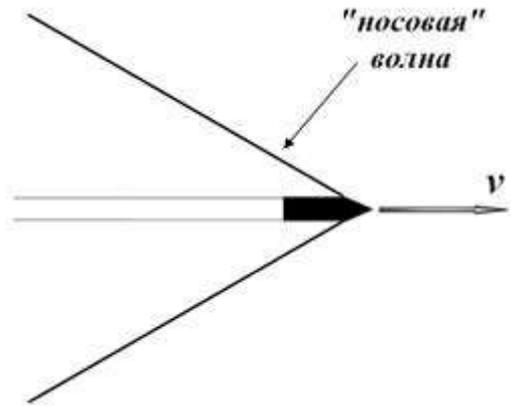


Задача 1. «Солянка» (10.0 баллов)

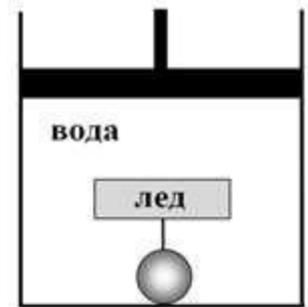
Эта задача состоит из трех независимых частей. **Часть 1А (3.0 балла)**

Корабль движется в водоеме со скоростью $v = 10$ м/с так, что наблюдается так называемая "носовая" волна, смотрите фотографию на рисунке внизу и слева. На том же рисунке внизу и справа схематически показана эта же волна с соблюдением масштаба. Найдите скорость распространения волн v_w по поверхности водоема.



Часть 1В (3.5 баллов)

В теплоизолированный цилиндрический сосуд, в котором изначально находился 1 кг воды при температуре 30°C , опустили кусок льда массой 0,2 кг при 0°C с привязанным к нему на веревке металлическим шариком при 0°C так, что лед полностью погрузился под воду (см. рисунок). Масса шарика равна 30 г, а удельная теплоемкость 800 Дж/(кг·К). Затем все закрыли невесомым, теплонепроницаемым, подвижным поршнем площадью 100 см². Найдите перемещение поршня и температуру в сосуде в конечном состоянии. Удельная теплоемкость воды $c = 4200$ Дж/(кг·°C), удельная теплота плавления льда 330 кДж/(кг), плотность льда 900 кг/(м³).



Часть 1С (3.5 баллов)

Текст книги дважды фотографируется фотоаппаратом с объективом, фокусное расстояние, которого равно 50 см. Условия фотографирования следующие: 1) с наименьшего допустимого для этого объектива расстояния 0,5 м; 2) присоединив объектив к камере через удлинительное кольцо высотой 25 мм, также с минимального возможного в этом случае расстояния. Найдите отношение размеров изображений, полученных на фотопленке в этих двух случаях.

Задача 2. Полусфера (10.0 баллов)

Небольшое тело массы m покоится на вершине полусферы радиуса R и массы M . Сама полусфера находится на горизонтальной поверхности. В результате очень слабого толчка тело начинает соскальзывать с вершины без трения. Ускорение свободного падения равно g .

Часть 1.

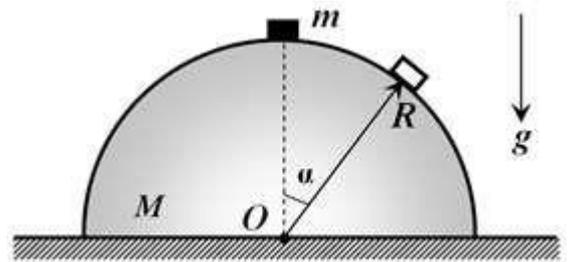
В этой части считайте, что сила трения между полусферой и горизонтальной плоскостью настолько велика, что полусфера все время остается неподвижной.

1.1 Для некоторого положения тела на полусфере, определяемым углом α (см. рисунок), запишите уравнение второго закона Ньютона в проекциях на нормальное и тангенциальное направления траектории тела.

1.2 Для некоторого положения тела на полусфере, определяемым углом α (см. рисунок), найдите скорость тела.

1.3 Используя результаты 1.1 и 1.2, найдите высоту над горизонтальной поверхностью, на которой тело оторвется от полусферы.

1.4 Найдите путь, который проходит тело до того места, в котором сила давления, действующая на горизонтальную поверхность со стороны полусферы, равна среднему арифметическому значению силы давления в начальный момент времени и в момент отрыва тела.



Часть 2.

В этой части в начальный момент времени, когда тело находится на вершине, полусферу начинают двигать с некоторым постоянным горизонтальным ускорением a .

