

Қазақстан Білім Олимпиадасы (ҚБО)

Аты-жөні

Оқушы ID

Физика – 8-есеп
Уақыты – 5 сағат

- **Маңызды / Важно**
- • Әр жауап қағазына ID жазуды ұмытпаңыз / Не забудьте написать ID на каждом ответном бланке
- • Физика пәнінде инженерлік калькулятор қолдануға болады / Инженерный калькулятор можно использовать в физике
- • Аты-жөндеріңізді тек қана осы бетте жазыңыз / Пишите свои имена только на этой странице

Telegram QR код



Сәттілік!

Қазақстан Білім Олимпиадасы Физика 1-тур [90 балл] (5 сағ)

Задача-1. [10 балл] Диэлектрики

Механизм изменений, вносимых диэлектриком во внешнее электрическое поле, состоит в переориентации неравномерно заряженных молекул, что приводит к появлению на его поверхности, так называемого, связанного заряда. Его поле вносит изменение во внешнее поле, в результате чего нормальная к поверхности составляющая электрического поля при переходе из вакуума в диэлектрик уменьшается в ϵ раз, где ϵ – диэлектрическая проницаемость материала, зависящая от его свойств.

1.1. [1 балл] Какова поверхностная плотность связанного заряда на поверхностях диэлектрической пластины с диэлектрической проницаемостью ϵ , помещённой перпендикулярно электрическому полю с величиной E ?

1.2. [3 балл] Какое давление испытывает со стороны жидкости с диэлектрической проницаемостью ϵ погружённый в неё металлический шар радиуса R , несущий на себе заряд q ?

1.3. [3 балл] Чему равен потенциал металлического шара R , заряженного зарядом q , если центр шара лежит на границе полупространств, заполненных диэлектриками с проницаемостями ϵ_1 и ϵ_2 ?

1.4. [3 балл] Шар пункта 1.3 плавает в диэлектрической жидкости с плотностью ρ_0 и проницаемостью ϵ , погрузившись в неё наполовину. Какова должна быть для этого плотность материала шара?

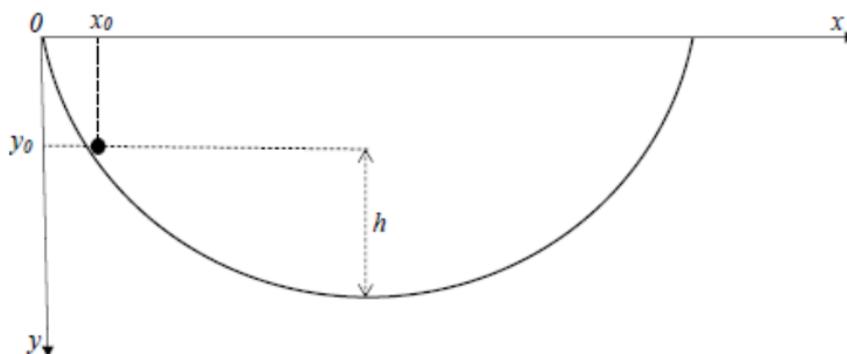
Задача-2. [20 балл] Циклоида

Циклоида – это кривая, которую описывает точка, находящаяся на ободке колеса, которое катится равномерно и без проскальзывания.

2.1. [3 балл] Покажите, что уравнение циклоиды в параметрической форме таковы:

$$x(\varphi) = R(\varphi - \sin\varphi), y(\varphi) = R(1 - \cos\varphi) \quad \text{где } \varphi = \omega t$$

Радиус колеса – R , угол поворота колеса – φ . Начало координаты: $x(0)=0$, $y(0)=0$ при $\varphi=0$. По наклонному желобу, имеющему форму вогнутой циклоиды, соскальзывает без трения шайба (см. рисунок-1). Начальная скорость шайбы $v_0 = 0$, координата точки (x_0, y_0) .



2.2. [1,5 балл] Найти скорость шайбы в момент когда она находится в координате (x, y) через g , y , y_0 .

