Решение юниорской олимпиады по физике, 2021
7 класс

Задача_1 [9 баллов].
а) [1,5 баллов] За каждый правильный ответ 0,5 баллов.
Ответ: сила тяжести 5, сила реакции опоры 2, сила сопротивления воздуха 8.
б) [3,5 баллов]
Для решения можно применить как закон сохранения энергии, так же динамический и кинематический методы. Все альтернативные решения будут оцениваться равноценно.
Опишем влияние работы силы трения:

$$A_{тр} = \Delta E \qquad (1)$$

$$\mu mg \cdot l = mgh - \frac{1}{2}mv^2 \qquad (2)$$

$$\mu = \frac{gh - \frac{1}{2}v^2}{g \cdot l} \qquad (3)$$

Ответ: $\mu = \frac{2gh - v^2}{2g\cos\theta \cdot s}$

в) [2,5 баллов]
Расстояние по горизонтали до точки посадки

$$N_{\text{приземление}} = v_0 t. \qquad (4)$$

Расстояние по вертикали до точки посадки составляет

$$H_{\text{приземление}} = \frac{1}{2}gt^2. \qquad (5)$$

Или пропорциональная оценка для любого другого метода

Из $|\kappa| = \frac{H}{N} = \frac{H_{\text{приземление}}}{N_{\text{приземление}}} = \frac{\frac{1}{2}gt^2}{v_0 t}$,

Мы можем найти

$$t = \frac{2v_0}{g}\kappa. \qquad (6)$$

Ответ: $t = \frac{2v_0}{g}\kappa$

г) [1.5 баллов]

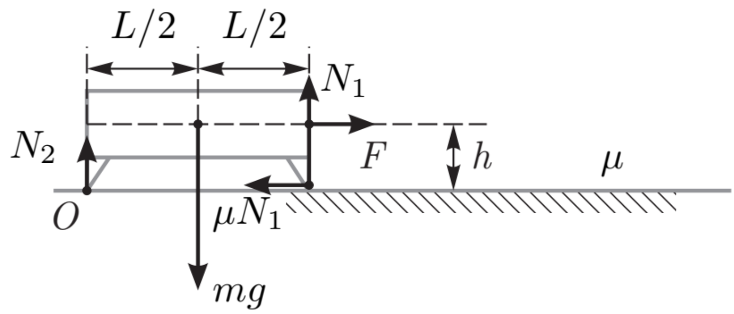
$$D = \sqrt{N_{\text{приземление}}^2 + H_{\text{приземление}}^2} = N_{\text{приземление}}\sqrt{1+\kappa^2} = \frac{2v_0^2}{g}\kappa\sqrt{1+\kappa^2} \qquad (7)$$

Ответ: $D = \frac{2v_0^2}{g}\kappa\sqrt{1+\kappa^2}$

Содержание		Баллы
1.1.	Сила тяжести ⑤, сила реакции опоры ②, сила сопротивления воздуха ⑧	0,5*3=1,5
1.2.	Формула (1): $А_{тр} = \Delta Е$	1,0
1.3.	Формула (2): $\mu mg \cdot l = mgh - \frac{1}{2}mv^2$	2,0
1.4.	Формула (3): $\mu = \frac{gh - \frac{1}{2}v^2}{g \cdot l}$	0,5
1.5.	Формула (4): $N_{\text{приземление}} = v_0 t$	1,0
1.6.	Формула (5): $H_{\text{приземление}} = \frac{1}{2}gt^2$	1,0
1.7.	Формула (6): $t = \frac{2v_0}{g}\kappa$	0,5
1.8.	Формула (7): $D = \sqrt{N^2_{\text{приземление}} + H^2_{\text{приземление}}} = N_{\text{приземление}}\sqrt{1+\kappa^2} = \frac{2v_0^2}{g}\kappa\sqrt{1+\kappa^2}$	1,5
Итого		**9,0**

Задача_2 [10 баллов].

Найдем силу необходимую для поддержания равномерного движения скамьи с заехавшей не шероховатую область передней опорой.



