

Список необходимых физических величин, констант и математических формул.

Атмосферное давление $p_0 = 1,01 \cdot 10^5$ Па.

Давление насыщенного водяного пара при температуре $t_0 = 100^\circ\text{C}$: $p_0 = 1,01 \cdot 10^5$ Па.

Давление насыщенного водяного пара при температуре $t = 103^\circ\text{C}$: $p = 1,13 \cdot 10^5$ Па.

Молярная масса воды $\mu = 18 \cdot 10^{-3}$ кг/моль.

Универсальная газовая постоянная $R = 8,31$ Дж/(моль \cdot К).

Теплоемкость воды $c = 4200$ Дж/(кг \cdot $^\circ\text{C}$).

Удельная теплота испарения воды $L = 2,26 \cdot 10^6$ Дж/кг.

Ускорение свободного падения $g = 9,81$ м/с².

Элементарный заряд $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл.

Масса электрона $m_e = 9,11 \cdot 10^{-31}$ кг.

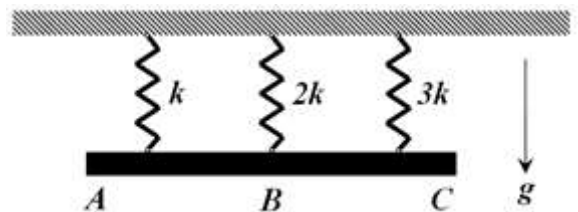
Электрическая постоянная $\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м.

Задача 1. «Солянка» (10.0 баллов)

Эта задача состоит из трех независимых частей.

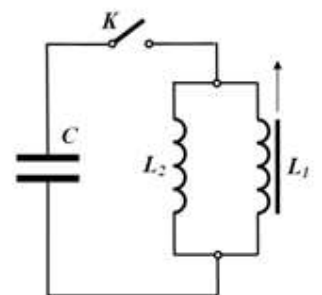
Часть 1А (3.0 балла)

Три пружины, которые в недеформированном состоянии имеют одинаковую длину, прикреплены к горизонтальному потолку на одинаковом расстоянии друг от друга. На них подвешивают однородную балку ABC массой M так, что центр балки B совпадает с центральной пружиной. Жесткости пружин достаточно велики и равны k , $2k$ и $3k$ соответственно. Найдите силы растяжения каждой пружины. Ускорение свободного падения равно g .



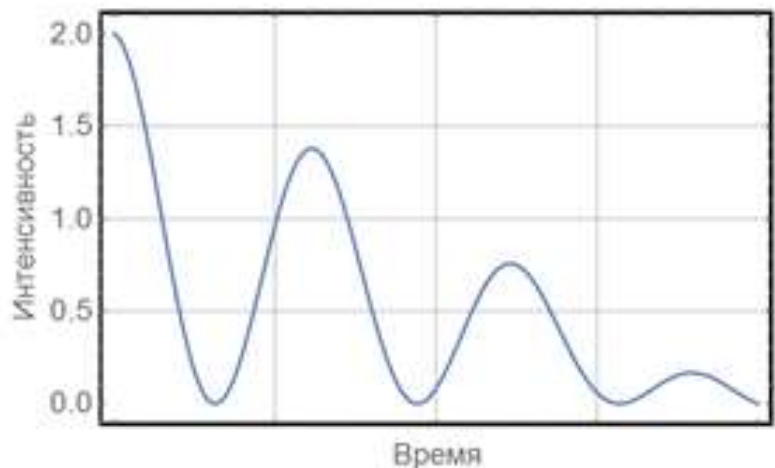
Часть 1В (3.5 баллов)

В колебательном контуре конденсатор емкостью C заряжен до некоторого напряжения (см. рисунок). После замыкания ключа K в контуре происходят свободные незатухающие колебания, при которых амплитудное значение тока в катушке индуктивностью L_2 равно I_{2m} . Когда ток в катушке индуктивностью L_1 достигает максимального значения, из нее быстро (за время, малое по сравнению с периодом колебаний) выдвигают сердечник, что приводит к уменьшению ее индуктивности в μ раз. Найдите максимальное напряжение на конденсаторах при колебаниях в контуре после выдвигения сердечника.



Часть 1С (3.5 баллов)

Радиотелескоп имеет две антенны, расположенные на экваторе на расстоянии $L = 150$ м вдоль линии восток-запад. В полдень 21 марта, когда Солнце было прямо над головой, был записан его радиосигнал на длине волны $\lambda = 1,75$ м. Запись производится следующим образом: сигнал, принимаемый каждой антенной, усиливается и передается через кабели одинаковой длины на сумматор, в котором сигналы складываются. На рисунке показана



Продолжительность тура 5 часов.

РЕСПУБЛИКАНСКИЙ НАУЧНО-ПРАКТИЧЕСКИЙ ЦЕНТР «ДАРЫН»
Республиканская олимпиада. Теоретический тур, 11 класс. г. -----, 2017

зависимость интенсивности результирующего сигнала от времени. Определите интервал времени Δt между двумя соседними максимумами.

