Юниорская республиканская олимпиада по физике
7 класс
Решение и разбалловка
Общий 30 балл
28 октября 2020

1. Закон Архимеда или нет? [5 балл]

Закон Архимеда можно объяснить как следствие разности гидростатических давлений на примере прямоугольного тела, погруженного в жидкость. Используя эту информацию, решите настоящую задачу. Дано прямоугольное тело высотой h = 30 см, длиной a = 40 см и шириной b = 20 см. Плотность тела в два раза больше плотности воды ($\rho = 2\rho_0$). Тело лежит на дне водоема. Глубина воды в 3 раза больше длины ($H = 3a$). Атмосферное давление примите равным P_0 = 100 кПа. Ускорение свободного падения равен g = 10 м/с^2. Плотность воды ρ_0 = 1 г/см^3.

1.1 Найдите силу давления тела на дно водоема, когда вода **не проникает** под его нижнюю грань.

1.2 Найдите силу давления тела на дно водоема, если вода **может просачиваться** между его нижней гранью и дном.

Решение:

1.1 Когда вода не проникает под нижнюю грань тела, снизу не действует гидростатическое давление воды:

$m = 2\rho_0 abh$ (1)

$P_1 = P_0 + \rho_0 gH$ (2)

P_1 – давление на верхную грань тела со стороны воды

$F = P_1 S + mg$ (3)

Вставив уравнения (1) и (2) в уравнение (3) находим силу давления:

$F = P_0 ab + \rho_0 g 3a^2 b + 2\rho_0 abhg$ (4)

$F =$ 9440 Н

1.2 Когда вода просачивается под нижную грань тела, сила Архимеда действует на тело:

$P_2 = P_0 + \rho_0 g(H + h)$ (5)

P_2 – давление на нижную грань тела со стороны воды

$F_a = (P_2 - P_1)S$ или $F_a = \rho_0 gSh$ (6)

$F = mg - F_a$ (7)

Вставив уравнения (1), (2), (5), (6) в уравнение (7) находим силу давления:

$F = \rho_0 gabh$ (8)

$F =$ 240 Н

	Содержание	**Баллы**	
1.1	Формула (1): $m = 2\rho_0 abh$	0,5	**2,5**
	Формула (2): $P_1 = P_0 + \rho_0 gH$	0,5	
	Формула (3): $F = P_1 S + mg$	1,0	
	Численное значение в формуле (4): $F =$ 9440 Н	0,5	

1.2	Формула (5): $P_2 = P_0 + \rho_0 g(H + h)$	0,5	**2,5**
	Формула (6): $F_a = (P_2 - P_1)S$ или $F_a = \rho_0 gSh$	0,5	
	Формула (7): $F = mg - F_a$	1,0	
	Численное значение в формуле (8): $F = 240$ Н	0,5	
Итого			**5,0**

2. Тело и пружина [6 балл]

Кубическое тело с плотностью (($\rho = 3\rho_0$) втрое больше плотности воды ставят на невосомую пружину. Нижняя грань тела находится на высоте $h_1 = 20$ см от нижнего конца пружины. Потом пружинку делят на две равные части и на одну из них вешают тело. В этом случае нижняя грань тела находится на расстоянии $h_2 = 40$ см от точки подвеса. Известно что длина ребра тела ($a = l_0/2$) два раза меньше длины недеформированной пружины. Пружина удлиняется по закону Гука ($F = kx$). Ускорение свободного падения равен $g = 10$ м/с^2.

2.1 Найти длину недеформированной пружины l_0.

2.2 Найти жесткость пружины k.

2.3 Найти массу тела m_1 которое при подвешивании разорвет половину пружины, если пружина разрывается при удлинении ($l = 3l_0$) в три раза.