Для этого запишем правило моментов относительно точки О из сопутствующей инерциальной системой отсчетов, в которой скамья покоится:

$$\mu N_1 h + mg\frac{L}{2} = N_1 L, \qquad (1)$$

здесь учтено, что

$$F_1 = \mu N_1. \qquad (2)$$

Откуда

$$F_1 = \frac{\mu mgL}{2(L-\mu h)}. \qquad (3)$$

В случае, когда на шероховатую область заехали обе опоры, необходимо прикладывать силу

$$F_2 = \mu mg. \qquad (4)$$

При движении по шероховатой поверхности только задней опоры, по аналогии с первым случаем, определяется сила

$$F_3 = \frac{\mu mgL}{2(L+\mu h)}. \qquad (5)$$

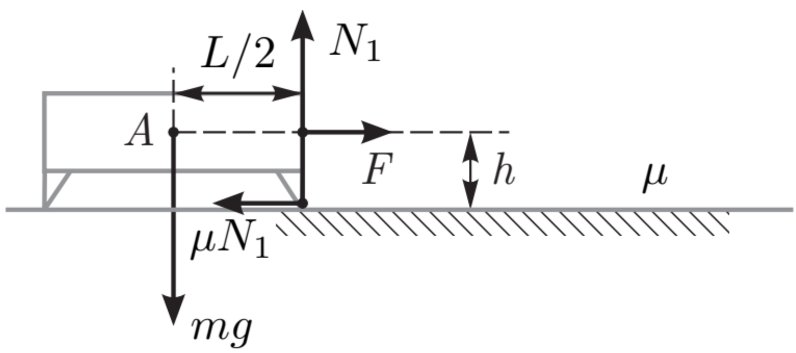
Полную работу по перемещению скамьи можно представить в виде суммы работ на трех участках:

$$A = F_1 L + F_2(S - L) + F_3 L = \mu mg\left[\frac{L^3}{L^2-\mu^2h^2} + S - L\right] = \mu mg\left[\frac{\mu^2h^2L}{L^2-\mu^2h^2} + S\right] \qquad (6)$$

Важно учесть область допустимых значений (ОДЗ) для полученного ответа. На первый взгляд необходимо выполнение условия $L > \mu h$, но это не так. Существует более жёсткое и неявное ограничение. Наш ответ был получен в предположении сохранения контакта с поверхностью обеими опорами. Найдем, при каком соотношении величин начнется опрокидывание скамьи относительно передней ножки. На грани опрокидывания сила N_2 исчезнет, а N_1 станет равна mg. Тогда из правила моментов относительно точки A получим:

$$\mu h N_1 = \frac{L}{2} N_1, \qquad (7)$$

то есть сохранение контакта возможно лишь при $L > 2\mu h$.



Содержание	Баллы
2.1. Формула (1): $\mu N_1 h + mg\frac{L}{2} = N_1 L$	2,0
2.2. Формула (2): $F_1 = \mu N_1$	1,0
2.3. Формула (3): $F_1 = \frac{\mu mgL}{2(L-\mu h)}$	0,5
2.4. Формула (4): $F_2 = \mu mg$	1,0
2.5. Формула (5): $F_3 = \frac{\mu mgL}{2(L+\mu h)}$	1,0
2.6. Формула (6): $A = F_1 L + F_2(S - L) + F_3 L = \mu mg\left[\frac{L^3}{L^2-\mu^2h^2} + S - L\right] = \mu mg\left[\frac{\mu^2h^2L}{L^2-\mu^2h^2} + S\right]$	2,0
2.7. Формула (7): $\mu h N_1 = \frac{L}{2} N_1$	1,5
2.8. Анализ и вывод, что сохранение контакта возможно лишь при $L > 2\mu h$	1,0
Итого	**10,0**

Задача_3 [6 баллов].

Пусть S - площадь основания кубиков, H - их исходная высота, a h и $h_д$ - глубина, на которую вначале были погружены неизвестный куб и дубовый, соответственно. Исследуем поведение дубового куба. Из условия плавания,

$$F_A = F_{тяж} \quad (1)$$

$$\rho_0 g S h_д = \rho_д g S H \quad (2)$$

Из последнего уравнения получим,

$$h_д = \rho_д H / \rho_0 \quad (3)$$

После того, как выступающую часть куба спилили, он оказался погружен в молоко на глубину

$$h_{д,2} = \rho_д \, h_д / \rho_0 \quad (4)$$

При этом высота выступающей из молока части куба равнялась

$$h_{x,д} = h_д - h_{д,2} = \rho_д H / \rho_0 (1 - \rho_д / \rho_0) \quad (5)$$

Аналогично находится и высота выступающей части неизвестного куба:

$$h_x = h - h_2 = \rho H / \rho_0 (1 - \rho / \rho_0) \quad (6)$$

По условию

$$h_{x,д} = h_x, \qquad \rho_д/\rho_0(1 - \rho_д/\rho_0) = \rho/\rho_0(1 - \rho/\rho_0) \quad (7)$$

