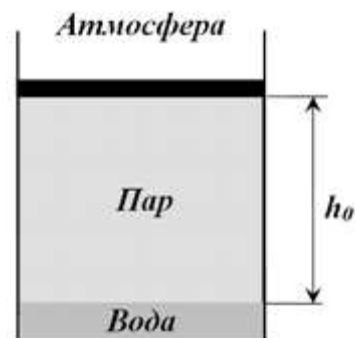


**Задача 1. «Солянка» (10.0 баллов)**

Эта задача состоит из трех независимых частей.

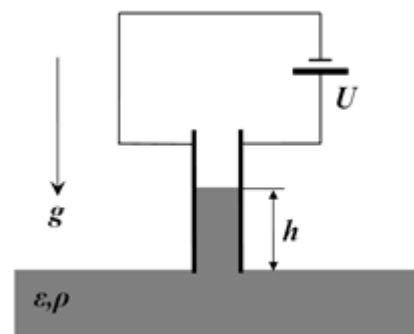
**Часть 1А (3.0 балла)**

В цилиндр с внутренним диаметром  $D = 24$  см вставлен невесомый поршень, под которым в равновесии содержится только вода и пар при температуре  $t_0 = 100^\circ\text{C}$ . В начальный момент времени высота поршня над поверхностью воды составляет  $h_0 = 20$  см. Считайте, что температура в цилиндре поддерживается постоянной и равной  $t_0$  с помощью термостата. Поршень вдвигают внутрь цилиндра так, что его высота над уровнем воды составляет  $h = 10$  см. Найдите количество теплоты  $Q$ , переданное термостату в этом процессе. Атмосферное давление  $p_0 = 1,01 \cdot 10^5$  Па, давление насыщенного водяного пара при температуре  $t_0 = 100^\circ\text{C}$  равно  $p_0 = 1,01 \cdot 10^5$  Па, молярная масса воды  $\mu = 18 \cdot 10^{-3}$  кг/моль, универсальная газовая постоянная  $R = 8,31$  Дж/(моль  $\cdot$  К), теплоемкость воды  $c = 4200$  Дж/(кг  $\cdot$   $^\circ\text{C}$ ), удельная теплота испарения воды  $L = 2,26 \cdot 10^6$  Дж/кг. Теплоемкостью поршня пренебречь.



**Часть 1В (3.5 баллов)**

Плоский конденсатор с прямоугольными пластинами, подключенный к источнику постоянного напряжения  $U = 100$  В, установлен в вертикальном положении так, что его пластины соприкасаются с водой, которая является диэлектрической жидкостью (см. рисунок). Диэлектрическая проницаемость воды  $\varepsilon = 81$ , а плотность  $\rho = 10^3$  кг/м<sup>3</sup>. Расстояние между пластинами  $d = 0,5$  мм много меньше линейных размеров пластин. Определите установившуюся высоту  $h$  поднятия жидкости между пластинами. Ускорение свободного падения равно  $g = 9,81$  м/с<sup>2</sup>. Капиллярными эффектами пренебречь.



**Часть 1С (3.5 баллов)**

Текст книги дважды фотографируется фотоаппаратом с объективом, фокусное расстояние, которого равно 50 см. Условия фотографирования, следующие:

- 1) с наименьшего допустимого для этого объектива расстояния 0,5 м; 2) присоединив объектив к камере через удлинительное кольцо высотой 25 мм, также с минимального возможного в этом случае расстояния. Найдите отношение размеров изображений, полученных на фотопленке в этих двух случаях.

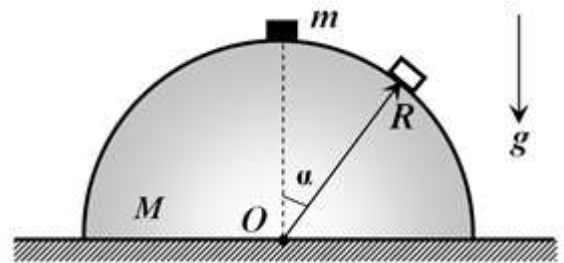
### Задача 2. Полусфера (10.0 баллов)

Небольшое тело массы  $m$  покоится на вершине полусферы радиуса  $R$  и массы  $M$ . Сама полусфера находится на горизонтальной поверхности. В результате очень слабого толчка тело начинает соскальзывать с вершины без трения. Ускорение свободного падения равно  $g$ .

#### Часть 1.

В этой части считайте, что сила трения между полусферой и горизонтальной плоскостью настолько велика, что полусфера все время остается неподвижной.

**1.1** Для некоторого положения тела на полусфере, определяемым углом  $\alpha$  (см. рисунок), запишите уравнение второго закона Ньютона в проекциях на нормальное и тангенциальное направления траектории тела.



