

Физика пәні бойынша
Beyond Olympiad #3
есептер шешімдері

9 қазан 2022

АЛҒЫСӨЗ

Сіз шешімдерді оқып, талдай бастамас бұрын, біз жұмысты бағалайтын ережелерін атап өтпекпіз:

- Қатені тасымалдау әр түрлі тармақтар аясында ғана жұмыс істейді. Егер сіз шешімде қателескен болсаңыз, онда қатеге байланысты барлық ұпайлар қате деп саналады, бірақ келесі тармақта ұпайлар алынып тасталмайды
- Қатені тасымалдау барысында алынған дұрыс емес, бірақ сіздің жұмысыңызда дұрыс болып саналатын сандық мән дұрыс болып саналады
- Егер марк-схемада өзгеше келісілмесе, жартылай балл қоя алмаймыз
- Егер сіз формуланы жазбаған болсаңыз, бірақ шешімде сіз оны қолданғаныңыз анық көрінсе, балл қойылады
- Егер балл жауаптың әріптік жазбасы және оның сандық мәні үшін бір мезгілде берілсе, онда қатысушы дұрыс теңдеуден санды дұрыс есептемеген жағдайда баллдың жартысы беріледі

Олимпиаданың авторлары:

Төменгі лига

- Допты ұстап алу — Ернұр Қайроллаев;
- Сұйықталған кофе — Ерсултан Пітебай;
- Су тамшысы — Ерсултан Пітебай;
- Қара Жәшік — Ернұр Қайроллаев.

Жоғарғы лига

- Тепе теңдік — Алишер Еркебаев;
- Светодиод — Алишер Еркебаев;
- Үйкеліс күшімен цилиндр — Алишер Еркебаев;
- Жарықтану облысы — Алишер Еркебаев.

Төменгі лига

1 Допты ұстап алу

Егер доп h биіктігінен құласа, онда оның бастапқы энергиясы $E_{II} = mgh$ болады, доп жерге соғылған соң энергиясының η бөлігін жоғалтады, яғни:

$$\begin{aligned}(1 - \eta) mgh &= mgh' \\ h' &= (1 - \eta) h\end{aligned}$$

Екінші қақтығыстан кейін $h'' = (1 - \eta) h' = (1 - \eta)^2 h$, сәйкесінше n -ші соғысқақтығыстан кейінгі биіктіктің $n - 1$ -ші қақтығыста кейінгі биіктік, сонымен:

$$h_n = h_{n-1} (1 - \eta) = h_0 (1 - \eta)^n$$

Соңында энергия сақталу заңы бойынша доптың жылдамдығы:

$$\frac{mv^2}{2} = mgh_n = mgh_0 (1 - \eta)^n$$

Соңғы жылдамдық әрбір жаңа соқтыспен төмендейтіндіктен, жылдамдығын $v_{cr} \implies v \leq v_{cr}$ -ден аз болған кездегі қақтығысты табу керек. Бұдан соң:

$$(1 - \eta)^n \leq \frac{v_{cr}^2}{2gh_0}$$

Математикалық кеңесті ($a = b^n \implies n = \frac{\ln b}{\ln a}$) пайдаланып, $a = 1 - \eta$, $b = \frac{2gh_0}{v_{cr}^2}$ -қа тең екенің табамыз.

$$n = \frac{\ln b}{\ln a} = \frac{\ln \frac{2gh_0}{v_{cr}^2}}{\ln(1 - \eta)} = 1.79$$

n бүтін емес болғандықтан:

$$n_{fin} = \lceil x \rceil = 2 \quad (\text{үстіге дөңгелектеу}).$$

Балама әдіс:

Сандық мәндерді алмастыра отырып, $1 - \eta = 0.6$, $\frac{v_{cr}^2}{2gh_0} = 0.4$ екенің табамыз.

Сонда:

$$0.6^n \leq 0.4$$

теңдеуіне келеміз. Таңдау әдісі арқылы $n = 2$ екенің табамыз.