2.1 Найдите a если известно, что отрыв тела от полусферы произошел на высоте $h = 4R/5$ от горизонтальной поверхности.

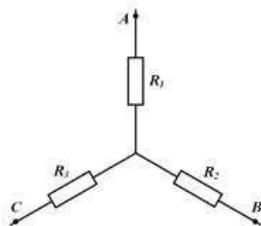
Часть 3.

Пусть снова тело покоится на вершине полусферы, которая теперь может свободно двигаться по горизонтальной поверхности без трения. В результате очень слабого толчка тело начинает соскальзывать с вершины без трения и отрывается от полусферы на высоте $H = 5R/6$.

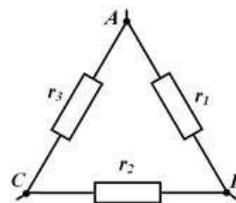
3.1 Найдите отношение масс полусферы и тела M/m .

Задача 3. Трехполюсники (10.0 баллов)

На рисунке ниже показаны две схемы сопротивлений, называемых трехполюсниками, так как каждая из них содержит три точки подключения, обозначенные А, В и С. Одна из схем называется "звездочка", другая — "треугольник".



Трехполюсник "звездочка"



Трехполюсник "треугольник"

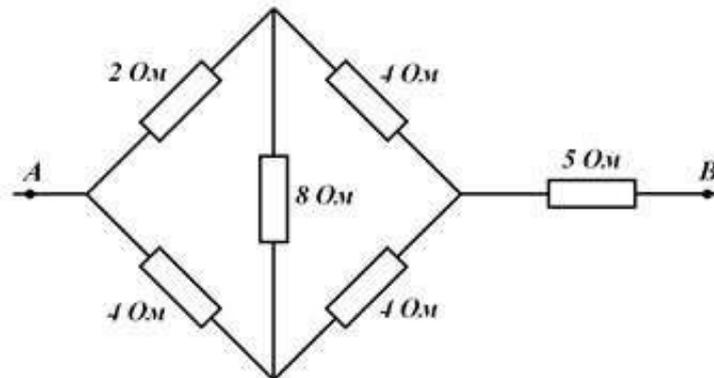
1.1 Считая сопротивления R_1 , R_2 и R_3 известными, найдите сопротивление в схеме "звездочка", если источник тока подключить к точкам А и В.

1.2 Считая сопротивления r_1 , r_2 и r_3 известными, найдите сопротивление в схеме "треугольник", если источник тока подключить к точкам А и В.

1.3 Пусть значения сопротивлений в схеме "звездочка" равны соответственно $R_1 = 6$ Ом, $R_2 = 12$ Ом, $R_3 = 18$ Ом. Найдите общее выражение и рассчитайте такие r_1 , r_2 и r_3 , чтобы схемы "звездочка" и "треугольник" были полностью эквивалентными при любом способе подключения

этих схем (с учетом обозначения точек подключения) к источникам постоянного напряжения и другим сопротивлениям;

1.4 Найдите общее электрическое сопротивление R_{AB} между точками А и В в схеме, приведенной ниже.



Часть 2.

Шесть резисторов $r_1, r_2, r_3, r_4, r_5, r_6$ соединены в более сложный трехполюсник, полученный комбинацией схем "звездочка" и "треугольник", показанный на рисунке ниже.

2.1 Считая, что все сопротивления одинаковы и равны r , найдите общее R_1 сопротивление между точками А и В.

2.2 Считая, что все сопротивления одинаковы и равны r , и что резистор r_3 закорочен, найдите общее R_2 сопротивление между точками А и В.

2.3 Считая, что все сопротивления одинаковы и равны r , и что точки А и С закорочены, найдите общее сопротивление R_3 между точками А и В.

Пусть все резисторы в той же схеме имеют разные сопротивления 1, 2, 3, 4, 5 и 6 Ом, но неизвестно, какие из них и на каком месте в схеме они находятся. Оказалось, что сопротивление между точками А и В в точности равно $R_{AB} = \frac{94}{13}$ Ом.

2.4 Найдите величину $r_1 + r_2 + r_3$.

2.5 Продемонстрируйте, что сопротивление R_{AB} можно представить в виде $R_{AB} = n_1 + p$,

где $p = n_2 \frac{(13-n_2)}{13}$, а n_1, n_2 — целые числа.

2.6 Рассчитайте все возможные значения p и соответствующие им значения r_3 .

2.7 Найдите значение сопротивления r_3 .

