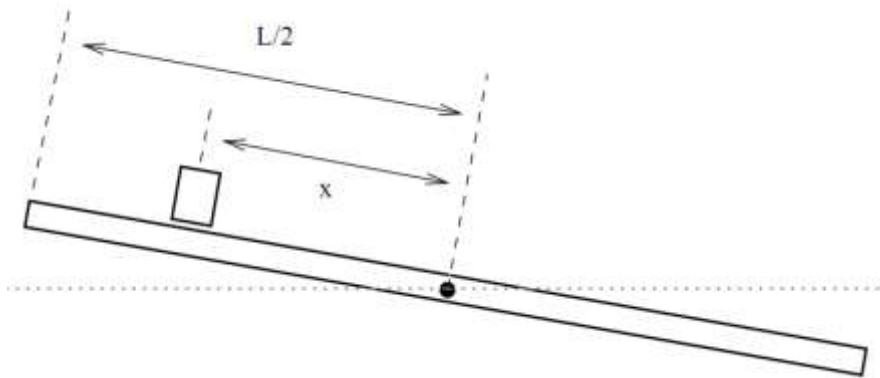


### **Задача 1 (8.0 балла)**

Тонкая доска массы  $M$  и длины  $L$  может вращаться вокруг горизонтальной оси, проходящей через ее центр. Тело массой  $m \ll M$  скользит по верхней части доски. Трение отсутствует. В начальном положении доска составляет угол  $\theta_0$  с горизонтом, тело находится у верхнего края доски, а система в целом покоится. На протяжении всей задачи считайте, что  $\theta \ll 1$ , размерами тела можно пренебречь, ускорение свободного падения равно  $g$ .



Пусть  $x$  – смещения тела вдоль доски, измеряемое от ее центра,  $\theta$  – угол между доской и горизонталью. Считайте, что центростремительное ускорение тела пренебрежимо мало по сравнению с линейным ускорением тела при его движении вверх и вниз по доске.

- Для некоторого значения  $\theta_0$  во все время движения оказывается, что  $x = k\theta$ , где  $k$  – некоторая постоянная. Найдите  $\theta_0$ .
- Считая, что  $\theta_0$  принимает значение из пункта а), определите период колебаний системы.
- Считая, что  $\theta_0$  принимает значение из пункта а), найдите  $k$ .
- Определите максимальное значение отношения центростремительного и линейного ускорений тела и покажите корректность использованного приближения.

### **Задача 2 (5.5 балла)**

Закрытая с одного конца цилиндрическая труба содержит подвижный поршень, под которым находится 2 моля воздуха. Первоначально, воздух в трубе имеет давление в одну атмосферу, объем  $V_0$ , и температуру  $T_0 = 298 \text{ K}$ . С воздухом производят следующие процессы. Процесс А: воздух в цилиндре сжимается при постоянной температуре до объема  $V_0/4$ . Процесс Б: воздуху позволяют расшириться адиабатически до объема  $V = 15 \text{ л}$ . Процесс В: поршень выдвигают, позволяя воздуху расшириться до первоначального объема  $V_0$  при постоянной температуре. Процесс Г: при фиксированном объеме воздух доводят до исходной температуры  $T_0$ . Считайте воздух двухатомным идеальным газом, а  $1 \text{ атм} = 1.01 \times 10^5 \text{ Па}$ . Универсальная газовая постоянная равна  $R = 8.31 \text{ Дж} / (\text{моль} \cdot \text{K})$ .

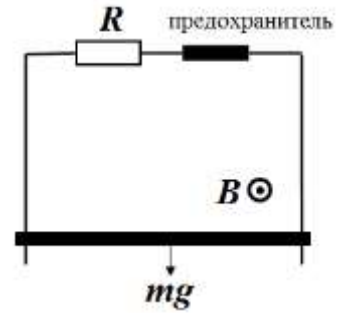
- Нарисуйте  $P$ - $V$  диаграмму процесса в целом.
- Какая работа совершается над газом во время процесса А?
- Какова температура воздуха в конце процесса В?
- Чему равно минимальное давление газа  $p_{\min}$  за весь круговой процесс.

