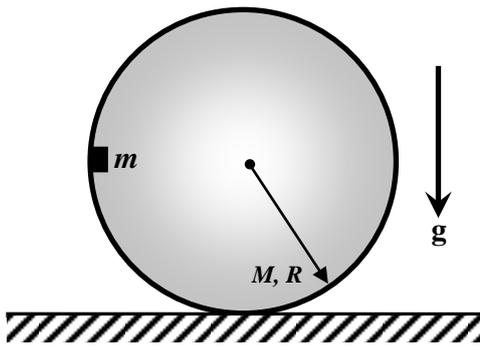


Задача 1. Шар на столе (8 баллов)

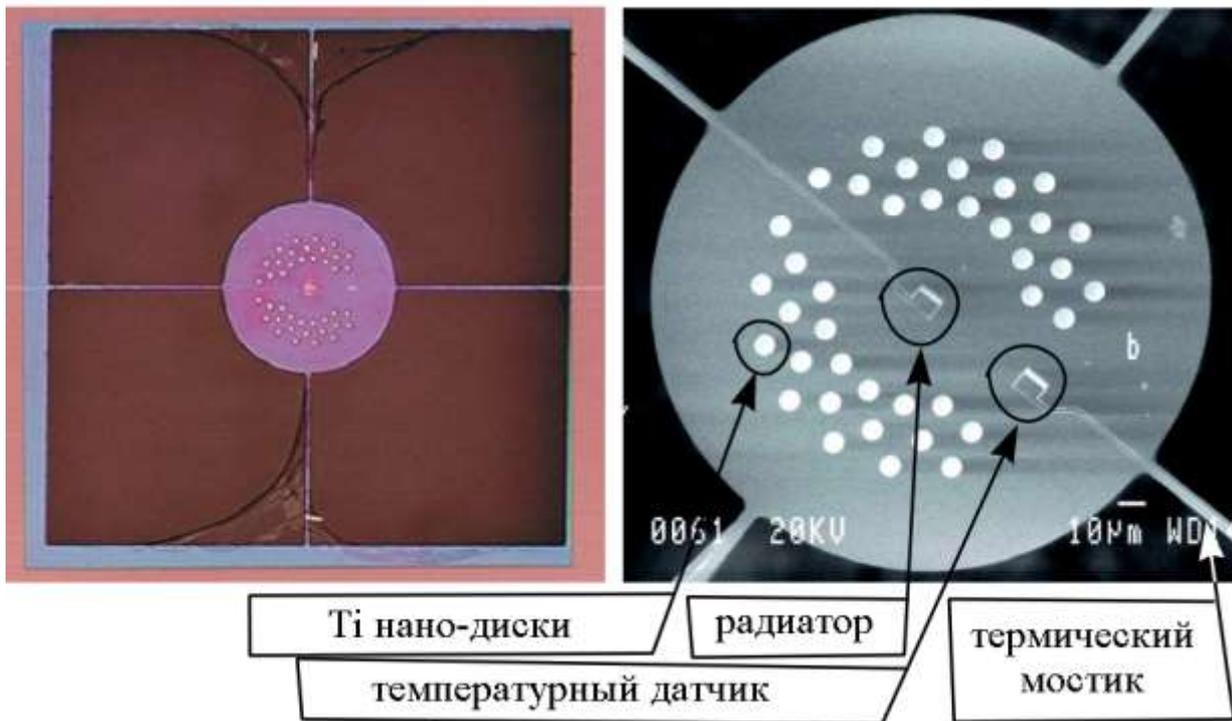


Небольшое тело массой m находится на внутренней поверхности полого шара массой M и радиуса R . В начальный момент времени скорости тела и шара равны нулю, а тело находится на высоте от горизонтального стола, равной радиусу шара (см. рис.). Найдите скорости тела и шара в тот момент, когда тело достигнет наинизшей точки. Трение между телом и внутренней поверхностью шара отсутствует. Рассмотрите отдельно два случая: 1) Трение между шаром и столом отсутствует (3 балла); 2) Шар движется по столу без проскальзывания (5 баллов).

Ускорение свободного падения равно g .

Задача 2. Калориметр в нанотехнологии (8 баллов)

Рассмотрим строение калориметра, используемого в нанотехнологии. Тонкая круглая мембрана, сделанная в виде диска из нитрида кремния, соединяется с оболочкой четырьмя тонкими и узкими термическими мостиками, а в остальном она термически изолирована от окружающей среды (фотография слева). В центре мембраны имеется маленький радиатор с похожей структурой и предназначенный для измерения температуры (фотография мембраны справа).