Решение:

2.1

$m = 3\rho_0 a^3$ (1)

Когда тело ставят на пружину:

$mg = k(l_0 - h_1)$ (2)

Жесткость пружины обратно пропорционально длине, поэтому:

$k' = 2k$ (3)

Когда тело вешают на половине пружины:

$mg = k'(h_2 - l_0 - a)$ (4)

Из уравнения (1)-(4) находим длину недеформированной пружины l_0:

$mg = 2k(h_2 - 1{,}5l_0) = k(l_0 - h_1)$

$l_0 = \frac{2h_2 + h_1}{4}$ (5)

$l_0 = 25$ см

2.2

$k = \frac{3\rho_0 g(2h_2 + h_1)^3}{128(2h_2 - 3h_1)}$ (6)

$k = 1172$ Н/м

2.3

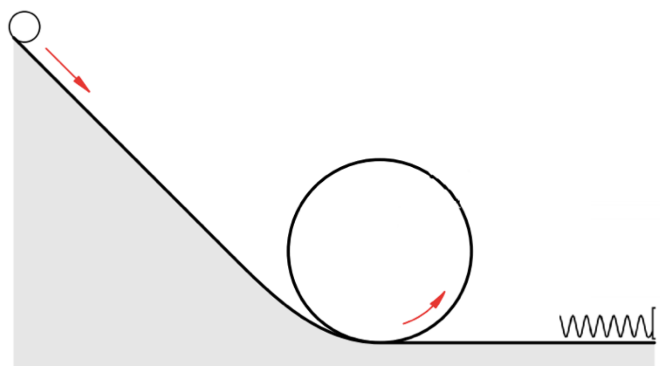
$m_1 g = 2k(3l_0/2 - l_0/2)$ (7)

$m_1 = 58{,}6$ кг

	Содержание	Баллы	
2.1	Формула (1): $m = 3\rho_0 a^3$	0,5	**4,0**
	Формула (2): $mg = k(l_0 - h_1)$	1,0	

	Формула (3): $k' = 2k$	0,5	
	Формула (4): $mg = k'(h_2 - l_0 - a)$	1,0	
	Формула (5): $l_0 = \frac{2h_2 + h_1}{4}$	0,5	
	Численное значение в формуле (5): $l_0 = 25$ см	0,5	
2.2	Формула (6): $k = \frac{3\rho_0 g(2h_2+h_1)^3}{128(2h_2-3h_1)}$	0,5	**1,0**
	Численное значение в формуле (6): $k = 1172$ Н/м	0,5	
2.3	Формула (7): $m_1 g = k(3l_0 - l_0)$	0,5	**1,0**
	Численное значение в формуле (7): $m_1 = 58{,}6$ кг	0,5	
Итого			**6,0**

3. Шарик проходит круг [6 балл]



Шарик (с размером намного меньше размера круга) массой m = 20 кг проходит круг радиуса R = 5 м, соскальзывая без начальной скорости с высоты H = 18 м (см. рисунок). Трением пренебречь. Ускорение свободного падения равен 10 м/с^2.

3.1 Найдите скорость шарика v_1 в точке наивысшей точке петли.

3.2 Найдите скорость шарика v_2 в точке наинизшей точке петли.

3.3 После прохождения петли на сколько Δx сжимается пружина, если жесткость пружины k = 400 Н/м?

Решение:

3.1

Закон сохранения энергии:

$$mgH = mg2R + \frac{mv_1^2}{2} \quad (1)$$

$$v_1 = \sqrt{2g(H - 2R)} \quad (2)$$

$v_1 = 12{,}6$ м/с

3.2

Закон сохранения энергии:

$$mgH = \frac{mv_2^2}{2} \quad (3)$$

$$v_2 = \sqrt{2gH} \quad (4)$$

$v_2 = 19{,}0$ м/с

3.3

Закон сохранения энергии:

