

Задача 1 (10,0 балла)

Эта задача состоит из трех независимых частей.

Часть 1А (3,0 балла)

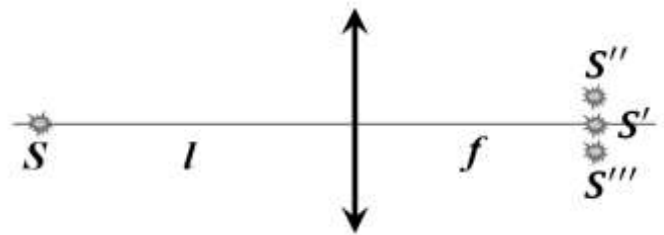
Ракета с поперечным сечением $S = 5 \text{ м}^2$ и массой $m_0 = 1 \text{ т}$, двигаясь в космическом пространстве с выключенным двигателем, попадает в облако космической пыли. После пролета через облако космической пыли, ракета потеряла 1 % своей скорости. Считая соударения пылинок с ракетой абсолютно неупругими, определите ширину облака l . Концентрация пылинок $n = 10^{-4} \text{ м}^{-3}$, а масса каждой пылинки равна $m_1 = 10^{-6} \text{ кг}$.

Часть 1В (3,5 баллов)

Из наконечника брандспойта с сечением 20 см^2 , находящегося на высоте $1,5 \text{ м}$ над землей, со скоростью 15 м/с вырывается струя воды. Найти массу воды, висящей в воздухе, если наименьший радиус кривизны струи равен h . Сопротивлением воздуха пренебречь. Ускорение свободного падения принять равным 10 м/с^2 .

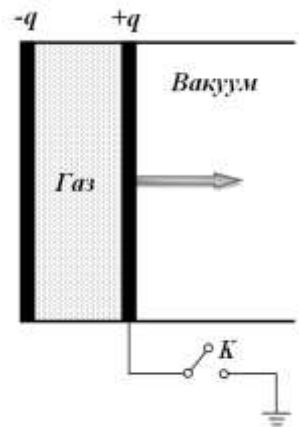
Часть 1С (3,5 баллов)

Собирающая линза дает изображение точечного источника S , расположенного на главной оптической оси на расстоянии l от нее, в точке S' на расстоянии f от линзы. Линза треснула по диаметру, после чего ее разлом отшлифовали и склеили так, что она стала давать два симметричных относительно оси изображения S'' и S''' , расстояние между которыми равно a . Слой какой толщины был снят при шлифовке?



Задача 2. Что за одноатомный газ? (10,0 балла)

Стенки цилиндрического сосуда изготовлены из непроводящего материала, а дно и подвижный поршень сделаны из проводника, так что вместе они образуют плоский конденсатор с площадью поперечного сечения $S = 100,0 \text{ см}^2$. Между дном и поршнем находится одноатомный газ с начальной температурой $T_0 = 100 \text{ К}$ и массой $m = 1,00 \text{ г}$. Начальное расстояние от поршня до дна сосуда составляет $x_0 = 5,0 \text{ мм}$, начальные заряды поршня и дна равны $\pm q = 85,7 \text{ мкКл}$, масса подвижного поршня равна $M = 1,00 \text{ кг}$, универсальная газовая постоянная – $R = 8,31 \text{ Дж}/(\text{моль} \cdot \text{К})$. Сосуд теплоизолирован от окружающей среды, а его теплоемкостью можно пренебречь. Подвижный поршень через ключ K можно соединять с землей, изменяя его заряд.



Пусть в начальный момент времени ключ K разомкнут.

1. Найдите давление газа в сосуде p_0 .
2. Какой газ находится в сосуде?
3. Рассчитайте теплоемкость газа под поршнем и выразите ее в единицах универсальной газовой постоянной R .
4. До какой температуры T надо нагреть газ, чтобы расстояние между поршнем и дном сосуда увеличилось вдвое?
5. Какое количество теплоты Q надо сообщить газу, чтобы расстояние между поршнем и дном сосуда увеличилось вдвое?
6. Вычислите частоту ω малых колебаний поршня возле положения равновесия x_0 .

Систему вернули в начальное положение и ключ K замкнули так, что заряд подвижного поршня практически уменьшился вдвое.

7. Найдите максимальную скорость v_{max} подвижного поршня.

Систему вернули в начальное положение x_0 и зарядили поршень до исходного заряда $+q$. Затем ключ K вновь замыкают, но теперь заряд стекает в землю постепенно.

8. Поршень начал двигаться с постоянным ускорением $a = 1,00 \text{ м/с}^2$. При этом в начальные моменты времени заряд, который стек с поршня, зависит от времени по закону

$$q(t) = C_1 + C_2 t^2,$$

где C_1 и C_2 – некоторые постоянные.

Найдите и рассчитайте C_1 и C_2 .

Подсказка: при $x \ll 1$ и произвольных α справедлива формула

$$(1 + x)^\alpha \approx 1 + \alpha x.$$

Задача 3. Что такое стабилизатор? (10,0 балла)

Стабилизатором напряжения называется электронное устройство, напряжение на котором практически не изменяется при варьировании электрического тока в некотором достаточно широком интервале. Для простоты рассмотрим полупроводниковый стабилизатор напряжения, представляющий собой цилиндрический стержень из кремния радиуса $r = 1,00 \times 10^{-3}$ м и длины $l = 2,00 \cdot 10^{-1}$ м. Стержень находится в воздухе, температура которого постоянна и равна $t_0 = 0^\circ\text{C}$. Количество теплоты, которое отводится воздухом с единицы площади поверхности стержня в единицу времени, определяется законом Ньютона-Рихмана

$$q = \alpha(t - t_0),$$

где α – коэффициент теплоотдачи, t – температура поверхности стержня.