Доп еркін құлайды, сондықтан (қақтығысқа дейін уақыт: $t_n = 2t_{\text{падения}}$):

$$h_n = h_0(1 - \eta)^n = \frac{gt_{\text{құлау}}^2}{2} \implies t_n = 2\sqrt{\frac{2h_0}{g}}\sqrt{1 - \eta}^n,$$

Бірінші қақтығысқа дейін уақытты тауып аламыз:

$$t_1 = \sqrt{\frac{2h_0}{g}} \approx 3.16 \text{ с}$$

Шешімнің басында көрсетілгендей, доп екінші ретте $h_2 = h_0(1 - \eta) = 30\text{м}$ биіктікке көтеріледі. $t_{\text{құлау}} = t_{\text{көтерілу}}$ болғандықтан:

$$t_2 = 2 \cdot \sqrt{\frac{2h_2}{g}} \approx 4.90 \text{ с}$$

Доптың екінші қақтығыстан кейін:

$$h_3 = h_0(1 - \eta)^2 = 18 \text{ м}$$

$$t_3 = 2 \cdot \sqrt{\frac{2h_3}{g}} \approx 3.79 \text{ с}$$

Онда Дамир допты жібергеннен бастап, Мирас ұстап алғанша уақыты:

$$t = t_1 + t_2 + t_3 = 11.85 \text{ с}$$

Допты ұстап алу (7 баллов)	
Балл	Мазмұны
1.0	Энергия сақталу заңы, немесе биіктіктің құлау санына тәуелділігін табудың басқа жолы
1.0	h үшін өрнек
1.0	$(1 - \eta)^n \leq \frac{v_{\text{ср}}^2}{2gh_0}$
1.5	$n = 2$
0.5	t_1 үшін өрнек
0.5	t_2 үшін өрнек
0.5	t_3 үшін өрнек
0.5	Жауап
0.5	Сандық мәні

2 Сұйықталған кофе

Райан сыптаяқтан кофе ішкеннен кейін оның температурасы t_0 болатын $V_1 = V_0 - x$ литр кофе қалды.

Онда сыптаяққа t температурасы y суды құйған кейін, тосағандағы кофенің температурасы t_f , x және y арасындағы байланысты, жылу теңдеуінен табуға болады.

$$C(V_0 - x)(t_0 - t_f) = Cy(t_f - t) \rightarrow x = V_0 - y \frac{t_f - t}{t_0 - t_f}$$

$t_f \geq t_{min}$ және $x \geq y$ екені белгілі (үйірменің көлемі шектеулі).

Соңында Рауан сұйылтылғаннан кейін барлық кофені ішетінін ескерсек, біз ішетін көлемін тауып аламыз:

$$V = V_0 - x + y + x = V_0 + y$$

Яғни, y максималды болу үшін, y пен x -ты тауып қажет. Жылу теңдеуінен x -ті x пен y үшін теңсіздігіне еңгізіп:

$$V_0 - y \frac{t_f - t}{t_0 - t_f} \geq y \implies y \leq V_0 \frac{t_0 - t_f}{t_0 - t}$$

Солай: $y_{max} = V_0 \frac{t_0 - t_{min}}{t_0 - t}$

Жауабы:

$$V_{max} = V_0 \left(1 + \frac{t_0 - t_{min}}{t_0 - t} \right) = 415 \text{ мл}$$

Сұйықталған кофе (6 балл)	
Балл	Мазмұны
2	Жылу балансының теңдеуі (қалған кофенің суыуна үшін және суды жылытуға кететің жылу үшін 1 баллдан)
1	x үшін өрнек
0.25	$x > y$
0.25	$t_f \geq t_{min}$
1.5	y_{max} үшін өрнек
0.5	V_{max} үшін өрнек
0.5	Сандық жауап

3 Су тамшысы

Әр сурет үшін жұқа линзаның формуласын жазайық:

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{d_1} + \frac{1}{f_1}$$
$$\frac{1}{F} + \frac{1}{F'} = \frac{1}{d_2} + \frac{1}{f_2}$$

Екі сурет те айқынды болғанын есте сақтап, $f_1 = f_2 = f$.

Сонымен қатар, суреттер толық метражда көрсететілгендіктен, екі жағдай үшін де кескін өлшемі бірдей болатынын пайдалана

$$\frac{L_1}{d_1} = \frac{L_2}{d_2} \implies d_1 = \frac{L_1}{L_2} \cdot d_2,$$

Нысандардың ара-қатынасын фотосуреттен сызғыш шкаласы арқылы табуға болады (масштабт өзгерткенде ұзындықтардың ара-қатынасы өзгермейді): $L_1 = 15.3$ см, $L_2 = 5.5$ мм. Сонымен қатар $d_1 - d_2 = \Delta$

Бұл жағдайда линза формуласының теңдеулерін алып тастап

$$\frac{1}{F'} = \frac{1}{d_2} - \frac{1}{d_1} = \frac{\Delta}{d_1 d_2} = \frac{(L_1 - L_2)^2}{\Delta L_1 L_2}$$