2.3. [2,5 балл] Покажите, что уравнение в интегральной форме время соскальзывания шайбы до нижней точки желоба T_0 :

$$T_0 = \frac{R}{\sqrt{g}} \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \frac{d\varphi \sqrt{1 - \cos\varphi}}{\sqrt{R - y_0 - R\cos\varphi}}$$

2.4. [2 балл] Покажите, что пределы интеграла равны:

$$\varphi_2 = \pi$$

$$\varphi_1 = 2 \cdot \arccos \left(\sqrt{1 - \frac{y_0}{2R}} \right)$$

2.5. [4 балл] Найти время соскальзывания шайбы до нижней точки желоба T_0 .

Подсказка:

$$\int_a^b \sin x dx = -\cos b + \cos a$$

$$\int_a^b \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \arcsin b - \arcsin a$$

2.6. [2 балл] Найти период колебания шайбы по желобу T_1 через время соскальзывания шайбы до нижней точки желоба T_0 .

2.7 [2 балл] Найти длину циклоиды.

Подсказка:

$$\int dl = \int \sqrt{dx^2 + dy^2}$$

2.8 [3 балл] Найти радиус кривизны нижней точки циклоиды.

Подсказка:

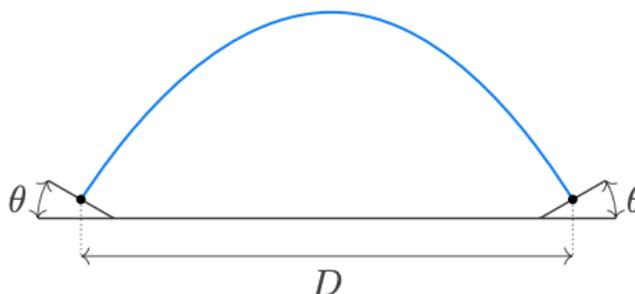
$$\rho = \frac{\left(1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right)^{3/2}}{\frac{d^2y}{dx^2}}$$

Задача-3. [10 балл] Туда сюда

В этой задаче мы рассматриваем небольшой шарик, прыгающий назад и вперед между двумя точками. Во всех частях ускорение свободного падения равно g , столкновения абсолютно упругие, сопротивление воздуха можно пренебречь, точки соударения находятся на одинаковой высоте. Схемы нарисованы не в масштабе.

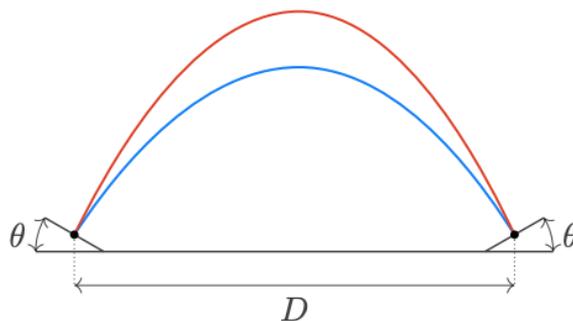
3.1. [3 балл]. Рассмотрим шарик, прыгающий между двумя наклонными плоскостями, каждая из которых составляет угол $\theta < 90^\circ$ с горизонтом, как показано на рисунке. Шарик имеет скорость v_0 в точках соударения, расстояние между которыми равно D .

3.1a. [1,5 балл]. Шарик прыгает вперед и назад по одной и той же траектории, как показано на рисунке.



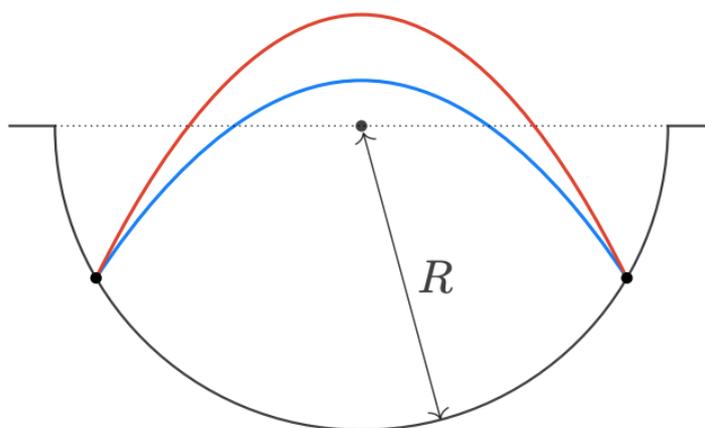
При каких значениях θ возможно такое движение? Найти v_0 для этих значений.

