

Задача 1 (9.0 балла)

Эта задача состоит из двух независимых частей.

Часть А (4.0 балла)



В теплоизолированном цилиндре с поршнем находится в равновесии 10г льда, 3г воды и 2г водяного пара. Вдвигая поршень, объём сосуда уменьшают вдвое.

- 1) Определите новый равновесный состав смеси.
- 2) Изобразите качественную зависимость масс компонентов смеси со временем для двух случаев: поршень вдвигается медленно; поршень вдвигается быстро.

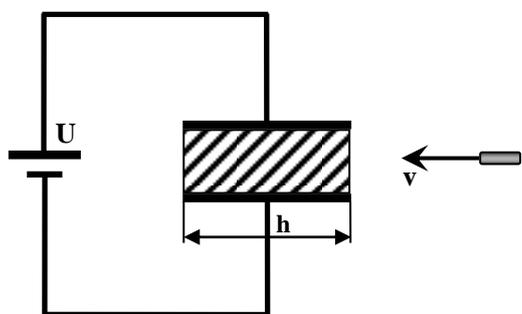
Удельная теплоёмкость льда $c = 2.09 \text{ кДж}/(\text{кг}\cdot\text{К})$,

Удельная теплоёмкость воды $c = 4.19 \text{ кДж}/(\text{кг}\cdot\text{К})$,

Удельная теплота плавления льда $\lambda = 335 \text{ кДж}/\text{кг}$,

Удельная теплота парообразования воды (при $t = 0^\circ\text{C}$) $r = 2.49 \text{ МДж}/\text{кг}$.

Часть Б (5.0 балла)



В плоский прямоугольный конденсатор емкости C вставлена диэлектрическая пластина с проницаемостью ϵ и массой M , которая может скользить по пластинам без трения. Конденсатор подключен к источнику постоянного напряжения U . В какой-то момент времени в диэлектрик попадает пуля массы m и застревает в нем. Длина пластин конденсатора в направлении движения пули равна h , а размерами самой пули можно пренебречь.

- 1) При какой минимальной начальной скорости движения пули она сможет выбить диэлектрик из конденсатора?
- 2) За какое время при этом диэлектрическая пластина покинет конденсатор?

Задача 2 Нелинейная нитка (10.0 балла)

Нитка сделана из резины, которая может растягиваться до длин l , значительно превышающих ее начальную длину l_0 . У подобной резинки сохраняется ее полный объем.

А) Выразите площадь поперечного сечения S резинки в деформированном состоянии через ее длину l и ее начальные размеры l_0 , S_0 .

Б) При малых деформациях резинки сила натяжения F и ее удлинение x связаны законом Гука $F = k_0 x$, где начальная жесткость равна $k_0 = E_0 S_0 / l_0$, а E_0 – так называемый модуль Юнга. При больших деформациях резинки $l \gg l_0$ закон Гука перестает соблюдаться, а вместо этого выполняется закон $F(l) = a + \frac{b}{l}$. Выразите постоянные a и b через l_0 , S_0 и E_0 .

В) Предположим, что резинка растянута некоторой силой до длины l . Малое изменение ΔF растягивающей силы приводит к малому изменению ее длины $\Delta l \ll l$. Выразите ΔF через l , l_0 , E_0 и Δl .

Г) Предположим, что к одному из концов резинки присоединено маленькое тело и вся система приведена во вращение относительно другого ее конца. Предполагая движение тела круговым, выразите длину резинки l через кинетическую энергию тела K и через l_0 , S_0 , E_0 .

Д) Проанализируем малые возмущения кругового движения тела из предыдущего пункта. Будем описывать движение системы изменением ее длины $r(t) = l(t) - l(0)$, радиальной $v_r(t)$ и тангенциальной $v_t(t)$ скоростями тела (это компоненты скорости соответственно параллельные и перпендикулярные резинке). Обозначим начальные величины как $L = l(0)$, $V_r = v_r(0)$ и

$V_t = v_t(0)$. Запишите два уравнения, связывающие между собой $r(t)$, $v_r(t)$ и $v_t(t)$. В уравнениях используйте следующие величины: масса тела m , а также $L, V_r, V_t, l_0, S_0, E_0$.

Е) Предполагая $r \ll L$, найдите соотношение между $r(t)$ и $v_r(t)$, которое также содержит $m, L, V_r, V_t, l_0, S_0, E_0$. Найдите период T малых осцилляций $r(t)$. Упростите выражение для T при $L \gg l_0$.

Подсказка. Вам могут понадобиться следующие формулы:

$$(1+x)^\alpha = 1 + \alpha x + \frac{\alpha(\alpha-1)}{2} x^2, \text{ при } x \ll 1,$$

$$\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2}, \text{ при } x \ll 1,$$

$$\int \frac{dx}{x} = \ln x + C, \text{ где } C - \text{некоторая постоянная.}$$

Задача 3 Нелинейный резистор (11.0 балла)

Эксперименты показали, что некоторый нелинейный резистор обладает следующими свойствами. При постепенном повышении температуры до $T_1 = 100^\circ\text{C}$ его сопротивление скачком изменяется от $R_1 = 50$ до $R_2 = 100\text{Ом}$, а обратный скачок сопротивления наблюдается при более низкой температуре, равной $T_2 = 90^\circ\text{C}$. Теплоемкость резистора была измерена отдельно и оказалась равной $C = 4\text{Дж} / \text{К}$.

В начальный момент времени $t=0$ температура резистора равна $T_0 = 20^\circ\text{C}$ и к нему подключают источник питания напряжением $U = 10\text{В}$. Чтобы резистор не перегрелся и не расплавился, его обдувают вентилятором, который обеспечивает отвод тепла от резистора с постоянной скоростью $P_Q = 4\text{Дж} / \text{с}$. Вентилятор обладает термическим датчиком и таймером, которые работают следующим образом. Как только температура резистора достигает значения $T_{cr} = 110^\circ\text{C}$, срабатывает термический датчик, который включает вентилятор на время, равное $\tau = 1.5\text{мин}$.

- А) Определите момент времени t_1 , когда произойдет первый скачок сопротивления резистора.
- Б) Определите момент времени t_2 , когда произойдет первое включение вентилятора.
- В) С течением времени в системе возникают периодические изменения температуры. Найдите минимальное значение температуры T_{\min} резистора в этих колебаниях.
- Г) Чему равен период τ_0 установившихся колебаний температуры?
- Д) Какое количество джоулей тепла Q выделяется на резисторе за один период колебаний?
- Е) Нарисуйте график зависимости температуры резистора T от времени t с момента $t=0$ до завершения второго периода колебаний.