещенности фоторезистора, равной нулю $\Phi = 0$.



3.4. Найдите сопротивление резистора R_3 .

3.5. Рассчитайте показания амперметра в комнате при освещенности прибора $\Phi = 1$.

3.6. Резко набежали тучи и в комнате потемнело, так что амперметр стал показывать $I_A = 0.1$ А, Найдите новую освещенность прибора Φ .

Галым перешел в темную комнату. Перед этим он внимательно осмотрел фоторезистор, приемный элемент которого представлял собой плоский диск. Галым включил точечный источник света, который располагался на расстоянии $L = 1$ м от центра диска на его оси. При этом амперметр показал ток $I_0 = 150$ мА. Считайте, что точечный источник света излучает во всех направлениях одинаково, а размеры диска приемника малы по сравнению с расстоянием до источника.

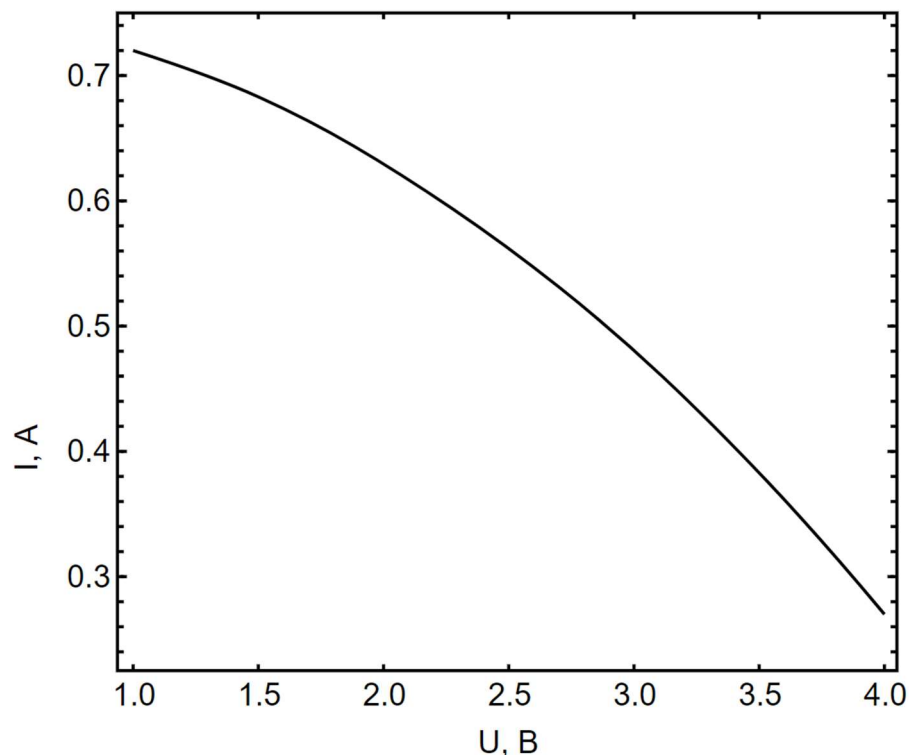
3.7. Найдите показания амперметра I , если диск приемника фоторезистора повернуть на угол $\alpha = 60^\circ$ вокруг оси, лежащей в плоскости диска и проходящей через его центр.

3.8. Галым вернул диск в начальное положение, но отодвинул фоторезистор так, что расстояние до центра диска стало равным r , а амперметр стал показывать $I = 50$ мА. Найдите r .

Вернувшись в кабинет физики Галым обнаружил там другой прибор, называемый солнечным элементом. Солнечный элемент — объединение фотоэлектрических преобразователей (фотоэлементов) — полупроводниковых устройств, прямо преобразующих солнечную энергию в постоянный электрический ток. Таким образом, солнечный элемент используется как источник постоянного тока. Чтобы исследовать его свойства, Галым решил построить его вольтамперную характеристику, то есть зависимость напряжения на его клеммах U от силы тока I , которую он отдает во внешнюю цепь. Для этого ему вновь пришлось использовать переменное сопротивление — реостат.

3.9. Предложите принципиальную электрическую схему, которую мог использовать Галым и схематически ее нарисуйте. Используйте для солнечного элемента тоже обозначение, что и для фоторезистора.

На рисунке ниже представлены графически результаты измерений, полученные Галымом.



Из справочника Галым узнал, что вольтамперная характеристика солнечного элемента должна иметь вид

$$I = a - bU^2,$$

где a и b — некоторые постоянные.

3.10. Найдите значения a и b .

3.11. Рассчитайте максимальный ток I_{max} , который солнечный элемент может отдать во внешнюю цепь.

3.12. Рассчитайте максимально возможное напряжение U_{max} на клеммах солнечного элемента.

3.13. Найдите максимальную мощность P_{max} , которую может развивать солнечный элемент.

Продолжительность тура 5 часов.