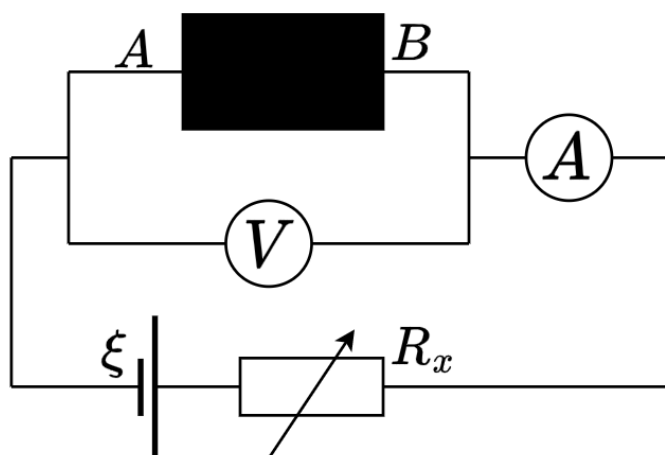
Су тамшысын жазық-дөңес линза ретінде қарастыра:

$$\frac{1}{F'} = \frac{n-1}{R} = \frac{(L_1 - L_2)^2}{\Delta L_1 L_2} \implies R = \frac{(n-1)\Delta L_1 L_2}{(L_1 - L_2)^2} = 2.3 \text{ мм}$$

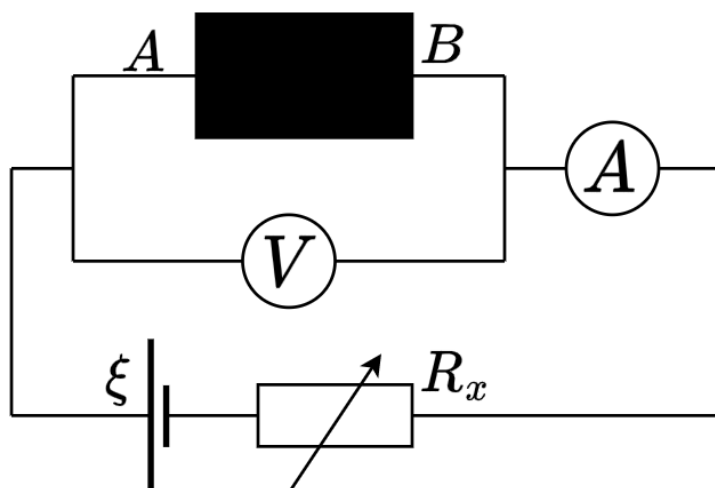
Су тамшысы (9 балл)	
Балл	Мазмұны
1.5	Бірінші сурет үшін жұқа линза өрнегі
1.5	Екінші сурет үшін жұқа линза өрнегі
1.0	$f_1 = f_2 = f$
1.0	d_1 үшін өрнек
0.5	L_1/L_2 дұрыс қатынасы
0.5	Δ үшін формуласы
1.5	$\frac{1}{F'} = \frac{n-1}{R}$ жазылған
1.0	Жауап
0.5	Сандық жауап

4 Қара Жәшік

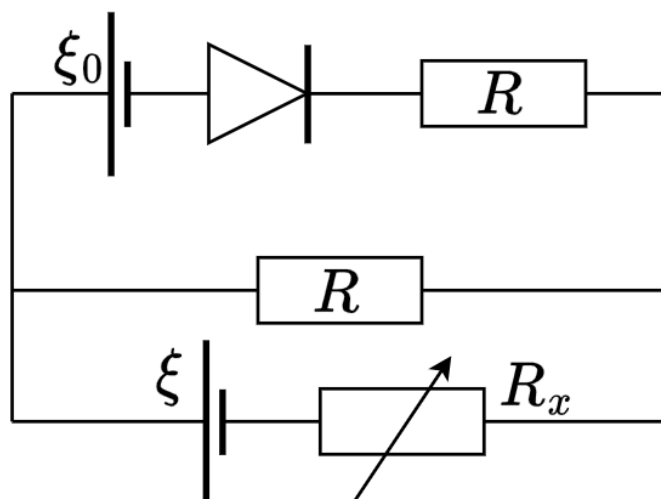
Вольтметр мен амперметр Қара жәшіктегі кернеу мен тоқты өлшеуге мүмкіндік береді. Дегенмен, батарея кернеудің бір мәнін ғана бере алады, сондықтан ток пен кернеуді өзгерту үшін бізге басқа элемент қажет. Бұл элемент реостат (кедергісін өзгертуге болатын резистор). Осыны пайдалана енді біз осындай схеманы жинай аламыз:



Батарея мен диод Қара қораптың симметриясын бұзады, яғни қосылым полярлығы, I - V сипаттамасы басқаша болады (ол теріс тізбектегі ток мәндеріне тең). Сонымен, мұны да ескере, тізбектегі теріс ток мәндерінде ток кернеуінің сипаттамасын салу үшін басқа тізбекті жинау керек.



