

**Решение заключительного этапа
Республиканской юниорской олимпиады по физике, 2023
8 класс**

Задача 1 [8 баллов].

<p>1.1 При вытекании малой порции воды массой Δm потенциальная энергия системы уменьшается на Δmgh (эквивалентно перемещению порции воды с поверхности, на выход из отверстия) и переходит в кинетическую энергии порции $\Delta mgh = \frac{\Delta mv^2}{2}$</p> $v = \sqrt{2gH}$	[1 балл]
<p>1.2 Из условия сохранения объёма (уравнение неразрывности)</p> $\sigma vt = Sut$ $u = \frac{\sigma}{S} \sqrt{2gH}$	[1 балл]
<p>1.3 Если скорость меняется как $u = at + \frac{\sigma}{S} \sqrt{2gH}$ то пройденный путь равен</p> $\frac{u + u(0)}{2} t = H - h$ $\frac{\left(\frac{\sigma}{S} \sqrt{2gh} + \frac{\sigma}{S} \sqrt{2gH}\right) \left(\frac{\sigma}{S} \sqrt{2gh} - \frac{\sigma}{S} \sqrt{2gH}\right)}{2a} = \frac{\left(\frac{\sigma}{S}\right)^2 g(h - H)}{a} = H - h$ $a = -\left(\frac{\sigma}{S}\right)^2 g$	[1 балл] [1 балл] [1 балл]
<p>Скорость меняется линейно от $\frac{\sigma}{S} \sqrt{2gH}$ до 0 Средняя скорость является средним арифметическим</p> $u_{\text{ср}} = \frac{\sigma}{S} \sqrt{\frac{gH}{2}}$ $t = \frac{H}{u_{\text{ср}}} = \frac{S}{\sigma} \sqrt{\frac{2H}{g}} = 31,6 \text{ с}$	[1 балл] [1 балл] [1 балл]

Задача 2 [8 баллов].

<p>2.1 Описание примитивного способа охлаждения строится на примитивном уравнении теплового баланса:</p> $C_0(t_0 - t) = 2C_0(t - t_1).$ <p>Из этого уравнения следует, что конечная температура бруска равна</p> $t = \frac{t_0 + 2t_1}{3} = 40^\circ$	[0,5 баллов] [0,5 баллов]
<p>2.2 Пусть температура бруска равна x_{k-1}, тогда его теплообмен с очередной порцией воды описывается следующим уравнением теплового баланса</p> $C_0(x_{k-1} - x_k) = \frac{2C_0}{N}(x_k - t_1)$ <p>Перепишем это уравнение в виде «закона сохранения»:</p>	[0,5 баллов]

$x_{k-1} + \frac{2}{N}t_1 = \left(1 + \frac{2}{N}\right)x_k$ <p>Из которого находим требуемую формулу</p> $x_k = \frac{x_{k-1} + \frac{2}{N}t_1}{1 + \frac{2}{N}}$	<p>[1 балл]</p> <p>[0,5 баллов]</p>										
<p>2.3 Последовательный расчет по этой формуле дает следующие результаты. При разбиении на 2 порции конечная температура равна $t^{(2)} = 35^\circ$ При разбиении на 3 порции $t^{(3)} = 33^\circ$</p>	<p>[0,5 баллов]</p> <p>[0,5 баллов]</p>										
<p>2.4 Для получения формулы в общем виде запишем $x_k = t_1 + \Delta x_k$. Если подставить это выражение в уравнение $x_{k-1} + \frac{2}{N}t_1 = \left(1 + \frac{2}{N}\right)x_k$, то после простых преобразований получим:</p> $\Delta x_k = \frac{\Delta x_{k-1}}{1 + \frac{2}{N}}$ <p>Таким образом, величины Δx_k образуют геометрическую прогрессию, поэтому</p> $\Delta x_k = \frac{\Delta x_0}{\left(1 + \frac{2}{N}\right)^N}$ <p>Или окончательно</p> $t = x_N = t_1 + \frac{t_0 - t_1}{\left(1 + \frac{2}{N}\right)^N}$	<p>[1 балл]</p> <p>[1 балл]</p> <p>[0,5 баллов]</p>										
<p>2.5 Численные расчеты по этой формуле дают следующие результаты</p> <table border="1" data-bbox="256 1480 968 1624"> <tr> <td>N</td> <td>3</td> <td>5</td> <td>10</td> <td>50</td> </tr> <tr> <td>t</td> <td>32,96</td> <td>31,15607</td> <td>29,69033</td> <td>28,44276</td> </tr> </table> <p>Следовательно, можно считать, что минимальная температура при охлаждении частями примерно равна 28°.</p>	N	3	5	10	50	t	32,96	31,15607	29,69033	28,44276	<p>[1 балл] (0,25 баллов за рез.)</p> <p>[0,5 баллов] за прав.</p>
N	3	5	10	50							
t	32,96	31,15607	29,69033	28,44276							