$$mgH = \frac{k\Delta x^2}{2} \quad (5)$$

$$\Delta x = \sqrt{\frac{2mgH}{k}} \quad (6)$$

$\Delta x = 4{,}2$ м

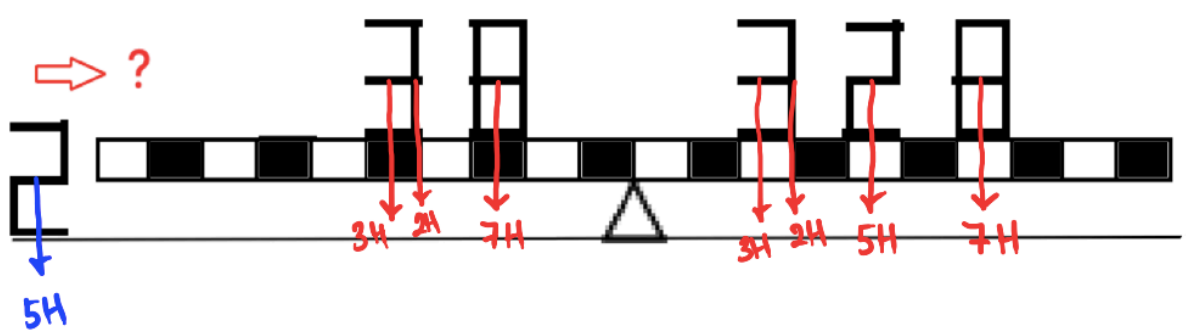
	Содержание	Баллы	
3.1	Формула (1): $mgH = mg2R + \frac{mv_1^2}{2}$	1,0	**2,0**
	Формула (2): $v_1 = \sqrt{2g(H - 2R)}$	0,5	
	Численное значение в формуле (2): $v_1 = 12{,}6$ м/с	0,5	
3.2	Формула (3): $mgH = \frac{mv_2^2}{2}$	1,0	**2,0**
	Формула (4): $v_2 = \sqrt{2gH}$	0,5	
	Численное значение в формуле (4): $v_2 = 19{,}0$ м/с	0,5	
3.3	Формула (5): $mgH = \frac{k\Delta x^2}{2}$	1,0	**2,0**
	Формула (6): $\Delta x = \sqrt{\frac{2mgH}{k}}$	0,5	
	Численное значение в формуле (6): $\Delta x = 4{,}2$ м	0,5	
Итого			**6,0**

4. Равновесие числа [6 балл]

У нас имеются шесть чисел. Все они сделаны из одинаковой проволоки. Масса двойки m = 500 г. Высота двойки b = 50 см. Массой рычага и толщинами чисел пренебречь. Высота верхней поверхности рычага находится на высоте h = 40 см. Ускорение свободного падения равен g = 10 м/с^2.

4.1 На какую (или какие) ячейку рычага от опоры надо поставить двойку чтобы установилась равновесие.

4.2 Какую минимальную работу надо совершить, чтобы поставить все числа на рычаг? Предположите, что рычаг все время был в горизонтальном положении. Вначале все числа лежали на земле.



Решение:

4.1

Если масса двойки m = 500 г, тогда:

каждая сторона чисел m/5 = 100 г (1)

Уравнение равновесия:

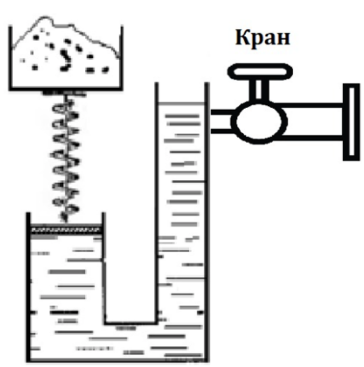
$5x + 3 \cdot 4{,}5 + 2 \cdot 4 + 7 \cdot 2{,}5 = 3 \cdot 2{,}5 + 2 \cdot 3 + 5 \cdot 4{,}5 + 7 \cdot 6{,}5$ (2)

$x = 8{,}5$ (значит 9-ячейка)

4.2
Работа:
$A = \Delta E_п$ (3)
$A = 2 \cdot mg(h + b/2) + 2 \cdot mg(h + b/2) + 2 \cdot (7m/5)g(h + b/2)$ (4)
$A = 22{,}1$ Н

	Содержание	Баллы	
4.1	Формула (1): каждая сторона чисел m/5 = 100 г	0,5	**3,0**
	Формула (2): $5x + 3 \cdot 4{,}5 + 2 \cdot 4 + 7 \cdot 2{,}5 = 3 \cdot 2{,}5 + 2 \cdot 3 + 5 \cdot 4{,}5 + 7 \cdot 6{,}5$	1,5	
	Численное значение в формуле (2): $x = 8{,}5$ (значит 9-ячейка)	1,0	
4.2	Формула (3): $A = \Delta E_п$	1,0	**3,0**
	Формула (4): $A = 2 \cdot mg(h + b/2) + 2 \cdot mg(h + b/2) + 2 \cdot (7m/5)g(h + b/2)$	1,0	
	Численное значение в формуле (4): $A = 22{,}1$ Н	1,0	
Итого			**6,0**