Екі тізбекте де вольтметр мен амперметр токтарға әсер етпейтіндіктен, оларды алып тастауға болады.



Диод ашық болған жағдайда, кіші тізбектер үшін Кирхгофтың 2 заңын сағат тілімен жазайық:

$$\begin{aligned}\xi - \xi_0 &= IR_x + I_1 R \\ \xi &= I_2 R + IR_x\end{aligned}$$

Диод $\xi - \xi_0 - IR_x \geq 0$ болғанда ғана ашық болады, әйтпесе ток қарама-қарсы бағытта ағып диод жабылады. Қара жәшіктегі кернеу $U = \xi - IR_x$ -қа тең. Осыны пайдалана отыра:

$$\begin{aligned}U - \xi_0 &= I_1 R \\ U &= I_2 R\end{aligned}$$

Кирхгофтың 1 заңын пайдалана, реостаттағы токты табамыз:

$$I = I_1 + I_2$$

Төбедегі теңдеулерді шығара:

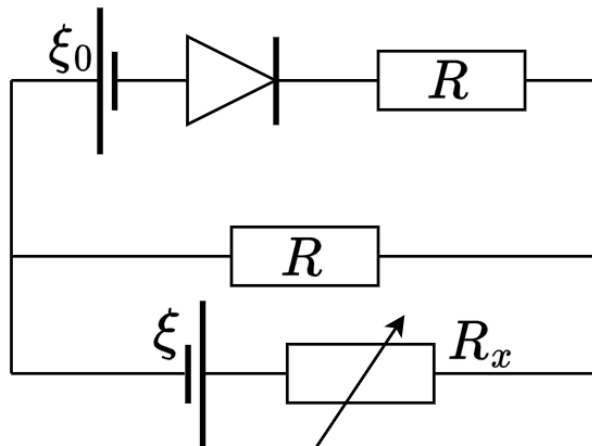
$$U = \frac{\xi_0 + IR}{2} \implies I = \frac{2U - \xi_0}{R}$$

Бұл конфигурациямен диод $\xi - \xi_0 - IR_x < 0$ кезінде жабылады. Бұл жағдайда суреттегі тізбектің ең жоғарғы бөлігінің бөлімі жойылады (ток ол арқылы өтпейді) және онда Кирхгофтың екінші заңы бойынша:

$$\begin{aligned}\xi &= IR_x + IR \\ U &= IR \implies I = \frac{U}{R}\end{aligned}$$

Екі жоғарғы жағдайды бөлетін шекаралық шарт бар екені аны: $U = \xi_0$.

$$\xi_0 = \frac{\xi_0 + IR}{2} \implies I = \frac{\xi_0}{R}$$



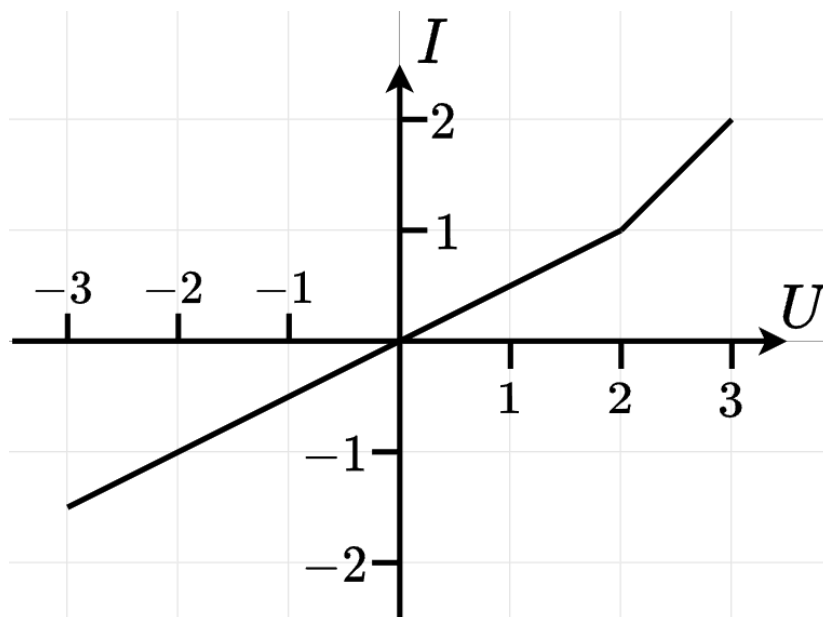
Екінші жағдайда екі контурдағы кернеу диодқа қарама-қарсы бағытталады, яғни диодтан ток өтпейді. Сонда Кирхгоф заңы бойынша:

$$\xi = IR_x + IR$$

Бірақ ЭҚК қарама-қарсы бағытталғаннан, $U = \xi - IR_x$ - ға тең болады. Осыны ескере отыра:

$$I = \frac{U}{R}$$

Енді тек теңдеулерге сандық мәндерді қойып, $I(U)$ графигін сызу ғана қалды (Ox осі бойынша- U , Oy осі бойынша- I)



Қара жәшік (8 балл)			
Пункт	Балл		Мазмұны
a	2.0	1.0	1-ші сызба
		1.0	2-ші сызба
b	6.0	0.5	Үлкен жиек үшін Кирхгофтың заңы
		0.5	Кішкентай жиек үшін Кирхгофтың заңы
		0.5	Тоқтар үшін Кирхгофтың заңы
		0.5	$I(U)$ функциясы
		0.5	Функцияның шарты
		0.5	$\xi - \xi_0 - IR_X < 0$ кезі үшін Кирхгофтың заңы
		0.5	$I(U)$ -дың екінші функциясы
		0.5	Екі де кернеу диодқа қарама қарсы қараған кездегі тізбек үшін Кирхгофтың заңы
		0.5	$I(U)$ -дың үшінші функциясы
		0.5	$U \in [-3; 0)$ аралық үшін ВАХ
		0.5	$U \in [0; 1)$ аралық үшін ВАХ
0.5	$U \in [1; 3)$ аралық үшін ВАХ		

Жоғарғы лига

1 Тепе-Теңдік

а)

Шарлардың біріне әсер ететін күштерді қарастырайық. Көлденең және тік осьтерге проекциялары:

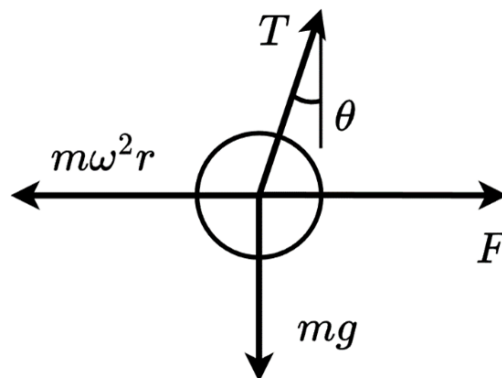
$$m\omega^2 r = F + T \sin \theta_0, \quad mg = T \cos \theta_0.$$

T -ны қыскартып, және де $r = L \sin \theta$ мен $F = k \cdot 2r = 2kL \sin \theta$ пайдалана отыра:

$$\omega^2 L \sin \theta_0 = \frac{2k}{m} L \sin \theta_0 + g \tan \theta_0,$$

немесе

$$\cos \theta_0 = \frac{mg/L}{m\omega^2 - 2k}.$$



б)

$\cos \theta_0$ абсолюттік мәні бірден аспайды, демек:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{L} + \frac{2k}{m}}.$$

$\omega < \omega_0$ болғанда серіппе әрқашан қысылған күйде болады және жүйе тепе-теңдікте $\theta_0 = 0$ бұрышымен айналады.

с)

Жалпы энергияға тартылыс күші әсерінің энергиясы $E_g = 2mgh = 2mgL(1 - \cos \theta)$, серіппе энергиясы $E_s = \frac{1}{2}k(2r)^2 = 2kL^2 \sin^2 \theta$ және де шарлардың айналу энергиясы $E_p = -\frac{1}{2} \cdot 2m\omega^2 r^2 = -m\omega^2 L^2 \sin^2 \theta$ жатады. Сонымен:

$$\Pi(\theta) = E_s + E_g + E_p = (2k - m\omega^2) L^2 \sin^2 \theta + 2mgL(1 - \cos \theta).$$