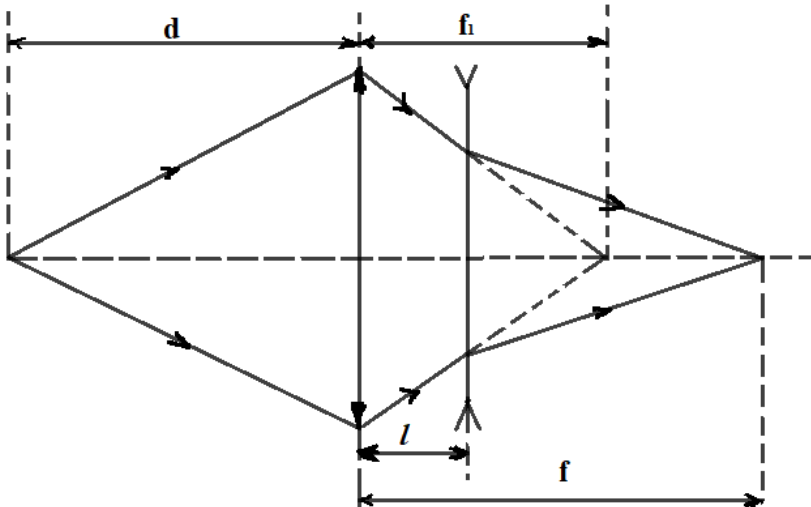
Задача_3 [7 баллов].

<p>3.1 Пусть C_0 и C — емкости конденсаторов в некоторый момент времени, q_0 - полный заряд на конденсаторах. Поскольку полный заряд не меняется со временем, а потенциалы на конденсаторах одинаковы, можно записать</p>	
--	--

$\frac{q_0 - q}{C_0} = \frac{q}{C}$ <p>или с учетом емкости плоского воздушного конденсатора</p> $(q_0 - q)d_0 = qd$ <p>здесь q и d - заряд и расстояние между пластинами переменного конденсатора в некоторый момент времени t. Тогда</p> $q = \frac{q_0 d}{d_0 + d} = \frac{q_0 d_0 \left(\frac{t_0 - t}{t_0 + t}\right)}{d_0 + d_0 \left(\frac{t_0 - t}{t_0 + t}\right)} = \frac{q_0(t_0 + t)}{2t_0}$ <p>Таким образом, заряд q линейно меняется со временем, а значит, искомый ток I будет постоянным. В начальный момент времени $C = C_0$ и, следовательно, $q = \frac{q_0}{2}$. Поэтому заряд на переменном конденсаторе изменился за время t от значения $\frac{q_0}{2}$ до $\frac{q_0(t_0+t)}{2t_0}$. Изменение заряда за время t, очевидно, равно</p>	<p>[1 балл]</p> <p>[0,5 баллов]</p> <p>[1 балл]</p> <p>[1 балл]</p> <p>[1 балл]</p>
<p>3.2 Это изменение заряда обусловлено протеканием тока I по соединительным проводам</p> $It = \frac{q_0 t}{2t_0}$ <p>или</p> $I = \frac{q_0}{2t_0}$ <p>Теперь можно определить начальный заряд конденсаторов:</p>	<p>[1 балл]</p> <p>[1 балл]</p>
<p>3.3 Подставляя значение q_0 в выражение для тока, получим окончательно</p> $I = \frac{\varepsilon_0 S U_0}{2t_0 d_0}$	<p>[0,5 баллов]</p>

Задача_4 [7 баллов].

<p>4.1 Формула тонкой линзы</p> $\frac{1}{d} + \frac{1}{f_1} = \frac{1}{F_1}$ <p>Определим</p> $f_1 = \frac{d F_1}{d - F_1} = \frac{5 \cdot 10^{-2} \cdot 30 \cdot 10^{-2}}{(30 - 5) \cdot 10^{-2}} = 6 \cdot 10^{-2} \text{ м} = 6 \text{ см}$	<p>[0,5 баллов]</p> <p>[0,5 баллов] (0,25+0,25)</p>
---	---

<p>Для получения действительного изображения предмета с увеличением $\Gamma = -1$ при условии, что $f > f_1$ с помощью системы из двух линз можно только в том случае, если одна из линз является собирающей, а другая – рассеивающей. Следовательно, вторая линза у нас рассеивающая.</p>	<p>[0,5 баллов]</p>
<p>4.2</p> 	<p>[2,0 балла]</p>
<p>4.3 Увеличение первой линзы равно</p> $\Gamma_1 = -\frac{f_1}{d} = -\frac{1}{5}$ <p>(знак минус соответствует перевернутому изображению). Увеличение второй линзы равно</p> $\Gamma_2 = \frac{f-l}{f_1-l}$ <p>По условию</p> $\Gamma = \Gamma_1 \cdot \Gamma_2 = -\frac{f_1}{d} \cdot \frac{f-l}{f_1-l} = -1$ <p>Отсюда определим расстояние между линзами</p> $l = \frac{f_1(d-f)}{d-f_1} = \frac{6 \cdot 10^{-2} \cdot (30-18) \cdot 10^{-2}}{(30-6) \cdot 10^{-2}} = 3 \cdot 10^{-2} \text{ м} = 3 \text{ см}$	<p>[0,5 баллов]</p> <p>[0,5 баллов]</p> <p>[0,5 баллов]</p> <p>[0,5 баллов] (0,25+0,25)</p>
<p>4.4 Применяя формулу тонкой линзы ко второй (рассеивающей) линзе и учитывая знаки, получим</p> $-\frac{1}{(f_1-l)} + \frac{1}{(f-l)} = \frac{1}{F_2}$ <p>откуда</p> $F_2 = -\frac{(f_1-l) \cdot (f-l)}{(f-f_1)} = \frac{(6-3) \cdot 10^{-2} \cdot (18-3) \cdot 10^{-2}}{(18-6) \cdot 10^{-2}} = -3,75 \cdot 10^{-2} \text{ м}$ $= -3,75 \text{ см}$	<p>[1,0 балл]</p> <p>[0,5 баллов] (0,25+0,25)</p>