Введем обозначения

$$a = \rho_д/\rho_0 \text{ и } b = \rho/\rho_0 .$$

Получаем уравнение

$$a(1 - a) = b(1 - b).$$

Которое имеет два решения a = b и 1 − a = b (или 1 – b = a). То есть

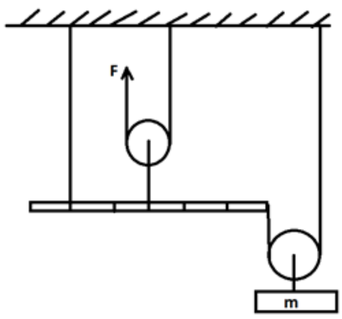
$$\rho_д/\rho_0 = \rho/\rho_0 \quad (8) \qquad \text{и} \qquad \rho_д/\rho_0 = 1 - \rho/\rho_0 \quad (9)$$

Находим плотность неизвестного куба ρ =0,7 г/см^3 или ρ =0,3 г/см^3 (10).

Ответ: 0,7 и 0,3

Содержание	Баллы
3.1. Формула (1): $F_A = F_{тяж}$	0,5
3.2. Формула (2): $\rho_0 g S h_д = \rho_д g S H$	1,0
3.3. Формула (3): $h_д = \rho_д H / \rho_0$	0,5
3.4. Формула (4): $h_{д,2} = \rho_д \, h_д / \rho_0$	0,5
3.5. Формула (5): $h_{x,д} = h_д - h_{д,2} = \rho_д H/\rho_0(1 - \rho_д/\rho_0)$	0,5
3.6. Формула (6): $h_x = h - h_2 = \rho H / \rho_0(1 - \rho/\rho_0)$	0,5
3.7. Формула (7): $h_{x,д} = h_x$, $\rho_д/\rho_0(1 - \rho_д/\rho_0) = \rho/\rho_0(1 - \rho/\rho_0)$	1,0
3.8. Формула (8): $\rho_д/\rho_0 = \rho/\rho_0$	0,5
3.9. Формула (9): $\rho_д/\rho_0 = 1 - \rho/\rho_0$	0,5
3.10. Численное значение в последней формуле (10): 0,7 г/см^3 и 0,3 г/см^3	0,5
Итого	**6,0**

Задача_4 [5 баллов].



Начнем с рассуждений о влиянии двух подвижных блоков на систему. Блок, к которому приложена сила F, дает выигрыш в силе в два раза, тем самым на рычаг действует сила 2F. (1)

На брусок действует сила тяжести, $F_{тяж} = mg$ (2), которая направлена вертикально вниз. Блок, к центру которого прикреплен брусок, дает наоборот проигрыш в силе в два раза, то есть на рычаг действует сила равная половине силы тяжести $F_{тяж}/2$. (3)

Условие равновесия рычага повествует о равенстве моментов сил относительно любой закрепленной точки. В нашем случае закрепляем точку подвеса рычага и записываем равенство моментов

$$2F * 2x = F_{тяж}/2 * 5x \qquad (4)$$

Где x – условная длина одного деления рычага. Выражаем из последнего равенства массу - $m = 8F/5g$ (5)

Подставляем известные значения и получаем ответ – $m = 4$ кг (6)

Содержание	**Баллы**
4.1. Выведен выигрыш в силе 2F (1)	1,0
4.2. Сила тяжести выражена или обозначена на рисунке (2)	1,0
4.3. Выведен проигрыш в силе $F_{тяж}/2$ (3)	1,0
4.4. Формула (4): $2F * 2x = F_{тяж}/2 * 5x$	1,0
4.5. Формула (5): $m = 8F/5g$	0,5
4.6. Численное значение в последней формуле (6): $m = 4$ кг	0,5
Итого	**5,0**