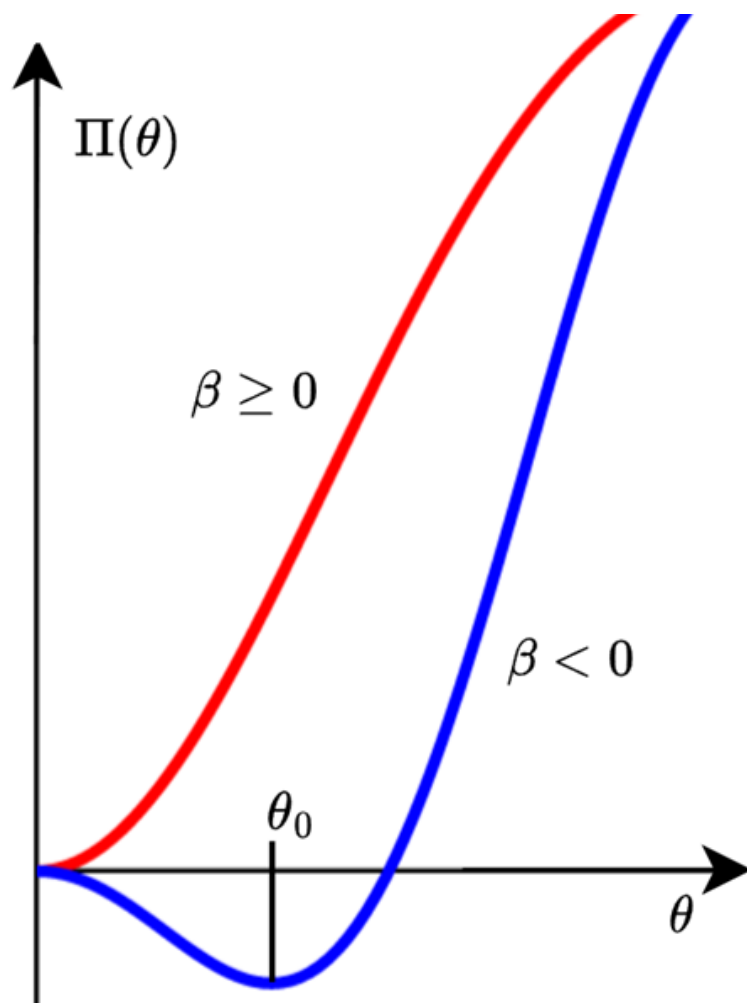
Бірінші мүшені **б)** пунктының нәтижесі арқылы түрлендірейік:

$$\begin{aligned} \Pi(\theta) &= m \left(\omega_0^2 - \omega^2 - \frac{g}{L} \right) L^2 \sin^2 \theta + 2mgL(1 - \cos \theta) = \\ &= mgL(2(1 - \cos \theta) + (\beta - 1) \sin^2 \theta) = \\ &= mgL(1 - \cos \theta) \cdot (2 + (\beta - 1)(1 + \cos \theta)). \end{aligned}$$

Енді θ -ның шағын мәндері үшін оның косинусы бірге тең екені анық, және жақшадағы соңғы факторды келесідей жазуға болады

$$2 + (\beta - 1) \cdot 2 = 2\beta$$

Бұл жағдайда $\beta \geq 0$ болса, онда бастапқы позициядан жүйенің энергиясы бірден өседі, теріс жағдайда жалпы энергия алдымен нөлден төмен түсіп, содан кейін өсе бастайды. Графикалық түрде:



Тепе-Теңдік (10 балл)			
Пункт	Балл	Мазмұны	
a	3.0	1.5	Күштердің теңдігі (әр ось үшін 0,75) *Моменттердің теңдігін қолдануға да болады
		0.5	r үшін өрнек
		0.5	F үшін өрнек
		0.5	Жауабы
b	2.0	0.5	$\cos \theta_0 \leq 1$. *Егер “=” орнына “ \leq ” жазылса, балл шегерілмейді
		0.5	Жауабы
		1.0	“ $\omega \leq \omega_0$ болғанда $\theta_0 = 0$ ”
c	5.0	1.0	$E_g = 2mgL(1 - \cos \theta)$ теңдеуі үшін *Егер тек бір шардын энергиясы жазылса (жауабы 2 есе кіші), -0.5 шигерілуі тиіс
		1.0	$E_s = 2kL^2 \sin^2 \theta$ теңдеуі * r орнына $2r$ жазылса (жауабы 4 есе кіші), -0.5 балл шигерілуі тиіс
		1.0	$\Pi(\theta)$ өрнегі mgL , θ және β арқылы өрнектелуі * Егер түрлендірулер қатені орауға байланысты ғана сәтсіз болса, 0.5 қойылады.
		0.8	График $\beta \geq 0$. График $\beta < 0$.
		1.2	* Егер $\theta = \theta_0$ жергілікті минимумға сәйкес келетіні көрсетілмесе, 0.4 ұпай алынады.