3.1b. [1,5 балл]. Шарик движется по одной траектории при движении вперед и по отдельной траектории при движении назад. Пусть $\phi \neq 0$ — угол между траекториями в точках соударения.



При каких значениях θ и ϕ возможно такое движение? Найти v_0 для этих значений.

3.2. [2 балл]. Теперь предположим, что шарик отскакивает внутри полусферического колодца с радиусом кривизны R . Как и в части 3.1b, он чередует между двумя различными траекториями со временем полета t_1 и $t_2 \neq t_1$.



Найдите все возможные значения R через t_1 и t_2 .

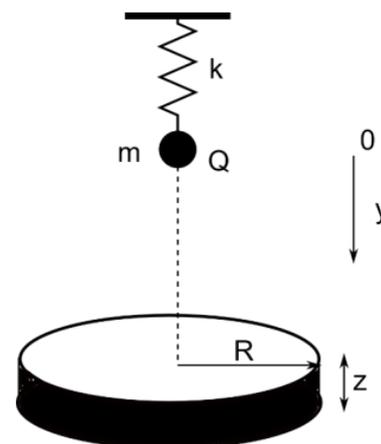
3.3. [5 балл]. Наконец, предположим, что яма имеет синусоидальную форму, описываемую формулой $y(x) = -L \sin(2x/L)$. Шарик движется по двум различным траекториям со временем полета t_1 и $t_2 \neq t_1$, а расстояние по горизонтали между точками удара меньше πL . Найдите все возможные значения L через t_1 и t_2 .

Задача-4. [10 балл] Колебание шара на поле индукционных зарядов

Точечный шар массы m в вертикальной плоскости соединен с концом пружины с коэффициентом упругости k . Шар может двигаться свободно и без трения, не находится под каким-либо гравитационным воздействием.

Проводящий диск радиуса R и толщины z расположен на расстоянии h_0 от положения равновесия шара. Здесь $R \ll h_0$ и $z \ll R$. Ось, проходящая через центр диска, совпадает с направлением пружины и шара.

Шару был дан заряд Q . За начало координат принимается положение равновесия шара.



4.1. [4 балл]. Найдите силу, действующую на неподвижный шар с зарядом Q со стороны диска на расстоянии h ($R \ll h$) от центра диска.

4.2. [6 балл]. Найдите период малых колебания шарика вокруг положения равновесия (h_0). При данных параметрах допускайте, что колебание существует. При $x \ll 1$, $(1 + x)^n \approx 1 + nx$.

Задача-5. [10 балл] Движение в магнитном поле

Пусть в области $y > 0$ будет действовать однородное магнитное поле B_z , перпендикулярное осям x и y .

Частица массой m и зарядом q движется вдоль оси y на плоскости xu и влетает в область действия поля со скоростью v_0 .

5.1. [2 балл]. Покинет ли она область поля? Если да, то в точке с какими координатами и через какое время это произойдет?

Теперь всегда считайте, что помимо магнитного поля, в этой области действует сила трения, пропорциональная скорости частицы, $F = -kv$.

Допустим, что спустя некоторое время после вхождения в область, скорость частицы равна v и направлена под углом α к оси y . Тогда горизонтальное и вертикальное ускорения можно выразить как:

$$a_x = (A_1 \sin \alpha + B_1 \cos \alpha) * v$$

$$a_y = (A_2 \sin \alpha + B_2 \cos \alpha) * v$$

5.2. [3 балл]. Определите коэффициенты A_1, B_1, A_2, B_2 . Ответы выразите через m, v, q, α, k, B_z .

5.3. [2 балл]. Считая, что с момента попадания в область поля и трения прошло некоторое небольшое время Δt , запишите два уравнения, которые связывают изменения горизонтальной скорости Δv_x , вертикальной скорости Δv_y , перемещение вдоль вертикальной оси Δy и перемещение вдоль горизонтальной оси Δx .

5.4. [1 балл]. От момента попадания в область поля до момента остановки, чему будут равны изменения Δv_x и Δv_y ?