Задача 2. Фазовое равновесие (10.0 баллов)

В цилиндр с внутренним диаметром $D = 24$ см вставлен невесомый поршень, под которым в равновесии содержится только вода и пар при температуре $t_0 = 100^\circ\text{C}$. В начальный момент времени высота поршня над поверхностью воды составляет $h_0 = 20$ см, а масса воды — $m_0 = 8$ г.

Часть 1.

В данной части считайте, что температура в цилиндре поддерживается постоянной и равной t_0 с помощью термостата.

1.1 Найдите начальное давление пара под цилиндром p_i .
Поршень вдвигают внутрь цилиндра так, что его высота над уровнем воды составляет $h = 10$ см.

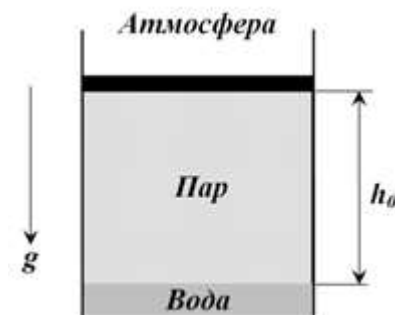
1.2 Найдите конечное давление пара под цилиндром p_f .

1.3 Найдите молярную теплоемкость C_V водяного пара при постоянном объеме.

1.4 Найдите работу A , которая была совершена над газом, чтобы вдвинуть поршень.

1.5 Найдите количество теплоты Q , переданное термостату в этом процессе.

1.6 Внешнее атмосферное давление возросло на величину $\Delta p = 10$ кПа. Найдите новую температуру термостата, при которой под поршнем будет находиться водяной пар.



Часть 2.

Систему приводят в начальное состояние, но при этом ее адиабатически изолируют от внешней среды, то есть материал стенок цилиндра и поршня больше не проводят тепло. На цилиндр сверху ставят груз массой $m = 100$ кг.

2.1 Найдите конечное давление пара под цилиндром p_f .

2.2 Найдите конечную температуру пара под цилиндром T_f .

2.3 Найдите конечную массу воды под цилиндром m_{wf} .

2.4 Найдите конечную высоту поршня h над уровнем воды.

Задача 3. Заряженные частицы в магнитных полях (10.0 баллов)

Часть 1. В природе существует материя и антиматерия, то есть у каждой частицы существует античастица. Например, для электрона античастицей является позитрон, который имеет все характеристики электрона, за исключением электрического заряда, который положителен и равен по абсолютной величине заряду электрона.

1.1 Атом позитрония состоит из электрона и позитрона, вращающихся по круговым орбитам. Полная энергия позитрония в системе центра масс составляет $E = -3,6$ эВ. Найдите и рассчитайте угловую частоту вращения частиц ω_0 и расстояние r между ними.

1.2 Атом позитрония помещают в однородное магнитное поле с индукцией $B = 150$ Тл, направленной перпендикулярно плоскости их орбит. Считая при этом, что момент импульса позитрония остался неизменным, найдите и вычислите относительное изменение угловой частоты вращения частиц $(\omega - \omega_0)/\omega_0$ в присутствии магнитного поля.

Часть 2.

Назовем семейством траекторий частицы совокупность всех круговых орбит разного радиуса с совпадающим общим центром и одинаковым моментом импульса относительно него. Истинная траектория частицы называется устойчивой, если при небольшом ее возмущении в пределах семейства, к которому она относится, возникают силы, старающиеся восстановить начальную траекторию. Если восстанавливающая сила равна нулю, то такая траектория называется безразличной по отношению к малым возмущениям, а если суммарная сила старается дальше изменить радиус траектории в семействе, то она называется неустойчивой.

2.1 Электрон вращается по круговой орбите в однородном магнитном поле. Докажите, является ли устойчивой или неустойчивой круговая орбита электрона.

2.2 Электрон вращается в магнитном поле по круговой орбите радиуса r_0 и имеет момент импульса L относительно ее центра. Известно, что индукция магнитного поля вблизи орбиты линейно зависит от расстояния до ее центра, то есть $B = C_1 r + C_2$, и что траектория электрона является безразличной по отношению к малым возмущениям. Определите константы C_1 и C_2 .

2.3 Электрон вращается в магнитном поле по круговой орбите и имеет момент импульса L так, что любая круговая траектория из семейства траекторий является безразличной по отношению к малым возмущениям. Найдите зависимость индукции магнитного поля от расстояния до центра орбиты r .

Часть 3.

Частицу с удельным зарядом γ помещают в вертикальное гравитационное поле с ускорением свободного падения g и горизонтальное магнитное поле с индукцией B . В начальный момент времени частица отпускается из состояния покоя, а ее дальнейшая траектория представляет собой периодически повторяющийся участок, называемый циклоидой.

3.1 Найдите максимальную высоту h , на которую опускается частица относительно начального положения.

3.2 Найдите шаг s циклоиды, то есть расстояние между двумя соседними точками остановки.

Часть 4.

В вершинах равностороннего треугольника со стороной a_0 удерживаются три одинаковых частицы с зарядом q и массой m . Система находится в однородном магнитном поле индукции B , перпендикулярном плоскости треугольника. Заряды одновременно отпускают.

4.1 Найдите максимальное расстояние r_{max} между двумя частицами в процессе движения.

4.2 Найдите максимальный момент импульса L_{max} системы в процессе движения.