

## 9 класс. Решение экспериментального тура

### Часть 1.

1. В шприце находятся скрепки, следовательно, нет возможности непосредственно измерить объём набранной воды. Наберём в шприц воды до отметки  $V_0$ , так, чтобы скрепки была полностью в воде. Подвесим к концу линейки шприц с водой и уравновесим её на краю стола. Запишем правило моментов:

$$(M + m_0)l_0 = m_{\text{л}}\left(\frac{L}{2} - l_0\right), \quad (1)$$

где  $l_0$  - длина плеча от места подвеса шприца до точки опоры,  $L$  - длина линейки,  $m_0$  - масса воды в шприце.

Добавим в шприц воды, так что она доходит до отметки  $V_1$ . Тогда масса воды  $m_1 = \rho_{\text{в}}(V_1 - V_0)$  в граммах численно равна объёму добавленной воды  $(V_1 - V_0)$  в миллилитрах. Правило моментов в этом случае:

$$(M + m_0 + m_1)l_1 = m_{\text{л}}\left(\frac{L}{2} - l_1\right). \quad (2)$$

Выразим из уравнений (1) и (2) массу линейки  $m_{\text{л}}$ :

$$m_{\text{л}} = \frac{2m_1l_1l_0}{(l_0 - l_1)L}. \quad (3)$$

2. Проведём измерение без воды в шприце. Получим уравнение:

$$Ml = m_{\text{л}}\left(\frac{L}{2} - l\right). \quad (4)$$

Отсюда выражаем массу шприца и тела  $M$ :

$$M = m_{\text{л}}\left(\frac{L}{2l} - 1\right). \quad (5)$$

3. Из уравнений (1) и (4) выразим массу  $m_0$  и подставим массу линейки  $m_{\text{л}}$  из выражения (3):

$$m_0 = \frac{m_{\text{л}}}{l_0}\left(\frac{L}{2} - l_0\right) - \frac{m_{\text{л}}}{l}\left(\frac{L}{2} - l\right). \quad (6)$$

Масса этой воды равна  $m_0 = \rho_{\text{в}}(V_0 - V)$ . Отсюда находим объём тела  $V$ :

$$V = V_0 - \frac{m_0}{\rho_{\text{в}}}. \quad (7)$$

## Часть 2.

1. Схема:

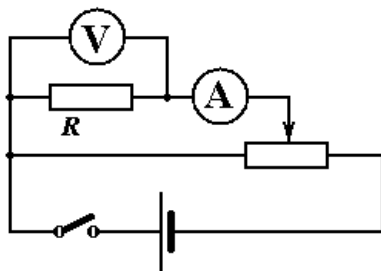
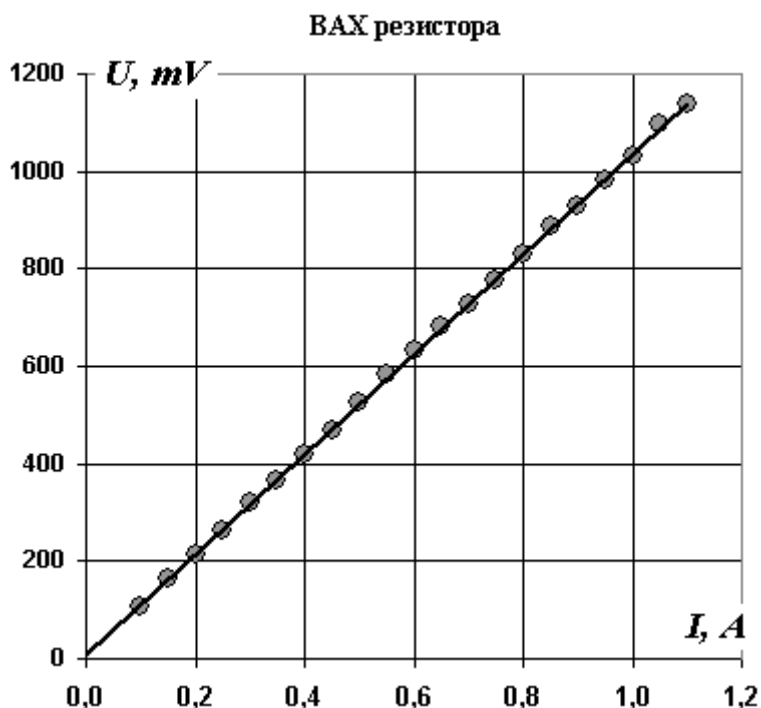


Таблица 1. Зависимость напряжения на резисторе от силы тока.