5. Гидравлика [7 балл]
В один из сообщающихся сосудов, площадью $S_1 = 150$ см^2 заливают воду с скоростью $q = 0{,}5$ л/с. Второй сосуд плотно закрыт подвижным поршнем площади $S_2 = 250$ см^2. На нём на жёсткой пружине устойчиво закреплён сосуд , в который засыпают песок. При этом высота уровня дна сосуда с песком относительно дна сосудов с водой в течение наблюдаемого промежутка времени не меняется. Найдите скорости подьёма v_1, v_2 уровней воды в обоих сосудах, а также скорость наполнения сосуда песком μ (кг/с). Ускорение свободного падения равен 10 м/с^2. Плотность воды 1 г/см^3.



5.Гидравлика (7 баллов)

1. Длина пружины (1): $l = l_0 - \frac{g}{k}(m_0 + \mu t)$	0.5
2. Высота ящика с песком над дном сосуда (2): $h = h_{02} + v_2 t + l = h_{02} +$	0.8

$v_2 t + l_0 - \frac{g}{k}(m_0 + \mu t)$ Скорость движения ящика (3): $v = v_2 - \frac{g\mu}{k} = 0$	
3. (4) : $q = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{S_1 \Delta h_1 + S_2 \Delta h_2}{\Delta t} = S_1 v_1 + S_2 v_2$	1.8
4. (5): $\frac{(m_0+\mu t)g}{S_2} = \rho g(h_1 - h_2) = \rho g(h_{01} - h_{01}) + \rho g(v_1 - v_2)t$ (6): $\frac{\mu g}{S_2} = \rho g(v_1 - v_2)$	1.5
5. Совместным решением (3), (4) и (5): (6): $\mu = \frac{q}{\frac{1}{\rho} + (S_1 + S_2)\frac{g}{k}} = 0{,}36\ \text{кг/с}$, (7) $v_2 = \frac{g\mu}{k} = 3{,}6\ \text{мм/с}$, $v_1 = \mu\left(\frac{1}{\rho S_1} + \frac{g}{k}\right) = 17{,}8\ \text{мм/с}$	2.4=(0.8*3)

1.Гидравлика (7 баллов)

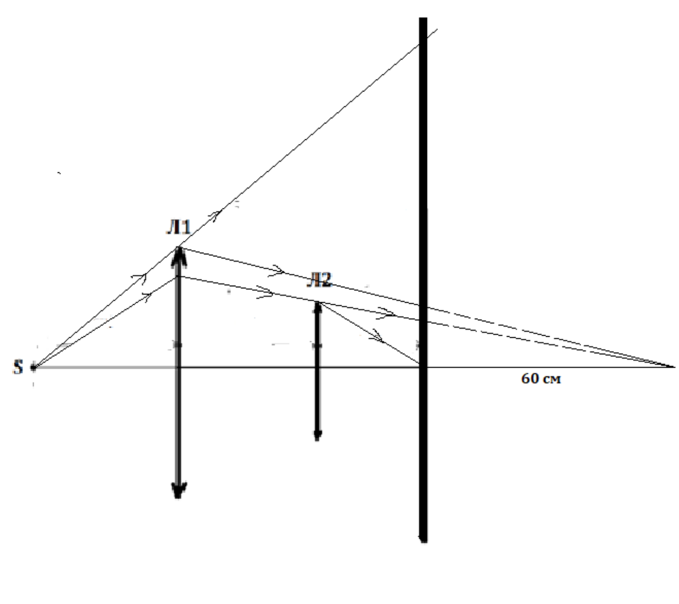
1. Длина пружины (1): $l = l_0 - \frac{g}{k}(m_0 + \mu t)$	0.5
2. Высота ящика с песком над дном сосуда (2): $h = h_{02} + v_2 t + l = h_{02} + v_2 t + l_0 - \frac{g}{k}(m_0 + \mu t)$ Скорость движения ящика (3): $v = v_2 - \frac{g\mu}{k} = 0$	0.8
3. (4) : $q = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{S_1 \Delta h_1 + S_2 \Delta h_2}{\Delta t} = S_1 v_1 + S_2 v_2$	1.8
4. (5): $\frac{(m_0+\mu t)g}{S_2} = \rho g(h_1 - h_2) = \rho g(h_{01} - h_{01}) + \rho g(v_1 - v_2)t$ (6): $\frac{\mu g}{S_2} = \rho g(v_1 - v_2)$	1.5
5. Совместным решением (3), (4) и (5): (6): $\mu = \frac{q}{\frac{1}{\rho} + (S_1+S_2)\frac{g}{k}} = 0{,}36$ кг/с , (7) $v_2 = \frac{g\mu}{k} = 3{,}6$ мм/с , $v_1 = \mu\left(\frac{1}{\rho S_1} + \frac{g}{k}\right) = 17{,}8$ мм/с	2.4=(0.8*3)

