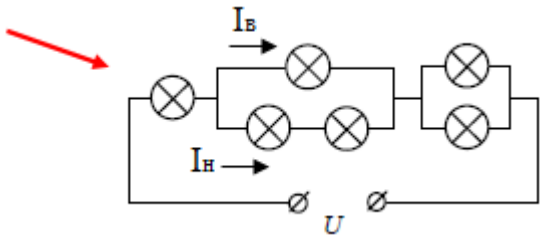
Решение областного этапа Республиканской юниорской олимпиады по физике, 2022
8 класс

Задача_1 [8 баллов].

Сопротивление проводников, которые греются при протекании тока, зависит от температуры. Соответственно зависимость тока от сопротивления становится нелинейной. В рассматриваемой электрической цепи подключены лампы накаливания. Их температура может меняться от 300 К (при комнатной температуре) до 2000 К (в горящей лампе), что приводит к нелинейной вольт-амперной характеристике $I = \alpha\sqrt{U}$.

Одиночная лампа, которая расположена левее перегорает, когда ток через нее достигает значения:



$$I_0 = \alpha\sqrt{U_1} = 0{,}15 \cdot \sqrt{4} = 0{,}3 \text{ А} \qquad (1) \qquad \textbf{[1,0 балл]}$$

при

$U_1 = U_{\text{пр}} = 4$ В

На участке параллельного соединения одной и двух ламп ток I_0, протекающий через одиночную лампу, делится на два тока в неравной пропорции. Эти токи мы обозначили как: $I_{\text{в}}$ и $I_{\text{н}}$. Найдем эти токи и соответствующие напряжения.

$$I_0 = I_{\text{в}} + I_{\text{н}} \qquad (2) \qquad \textbf{[1,0 балл]}$$

Напряжение находится из вольт-амперной характеристики:

$$\left(\frac{I_{\text{в}}}{\alpha}\right)^2 = 2\left(\frac{I_{\text{н}}}{\alpha}\right)^2 \qquad (3) \qquad \textbf{[1,0 балл]}$$

Используя выражения (2) и (3) находим токи и напряжение на рассматриваемом участке цепи.

$$I_{\text{в}} = \frac{\sqrt{2}I_0}{\sqrt{2}+1} \qquad (4) \qquad \textbf{[1,0 балл]}$$

$$U_2 = \left(\frac{I_{\text{в}}}{\alpha}\right)^2 = \frac{2I_0^2}{\left(\sqrt{2}+1\right)^2\alpha^2} = \frac{2U_{\text{пр}}}{\left(\sqrt{2}+1\right)^2} = 1{,}38 \text{ В} \qquad (5) \qquad \textbf{[1,0 балл]}$$

При параллельном соединении двух одинаковых ламп ток делится пополам, соответственно

$$I_3 = \frac{I_0}{2} = 0{,}15 \text{ А} \qquad (6) \qquad \textbf{[1,0 балл]}$$

Напряжение на этом участке будет равно

$$U_3 = \left(\frac{I_3}{\alpha}\right)^2 = \left(\frac{I_0}{2\alpha}\right)^2 = \frac{U_{\text{пр}}}{4} = 1 \text{ В} \qquad (7) \qquad \textbf{[1,0 балл]}$$

Тогда, предельное напряжение источника, при котором не перегорает ни одна из ламп электрической схемы равна

$$U = U_1 + U_2 + U_3 = U_{\text{пр}} + \frac{2U_{\text{пр}}}{\left(\sqrt{2}+1\right)^2} + \frac{U_{\text{пр}}}{4} = 6{,}38 \text{ В} \qquad (8) \qquad \textbf{[1,0 балл]}$$

Задача_2 [6 баллов].

Для действительных изображений в собирающей линзе справедливы следующие формулы:

$$\frac{1}{d_1}+\frac{1}{f_1}=\frac{1}{F} \qquad (1) \qquad \textbf{[1,0 балл]}$$
$$\frac{1}{d_2}+\frac{1}{f_2}=\frac{1}{F}$$

Увеличение изображения в двух случаях:

$$\Gamma_1=\frac{f_1}{d_1} \qquad (2) \qquad \textbf{[1,0 балл]}$$
$$\Gamma_2=\frac{f_2}{d_2}$$

Используя выражения (1) и (2) выразим d_1 и d_2:

$$d_1=F\left(1+\frac{1}{\Gamma_1}\right) \qquad (3) \qquad \textbf{[1,0 балл]}$$
$$d_2=F\left(1+\frac{1}{\Gamma_2}\right)$$