5.5. [2 балл]. Найдите перемещения частицы $\Delta x, \Delta y$ и полное перемещение d за все время движения в поле.

Задача-6. [10 балл] Оптическое измерение скорости жидкости Интерференция

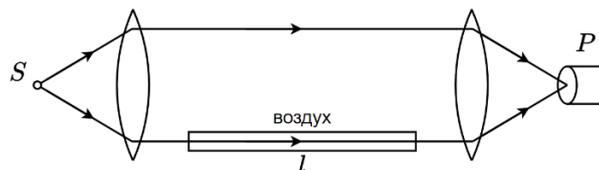
Оптическими методами можно точно измерять не только показатель преломления n , но и механические характеристики вещества! В данной задаче считайте известными газовую постоянную $R = 8,314$ Дж/(моль · К) и скорость света $c = 3 \cdot 10^8$ м/с. Преобразования Лоренца координат (x', ct') в координаты (x, ct) инерциальной системы, относительно которой она движется со скоростью u вдоль Ox , равны

$$x' = \frac{x + ut}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}, \quad ct' = \frac{ct + ux/c}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}$$

Для газа показатель преломления n линейно зависит от его плотности ρ :

$$n = 1 + a\rho,$$

В указанный справа интерферометр с источником S монохроматического излучения с длиной волны $\lambda = 554$ нм и который находится в вакууме, внесли трубку длины $l = 10$ см, в который вводят воздух, молярная масса которого $\mu = 29$ г/моль, при температуре $T = 0^\circ\text{C}$. С

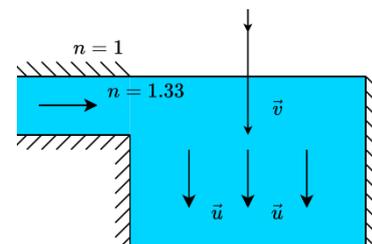


помощью линз наблюдается интерференция двух когерентных излучений в точке P . При постепенном увеличении давления от 0 до атмосферного $P_0 = 101325$ Па интерференционная картина исчезла и возникла $N = 50$ раз.

6.1. [3,5 балл]. Определите численное значение коэффициента a .

Аберрация в движущейся среде

Рассмотрим воду с показателем преломления $n = 1,33$, и луч света, который направлен по нормали к поверхности воды. Фазовая скорость луча в неподвижной воде была бы равна v_0 .



6.2. [1,0 балл]. Укажите численное значение v_0 .

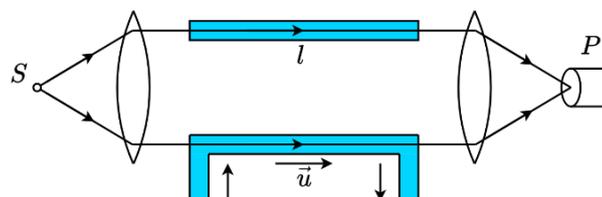
Если же среда движется со скоростью $u \ll c$ – в нашей задаче она везде одинакова и направлена вдоль нормали преломления – тогда в лабораторной системе привычная в нашем понимании фазовая скорость нарушается: луч света имеет скорость v в виде

$$v = v_0 \left(1 + A \cdot \frac{u}{c} \right).$$

6.3. [3,0 балл]. Найдите, чему равен коэффициент A и численно посчитайте его для воды.

Измерение скорости течения жидкости

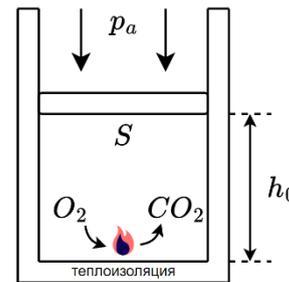
Теперь интерферометр из первой части используют для измерения скорости течения u воды вдоль прозрачного канала ширины $l = 1,57$ м. К нему добавили верхний, такой же канал с неподвижной водой. При изменении скорости течения жидкости от 0 до u в нижнем канале интерференционная картина на длине волны $\lambda = 400$ нм исчезнет и возникнет N раз.



6.4. [2,5 балл]. Определите зависимость N от u . Численно посчитайте N при $u = 10$ м/с.