2.Нагревательные элементы (7 баллов)

1. (1) $mc\Delta T = Q$; (2)$Q = N\Delta t = \frac{U^2}{R}\Delta t = \frac{U^2}{\rho l/S}\Delta t = \frac{SU^2\Delta t}{\rho l}$; (3) $mc\Delta T = dSlc\Delta T$	2
2. (4) $l = \frac{U}{\sqrt{\rho d c \frac{\Delta T}{\Delta t}}}$	1
3. $\frac{\Delta T}{\Delta t}$ постоянно для каждого резистора в данном процессе (5)$\left(\frac{\Delta T}{\Delta t}\right)_1 = \frac{250°C}{8\text{ мин}} = 0{,}52\frac{°C}{c}$;(6) $\left(\frac{\Delta T}{\Delta t}\right)_2 = \frac{400°C}{8\text{ мин}} = 0{,}83\frac{°C}{c}$	2
4.(7)$\frac{l_2}{l_1} = \sqrt{\frac{\rho_1 d_1 c_1 \left(\frac{\Delta T}{\Delta t}\right)_1}{\rho_2 d_2 c_2 \left(\frac{\Delta T}{\Delta t}\right)_2}}$ =0,6	2

3.Игра света и тени

Картина на экране и некоторые важные для её построения лучи. Масштаб не соблюден.



1.Внешний диаметр внешнего тёмного круга (1): $d_3 = D_1 \frac{x_1+x_2+x_3}{x_1}$=50 см	1
2. Внутренний диаметр второго тёмного круга (2): $d_2 = D_1 \frac{f-x_2-x_3}{f} = 8$ см где $f = 120$ см – расстояние от линзы до изображения, есть решение уравнения (3): $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F_1}$	2
3. Диаметр внутреннего тёмного круга (4): $d_2 = D_2 \frac{f-x_2-x_3}{f-x_2} = 4$ см	2
4. Так как на вторую линзу падает сходящийся пучок лучей, координата источника в формуле тонкой линзы будет задана отрицательной величиной (5) $x = x_2 - f = -90$ см. Сама формула запишется в виде: (6) $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{F_2}$. Решение уравнения - расстояние до изображения $y = 30$ см справа от второй линзы - то есть на экране. Таким образом, последний элемент картины – светлое пятно в центре кругов.	3

