Решение областного этапа Республиканской юниорской олимпиады по физике, 2022
7 класс

Задача_1 [8 баллов].
В начале пустой стакан плавал на поверхности водоема так, что его дно было выше середины слоя керосина. Условие равновесия в первом случае запишется в виде

$$F_т = F_A \qquad (1) \qquad \textbf{[1,0 балл]}$$
$$mg = \rho_1 g(d-a)S$$

Когда в стакан долили некоторый объем керосина и уровни керосина в стакане и снаружи сравнялись, давление на уровне дна составит

$$p = \rho_1 gd + \rho_0 ga \qquad (2) \qquad \textbf{[1,0 балл]}$$

Следовательно, условие равновесия в этом случае запишется в виде:

$$\big(m + \rho_1 S(d+a)\big)g = (\rho_1 d + \rho_0 a)gS \qquad (3) \qquad \textbf{[1,0 балл]}$$

Используя выражение (3) с учетом (1), получим

$$\rho_1 = \frac{a}{d}\rho_0, \text{ введем обозначение } x = \frac{a}{d}, \text{тогда } \rho_1 = x\rho_0 \qquad (4) \qquad \textbf{[1,0 балл]}$$

Подставим выражение (4) в (1)

$$\frac{m}{S} = \rho_0 \frac{a}{d}(d-a) \text{ или } x^2 - x + \frac{4}{25} = 0 \qquad (5) \qquad \textbf{[1,0 балл]}$$

Решим квадратное уравнение (существуют несколько методов решения квадратного уравнения).
Преобразуем уравнение (5), а именно дополним до полного квадрата:

$$\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{9}{100} = 0 \qquad (6) \qquad \textbf{[2,0 балл]}$$

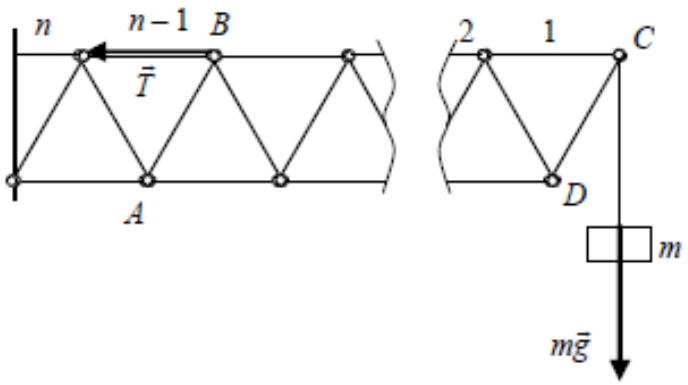
$$\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{9}{100}$$
$$x_{1,2} = \pm\sqrt{\frac{9}{100}} + \frac{1}{2}$$
$$x_1 = \frac{4}{5};\ x_2 = \frac{1}{5}.$$

Так как, $\frac{a}{d} > \frac{1}{2}$, то используем значение x_1:

$$\rho_1 = x\rho_0 = \frac{4}{5}\cdot 10^3 = 800 \text{ кг/м}^3 \qquad (7) \qquad \textbf{[1,0 балл]}$$

Задача_2 [6 баллов].

Для определения силы натяжения $(n-1)$-го стержня необходимо использовать условие моментов. Рассмотрим равновесие части $ABCD$ системы из невесомых стержней (см. рисунок ниже).



[2,0 балла]

Внешними силами для этой части являются сила натяжения нити, равная силе тяжести груза, и силы в двух шарнирах - A и B. Поскольку крепления всех стержней – шарнирные, сила, действующая со стороны $(n-1)$-го стержня на шарнир B, направлена вдоль стержня (см. рисунок). Поэтому условие моментов для части конструкции $ABCD$ относительно шарнира A дает

$$T\frac{\sqrt{3}l}{2} = mg\left(n-\frac{3}{2}\right)l \qquad (1)$$ **[3,0 балла]**

где l – длина одного стержня. Отсюда получаем

$$T = \frac{mg(2n-3)}{\sqrt{3}} \qquad (2)$$ **[1,0 балл]**

Задача_3 [8 баллов].

Наличие силы сопротивления воздуха, которая действует на движение мяча, вызывает уменьшение механической энергий. Следовательно, на одной и той же высоте на подъеме мяч имеет большую скорость, чем на спуске.
Так как установившаяся скорость падения мяча больше скорости, с которой он движется в опыте Марата, движение мяча является «почти равноускоренным». Поэтому для оценки используем законы равноускоренного движения.
Когда скорость мяча устанавливается

$$mg = 5kv_0, \;\; k = \frac{mg}{5v_0} \qquad (1) \qquad \textbf{[1,0 балл]}$$

Высота подъема

$$h = \frac{v_0^2}{2g} \qquad (2) \qquad \textbf{[1,0 балл]}$$

а время подъема

$$t_{\text{под}} = \frac{v_0}{g} \qquad (3) \qquad \textbf{[1,0 балл]}$$

Средняя сила сопротивления воздуха, действующая на тело на этом пути, определяется соотношением

$$F = kv_{\text{ср}} = k\frac{v_0}{2} = \frac{mg}{10v_0} \qquad (4) \qquad \textbf{[2,0 балла]}$$

где $v_{\text{ср}} = \frac{v_0}{2}$ – средняя скорость тела на подъеме. Во время подъема сила сопротивления совершает работу

$$A = -Fh = \frac{mg}{10v_0} \cdot \frac{v_0^2}{2g} = \frac{mv_0^2}{20} \qquad (5) \qquad \textbf{[1,0 балл]}$$

Мы еще раз удостоверились, что механическая энергия уменьшается, а именно на одну десятую. Поэтому средняя скорость мяча при спуске определяется соотношением

$$v_{\text{ср}} = \frac{v_0}{2}\sqrt{1 - \frac{1}{10}} \qquad (6) \qquad \textbf{[1,0 балл]}$$

Поэтому отношение времени подъема мяча к времени спуска определяется как

$$\frac{t_{\text{под}}}{t_{\text{спус}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{1}{10}}} = \sqrt{\frac{10}{9}} \approx 1{,}05 \qquad (7) \qquad \textbf{[1,0 балл]}$$

Задача_4 [8 баллов].

Если нить натянута $T = const$, запишем основной закон динамики (второй закон Ньютона) для двух одинаковых грузов

$$\begin{cases} T + k_1 x - mg = ma \\ mg + k_2 x - T = ma \end{cases} \quad (1) \qquad \textbf{[1,0 балл]}$$

Натяжение нити

$$T = mg - \frac{(k_1 - k_2)}{2} x \quad (2) \qquad \textbf{[1,0 балл]}$$

$T \geq 0$ то возможны 2 случая:

1) Если

$$x \leq \frac{2mg}{k_1 - k_2} \quad (3) \qquad \textbf{[1,0 балл]}$$

Нить натянута, грузы движутся с ускорением

$$a = \frac{k_1 + k_2}{2m} x \quad (4) \qquad \textbf{[1,5 балла]}$$

2) Если

$$x > \frac{2mg}{k_1 - k_2} \quad (5) \qquad \textbf{[1,0 балл]}$$

При этом $T = 0$, тогда нить будет провисать и тела движутся независимо с различными ускорениями

$$k_1 x - mg = ma_1,\ a_1 = \frac{k_1 x}{m} - g < 0 \quad (6) \qquad \textbf{[1,0 балл]}$$

$$a_2 = g + \frac{k_2 x}{m} > 0 \quad (7) \qquad \textbf{[1,5 балла]}$$