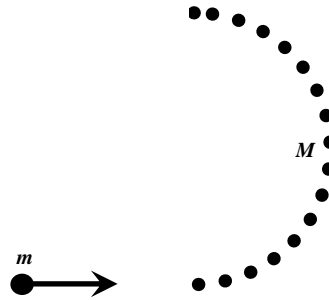


1. Шариковый «беспредел»

N шариков равномерно лежат полукругом на гладкой плоскости так, как показано на рисунке. Общая масса всех шариков равна M . Другой шарик массы m движется слева к полукругу и абсолютно упруго ударяется со всеми N шариками, и в конце концов оказывается с другой стороны полукруга со скоростью, направленной влево.

А) В пределе $N \rightarrow \infty$ (то есть когда масса каждого шарика M/N стремится к нулю), найдите минимальное значение отношения M/m , при котором указанное движение возможно.

Б) В пределе $N \rightarrow \infty$, найдите отношение конечной и начальной скоростей шарика массы m .



2. Магнитный «беспредел»

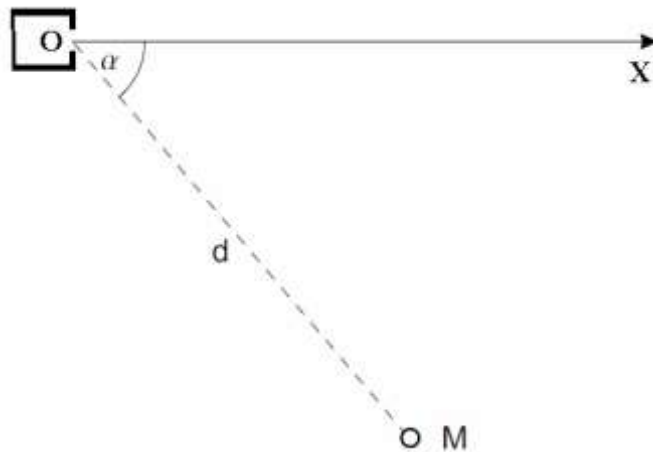
Это задача состоит из двух несвязанных частей.

Часть 1. Электронная пушка ускоряет электроны разностью потенциалов U в вакууме. Электроны выходят из пушки в направлении X , как показано на рисунке. Цель поражения электронами точка M находится на расстоянии d от пушки, направление которой составляет угол α с осью X . Чтобы поразить цель, найдите индукцию магнитного поля, которая:

(а) перпендикулярна плоскости рисунка;

(б) параллельна OM .

Считайте, что масса и заряд электрона известны.



Часть 2. Вне цилиндра радиуса R индукция однородного магнитного поля изменяется линейно со временем: $B = \alpha t$. Как должна меняться со временем индукция однородного магнитного поля внутри цилиндра, чтобы электрон двигался по окружности радиуса $r > R$. В момент времени $t = 0$ электрон находился в покое. Считайте, что индукции магнитных полей направлены перпендикулярно плоскости движения электрона.

3. Сила взаимодействия между проводящими сферой и плоскостью

Проблема, с которой часто сталкиваются в атомной микроскопии, состоит в том, чтобы определить силу взаимодействия между проводящей сферой радиуса R и

потенциалом V и проводящей плоскостью с нулевым потенциалом. Расстояние между телами равно h_0 (см. рисунок). Чтобы найти силу, применим шаг за шагом метод зеркального отражения.

(а) Поместим такой заряд q_0 на сферу, чтобы поверхность сферы являлась эквипотенциальной с потенциалом V . Пренебрегая присутствием проводящей плоскости, выразите q_0 через V и R .

(b) Определите значение q_1 и положение h_1 изображения заряда q_0 в проводящей плоскости.

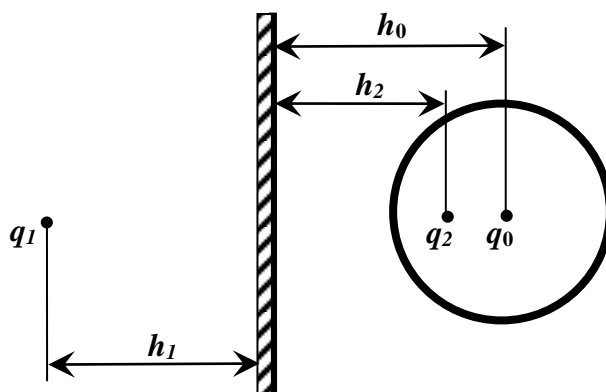
(с) Присутствие заряда q_1 нарушает эквипотенциальность проводящей сферы. Это положение можно исправить помещением другого заряда q_2 внутри сферы таким образом, чтобы суммарный вклад от q_0 , q_1 и q_2 восстановил эквипотенциальность проводящей сферы. Определите q_2 и его положение h_2 .

(d) Повторите (b), чтобы найти изображение заряда q_2 (назовите его q_3), и затем повторите (с) чтобы найти изображение заряда q_3 (назовите его q_4). Получите общую связь между h_{2n} и $h_{2(n+1)}$, q_{2n} и $q_{2(n+1)}$, q_{2n+1} и q_{2n} , $n = 0, 1, 2, \dots$

(е) Найдите полную силу взаимодействия между проводящей сферой и плоскостью в виде суммы бесконечного ряда.

(f) Предположим, что сила в (е) равна 1.1×10^{-12} Н, при $V = V_0$, $R = 1.0 \times 10^{-8}$ м, и $h_0 = 5.0 \times 10^{-8}$ м. Найдите силу при $V = 2 V_0$, $R = 1.0$ м, и $h_0 = 5.0$ м.

(g) Дано $R/h_0 = 1/51$. Сколько членов ряда нужно взять, чтобы определить силу в (е) с точностью до $\sim 1\%$?



4. Мастер фотографии

При фотографировании на пленке из-за конечной разрешающей способности получаются резко изображенными не только те предметы, на которые сфокусирован объектив фотоаппарата, но также и предметы, находящиеся несколько ближе и несколько дальше этого расстояния. Оказалось, что при наведении объектива фотоаппарата на предмет, находящийся на расстоянии $L_0 = 10$ м, ближняя граница глубины резкости расположена на расстоянии $L_1 = 7,8$ м. Определить дальнюю границу L_2 .