$I, A$	$U, mV$
0,10	106
0,15	165
0,20	215
0,25	264
0,30	322
0,35	367
0,40	420
0,45	470
0,50	527
0,55	585
0,60	633
0,65	682
0,70	726
0,75	777
0,80	831
0,85	886
0,90	929
0,95	982
1,00	1031
1,05	1096
1,10	1138



ВАХ практически идеальная прямая! Так как сопротивление надо определить с максимально возможной точностью (и погрешность считать надо), то надо обрабатывать по МНК. Записываем

$$U = aI + b.$$

Очевидно, что здесь коэффициент  $a$  есть сопротивление резистора  $a = R$  (хорошо, меньше считать), а  $b$  - должно быть равно нулю. Получаем:

$$R = (1,027 \pm 0,007) \text{ Ом}, \quad b = (10 \pm 5) \cdot 10^{-3} \text{ В}.$$

## Схема оценивания

	<b>Часть 1</b>	<b>10 баллов</b>
1.1	Присутствует идея об использовании в качестве эталона массы массу добавленной воды	1 балл
1.2	Записаны правила моментов для случаев (1) и (2)	1 балл
1.3	Проведены измерения длин $l_0$ , $l_1$ , $L$ и массы добавленной воды $m_1$	1 балл
1.4	Получен ответ для массы линейки $m_d$	2 балла
1.5	Измерена длина $l$ (для равновесия между шприцом с телом и линейкой)	1 балл
1.6	Получен ответ для массы шприца с телом $M$	1 балл
1.7	Получено выражение для массы воды $m_0$ , такой, что тело полностью погружено	1 балл
1.8	Записано выражение для массы воды $m_0$ через объём тела $V$ и уровень воды $V_0$	1 балл
1.9	Получен ответ для объёма тела $V$	1 балл
	<b>Часть 2</b>	<b>5 баллов</b>
2.1	Приведена схем эксперимента	2 балла
2.2	Построена ВАХ	1 балл
2.3	Найдено $R$ по МНК	2 балла

## 10 класс. Решение экспериментального тура

### Часть 1.

Обмотав пробирку кусочком миллиметровой бумаги, определим периметр  $P = \pi D$  и из этого определим внешний диаметр  $D$ .

Внутренний диаметр пробирки можно измерить, долив в неё шприцем воду и измерив изменение уровня  $\Delta x$ . Объём налитой воды  $\Delta V_1 = \frac{1}{4}\pi d^2 \Delta x$  нам известен, поскольку мы наливаем её шприцем.

Для того, чтобы пробирка плавала вертикально, нужно налить в неё некоторое количество воды. Измеряем уровни  $x_1$  и  $x_2$ , наклеив на пробирку с помощью скотча полоску миллиметровой бумаги, которая служит нам шкалой.

Воду в исследуемую пробирку наливаем шприцем, таким образом мы знаем объём  $V_1$ . Для измерения объёма  $V_2$  погрузим малую пробирку в большую до той же глубины  $x_2$ . Отметим уровень воды в большой пробирке. Затем вынем малую пробирку и шприцем дольём в большую пробирку воды до отмеченного уровня. Объём долитой воды равен  $V_2$ .

По закону Архимеда

$$(m + \rho_0 V_1)g = \rho_0 V_2 g,$$

значит, массу пробирки можно рассчитать по формуле

$$m = \rho_0 (V_2 - V_1).$$

Измерим объём вытесняемой воды при полном погружении малой пробирки в большую и полный внутренний объём исследуемой пробирки. Разность этих объёмов и есть объём стекла пробирки  $V$ .

Рассчитаем плотность материала пробирки по формуле  $\rho = \frac{m}{V}$ .