Используя выражения (1) и (2) выразим f_1 и f_2:

$$f_1=F(\Gamma_1+1) \qquad (4) \qquad \textbf{[1,0 балл]}$$

$$f_2=F(\Gamma_2+1)$$

Учитывая, что

$$x=d_2-d_1=F\left(\frac{1}{\Gamma_2}-\frac{1}{\Gamma_1}\right) \qquad (5) \qquad \textbf{[1,0 балл]}$$

$$L=f_1-f_2=F(\Gamma_1-\Gamma_2)$$

Определим искомую величину

$$x=\frac{L}{\Gamma_1\cdot\Gamma_2}=\frac{40\cdot10^{-2}}{4\cdot2}=5\text{ см} \qquad (6) \qquad \textbf{[1,0 балл]}$$

Задача_3 [9 баллов].

а) Записываем поток тепла для воды и льда

$$P_{вода} = \frac{k_в S \Delta T_в}{x_в} = \frac{4℃ \cdot 0{,}57 \frac{Вт}{м \cdot ℃}}{5м} = 0{,}456 \frac{Вт}{м^2} \quad (1) \qquad \textbf{[1,0 балл]}$$

$$P_{лед} = \frac{k_л S \Delta T_л}{x_л} = \frac{10℃ \cdot 2{,}2 \frac{Вт}{м \cdot ℃}}{0{,}01м} = 2200 \frac{Вт}{м^2} \quad (2) \qquad \textbf{[1,0 балл]}$$

Используя формулу теплообмена имеем

$$\lambda \Delta m = \lambda \rho S h = P_{льда} - P_{воды} \quad (3) \qquad \textbf{[1,0 балл]}$$

Пренебрегая $P_{вода}$, находим добавочную толщину льда

$$h = \frac{P_{лед}}{\rho S \lambda} = 7{,}6 \cdot 10^{-6} м/с \quad (4) \qquad \textbf{[1,0 балл]}$$

b) Используем уравнение баланса для потока тепла

$$k_в \frac{\Delta T_в}{h_в} = k_л \frac{\Delta T_л}{h_л} \quad (5) \qquad \textbf{[1,0 балл]}$$

Масса воды, которая превратится в лед

$$m_{вода} = m_{лед} \quad (6) \qquad \textbf{[0,5 баллов]}$$

Тогда

$$\rho_л h_л S = \rho_в (h - h_в) S, \quad \text{где } h = 5м \quad (7) \qquad \textbf{[1,0 балл]}$$

$$h_в = \frac{\rho_а h - \rho_л h_л}{\rho_в} \quad (8) \qquad \textbf{[0,5 баллов]}$$

Подставляя (7) в уравнение (6)

$$k_в \frac{\Delta T_в \rho_в}{\rho_в h - \rho_л h_л} = k_л \frac{\Delta T_л}{h_л} \quad (9) \qquad \textbf{[1,0 балл]}$$

Получаем конечный ответ

$$h_л = \frac{\rho_в k_л \Delta T_л}{\rho_в k_в \Delta T_в + \rho_л k_л \Delta T_л} h = 4{,}89м \quad (10) \qquad \textbf{[1,0 балл]}$$

Задача_4 [7 баллов].

Если нить натянута $T = const$, запишем основной закон динамики (второй закон Ньютона) для двух одинаковых грузов

$$\begin{cases} T + k_1 x - mg = ma \\ mg + k_2 x - T = ma \end{cases} \quad (1) \qquad \textbf{[1,0 балл]}$$

Натяжение нити

$$T = mg - \frac{(k_1 - k_2)}{2} x \quad (2) \qquad \textbf{[1,0 балл]}$$

$T \geq 0$ то возможны 2 случая:

1) Если
2)

$$x \leq \frac{2mg}{k_1 - k_2} \quad (3) \qquad \textbf{[1,0 балл]}$$

Нить натянута, грузы движутся с ускорением

$$a = \frac{k_1 + k_2}{2m} x \quad (4) \qquad \textbf{[1,0 балл]}$$

2) Если

$$x > \frac{2mg}{k_1 - k_2} \quad (5) \qquad \textbf{[1,0 балл]}$$

При этом $T = 0$, тогда нить будет провисать и тела движутся независимо с различными ускорениями

$$k_1 x - mg = ma_1,\ a_1 = \frac{k_1 x}{m} - g < 0 \quad (6) \qquad \textbf{[1,0 балл]}$$

$$a_2 = g + \frac{k_2 x}{m} > 0 \quad (7) \qquad \textbf{[1,0 балл]}$$