### **Задача 3 (9.5 балла)**

Одна пара концов двух длинных, параллельных проводов соединена между собой резистором с сопротивлением  $R = 0.25 \text{ Ом}$  и предохранителем, который перегорает мгновенно, если сила текущего через него тока превосходит  $I = 5 \text{ А}$ . Другая пара концов остается не замкнутой. По

**Республиканская олимпиада. Теоретический тур, 10 класс. Талдыкорган, 2013**

проводам может скользить без трения проводящий стержень массы  $m$ . Провода находятся на расстоянии  $l = 30\text{ см}$  друг от друга. Вся система помещается в однородное постоянное магнитное поле с индукцией  $B = 1.2\text{ Тл}$ , как показано на рисунке. Сопротивлением стержня и проводов можно пренебречь, ускорение свободного падения равно  $g = 9.8\text{ м/с}^2$ .



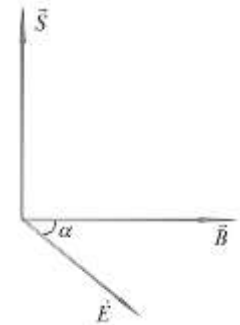
Стержень отпускают и он падает под действием силы тяжести, но никогда не теряет контакта с проводами.

- а) С какой минимальной скоростью  $v_{\min}$  должен двигаться стержень для того, чтобы предохранитель перегорел?
- б) При какой наименьшей массе стержня  $m_{\min}$  предохранитель перегорает?
- в) Найдите аналитическую зависимость скорости стержня  $v(t)$  от времени  $t$ .

Предохранитель изготовлен из цилиндрического провода длиной  $L$ , радиусом  $r \ll L$  и удельным сопротивлением  $\rho_f$ . Предположим, что через предохранитель протекает однородный по сечению электрический ток силой  $I$ .

- г) Какова величина и направление электрического поля на поверхности провода, из которого изготовлен предохранитель?
- д) Какова величина и направление магнитного поля на поверхности провода, из которого изготовлен предохранитель?

Количество электромагнитной энергии, протекающей через единицу площади поверхности в единицу времени, определяется вектором Пойнтинга  $S$ , который перпендикулярен электрическому и магнитному полю и равен по модулю  $S = EB \sin \alpha / \mu_0$ , где  $E$  – вектор напряженности электрического поля,  $B$  – вектор магнитной индукции, а  $\alpha$  – угол между ними (смотрите рисунок справа).



- е) Найдите величину и направление вектора Пойнтинга на поверхности провода предохранителя.

Предохранитель перегорает, если он достигает точки плавления. Известно, что нагретый объект излучает энергию, мощность которой определяется законом  $P = \sigma AT^4$ , где  $T$  – температура в градусах Кельвина,  $A$  – площадь поверхности, а  $\sigma = 5.67 \times 10^{-8}\text{ Вт/(м}^2 \cdot \text{К}^4)$  – постоянная Стефана-Больцмана. Если  $T = 500\text{ К}$  – температура плавления материала предохранителя, имеющего удельное сопротивление  $\rho = 120\text{ нОм}\cdot\text{м}$ , а сила тока, при которой предохранитель перегорает, равна  $I = 5\text{ А}$ .

- ж) Каким должен быть радиус провода, из которого изготовлен предохранитель?

**Задача 4 (7.0 балла)**

Сферическая оболочка, имеющая внутренний радиус  $a$  и внешний радиус  $b$ , изготовлена из материала с удельным сопротивлением  $\rho$ . Точечный заряд  $q_0$  расположен в центре оболочки. В начальный момент времени  $t = 0$  весь материал оболочки является электрически нейтральным, включая внутреннюю и внешнюю поверхности. Магнитными эффектами и излучением можно пренебречь.

- а) Найдите напряженность электрического поля  $E_0$  внутри сферической оболочки спустя очень большое время.
- б) Найдите напряженность электрического поля вне сферической оболочки вблизи ее внутренней  $E_{in}$  и внешней поверхностей  $E_{out}$  спустя очень большое время.

**Республиканская олимпиада. Теоретический тур, 10 класс. Талдыкорган, 2013**

- в) Найдите поверхностную плотность заряда  $\sigma_{out}$  на внешней поверхности оболочки спустя очень большое время.
- г) Найдите полный заряд на внешней поверхности оболочки  $q(t)$  как функцию времени  $t$ ?