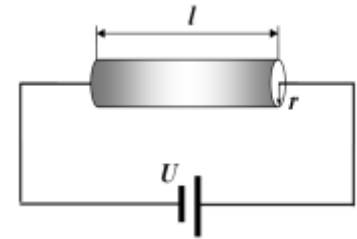


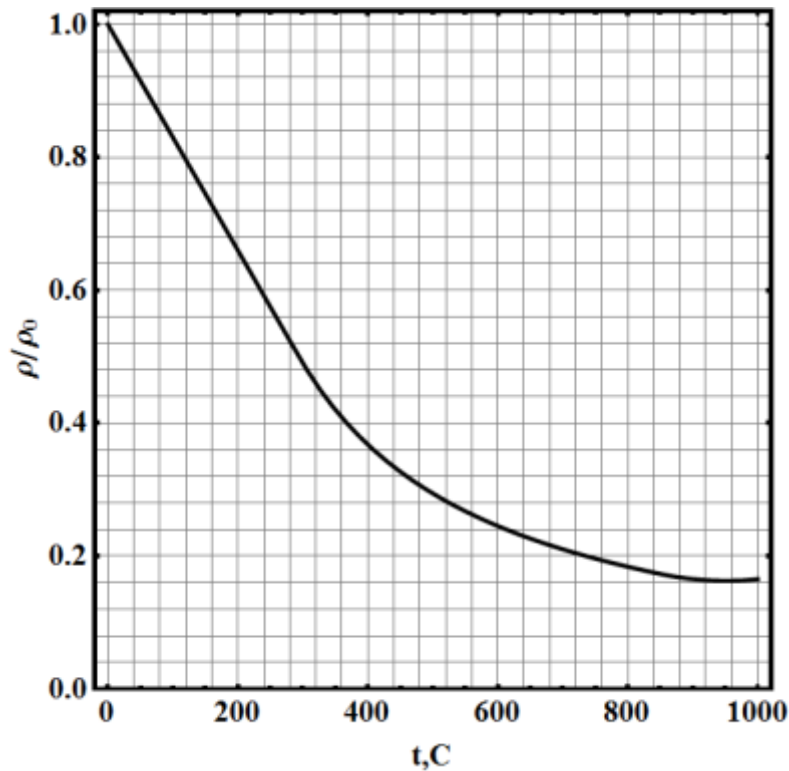
Таблица физических характеристик кремния, необходимых для решения задачи.

Удельное сопротивление при 0°C	$\rho_0 = 1,57 \cdot 10^{-5} \text{ Ом} \cdot \text{м}$
Температурный коэффициент сопротивления	$\gamma = -1,70 \cdot 10^{-3} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$
Коэффициент теплоотдачи	$\alpha = 50,0 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot ^\circ\text{C}}$

Внимание! В задаче рассматривается стационарный режим работы стабилизатора напряжения после установления теплового равновесия, поэтому рассчитывать временные характеристики процессов не требуется!

1. Рассчитайте значение сопротивления стержня R_0 при температуре 0°C .
2. Запишите формулу зависимости сопротивления стержня R от его температуры t . Рассчитайте значение сопротивления стержня при $t = 100^\circ\text{C}$.
3. Мощность теплоотдачи P_0 стабилизатора определяется формулой $P_0 = At$. Рассчитайте значение коэффициента A .
4. Получите зависимость температуры стержня t от напряжения U на нем. Постройте график этой зависимости так, чтобы напряжение менялось в интервале от 0 до 3 В.
5. Из полученного выше выражения следует, что существует максимальное напряжение U_{max} , при котором может работать данный стабилизатор. Найдите U_{max} и рассчитайте его.
6. Постройте вольтамперную характеристику стабилизатора, то есть график зависимости приложенного к нему напряжения U от протекающей силы тока I так, чтобы сила тока изменялась в интервале от 0 до 10 А.
7. При малых напряжениях на стабилизаторе оно оказывается пропорциональным силе тока I , то есть $U = R_{\text{eff}}I$. Определите коэффициент пропорциональности R_{eff} этой зависимости.
8. Найдите напряжение на стабилизаторе при силе тока, стремящейся в бесконечность, то есть $I \rightarrow \infty$.
9. Постройте вольтамперную характеристику цепи, состоящей из стабилизатора и подключенного к нему параллельно резистора сопротивлением $R_1 = 10 \text{ Ом}$. График построьте на том же рисунке, что и в пункте 6. Построения обоснуйте.

Стабилизатор в рассмотренной выше модели не может стабилизировать напряжение. У реального стабилизатора при достаточно больших температурах зависимость удельного сопротивления от температуры перестает быть линейной. Реальная зависимость $\rho(t)$ приведена на графике ниже.



Зависимость удельного сопротивления кремния от температуры.

10. Используя приведенную реальную зависимость $\rho(t)$, постройте вольтамперную характеристику реального стабилизатора.
11. Найдите из графика и запишите численное значение напряжения стабилизации U_{st} стабилитрона, которое не зависит от силы протекающего через него тока.
12. Укажите диапазон изменения силы тока $[I_{min}, I_{max}]$, в котором стабилизатор стабилизирует напряжение в цепи. Необходимо, чтобы в этом диапазоне напряжение изменялось не более чем на 3,3%.