**1.2** Для некоторого положения тела на полусфере, определяемым углом  $\alpha$  (см. рисунок), найдите скорость тела.

**1.3** Используя результаты 1.1 и 1.2, найдите высоту над горизонтальной поверхностью, на которой тело оторвется от полусферы.

**1.4** Найдите путь, который проходит тело до того места, в котором сила давления, действующая на горизонтальную поверхность со стороны полусферы, равна среднему арифметическому значению силы давления в начальный момент времени и в момент отрыва тела.

#### Часть 2.

В этой части в начальный момент времени, когда тело находится на вершине, полусферу начинают двигать с некоторым постоянным горизонтальным ускорением  $a$ .

**2.1** Найдите  $a$  если известно, что отрыв тела от полусферы произошел на высоте  $h = 4R/5$  от горизонтальной поверхности.

#### Часть 3.

Пусть снова тело покоится на вершине полусферы, которая теперь может свободно двигаться по горизонтальной поверхности без трения. В результате очень слабого толчка тело начинает соскальзывать с вершины без трения и отрывается от полусферы на высоте  $H = 5R/6$ .

**3.1** Найдите отношение масс полусферы и тела  $M/m$ .

### **Задача 3. Заряженные частицы в магнитных полях (10.0 баллов)**

**Часть 1.** В природе существует материя и антиматерия, то есть у каждой частицы существует античастица. Например, для электрона античастицей является позитрон, который имеет все характеристики электрона, за исключением электрического заряда, который положителен и равен по абсолютной величине заряду электрона. Считать известными значение элементарного заряда  $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл, массу электрона  $m_e = 9,11 \cdot 10^{-31}$  кг, а также электрическую постоянную  $\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$  Ф/м.

**1.1** Атом позитрония состоит из электрона и позитрона, вращающихся по круговым орбитам. Полная энергия позитрония в системе центра масс составляет  $E = -3,6$  эВ. Найдите и рассчитайте угловую частоту вращения частиц  $\omega_0$  и расстояние  $r$  между ними.

**1.2** Атом позитрония помещают в однородное магнитное поле с индукцией  $B = 150$  Тл, направленной перпендикулярно плоскости их орбит. Считая при этом, что момент импульса позитрония остался неизменным, найдите и вычислите относительное изменение угловой частоты вращения частиц  $(\omega - \omega_0)/\omega_0$  в присутствии магнитного поля.

#### **Часть 2.**

Назовем семейством траекторий частицы совокупность всех круговых орбит разного радиуса с совпадающим общим центром и одинаковым моментом импульса относительно него. Истинная траектория частицы называется устойчивой, если при небольшом ее возмущении в пределах семейства, к которому она относится, возникают силы, старающиеся восстановить начальную траекторию. Если восстанавливающая сила равна нулю, то такая траектория называется безразличной по отношению к малым возмущениям, а если суммарная сила старается дальше изменить радиус траектории в семействе, то она называется неустойчивой.

**2.1** Электрон вращается по круговой орбите в однородном магнитном поле. Докажите, является ли устойчивой или неустойчивой круговая орбита электрона.

**2.2** Электрон вращается в магнитном поле по круговой орбите радиуса  $r_0$  и имеет момент импульса  $L$  относительно ее центра. Известно, что индукция магнитного поля вблизи орбиты линейно зависит от расстояния до ее центра, то есть  $B = C_1 r + C_2$ , и что траектория электрона является безразличной по отношению к малым возмущениям. Определите константы  $C_1$  и  $C_2$ .

**2.3** Электрон вращается в магнитном поле по круговой орбите и имеет момент импульса  $L$  так, что любая круговая траектория из семейства траекторий является безразличной по отношению к малым возмущениям. Найдите зависимость индукции магнитного поля от расстояния до центра орбиты  $r$ .

#### **Часть 3.**

Частицу с удельным зарядом  $\gamma$  помещают в вертикальное гравитационное поле с ускорением свободного падения  $g$  и горизонтальное магнитное поле с индукцией  $B$ . В начальный момент времени частица отпускается из состояния покоя, а ее дальнейшая траектория представляет собой периодически повторяющийся участок, называемый циклоидой.

**3.1** Найдите максимальную высоту  $h$ , на которую опускается частица относительно начального положения.

**3.2** Найдите шаг  $s$  циклоиды, то есть расстояние между двумя соседними точками остановки.

#### **Часть 4.**

В вершинах равностороннего треугольника со стороной  $a_0$  удерживаются три одинаковых частицы с зарядом  $q$  и массой  $m$ . Система находится в однородном магнитном поле индукции  $B$ , перпендикулярном плоскости треугольника. Заряды одновременно отпускают.

**4.1** Найдите максимальное расстояние  $r_{max}$  между двумя частицами в процессе движения.

**4.2** Найдите максимальный момент импульса  $L_{max}$  системы в процессе движения.