

### Задача 1 (9.0 балла)

Эта задача состоит из двух независимых частей.

#### Часть А (4.0 балла)



В теплоизолированном цилиндре с поршнем находится в равновесии 10г льда, 3г воды и 2г водяного пара. Вдвигая поршень, объём сосуда уменьшают вдвое.

- 1) Определите новый равновесный состав смеси.
- 2) Изобразите качественную зависимость масс компонентов смеси со временем для двух случаев: поршень вдвигается медленно; поршень вдвигается быстро.

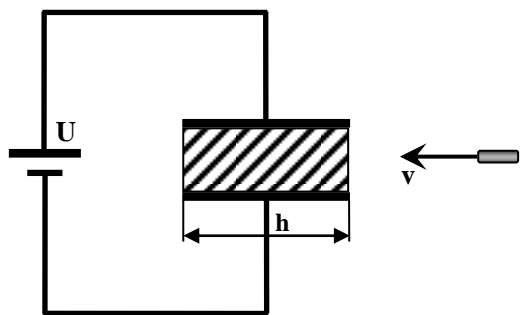
Удельная теплоёмкость льда  $c = 2.09 \text{ кДж}/(\text{кг}\cdot\text{К})$ ,

Удельная теплоёмкость воды  $c = 4.19 \text{ кДж}/(\text{кг}\cdot\text{К})$ ,

Удельная теплота плавления льда  $\lambda = 335 \text{ кДж}/\text{кг}$ ,

Удельная теплота парообразования воды (при  $t = 0 \text{ }^\circ\text{C}$ )  $r = 2.49 \text{ МДж}/\text{кг}$ .

#### Часть Б (5.0 балла)



В плоский прямоугольный конденсатор емкости  $C$  вставлена диэлектрическая пластина с проницаемостью  $\epsilon$  и массой  $M$ , которая может скользить по пластинам без трения. Конденсатор подключен к источнику постоянного напряжения  $U$ . В какой-то момент времени в диэлектрик попадает пуля массы  $m$  и застревает в нем. Длина пластин конденсатора в направлении движения пули равна  $h$ , а размерами самой пули можно пренебречь.

- 1) При какой минимальной начальной скорости движения пули она сможет выбить диэлектрик из конденсатора?
- 2) За какое время при этом диэлектрическая пластина покинет конденсатор?

### Задача 2 Нелинейная нитка (10.0 балла)

Нитка сделана из резины, которая может растягиваться до длин  $l$ , значительно превышающих ее начальную длину  $l_0$ . У подобной резинки сохраняется ее полный объем.

А) Выразите площадь поперечного сечения  $S$  резинки в деформированном состоянии через ее длину  $l$  и ее начальные размеры  $l_0, S_0$ .

Б) При малых деформациях резинки сила натяжения  $F$  и ее удлинение  $x$  связаны законом Гука  $F = k_0 x$ , где начальная жесткость равна  $k_0 = E_0 S_0 / l_0$ , а  $E_0$  – так называемый модуль Юнга. При больших деформациях резинки  $l \gg l_0$  закон Гука перестает соблюдаться, а вместо этого выполняется закон  $F(l) = a + \frac{b}{l}$ . Выразите постоянные  $a$  и  $b$  через  $l_0, S_0$  и  $E_0$ .

В) Предположим, что резинка растянута некоторой силой до длины  $l$ . Малое изменение  $\Delta F$  растягивающей силы приводит к малому изменению ее длины  $\Delta l \ll l$ . Выразите  $\Delta F$  через  $l, l_0, E_0$  и  $\Delta l$ .

Г) Предположим, что к одному из концов резинки присоединено маленькое тело и вся система приведена во вращение относительно другого ее конца. Предполагая движение тела круговым, выразите длину резинки  $l$  через кинетическую энергию тела  $K$  и через  $l_0, S_0, E_0$ .

Д) Проанализируем малые возмущения кругового движения тела из предыдущего пункта. Будем описывать движение системы изменением ее длины  $r(t) = l(t) - l(0)$ , радиальной  $v_r(t)$  и тангенциальной  $v_t(t)$  скоростями тела (это компоненты скорости соответственно параллельные и перпендикулярные резинке). Обозначим начальные величины как  $L = l(0), V_r = v_r(0)$  и

$V_t = v_t(0)$ . Запишите два уравнения, связывающие между собой  $r(t)$ ,  $v_r(t)$  и  $v_t(t)$ . В уравнениях используйте следующие величины: масса тела  $m$ , а также  $L, V_r, V_t, l_0, S_0, E_0$ .

Е) Предполагая  $r \ll L$ , найдите соотношение между  $r(t)$  и  $v_r(t)$ , которое также содержит  $m, L, V_r, V_t, l_0, S_0, E_0$ . Найдите период  $T$  малых осцилляций  $r(t)$ . Упростите выражение для  $T$  при  $L \gg l_0$ .

*Подсказка.* Вам могут понадобиться следующие формулы:

$$(1+x)^\alpha = 1 + \alpha x + \frac{\alpha(\alpha-1)}{2}x^2, \text{ при } x \ll 1,$$

$$\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2}, \text{ при } x \ll 1,$$

$$\int \frac{dx}{x} = \ln x + C, \text{ где } C - \text{некоторая постоянная.}$$

### Задача 3 Нелинейный резистор (11.0 балла)

Эксперименты показали, что некоторый нелинейный резистор обладает следующими свойствами. При постепенном повышении температуры до  $T_1 = 100^\circ\text{C}$  его сопротивление скачком изменяется от  $R_1 = 50$  до  $R_2 = 100\text{Ом}$ , а обратный скачок сопротивления наблюдается при более низкой температуре, равной  $T_2 = 90^\circ\text{C}$ . Теплоемкость резистора была измерена отдельно и оказалась равной  $C = 4\text{Дж} / \text{К}$ .

В начальный момент времени  $t=0$  температура резистора равна  $T_0 = 20^\circ\text{C}$  и к нему подключают источник питания напряжением  $U = 10\text{В}$ . Чтобы резистор не перегрелся и не расплавился, его обдувают вентилятором, который обеспечивает отвод тепла от резистора с постоянной скоростью  $P_Q = 4\text{Дж} / \text{с}$ . Вентилятор обладает термическим датчиком и таймером, которые работают следующим образом. Как только температура резистора достигает значения  $T_{cr} = 110^\circ\text{C}$ , срабатывает термический датчик, который включает вентилятор на время, равное  $\tau = 1.5\text{мин}$ .

- А) Определите момент времени  $t_1$ , когда произойдет первый скачок сопротивления резистора.
- Б) Определите момент времени  $t_2$ , когда произойдет первое включение вентилятора.
- В) С течением времени в системе возникают периодические изменения температуры. Найдите минимальное значение температуры  $T_{\min}$  резистора в этих колебаниях.
- Г) Чему равен период  $\tau_0$  установившихся колебаний температуры?
- Д) Какое количество джоулей тепла  $Q$  выделяется на резисторе за один период колебаний?
- Е) Нарисуйте график зависимости температуры резистора  $T$  от времени  $t$  с момента  $t=0$  до завершения второго периода колебаний.