## Часть 2.

1. Схема:

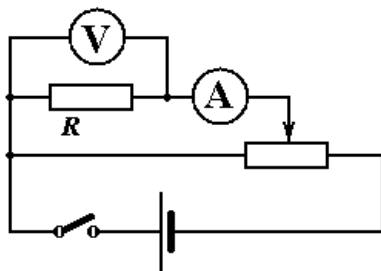
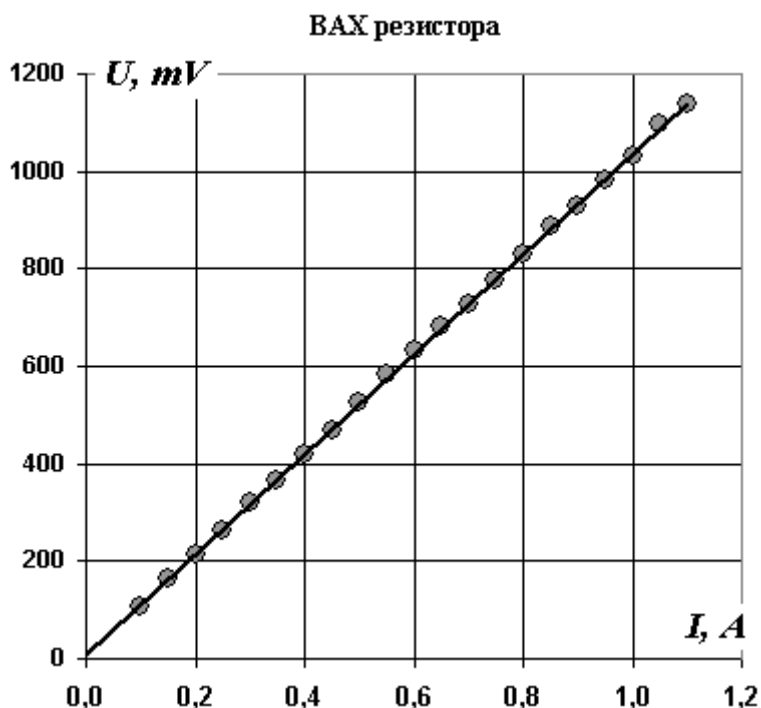


Таблица 1. Зависимость напряжения на резисторе от силы тока.

$I, A$	$U, мВ$
0,10	106
0,15	165
0,20	215
0,25	264
0,30	322
0,35	367
0,40	420
0,45	470
0,50	527
0,55	585
0,60	633
0,65	682
0,70	726
0,75	777
0,80	831
0,85	886
0,90	929
0,95	982
1,00	1031
1,05	1096
1,10	1138



ВАХ практически идеальная прямая! Так как сопротивление надо определить с максимально возможной точностью (и погрешность считать надо), то надо обрабатывать по МНК. Записываем

$$U = aI + b.$$

Очевидно, что здесь коэффициент  $a$  есть сопротивление резистора  $a = R$  (хорошо, меньше считать), а  $b$  - должно быть равно нулю. Получаем:

$$R = (1,027 \pm 0,007) \text{ Ом}, \quad b = (10 \pm 5) \cdot 10^{-3} \text{ В}.$$

### Схема оценивания

	<b>Часть 1</b>	<b>12 баллов</b>
1.1	За методику эксперимента	2 балла
1.2	Измерение диаметров $d$ и $D$	1 балл
1.3	Указано, как добиться вертикального плавания пробирки	1 балл
1.4	Измерены уровни $x_1$ и $x_2$	1 балл
1.5	Измерен объём $V_1$	1 балл
1.6	Измерен объём $V_2$	1 балл
1.7	Получена формула для массы пробирки	1 балл
1.8	Рассчитана масса пробирки	1 балл
1.9	Измерен объём пробирки	2 балла
1.10	Рассчитана плотность материала пробирки	1 балл
	<b>Часть 2</b>	<b>3 балла</b>
2.1	Приведена схем эксперимента	1 балла
2.2	Построена ВАХ	0,5 балла
2.3	Найдено $R$ по МНК	1,5 балла

## 11 класс. Решение экспериментального тура

### Часть 1.

Задачу легко решить, опытным путём найдя фокусное расстояние линзы, а затем вычислив показатель преломления материала линзы по формуле линзы. Радиусы кривизны цилиндрической линзы можно найти, очертив её контуры на бумаге, методом построения двух хорд.