Подобный калориметр можно применять для исследования тепловых свойств титановых дисков, имеющих наноразмеры (они изображены светлыми точками на фотографии справа). Тепловая мощность, выделяемая или поглощаемая радиатором, зависит от времени по закону $P = P_0 \cos(\omega t)$. При этом круговая частота ω настолько мала, что в произвольный момент времени t температура $T(t)$ по всей поверхности диска калориметра может считаться одинаковой, а температура в мостиках меняется с расстоянием линейно. Мостики прикреплены к массивной оболочке, температура которой T_0 остается постоянной во времени. Каждый мостик имеет длину L , площадь поперечного сечения S и коэффициент теплопроводности κ , представляющий собой

Республиканская олимпиада. Теоретический тур, 11 класс. Актобе, 2012

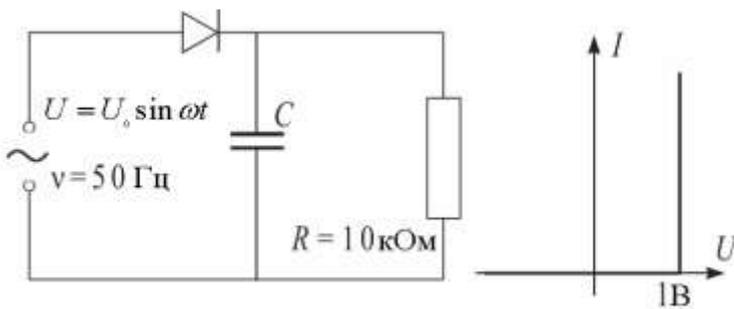
количество теплоты, передаваемой мостиком в единицу времени через единицу площади при падении температуры на 1°C на 1 м его длины. Теплоемкость калориметра вместе с титановыми дисками равна C .

1. Найдите тепловое сопротивление R между калориметром и его оболочкой. Тепловое сопротивление представляет собой отношение разности температур к количеству теплоты, переносимому в единицу времени. (1 балл)

В пунктах 2) и 3) выражайте ваши ответы через C , ω , R и P_0 .

2. Температура в калориметре по измерениям оказывается равной $T(t) = T_0 + \Delta T \cos(\omega t + \phi)$. Найдите ΔT и ϕ , а затем постройте их графики в зависимости от R . (4 балла)
3. Для изучения тепловых свойств титановых дисков крайне важно, чтобы амплитуда колебаний температуры $T(t)$ изменялась на как можно большую величину при маленьком изменении теплоемкости C , вызванном титановыми дисками. Исходя из этого, найдите оптимальную круговую частоту ω_0 . (2 балла)
4. Выше считалось, что температура вдоль мостиков изменяется линейно, то есть пренебрегалось их теплоемкостью. Это предположение не выполняется при достаточно высоких частотах $\omega > \omega_c$. Оцените ω_c , выразив ее через κ , L , удельную теплоемкость c и плотность материала мостиков ρ . (1 балл)

Задача 3. Выпрямление переменного тока (8 баллов)



На рисунке приведена схема, предназначенная для питания нагрузки $R = 10\text{ кОм}$ практически постоянным током $I = 10,0\text{ мА}$. На том же рисунке приведена вольтамперная характеристика диода. Для нормальной работы нагрузки (сопротивления) необходимо, чтобы колебания силы тока в ней удовлетворяли

условию $\Delta I / I < 0.01\%$.

1. Найдите амплитуду переменного напряжения U , приложенного к клеммам схемы. Схематически изобразите на одном графике зависимость напряжения источника и напряжения на резисторе от времени. (2 балла)
2. Найдите среднюю мощность, выделяемую на диоде в рабочем режиме схемы. (2 балла)
3. Найдите минимальную емкость конденсатора, при которой схема работает в заданном режиме. (2 балла)
4. Считая емкость конденсатора минимально возможной, найдите среднюю мощность диода в течении первого периода колебаний после приложения напряжения к клеммам схемы. (2 балла)

Задача 4. Невидимка (6 баллов)

Из стекла изготовили фигуру вращения, сечение которой имеет форму кривой $y = ax^4$, где x и y – расстояния до дефекта по горизонтали и вертикали, а a – некоторая известная постоянная. На вершине фигуры оказался маленький дефект (см. рисунок). При каком наименьшем коэффициенте преломления стекла дефект не будет виден через боковую поверхность?