4. Механика конденсаторов

4.1.1. (1)$P = \frac{F}{S} = \frac{qE}{2S}$. F – сила, действующая на одну из обкладок. Коэффициент ½ возникает ввиду того что половина поля создается самой этой обкладкой и на нее саму не действует. (2)$q_0 = C_0U_0 = \frac{\varepsilon_0\varepsilon S}{d_0}U_0 \approx 880$ нКл . Напряженность поля в прослойке конденсатора (3) $E = \frac{U_0}{d_0}$. НО! Обкладки находятся снаружи диэлектрика, и на них действует напряжённость в ε раз большая. С учётом всего этого (4): $P = \frac{\varepsilon_0\varepsilon^2{U_0}^2}{2d_0} \approx 440$ Па.	$P = \frac{F}{S} = \frac{qE}{2S}$	0,3	1,8
	Коэффициент ½	0,3	
	$q_0 = C_0U_0 = \frac{\varepsilon_0\varepsilon S}{d_0}U_0$	0,3	
	$E = \frac{U_0}{d_0}$	0,3	
	напряжённость в ε раз большая	0,3	
	$P = \frac{\varepsilon_0\varepsilon^2{U_0}^2}{2d_0} \approx 440$ Па	0,3	
4.1.2 Конденсатор может быть представлен в виде последовательных конденсаторов с ёмкостями (5): $C_1 = \frac{\varepsilon_0\varepsilon S}{d_0}$, (6) $C_2 = \frac{\varepsilon_0 S}{d-d_0}$. (7)$C = \frac{1}{\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}} = \frac{\varepsilon_0 S}{d-d_0+\frac{d_0}{\varepsilon}} = 43$ пФ	$C = \frac{1}{\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}}$	0,5	1,2
	$C = \frac{\varepsilon_0 S}{d-d_0+\frac{d_0}{\varepsilon}} = 43$ пФ	0,7	
4.1.3 На этот раз (8) $q = CU_0 = 22$ нКл. Напряженность поля вне диэлектрика найдётся из условия (9): $U = E(d-d_0) + \frac{E}{\varepsilon}d_0$, то есть напряжение складывается из двух составляющих – в диэлектрике и в воздухе.(10) $E = \frac{U}{d-d_0+\frac{d_0}{\varepsilon}} = 240\frac{\text{кВ}}{\text{м}} = 240\frac{\text{кН}}{\text{Кл}}$. (11) $F = \frac{qE}{2} = 0{,}27$ мН	$q = CU_0 = 22$ нКл	0,3	1,6
	$U = E(d-d_0) + \frac{E}{\varepsilon}d_0$ $E = \frac{U}{d-d_0+\frac{d_0}{\varepsilon}} = 240\frac{\text{кВ}}{\text{м}}$	1,0	
	$F = \frac{qE}{2} = 0{,}27$ мН	0,3	
4.2.1 Заряд неизменен и равен. Из (7) и (9) получаем вне диэлектрика (12) $E = \frac{q}{\varepsilon_0 S} = const$. Напряжение в	$q = const$	0,4	1,6
	$E = \frac{q}{\varepsilon_0 S} = const$	0,6	

начале и в конце(13) $U_1 = \frac{E}{\varepsilon} d_0$; (14) $U_2 = E(d - d_0 + \frac{d_0}{\varepsilon})$;(15) $\frac{U_2}{U_1} = \frac{\varepsilon d}{d_0} + 1 - \varepsilon = 41$. Сила также неизменна (16) $\mathrm{F} = \frac{qE}{2} = const$	$\frac{U_2}{U_1} = \frac{\varepsilon d}{d_0} + 1 - \varepsilon = 41$	0,4	
	$\mathrm{F} = \frac{qE}{2} = const$	0,4	
4.2.2 Благодаря некому перераспределению зарядов пластины между ней и обкладками конденсатора возникает сила притяжения. Соответственно, чтобы вытащить пластину необходимо приложить внешнюю силу. Предполагая ее постоянной запишем (17): $F_{\text{ср}} a = \Delta W$, где $a = \sqrt{S} = 10$ см, сторона квадрата и расстояние на которое смещают пластину чтобы вывести её из конденсатора. (18)$\Delta W = \frac{{q_0}^2}{2\mathrm{C}'} - \frac{{q_0}^2}{2C} =$ где (19) $\mathrm{C}' = \frac{\varepsilon_0 S}{d} = 29$ пФ, ёмкость конденсатора после извлечения пластины. (20) $F_{\text{ср}} = \frac{\Delta W}{a} = 4{,}33$ мН	$F_{\text{ср}} a = \Delta W$	0,6	1,8
	$\Delta W = \frac{{q_0}^2}{2\mathrm{C}'} - \frac{{q_0}^2}{2C}$	0,6	
	$\mathrm{C}' = \frac{\varepsilon_0 S}{d} = 29$ пФ	0,3	
	$F_{\text{ср}} = \frac{\Delta W}{a} = 4{,}33$ мН	0,3	