Показатель преломления материала линзы  $n$  входит в формулу для фокусного расстояния  $F$  :

$$\frac{1}{F} = (n - 1) \frac{1}{R}, \quad (1)$$

Даны вогнутое зеркало, лампа накаливания, экран, линейка, стакан с водой, штатив.

а) Получите изображение нити лампы на экране от вогнутого сферического зеркала. Измерьте расстояние от лампы до зеркала и от зеркала до экрана. Вогнутое зеркало располагайте горизонтально, а экран закрепите на штативе над зеркалом.

б) Получите изображение нити лампы на экране от вогнутого сферического зеркала, на поверхность которого налит слой воды. Сделайте те же измерения.

в) Вычислите показатель преломления воды.

$$\frac{1}{L} - \frac{1}{b} = -\frac{1}{F_1}$$

## Часть 2.

1. Схема:

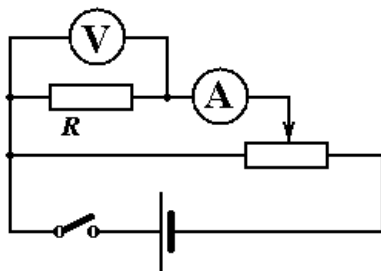
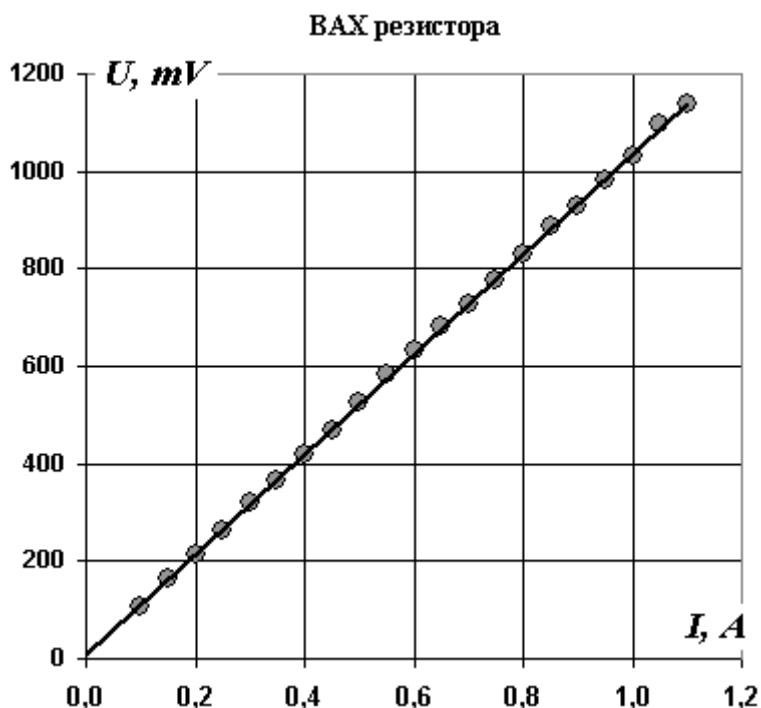


Таблица 1. Зависимость напряжения на резисторе от силы тока.

$I, A$	$U, мВ$
0,10	106
0,15	165
0,20	215
0,25	264
0,30	322
0,35	367
0,40	420
0,45	470
0,50	527
0,55	585
0,60	633
0,65	682
0,70	726
0,75	777
0,80	831
0,85	886
0,90	929
0,95	982
1,00	1031
1,05	1096
1,10	1138



ВАХ практически идеальная прямая! Так как сопротивление надо определить с максимально возможной точностью (и погрешность считать надо), то надо обрабатывать по МНК. Записываем

$$U = aI + b.$$

Очевидно, что здесь коэффициент  $a$  есть сопротивление резистора  $a = R$  (хорошо, меньше считать), а  $b$  - должно быть равно нулю. Получаем:

$$R = (1,027 \pm 0,007) \text{ Ом}, \quad b = (10 \pm 5) \cdot 10^{-3} \text{ В}.$$