2 Светодиод

Светодиодтағы кернеу өзектің магнит өрісі өткен кездегі электромагниттік индукцияға байланысты пайда болады, яғни

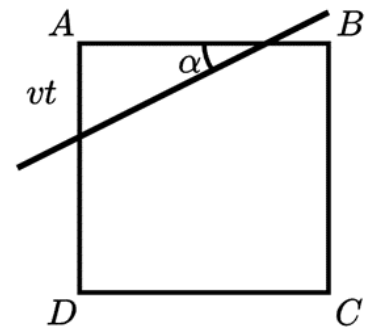
$$U = \left| \frac{\partial \Phi}{\partial t} \right|,$$

Мұнда $\Phi = BS$ – магнит өрісінің өтетін ағыны. Егер $B = \text{const}$ болса, $U = B \frac{\partial S}{\partial t}$ болады.

а)

Бірінші кезеңде, $t < t_0$ уақыт өткеннен кейін, мұнда $t_0 = L \tan \alpha / v$ (t_0 уақытта өзек B нүктесіне тиеді), өзек катеты vt және қарама-қарсы бұрышы α тік бұрышты үшбұрыш түріндегі аумақты тік бұрышты үшбұрыш түрінде сыпырып алады. Бұл үшбұрыштың ауданы:

$$S = \frac{1}{2} \cdot vt \cdot vt \cot \alpha = \frac{v^2 t^2}{2 \tan \alpha}.$$



Уақыттан туындысын алып, B -ға көбейтсек

$$U = \frac{Bv^2}{\tan \alpha} t,$$

Және де кернеу U_0 -ға тең болатын Δt уақыт аралығы

$$\Delta t = \frac{U_0 \tan \alpha}{Bv^2} = 144 \text{ мс} < Lv \tan \alpha,$$

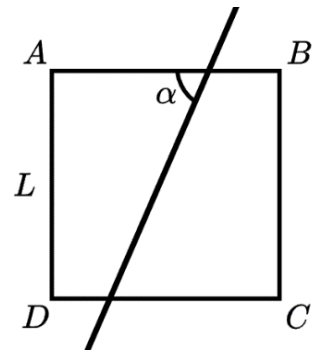
яғни өзек AD және BC жақтарынан өткенге дейін светодиод жанады. Стерженнің орны жоғарыдағыдай симметриялы позицияда болғанда светодиод сөнеді. Өзектің магнит өрісі арқылы өтуінің жалпы уақыты $T = L(1 + \tan \alpha)/v$ болғандықтан, жауабы:

$$\tau = T - 2\Delta t = \frac{L}{v} \left(1 + \left(1 - \frac{2U_0}{BvL} \right) \tan \alpha \right) = 500 \text{ мс}.$$

б)

$\alpha < 45^\circ$ бұрыштар диапазонында стержень AD және BC -ге бір уақытта жанасуы мүмкін болатынына назар аударайық. Бұл позицияда кернеу максималды және U_0 -ден асады, сондықтан 45° -тан асатын бұрыштарды қарастыру қажет. Оң жақтағы суретте көрсетілген позицияда сыпырылған аймақ $S = v(t - t_0) \cdot L \cot \alpha$, ал стержень тудыратын кернеу

$$U = \frac{BvL}{\tan \alpha}.$$



$U < U_0$ жағдайында:

$$\alpha > \arctan \frac{BvL}{U_0} = 63.4^\circ.$$

Светодиод (7 балл)		
Пункт	Балл	Мазмұны
	1.0	Кез келген формада кернеу формуласы.
a	3.5	0.5 S үшін өрнек.
		0.5 Δt үшін өрнек.
		0.5 t_0 үшін уақыт интервалы және де өрнегі.
		0.5 T үшін өрнек
		1.0 τ үшін өрнек
	0.5 τ -дың сандық мәні	
b	2.5	1.0 U үшін өрнек
		0.5 Жауабы
		1.0 α үшін өрнек *Егер “=” орнына “>” болса -0.2
		0.5 α -ның сандық мәні

3 Үйкеліс күшімен цилиндр

Цилиндрдегі заттың мөлшері бастапқы моменттегі газ күйінің теңдеуімен анықталады: $P_0V_0 = \nu RT_0$. Поршеньге сыртқы атмосфералық қысым P_0 әсер ететіндіктен, үйкеліс күшінің әсерінен цилиндрдегі газ қысымының тепе-теңдік мәні $P_0 \pm f/S$ диапазонында жатыр. Осылайша, i -шы нүктедегі газ қысымы P_i келесі кестеде сипатталған:

№	0	1	2	3	4
P_i	P_0	$P_0 + f/S$	$P_0 + f/S$	$P_0 - f/S$	$P_0 - f/S$

Енді кестедегі шамалар арасындағы байланысты табайық. 0-1 процесі изохоралық, ол үшін Шарль заңы жарамды

$$\frac{P_0}{T_0} = \frac{P_1}{T_1} \quad \Rightarrow \quad T_1 = T_0 \left(1 + \frac{f}{P_0 S} \right) = T_0 (1 + \gamma),$$

мұнда ыңғайлы болу үшін $\gamma \equiv f/(P_0 S)$ параметрін енгіздік. Бұл процессте берілетін жылу газдың ішкі энергиясының өзгеруіне тең, яғни.

$$Q_{01} = C_V (T_1 - T_0) = \frac{3}{2} \nu R \cdot T_0 \frac{f}{P_0 S} = \frac{3\gamma}{2} P_0 V_0.$$

Келесі 1-2 процесіндегі көлем мен температура арасындағы қатынас тура пропорционалдық келеді, яғни бұл изобара. Бұл процесс үшін жұмсалған жылу

$$Q_{12} = C_P (T_2 - T_1) = \frac{5}{2} \nu R \cdot T_0 (\eta - (1 + \gamma)) = \frac{5}{2} (\eta - 1 - \gamma) P_0 V_0.$$

Қыздырғыш 0-1 және 1-2 процестерінде жылуды берді, яғни

$$Q = Q_{01} + Q_{12} = P_0 V_0 \left(\frac{5}{2} (\eta - 1) - \gamma \right) \Rightarrow f = P_0 S \left(\frac{5}{2} (\eta - 1) - 4.8 \right) = 0.2 P_0 S.$$

Соңғы позицияда температура T_0 -ға тең, яғни

$$P_0 V_0 = P_4 V_4 \quad \Rightarrow \quad \frac{V_4}{V_0} = \frac{1}{1 - \gamma} = 1.25.$$

Үйкеліс күшімен цилиндр (6 балл)	
Балл	Мазмұны
0.5	ν үшін өрнек
1.0	T_1 үшін өрнек *Егер P_1 қате болса, изопроецесс теңдеуі үшін 0.5 балл қойылады
1.5	Q_{01} үшін өрнек *Егер T_1 қате болса, изохорадағы жылу өрнегі үшін 0.5 балл қойылады
1.5	Q_{12} үшін өрнек *Қате тасымалдау кезінде изобара кезінде жылу өрнегі үшін 0.5 балл қойылады
0.5	f үшін жауабы *Жауап тек жалпы түрде болса, онда -0.5 балл
1.0	V_4/V_0 үшін жауабы *Жауап тек жалпы түрде болса, онда -0.5 балл

4 Жарықтану облысы

S жарық көзінің цилиндрдің O центріне дейінгі қашықтықты x деп белгілейік. Көрінетін аймақтың шеткі позицияларында жарық көзінен шыққан сәулелер шектік шағылу бұрышында A және B нүктелеріне түседі, бұл осы теңдеумен сипатталады:

$$\sin \varphi = 1/n.$$

Синустар теоремасын AOS және BOS үшбұрыштарына қолданамыз:

$$\frac{x}{\sin \varphi} = \frac{R}{\sin(180^\circ - \varphi - 180^\circ - \theta_1/2)} = \frac{R}{\sin(\theta_1/2 - \varphi)},$$

$$\frac{x}{\sin \varphi} = \frac{R}{\sin(180^\circ - \varphi - \theta_2/2)} = \frac{R}{\sin(\theta_2/2 + \varphi)}.$$

Осыдан

$$\varphi = \frac{\theta_1 - \theta_2}{4},$$

немесе

$$n = \left(\sin \frac{\theta_1 - \theta_2}{4} \right)^{-1} = 1.48.$$

φ үшін нәтижені үстіндегі x теңдеулердің біріне енгізсек

$$x = R \frac{\sin \frac{\theta_1 - \theta_2}{4}}{\sin \frac{\theta_1 + \theta_2}{4}} = 8.0 \text{ см}$$

табамыз

Жарықтану облысы (7 баллов)	
Балл	Мазмұны
1.0	Шағылудың шектік бұрышының формуласы
1.5	AOS үшін синустар теоремасы * Егер нүкте көзі дұрыс орналаспаған болса, онда теңдеу үшін 1.0 қойылады
1.5	BOS үшін синустар теоремасы * Егер нүкте көзі дұрыс орналаспаған болса, онда теңдеу үшін 1.0 қойылады
1.0	n үшін жауабы
0.5	n -ның сандық мәні
1.0	x -тың жауабы
0.5	x -тың сандық мәні