Задача-7. [10 балл] Сгорание угля

Реакцией полного сгорания угля будет $C + O_2 \rightarrow CO_2 + Q$, где $Q = 393,5$ кДж/моль – выделяющаяся энергия под постоянным атмосферном давлением $p_a = 10^5$ Па при реакции одного моля углерода C ($\mu_C = 12$ г/моль) с одним молем двухатомного кислорода O_2 ($\mu_O = 2 \cdot 16 = 32$ г/моль) для получения одного моля углекислого газа CO_2 . Молярная масса воздуха $\mu_a = 29$ г/моль; массовая доля кислорода в воздухе $\eta = 23\%$. В цилиндре с воздухом при $T_0 = 300$ К, который ограничен от атмосферы лёгким поршнем площадью $S = 400$ см² на высоте $h_0 = 20$ см, уголь начал гореть, и поршень поднялся на высоту Δh после того, как весь кислород в воздухе вступил в реакцию. Содержимое цилиндра полностью теплоизолировано; поршень не покидает сосуд.



7.1. [6,5 балл]. Чему равны Δh и температура T газа в конце? Диссоциации молекул нет.

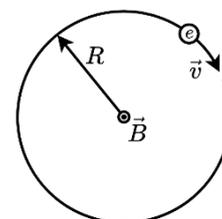
7.2. [2 балл]. Какова средняя молярная масса μ_{av} смеси газов в конце реакции?

7.3. [1,5 балл]. Какая минимальная масса m угля (считая, что она горит полностью) потребуется?

Воздух – двухатомный газ; CO_2 хоть и является линейной молекулой и ведёт себя как двухатомная, примите его за трёхатомный газ. Колебательной степени свободы и других продуктов реакции, кроме указанных, нет. $R = 8,314$ Дж/(моль · К).

Задача-8. [10 балл] Магнитный щит

Магнитное поле Земли выступает как защита от космических лучей и солнечного ветра – в этой задаче мы проанализируем это явление. Напряжённость магнитного поля Земли у её полюса $B_0 = 7 \cdot 10^{-4}$ Тл, заряд и масса электрона $e = -1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл и $m = 9,11 \cdot 10^{-31}$ кг соответственно. Релятивистские эффекты не учитывать.



Сперва рассмотрим круговое движение электрона по ларморовскому кружку в однородном магнитном поле. Начальное значение магнитного поля B_0 , а начальная скорость электрона v_0 .

8.1. [1,5 балл]. По окружности какого начального радиуса R_0 движется электрон?

Теперь значение магнитного поля начинает медленно меняться. Вместе с этим меняется и скорость электрона v , причём оказывается, что в любой момент времени

$$vB^\alpha = \text{const.}$$

8.2. [2,0 балл]. Определите численное значение коэффициента α .

Теперь однородное переменное магнитное поле сменяется неоднородным постоянным магнитным полем вдоль полюса Земли, которое подчиняется закону $B_z(z) = B_0(R_0/z)^3$. Электрон, пришедший из солнечного ветра, в определённый момент времени имел скорость $v_0 = 400$ км/с под углом $\alpha_0 = 12^\circ$ к оси Земли и оказался на высоте $z_0 = 3R_0$ от центра Земли. В дальнейшем электрон начинает быстро двигаться по спирали вокруг оси z , постепенно приближаясь к Земле, причём скорость сближения

уменьшается из-за магнитного поля Земли, пока электрон не станет вращаться по окружности на определённой высоте ионосферы. Вращающийся электрон движется ускоренно: согласно классической электродинамике, он тратит свою энергию на излучение. Поток заряженных частиц, окутывающих ионосферу, создают таким образом северное сияние.

8.3. [3,5 балл]. Определите, как меняется угол $\alpha(z)$ движения электрона. При каких углах α_0 ($0 < \alpha_0 < 90^\circ$) Земля сможет сдержать электрон?

8.4. [1,5 балл]. До какой высоты h_1 от поверхности Земли приблизится электрон?

8.5. [1,5 балл]. Определите начальный радиус кривизны r_0 электрона, и найдите по какому закону меняется $r(z)$ как функция от r_0 , z_0 и z .