## Схема оценивания

	<b>Часть 1</b>	<b>12 баллов</b>
1.1	За методику	2 балла
1.2	Получение изображения нити лампы на экране от вогнутого сферического зеркала	1 балл
1.3	Измерение расстояния от лампы до зеркала и от зеркала до экрана. Нахождение фокусного расстояния линзы	2 балла
1.4	Вычисление показателя преломления материала линзы по формуле линзы	1 балл
1.5	Определение радиуса кривизны вогнутой линзы	2 балла
1.6	Получение изображения нити лампы на экране от вогнутого сферического зеркала, на поверхность которого налит слой воды	1 балл
1.7	Измерение расстояния от лампы до зеркала и от зеркала до экрана. Нахождение фокусного расстояния линзы.	2 балла
1.8	Вычислите показатель преломления	1 балл
	<b>Часть 2</b>	<b>3 балла</b>
2.1	Приведена схема эксперимента	1 балла
2.2	Построена ВАХ	0,5 балла
2.3	Найдено $R$ по МНК	1,5 балла

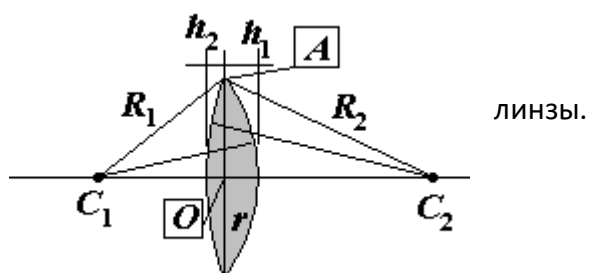
## Разработка методики измерений.

Показатель преломления материала линзы  $n$  входит в формулу для фокусного расстояния  $F$  :

$$\frac{1}{F} = (n-1) \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right), \quad (1)$$

поэтому может быть рассчитан, если измерить фокусное расстояние линзы, а также радиусы кривизны  $R_1, R_2$  поверхностей линз.

Наибольшую сложность вызывает измерение именно этих радиусов. На рисунке показан профиль двояковыпуклой линзы. Из рисунка следует, что радиус кривизны поверхности удовлетворяет уравнению (теорема Пифагора для треугольника  $AC_1O$ )



$$(R_1 - h_1)^2 + r^2 = R_1^2,$$

из которого следует

$$R_1 = \frac{r^2 + h_1^2}{2h_1}, \quad (2)$$

где  $r$  - радиус линзы,  $h_1$  - толщина выпуклости задней поверхности. Радиус линзы легко измерить с помощью штангенциркуля. А как измерить толщину выпуклости? А может ее и не надо измерять! Сделаем еще один шаг. Подставим выражения для радиусов кривизны (для второго радиуса формула аналогична формуле (2)):

$$\frac{1}{F} = (n-1) \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = (n-1) \left( \frac{2h_1}{r^2 + h_1^2} + \frac{2h_2}{r^2 + h_2^2} \right),$$

а теперь, внимание, Если в знаменателях пренебречь квадратами толщин выпуклостей, то эта формула приобретает вид:

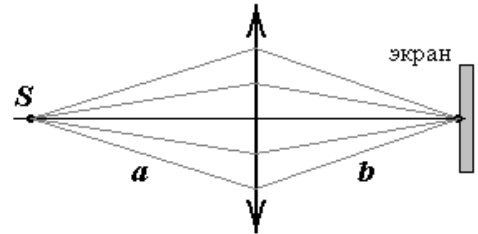
$$\frac{1}{F} = (n-1) \left( \frac{2h_1}{r^2 + h_1^2} + \frac{2h_2}{r^2 + h_2^2} \right) \approx (n-1) \frac{2(h_1 + h_2)}{r^2}, \quad (3)$$

в котором отсутствуют отдельные значения толщин выпуклостей, а только их сумма  $(h_1 + h_2) = h$ , то есть толщина линзы, которая легко измеряется штангенциркулем. Итак, с одной стороны мы огрубим расчетную формулу, но с другой существенно упростили требуемые измерения. Можно «на глаз» оценить погрешность, которую мы допустили при использовании указанного приближения. Радиус линзы  $r$  более чем в 10 раз больше ее толщины, поэтому сделанное приближение приводит к погрешности менее 1% , так как

$\varepsilon \approx \frac{h^2}{r^2}$ . Невысокая цена за существенное экспериментальное упрощение, тем более, что суммарная погрешность, скорее всего, превысит это значение. Поэтому с точки зрения экспериментатора переход к формуле (3) является громадным теоретическим достижением.

Обсудим теперь методику измерения фокусного расстояния линзы<sup>1</sup>. Понятно, что идея измерений должна основываться на известной формуле линзы

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}, \quad (4)$$



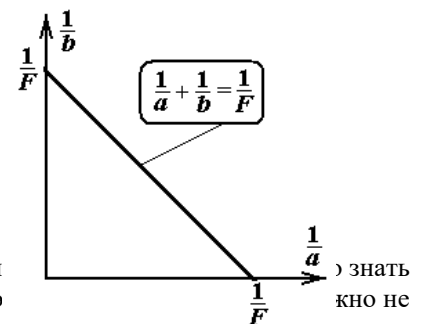
где  $a$  - расстояние от предмета до линзы,  $b$  - расстояние от линзы до изображения.

Таким образом, необходимо с помощью линзы получить четкое изображение светящейся лампочки и измерить нужные расстояния. Однако сложно точно определить положение экрана, при котором изображение является «четким». Поэтому единственный выход повышения точности окончательного результата – увеличение числа измерений. Причем здесь необходимо вспомнить и воспользоваться замечательным правилом экспериментатора: <sup>2</sup> **изучай зависимость!** Иными словами, необходимо провести измерения нескольких пар значений расстояний  $(a, b)$ , причем заметно изменяя эти параметры. Эти измерения удобно проводить следующим образом: установить экран и лампочку на некотором расстоянии друг от друга, затем найти два положения линзы между ними, при которых на экране получается четкое изображение, провести эту процедуру несколько раз.

Обратимся к формуле линзы (4), которая допускает красивую геометрическую интерпретацию. Если по осям координат отложить величины  $\frac{1}{a}$  и  $\frac{1}{b}$ , то уравнение (4) определяет в этих координатах отрезок прямой, отсекающий на осях величину обратную фокусному расстоянию.

Итак, окончательная последовательность измерений и обработки их результатов должна быть следующей:

- измерить толщину и радиус линзы  $h, r$  (не забывая об оценке погрешностей  $\Delta h, \Delta r$ );



<sup>1</sup> В условиях спешки и нервного напряжения весьма вероятны грубые ошибки (например, не зная примерное значение той величины, которую собираешься измерять. Поэтому не рекомендуется писать в своей работе) провести грубые, оценочные измерения. Так в дальнейшем вы можете с помощью линзы можно получить изображение удаленного светящегося предмета (окна, ламп на потолке) на экране (или на ладони) и измерить расстояние между линзой и изображением – оно примерно равно фокусному расстоянию линзы.

<sup>2</sup> Здесь может торжествовать теоретик – ему достаточно одной пары значений.

- провести серию измерений расстояний  $(a, b)$ , при которых на экране получается четкое изображение лампочки; эти измерения удобно проводить следующим образом: установить экран и лампочку на некотором расстоянии друг от друга, затем найти два положения линзы между ними, при которых на экране получается четкое изображение, провести эту процедуру несколько раз;

- далее следует построить зависимость величины  $Y = \frac{1}{b}$  от величины  $X = \frac{1}{a}$  и убедиться, что она линейна и проходит под равными углами  $45^\circ$  к осям;

- с помощью МНК (или графически) определить коэффициенты линейной зависимости

$$Y = KX + C,$$

- убедиться, что параметр  $K$  этой зависимости в пределах погрешности равен 1, определить значение параметра  $C$  и его погрешность  $\Delta C$ ;

- согласно формулам (3)-(4) этот параметр равен

$$C = (n-1) \frac{2h}{r^2};$$

поэтому значение показателя преломления рассчитывается по формуле

$$n = 1 + C \frac{r^2}{2h}, \quad (5)$$

- погрешность показателя преломления рассчитывается по формуле

$$\Delta n = (n-1) \sqrt{\left(\frac{\Delta C}{C}\right)^2 + \left(2 \frac{\Delta r}{r}\right)^2 + \left(\frac{\Delta h}{h}\right)^2}. \quad (6)$$

Работа проста и хорошо знакома – рекомендую самостоятельно провести измерения и обработку результатов самостоятельно.